Log.

Ph
310
1

LOGIK.

EINE UNTERSUCHUNG DER PRINCIPIEN DER ERKENNTNISS

UND DER

METHODEN WISSENSCHAFTLICHER FORSCHUNG

VON

WILHELM WUNDT.

ZWEI BÄNDE.

ERSTER BAND.

ERKENNTNISSLEHRE.

STUTTGART.

VERLAG VON FERDINAND ENKE.

1880.

ERKENNTNISSLEHRE.

VON

WILHELM WUNDT,

PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT ZU LEIPZIG.

STUTTGART.

VERLAG VON FERDINAND ENKE.

1880.

Das Recht der Uebersetzung wird vorbehalten.

BIBLIOTHECA BAMBERGENSIS

Druck von Gebrüder Kröner in Stuttgart.

Vorwort.

Zu der Aufgabe, auf die der Titel des vorliegenden Werkes hinweist, bringt dieser erste Band die grundlegenden Ausführungen, welche der Erkenntnisslehre oder allgemeinen Logik angehören, während ein zweiter die Methoden der wissenschaftlichen Forschung behandeln soll. Diesem Plane gemäss bildet der erste Band ein selbständiges Werk, das nur selten auf die nachfolgende Methodenlehre als seine Ergänzung hinweist. Die logischen und die erkenntnisstheoretischen Untersuchungen dieses Bandes hängen, wie die Einleitung näher ausführt, auf dem von dem Verfasser eingenommenen Standpunkte so innig zusammen, dass dieselben auch in der Darstellung nicht getrennt werden konnten. Immerhin ist die Anordnung der einzelnen Abschnitte eine bis zu einem gewissen Grade willkürliche. Für die logische Gliederung des Stoffes sowohl wie für den didaktischen Zweck schien es mir am angemessensten, mit den psychologischen Grundlagen der Logik und Erkenntnisstheorie zu beginnen, darauf die Behandlung der logischen Formen folgen zu lassen und mit der Erörterung der Principien der Erkenntniss abzuschliessen. Demjenigen Leser, welcher die Grundbegriffe und Gesetze des Erkennens als Fundament der Logik benützen möchte, bleibt es jedoch anheimgegeben, sogleich vom ersten zum fünften und sechsten Abschnitte überzugehen und dann erst der im zweiten bis vierten gegebenen Darstellung der eigentlichen Logik sich zuzuwenden.

In der Lehre von den Urtheilen und Schlussfolgerungen glaubte ich auf die Benützung einer der mathematischen nachgebildeten Symbolik nicht ganz verzichten zu sollen, nicht etwa weil ich die mathematische Behandlung der Logik für unerlässlich hielte zur Lösung concreter logischer Aufgaben, sondern weil sie mir ein unschätzbares Hülfsmittel für die exacte Untersuchung der logischen Normen selber zu sein scheint. Im Interesse solcher Leser, die gegen mathematische Formeln eine unüberwindliche Abneigung hegen, wurde jedoch die Darstellung des logischen Algorithmus in zwei besondere Capitel verwiesen, die ohne wesentliche Störung des Zusammenhangs übergangen werden können. Dem Mathematiker, dem die Erörterungen dieser Capitel stellenweise allzu breit erscheinen werden, darf ich wohl entschuldigend bemerken, dass dieselben vor allem auch für mathematisch ungeübte Leser bestimmt sind. Die letzteren aber werden durch die Versicherung, dass der logische Calcül nicht einmal die vollständige Kenntniss der vier Species voraussetzt, vielleicht doch veranlasst, jene Capitel nicht sofort zu überschlagen.

Leipzig, 28. September 1879.

W. Wundt.

Inhalt.

Einleitung.

Seite

1. Aufgabe der Logik . 1
2. Richtungen der Logik 2
3. Verhältniss der Logik zur Philosophie 6
4. Eintheilung des Gegenstandes 8

Erster Abschnitt.

Von der Entwicklung des Denkens.

Erstes Capitel. Die associativen Verbindungen der Vorstellungen.

1. Die simultanen Associationen 11
 - a. Die associative Synthese 11
 - b. Die Assimilation 15
 - c. Die Complication 17
2. Die successive Association 19
3. Beziehung der Associationsformen zur Apperception 23

Zweites Capitel. Die apperceptiven Verbindungen der Vorstellungen.

1. Die Entwicklung apperceptiver Gesammtvorstellungen (simultane Verbindungen des Denkens) 30
 - a. Die Agglutination der Vorstellungen 30
 - b. Die apperceptive Verschmelzung der Vorstellungen 31
 - c. Die Entstehung der Begriffe 37
2. Die Entwicklung des Gedankenverlaufs (successive Verbindungen des Denkens) . 49
 - a. Verhältniss der successiven zu den simultanen Denkacten . . 49
 - b. Gesetze des apperceptiven Gedankenverlaufs 53
 - c. Complicationen mit der Association 58
 - d. Die Verkettung der Gedanken 59

Seite

3. Die Wechselwirkungen zwischen der Begriffsbildung und dem Gedankenverlauf 65
 a. Der Gedankenverlauf als Quelle der Begriffsbildung . . . 65
 b. Der Begriff als Quelle der Gedankenentwicklung 66

Drittes Capitel. Die Entwicklung der logischen Normen.
1. Die allgemeinen Merkmale des logischen Denkens 70
 a. Die Spontaneität des Denkens 71
 b. Die logische Evidenz 72
 c. Die Allgemeingültigkeit der logischen Denkgesetze 78
2. Die psychologischen und die logischen Denkgesetze 83

Zweiter Abschnitt.

Von den Begriffen.

Erstes Capitel. Die allgemeinen Eigenschaften der Begriffe.
1. Bestimmtheit und Allgemeingültigkeit als Begriffsmerkmale . . 86
2. Die Allgemeinheit der Begriffe 90
3. Die abstracten Begriffe und das Abstractionsverfahren 97

Zweites Capitel. Die Arten der Begriffe.
1. Die logischen Kategorieen 101
2. Die kategoriale Verschiebung der Begriffe 107

Drittes Capitel. Die Verhältnisse der Begriffe.
1. Allgemeine Bedingungen der Begriffsvergleichung 110
2. Die bestimmten Begriffsverhältnisse 113
3. Die unbestimmten Begriffsverhältnisse 119
4. Geometrische Darstellung der Begriffsverhältnisse 122

Viertes Capitel. Die Beziehungsformen der Begriffe.
1. Allgemeine Eigenschaften der Begriffsbeziehung 125
2. Die innere Determination der Begriffe 129
3. Die äussere Determination der Begriffe 131

Dritter Abschnitt.

Von den Urtheilen.

Erstes Capitel. Das Wesen und die Eigenschaften des Urtheils.
1. Die Entstehung des Urtheils 135
2. Die Bestandtheile des Urtheils 141
 a. Subject und Prädicat 141
 b. Die Copula 143
3. Die zusammengesetzten Urtheile 146
4. Analytische und synthetische Urtheile 149

Zweites Capitel. Die Formen der Urtheile.
1. Die Subjectsformen des Urtheils 154
 a. Das unbestimmte Urtheil 155
 b. Das Einzelurtheil 156
 c. Das Mehrheitsurtheil 157

Seite

2. Die Prädicatsformen des Urtheils 161
 a. Das erzählende Urtheil 161
 b. Das beschreibende Urtheil 164
 c. Das erklärende Urtheil 166
3. Die Relationsformen des Urtheils 170
 I. Die Identitätsurtheile 170
 II. Die Urtheile der Ueber- und Unterordnung 172
 a. Das Subsumtionsurtheil 172
 b. Das theilweise Subsumtions- oder Kreuzungsurtheil . 175
 III. Die Urtheile der Coordination 176
 a. Das disjunctive Urtheil 178
 b. Das alternative Urtheil 178
 IV. Die Abhängigkeits- oder Bedingungsurtheile 179
 V. Die verneinenden und problematischen Urtheile 186
 a. Das negativ prädicirende Urtheil 191
 b. Das verneinende Trennungsurtheil 194
 c. Das negativ alternirende und das problematische Urtheil 196

Drittes Capitel. Die Transformationen der Urtheile.

1. Die Vereinbarkeit und Aequipollenz der Urtheile 200
 a. Umwandlung positiver in negative Urtheile 201
 b. Umwandlung in Bedingungsurtheile 204
2. Die Zurückführung der Urtheile auf gleiche Form 206
 a. Zurückführung auf Identitätsurtheile 206
 b. Zurückführung auf Subsumtionsurtheile 209
3. Die Umkehrung der Urtheile 211
4. Die Bildung abgeleiteter Urtheile 214
 a. Zerlegung in einfachere Urtheile 215
 b. Bildung zusammengesetzterer Urtheile 216

Viertes Capitel. Der Algorithmus der Urtheilsfunctionen.

1. Die logischen Begriffsoperationen 222
 a. Die Determination der Begriffe 223
 b. Die Summation der Begriffe 234
 c. Die Negation der Begriffe 238
2. Die Gesetze der Urtheilsbildung 244
 a. Die Formen der prädicativen Begriffsverknüpfung 244
 b. Umwandlung der Urtheile in Gleichungen 247
3. Die Gesetze der logischen Gleichungen 251
 a. Gesetze der Determination und Summation für Elemente eines einzigen Begriffs 252
 b. Uebertragung der Determinations- und Summationsgesetze auf Verbindungen verschiedenartiger Begriffselemente 257
4. Die Auflösung logischer Gleichungen 260
 a. Einfache logische Gleichungen 261
 b. Zusammengesetzte logische Gleichungen 263

Vierter Abschnitt.

Von den Schlussfolgerungen.

Seite

Erstes Capitel. Das Wesen und die logische Bedeutung des Schlusses.

1. Die Entwicklung des Schliessens 270
2. Die Structur des Schlusses 273
 a. Die Anordnung der Prämissen und ihrer Begriffe 273
 b. Das Verhältniss der hypothetischen und disjunctiven zu den kategorischen Schlüssen 276
3. Das Grundgesetz des Schliessens 279
4. Der Werth des logischen Schlusses 283

Zweites Capitel. Die Schlussformen.

1. Die einfachen Schlussformen 290
 I. Die Identitätsschlüsse 291
 II. Die Subsumtionsschlüsse 293
 a. Die eigentlichen Subsumtionsschlüsse 293
 b. Der Wahrscheinlichkeitsschluss 303
 c. Der Analogieschluss 309
 III. Die Bedingungs- und Begründungsschlüsse 315
 a. Der verificirende Bedingungsschluss und die disjunctiven Schlüsse 316
 b. Der subsumirende Bedingungsschluss 321
 IV. Die Beziehungsschlüsse 322
 a. Der Vergleichungsschluss 324
 b. Der Verbindungsschluss 329
 c. Verhältniss der Beziehungsschlüsse zu den Wahrscheinlichkeits- und Analogieschlüssen 335
2. Die Schlusskette 336

Drittes Capitel. Der Algorithmus des Schliessens.

1. Allgemeine Symbolik der Schlussformen 340
 a. Eindeutige Schlüsse aus positiven Prämissen 342
 b. Mehrdeutige und unbestimmte Schlüsse aus positiven Prämissen . 345
 c. Schlüsse mit einer negativen Prämisse 348
 d. Logischer Werth der einzelnen Schlussformen 350
2. Die Entwicklung der Schlüsse in Gleichungen 353

Fünfter Abschnitt.

Von den Grundbegriffen der Erkenntniss.

Erstes Capitel. Der Begriff des Wissens.

1. Die erkenntnisstheoretischen Richtungen 358
2. Glauben und Wissen 370
3. Gewissheit und Wahrscheinlichkeit 378
 a. Die Kriterien der Gewissheit 378
 b. Die Wahrscheinlichkeit 390
 c. Der Zufall . 399
4. Thatsachen und Hypothesen 401

Seite

Zweites Capitel. Die allgemeinen Erfahrungsbegriffe.
1. Die Gegenstände 409
a. Die Objecte der Aussenwelt 410
b. Die geistigen Dinge 416
c. Die secundären Gegenstandsbegriffe 418
2. Eigenschaften und Zustände 419
3. Der Zusammenhang der Dinge 424
Drittes Capitel. Die Anschauungsformen.
1. Die Zeit 428
2. Der Raum 437
a. Der mathematische Raumbegriff 439
b. Der Ursprung der Raumanschauung 452
c. Der objective Raum 461
3. Die Bewegung 464
4. Die Zahl 468
Viertes Capitel. Der Begriff der Substanz.
1. Die Entwicklung des Substanzbegriffs 474
a. Die Einfachheit der Substanz 475
b. Die Actualität der Substanz 477
c. Die Beharrlichkeit der Substanz 478
2. Der Substanzbegriff in den Erfahrungswissenschaften 484
a. Die materielle Substanz 484
b. Die Anwendung des Substanzbegriffs auf die innere Erfahrung 486
c. Die Axiome des Substanzbegriffs 490
3. Die Substanz und das Ding an sich 494

Sechster Abschnitt.

Von den Gesetzen der Erkenntniss.

Erstes Capitel. Die logisch-mathematischen Axiome.
1. Die Axiome des logischen Denkens 504
a. Der Satz der Identität 504
b. Der Satz des Widerspruchs 506
c. Der Satz des ausgeschlossenen Dritten 508
d. Der Satz vom Grunde 510
2. Die Anwendung der logischen Axiome auf die Anschauungsformen 517
a. Die Axiome der allgemeinen Grössenlehre 520
b. Die arithmetischen Axiome 521
c. Die geometrischen Axiome 522
d. Die phoronomischen Axiome 523
Zweites Capitel. Das Causalgesetz.
1. Die Entwicklung des Causalbegriffs 525
2. Die Erscheinungsform des Causalgesetzes 536
3. Das Causalgesetz und der Satz vom Grunde 544
4. Causalität und Substanz 552
a. Der physikalische Kraftbegriff 552
b. Die physikalischen Axiome 555
c. Der psychologische Kraftbegriff 561
d. Die Antinomieen des Causalbegriffs 565

Seite

Drittes Capitel. Das Zweckprincip.

1. Die Formen der Teleologie 567
 a. Der mythologische und anthropopathische Zweckbegriff . . 567
 b. Der immanente Naturzweck 568
 c. Zweck und Causalität als coordinirte Grundsätze 571
 d. Der Zweck als das innere Wesen der Causalität 574
 e. Der Zweck als theologischer Grenzbegriff 575
2. Der Zweck als subjectives Erkenntnissprincip 577
3. Der objective Zweck 580

Einleitung.

1. Aufgabe der Logik.

Die wissenschaftliche Logik hat Rechenschaft zu geben von denjenigen Gesetzen des Denkens, welche bei der Erforschung der Wahrheit wirksam sind. Durch diese Begriffsbestimmung erhält die Logik ihre Stellung zwischen der Psychologie, der allgemeinen Wissenschaft des Geistes, und der Gesammtheit der übrigen theoretischen Wissenschaften. Während die Psychologie uns lehrt, wie sich der Verlauf unserer Gedanken wirklich vollzieht, will die Logik feststellen, wie sich derselbe vollziehen soll, damit er zu richtigen Erkenntnissen führe. Während die einzelnen Wissenschaften die thatsächliche Wahrheit, jede auf dem ihr zugewiesenen Gebiete, zu ermitteln bestrebt sind, sucht die Logik für die Methoden des Denkens, die bei diesen Forschungen zur Anwendung kommen, die allgemeingültigen Regeln festzustellen. Hiernach ist sie eine normative Wissenschaft, ähnlich der Ethik. Wie diese die Gefühle und Willensbestimmungen, deren Verhalten die Psychologie schildert, nach ihrem sittlichen Werthe prüft, um Normen zu gewinnen für das practische Handeln, so scheidet die Logik aus den mannigfachen Vorstellungsverbindungen unseres Bewusstseins diejenigen aus, die für die Entwicklung unseres Wissens einen gesetzgebenden Charakter besitzen.

Die Aufgaben der Logik weisen dieser ihrer Stellung gemäss einerseits auf die psychologische Untersuchung zurück, und anderseits führen sie vorwärts zu den allgemeinen Erkenntnissprincipien und den Verfahrungsweisen der wissenschaftlichen Forschung. Sollen die Gesetze des logischen Denkens nicht als gegebene unerklärbare Thatsachen gelten, so werden sie vor allem bei ihrem Ursprung in der innern Erfahrung aufgesucht werden

müssen. Sollen ferner die logischen Gesetze den Zweck erfüllen, zu welchem sie aus dem psychologischen Denken abstrahirt sind, so wird über den Grund ihrer Evidenz sowie über die Bedingungen Rechenschaft zu geben sein, unter denen ihre Anwendung thatsächliche Erkenntniss herbeiführt. Will endlich die Logik den theoretischen Wissenschaften die Dienste wirklich leisten, zu denen sie berufen ist, so wird sie nicht umhin können auch die verwickelteren Gestaltungen zu verfolgen, welche die logischen Gesetze in den Methoden der wissenschaftlichen Forschung gewinnen. Demgemäss verlangen wir von einer wissenschaftlichen Logik neben der Darstellung der logischen Normen dreierlei: eine psychologische Entwicklungsgeschichte des Denkens, eine Untersuchung der Grundlagen und Bedingungen der Erkenntniss, und eine Berücksichtigung der logischen Methoden der wissenschaftlichen Forschung. Da die psychologische Entwicklungsgeschichte des Denkens der Untersuchung der Grundlagen der Erkenntniss beigezählt werden kann, so lassen sich diese drei Forderungen in die zwei vereinen: die Logik bedarf der Erkenntnisstheorie zu ihrer Begründung und der Methodenlehre zu ihrer Vollendung.

2. Richtungen der Logik.

Nicht immer ist die Aufgabe der Logik in diesem Sinne bestimmt worden. Häufiger ist es geschehen, dass man entweder hinter den soeben an sie gestellten Forderungen zurückblieb, oder dass man weit über dieselben hinausgieng. Die erkenntnisstheoretische und methodologische Bearbeitung der Logik steht daher mitten inne zwischen zwei andern Auffassungen dieser Wissenschaft, die man als die formale und als die metaphysische oder dialektische zu bezeichnen pflegt.

Die formale Logik sieht die Darstellung der Formen des Denkens als die einzige Aufgabe der logischen Wissenschaft an. Sie behauptet, dass es eine bloss formale Wahrheit gebe, und dass diese es sei, mit der sich die Logik zu beschäftigen habe. Dass A = C ist, wenn vorausgesetzt wird, es sei A = B und B = C, dies ist formal richtig, auch wenn die Sätze A = B und B = C ihrem materiellen Inhalte nach falsch sein sollten. Vollkommen consequent ist daher von diesem Standpunkte aus die Logik als die Wissenschaft des Schliessens bezeichnet worden*). Begriffe und Urtheile kommen hier in der That nur in Betracht, insofern sie Bestandtheile der Schlüsse bilden. Die Untersuchung ihrer Entstehungsweise und die Frage nach ihrer Wahrheit wird aber als eine fremde Aufgabe zurückgewiesen. Die Urtheile werden als Formen der Begriffsverbindung untersucht, welche in unserem Denken angetroffen werden; ob und wie aber diese Formen von der Natur unseres wirklichen Erkennens be-

*) Whately, elements of logic. Introduction.

stimmt seien, bleibt dahingestellt. Indem dergestalt die formale Logik die logische Wahrheit auf die formale Richtigkeit der Schlüsse einschränkt, trägt sie gleichzeitig einen hypothetischen und einen technischen Charakter an sich: einen hypothetischen, da alle Wahrheit, über die sie entscheidet, nur unter der Voraussetzung gilt, dass die Urtheile wahr sind, aus denen geschlossen wird; einen technischen, da die Urtheils- und Schlussformen bloss als äussere Hülfsmittel des Denkens dargestellt werden, ohne dass man darüber Auskunft giebt, wie das Denken zu diesen Hülfsmitteln kommt. Dieser technische Charakter der formalen Logik wird auch durch den von einzelnen ihrer Vertreter gebrauchten Namen einer Kunstlehre des Denkens angedeutet.

Im Gegensatze hierzu hält die metaphysische Logik das logische Denken für das Werkzeug, welches dem Wissen nicht bloss seine Form gebe, sondern auch den Inhalt desselben aus sich hervorbringe. Die Anfänge dieser Anschauung reichen in eine Zeit zurück, die der wissenschaftlichen Entwicklung der Logik vorangeht. Die Eleatische und Platonische Dialektik ist von ihr beherrscht, und ein Zerrbild derselben tritt uns in den Trugschlüssen und Dilemmen der Sophisten entgegen. Theils durch den thatsächlichen Einfluss des logischen Denkens auf unser Erkennen, theils durch die besondere Beschaffenheit gewisser Producte desselben, der abstracten Begriffe, werden die Bestrebungen der Dialektik herausgefordert. Besonders die Function der Verneinung ist es, in der man die Macht des Denkens aus sich selbst Begriffe erzeugen zu können frühe schon zu entdecken glaubt. Der Begriff Non-A, der aus einem gegebenen A durch Hinzufügung der Verneinung hervorgeht, scheint ohne jede äussere Hülfe entstanden zu sein. Wenn nun aber jenes Non-A in irgend einer Weise auf ein wirkliches Sein sich beziehen lässt, so ist es erklärlich, dass man hierin ein Zeugniss für die Fähigkeit des Denkens erblickt, aus sich selbst ein reales Wissen hervorzubringen. Bei Plato äussert sich dieser Gedanke besonders in der Bevorzugung dichotomischer Eintheilungen nach dem Princip des Gegensatzes. Die Dialektik aller Zeiten aber hat der Function der Verneinung in der Vorliebe für den apagogischen Beweis ihren Tribut gezollt. Indem man die Wahrheit eines Satzes darthut aus der Unmöglichkeit seines Gegentheils, glaubt man keiner Hülfe zu bedürfen, die ausserhalb des Denkens selber gelegen wäre.

Hinter allen diesen dialektischen Bestrebungen liegt die Annahme einer Identität des Denkens und Seins verborgen, wenn auch spät erst diese Identität ausdrücklich postulirt wurde. Freilich hat aber der spröde Stoff der Erfahrungsbegriffe einer durchgängigen Anwendung des dialektischen Verfahrens stets als Hinderniss im Wege gestanden. Zwei Aushülfen sind daher versucht worden. Entweder ermässigte man die Identität zu einem blossen Parallelismus. Dies ist der Weg, den zuerst Aristoteles einschlug, und der noch heute von Manchen verfolgt wird, die der metaphysischen Logik in ihren andern Formen entgegentreten oder sich wohl auch selbst

als Vertreter einer erkenntnisstheoretischen Richtung betrachten *). Oder man erkannte dem Denken nur für gewisse Gebiete des Wissens, und zwar für die höchsten und abstractesten, die Kraft zu aus sich selber zu schöpfen, während man es im Bereich der Erfahrungsbegriffe abhängig machte von äusseren Einflüssen. Dies ist im Ganzen die herrschende Richtung des philosophischen Rationalismus. In solchem Sinne tritt bei Descartes, Spinoza und Leibniz das adäquate dem inadäquaten Erkennen, das intelligere dem imaginari, das klare dem verworrenen Vorstellen gegenüber. Erst die neueste panlogistische Gestaltung des Rationalismus hat diesen Zwiespalt beseitigt, indem sie, an die Platonische Dialektik wieder anknüpfend, den Satz von der Identität des Denkens und Seins unerschrocken bis zu seinen äussersten Folgerungen durchführt. Bei Hegel wird auf diese Weise die Logik zur Darstellung des Denkens in seiner das Wissen erzeugenden Selbstbewegung. Wieder ist es aber, wie in den Anfängen der Dialektik, die Kraft der Verneinung, welche die Selbstentwicklung der Begriffe hervorbringt. Nur verbindet sie sich mit der Vorstellung, dass Position und Negation vermöge der nämlichen dem Begriff immanenten Bewegung, welche die Verneinung erzeugt, sich zu einer Begriffseinheit verbinden, an der dann abermals die Verneinung ihre Macht äussern kann.

Formale und metaphysische Logik treten beide in Widerspruch mit den Forderungen der einzelnen Wissenschaften. Die formale Logik befriedigt das Verlangen nicht, welches von den verschiedenen Gebieten der wissenschaftlichen Forschung aus an eine Disciplin gestellt werden muss, welche die Normen und Methoden des Denkens zu entwickeln und zu begründen hat. Denn weder zeigt sie wie die Denkgesetze entstehen, noch beweist sie warum dieselben gültig sind, noch endlich kommt sie in irgend zureichender Weise der Verpflichtung nach die wissenschaftlichen Verfahrungsweisen auf ihre logischen Regeln zurückzuführen. Die metaphysische Logik dagegen setzt sich sowohl über die Ergebnisse der Einzelwissenschaften wie über die von denselben thatsächlich geübten Methoden der Forschung hinweg, um neben das wissenschaftliche System, das aus der Verbindung aller Einzelforschungen hervorgeht, ein besonderes System des philosophischen Wissens zu stellen, das seine eigene Methode besitzt, die mit der sonst geübten wissenschaftlichen Logik nichts als den Namen gemein hat. Mag man die geistige Energie anerkennen, mit der die dialektische Methode ohne äussere Hülfe das Ganze des menschlichen Wissens zu bewältigen sucht; je selbständiger sie von den sonst befolgten Regeln der wissenschaftlichen Forschung sich trennt, um so weniger kommt sie den wirklichen Bedürfnissen der letzteren entgegen. War die formale Logik dürftig und unvollkommen, so

*) Hierher gehören aus neuerer Zeit die logischen Ansichten von Schleiermacher, Trendelenburg und Ueberweg, die, trotz mancher Abweichungen im Einzelnen, doch in dem Grundgedanken eines Parallelismus des Denkens und Seins zusammentreffen.

leistet die metaphysische mehr als verlangt wird, aber alles dasjenige was von einer wissenschaftlichen Logik gefordert werden kann, das leistet sie gar nicht. Denn die Aufgabe, die sie sich stellt, ist von Anfang an eine andere. Wie sich die dialektische Methode jeder Prüfung entzieht, die auf andere Weise als durch sie selbst ausgeführt wird, ebenso sind die sonst geübten wissenschaftlichen Methoden ihrerseits für die Dialektik ein Incommensurables, das sie von ihrem Standpunkte aus mit Recht von sich weist, als ein Denken, das einer andern Welt angehört.

Zwischen diesen einseitigen Richtungen steht nun diejenige Bearbeitung der Logik, welche in der Entwicklung der Grundlagen und Methoden der wissenschaftlichen Erkenntniss ihre Aufgabe sieht. Will die Logik sich den Bedingungen unterordnen, unter denen sich überall die wissenschaftliche Forschung befindet, so kann sie nicht unter der Voraussetzung handeln, dass die Denkformen gleichgültig seien gegen den Erkenntnissinhalt. Denn eine solche Voraussetzung steht in Widerspruch mit dem überall von der Wissenschaft festgehaltenen Grundsatz, dass die Erkenntnissmethoden sich richten müssen nach ihren Objecten. Auch ist sie thatsächlich nicht sowohl aus der Beobachtung des wissenschaftlichen Denkens hervorgegangen als aus einer metaphysischen Anschauung, aus der Aristotelischen Ansicht nämlich, dass die Denkformen den Formen des Seins entsprächen. Nachdem diese metaphysische Grundlage verlassen war, blieb dann erst die formale Logik in ihrer traditionellen Gestalt zurück, die jedoch in ihrem Aufbau noch mannigfache Spuren ihres metaphysischen Ursprunges an sich trägt.

Nicht minder muss die wissenschaftliche Logik die Voraussetzung einer Identität des Denkens und Seins oder auch nur eines Parallelismus der Existenz- und Erkenntnissformen zurückweisen. Denn jede dieser Annahmen stellt an die Logik die Forderung, einen metaphysischen Satz als oberstes Axiom anzuerkennen, welcher durch seinen Inhalt unvermeidlich dazu verführt, das Wirkliche aus den Denkformen zu construiren. Ihre thatsächliche Grundlage hat zwar diese metaphysische Annahme in einer Voraussetzung, welche allerdings unser Denken an jede Erkenntniss heranbringt, und unter welcher daher auch die Logik steht, in der Voraussetzung nämlich, dass das Denken ein zur Erkenntniss geeignetes Werkzeug und hierdurch befähigt sei schliesslich eine Uebereinstimmung unserer Begriffe mit den Erkenntnissobjecten zu erreichen. Diese Uebereinstimmung verwandelt die metaphysische Logik in eine Identität, und während das wissenschaftliche Denken die Uebereinstimmung mit dem Wirklichen am Ende seiner Anstrengungen erwartet, setzt jene die Identität in den Anfang. So entgeht sie der Forderung, dass das Denken von seinen Objecten bestimmt sei; statt dessen müssen nun die Objecte nach dem Denken sich richten. Bei jeder wissenschaftlichen Forschung, falls sie nicht durch willkürliche metaphysische Annahmen verfälscht ist, gilt aber neben der schliesslichen Uebereinstimmung der Begriffe mit den wirklichen Dingen die anfängliche Verschiedenheit beider als Voraussetzung. Indem sich das wissenschaftliche Denken fortwährend zwischen

diesen beiden Endpunkten seines Weges befindet, empfängt es gleichzeitig den Antrieb zu seiner Thätigkeit und den Muth zu seiner Ausdauer. Vermöge der unmittelbaren Selbstunterscheidung des Denkens von seinen Gegenständen kann sich jene schliessliche Uebereinstimmung niemals in eine Identität umwandeln. Nie kann sie eine andere Bedeutung gewinnen als die einer Nachbildung der Objecte, bei der das Denken sich bewusst ist alle Forderungen erfüllt zu haben, welche die Wirklichkeit seiner nachbildenden Thätigkeit stellt. So hindert denn auch die bereits erreichte Uebereinstimmung nicht, dass eine fortgesetzte denkende Bearbeitung des Gegenstandes das gewonnene Bild noch weiter vervollständige. So leicht daher die Annahme einer Identität zu der Meinung verführt, dass das Denken unfehlbar und zu irgend einer Zeit fertig mit seiner Arbeit sei, so fern liegt diese Meinung der wissenschaftlichen Logik, welcher der Zweck des Denkens in der erreichbaren Uebereinstimmung desselben mit seinen Gegenständen besteht.

3. Verhältniss der Logik zur Philosophie.

Die formale Logik wird von ihren Vertretern als eine propädeutische Wissenschaft zur Philosophie bezeichnet. Es soll dadurch für sie der Vortheil entstehen, dass sie dem Streit der philosophischen Systeme entrückt sei. Dieser Vortheil wird aber nur auf Kosten ihres wissenschaftlichen Charakters erreicht. Auch würde die formale Logik, wenn jenes ihre Hauptabsicht wäre, den Zweck verfehlt haben. Denn oft genug haben Skeptiker und Dogmatiker den logischen Normen gerade darum ihre Sicherheit streitig gemacht, weil dieselben bloss empirische Regeln seien; und nicht selten haben sich Rationalisten und Empiriker in der Behauptung zusammengefunden, jene logischen Normen seien werthlos, weil sie höchstens lehrten, wie ein vorhandenes Wissen zu ordnen, nicht aber wie es zu gewinnen sei.

Während sich die formale Logik ausserhalb der Philosophie stellt, will die metaphysische die Philosophie selbst sein. Sie ist ein Organon des Denkens in des Wortes äusserster Bedeutung, denn dieses Werkzeug erzeugt seinen Gegenstand. Nach dem Grundsatz der Identität des Denkens und Seins entwickelt das logische Denken in seiner Selbstbewegung den Zusammenhang der Begriffe: die Logik wird zur Metaphysik, welche ihrerseits alle andern philosophischen Disciplinen als abhängige Provinzen umfasst.

Die wissenschaftliche Logik endlich betrachtet sich als einen Theil der Philosophie. Denn die Philosophie sucht die den einzelnen Wissenschaften gemeinsamen Probleme zu lösen, und diese Probleme sind doppelter Art: sie beziehen sich theils auf den allgemeinen Inhalt des Wissens,

theils auf die Grundlagen desselben und auf die Normen seiner Entwicklung. Mit dem Inhalt des Wissens beschäftigt sich die Metaphysik. Sie stellt diesen Inhalt in allgemeinen Begriffen über das Seiende und in Gesetzen über dessen Beziehungen dar. Solche Begriffe und Gesetze werden schon von den Erfahrungswissenschaften entwickelt, dann aber von ihnen der Philosophie übergeben, die sie einer letzten Bearbeitung unterzieht, um die einzelnen Thatsachen und Hypothesen mit einander und mit den allgemeinen Principien des Erkennens in Einklang zu bringen und sie schliesslich mittelst weiterer Voraussetzungen zu vervollständigen, die durch den Zusammenhang der verschiedenen Erfahrungsgebiete gefordert werden. Auf diese Weise ist das, freilich oft verfehlte, Ziel der Metaphysik die Aufrichtung einer widerspruchslosen Weltanschauung, welche alles einzelne Wissen in eine durchgängige Verbindung bringt. Wie die Metaphysik das gewordene, so hat die Logik das werdende Wissen darzustellen, die Wege, die zu ihm führen, und die Hülfsmittel, über die das menschliche Denken verfügt. Zwischen Logik und Metaphysik könnte der Erkenntnisstheorie eine mittlere selbständige Stellung gegeben werden, als derjenigen Disciplin, welche nicht den Inhalt und nicht die Methoden des Wissens, sondern seine Grundlagen zu untersuchen und seine Grenzen zu bestimmen hat. Durch diese Aufgabe tritt aber die Erkenntnisstheorie in die innigste Beziehung zur Logik. Denn vor allem muss sie die logischen Normen und Methoden selbst in Bezug auf ihren Ursprung und ihre Sicherheit prüfen. Die Logik kann daher der Hülfe erkenntnisstheoretischer Untersuchungen gar nicht entbehren. Ebenso stehen die Fundamentalbegriffe und Gesetze der wissenschaftlichen Erkenntniss in nächster Beziehung zu den allgemeinen Denkgesetzen, und hinwiederum setzen die verwickelteren logischen Methoden durchgängig Principien voraus, die, wie z. B. der Begriff der Substanz, das Causalgesetz, der erkenntnisstheoretischen Untersuchung anheimfallen. Aus diesen Gründen erscheint es mindestens practisch undurchführbar die Gebiete der Erkenntnisstheorie und der wissenschaftlichen Logik in der Darstellung von einander zu trennen.

Geben wir demnach der Logik diese allgemeinere Bedeutung, so sind Logik und Metaphysik die beiden Hälften der theoretischen Philosophie. Die Logik ist aber diejenige Hälfte derselben, die in der innigeren Beziehung steht zu den Einzelwissenschaften. Bei der Metaphysik ist diese Beziehung eine einseitige: sie hat von der empirischen Forschung zu lernen, während die letztere bei der Sammlung der Thatsachen und der Ausbildung vorläufiger Hypothesen auf metaphysische Forderungen keine Rücksicht zu nehmen braucht. Bei der Logik dagegen ist die Beziehung ganz und gar eine wechselseitige: aus den thatsächlich geübten Verfahrungsweisen des Denkens und der Forschung abstrahirt sie ihre allgemeinen Resultate; diese aber überliefert sie den Einzelwissenschaften als bindende Normen, denen sie zugleich feste Bestimmungen über die Sicherheit und die Grenzen des Erkennens hinzufügt, ohne deren Beachtung die Specialforschung leicht den

gesicherten Boden ihrer Arbeiten verlässt, um sich entweder in grundlose Zweifel oder in eine unreife Metaphysik zu verirren.

4. Eintheilung des Gegenstandes.

Durch die gestellte Aufgabe ist uns der Weg vorgezeichnet, den wir zu nehmen haben. Wir werden ausgehen von der psychologischen Entwicklung des Denkens, wobei wir uns zugleich von den Eigenthümlichkeiten Rechenschaft zu geben suchen, welche die logischen Gedankenverbindungen gegenüber andern Formen der Verbindung und des Verlaufs der Vorstellungen darbieten. Nachdem wir auf diese Weise die Entstehungsweise des logischen Denkens und die nächsten psychologischen Gründe seines normativen Charakters untersucht haben, werden die allgemeinen Denkformen, die Begriffe, Urtheile und Schlussfolgerungen, mit Rücksicht auf ihre logische Function zu zergliedern sein. Von ihnen werden wir übergeführt zu den allgemeinen Begriffen und Gesetzen, welche bei der Anwendung des logischen Denkens zu den Zwecken des Erkennens vorausgesetzt werden, und auf denen die wissenschaftliche Bedeutung der logischen Denkformen selber beruht. Diese Behandlung der Grundbegriffe und allgemeinen Gesetze des Erkennens bildet die Vorbereitung zur Erledigung der specielleren Aufgaben, welche die Logik im Dienste der wissenschaftlichen Forschung zu erfüllen hat. Zunächst werden hier Begriffsentwicklung, Classification und Beweisführung als diejenigen methodologischen Verfahrungsweisen zu betrachten sein, welche überall zur geordneten Darstellung eines wissenschaftlichen Gedankeninhaltes erforderlich sind. Denn diese Formen des systematischen Denkens sind höher entwickelte Denkformen, welche für die zusammengesetzteren Materien des wissenschaftlichen Denkens die nämlichen Functionen erfüllen, wie sie den Begriffen, Urtheilen und Schlüssen gegenüber den einfacheren Gedankenverbindungen zukommen.

Die Darstellung eines wissenschaftlichen Gedankeninhaltes setzt jedoch seine Gewinnung voraus; die Formen der systematischen Darstellung weisen daher zurück auf die Methoden der Untersuchungen oder auf diejenigen Verfahrungsweisen, deren sich die wissenschaftliche Forschung bedient, um Probleme zu lösen und von bestimmten Ergebnissen aus zur Aufstellung neuer Probleme zu gelangen. In der Geschichte der Wissenschaft geht die Gewinnung des Wissens seiner systematischen Entwicklung nothwendig voran. Gleichwohl ist es für die logische Darstellung angemessener diese Reihenfolge umzukehren, weil ihrem logischen Gehalte nach die Methoden der Untersuchung durchgängig von den für die Entwicklung und Eintheilung der Begriffe sowie für die Beweisführung gültigen Principien abhängen. Ausserdem werden die Methoden der Untersuchung in höherem Grade als alle andern logischen Operationen von der besonderen

Beschaffenheit der verschiedenen Wissensgebiete bestimmt, so dass sie ein angemessenes Uebergangsglied bilden zwischen der philosophischen Logik und der Methodik der Einzelwissenschaften.

Hiernach wird unsere Darstellung in zwei Theile zerfallen,! einen allgemeineren, logisch-erkenntnisstheoretischen und einen specielleren, methodologischen. Der *logisch-erkenntnisstheoretische* Theil wird die *Entwicklung des Denkens*, die *logischen Normen* desselben und die für das logische Denken und seine Anwendungen gültigen *Principien der Erkenntniss* behandeln. Der *methodologische* Theil wird sich sodann mit den *Formen des systematischen Denkens* und mit den *Methoden der wissenschaftlichen Untersuchung* beschäftigen.

Erster Abschnitt.

Von der Entwicklung des Denkens.

Erstes Capitel.

Die associativen Verbindungen der Vorstellungen.

Häufig hat man dem Begriff der Association nur die Verbindungen auf einander folgender Vorstellungen untergeordnet und daher als Associationsgesetze diejenigen Regeln bezeichnet, nach welchen die Vorstellungen einander durch Reproduction in das Bewusstsein rufen, um sich auf diese Weise zu einem Vorstellungsverlauf zu verbinden. Wenn wir jedoch unter associativen Verbindungen ganz allgemein solche verstehen, die vermöge irgend welcher Beziehungen der Vorstellungen zu einander ohne die unmittelbare Mitwirkung der Apperception hergestellt werden, so müssen wir nothwendig die Grenzen weiter ziehen, indem wir hierher auch solche Verbindungen rechnen, welche simultan gegebene Vorstellungen in unserem Bewusstsein eingehen. Diese simultanen Associationen sind im allgemeinen ursprünglichere Verbindungsformen, denn sie sind bei der Entwicklung unserer einzelnen Vorstellungen schon betheiligt, während die successiven Associationen stets fertig gebildete Einzelvorstellungen als gegeben voraussetzen. Bei der Entwicklung der Vorstellungen durch simultane Association sind nun aber wieder verschiedene Vorgänge zu unterscheiden. Als die nächste Verbindungsform bietet sich uns hier jene psychische Synthese dar, welche durch die Verschmelzung elementarer Empfindungen zusammengesetzte Vorstellungen zu Stande bringt: wir bezeichnen dieselbe als die associative Synthese. Eine fernere, auf die Ausbildung der Vorstellungen mächtig einwirkende Verbindung ist sodann diejenige, welche in der simultanen Verschmelzung einer neu eintretenden mit einer bereits befestigten Vorstellung besteht: wir wollen diesen Vorgang die Assimilation der Vorstellungen nennen. Dazu kommt endlich als eine dritte Form die simul-

tane Verbindung zusammengehöriger Vorstellungen verschiedener Sinne: sie soll mit dem von Herbart eingeführten Namen der Complication belegt werden. Hiernach unterscheiden wir also:

1. Die simultane Association, darunter
 a) die associative Synthese,
 b) die Assimilation,
 c) die Complication.
2. Die successive Association.

1. Die simultanen Associationen.

a. Die associative Synthese.

Alle in unser Bewusstsein eingehenden Vorstellungen lassen sich durch die psychologische Analyse in eine Mehrheit von Elementen zerlegen. Bezeichnen wir diese Elemente als einfache Vorstellungen, so sind alle wirklichen Vorstellungen zusammengesetzt, und die einfache Vorstellung existirt nur als ein Gegenstand psychologischer Abstraction. So ist vor allem bei den der psychologischen Analyse zugänglichsten Vorstellungen, den Gesichts- und Gehörsvorstellungen, die durchgängig zusammengesetzte Beschaffenheit unzweifelhaft. Wir können uns keinen Lichtpunkt vorstellen, ohne ihn auf einen Ort im Raum zu beziehen, also die Vorstellung eines ganzen Gesichtsfeldes mit ihm zu verbinden; und sollten wir uns auch das letztere dunkel vorstellen, so lässt es sich doch, da das Schwarz so gut wie Licht und Farbe eine positive Empfindung ist, in zahlreiche elementare Vorstellungen zerlegen. Nicht minder sind die einfachsten Töne, die wir kennen, zusammengesetzt, da der Grundton immer noch von sehr schwachen Obertönen begleitet wird; zudem lassen sich die Klangvorstellungen wohl niemals vollständig loslösen von ihrer Complication mit Gesichtsbildern, indem wir jeden Klang, wenn auch in noch so unbestimmter Weise, an irgend einen Ort im Raume verlegen. Das nämliche ist bei den Vorstellungen der niederen chemischen Sinne der Fall, die an und für sich vielleicht am ehesten den Charakter einfacher Vorstellungen an sich tragen würden, wenn es irgend gelänge die Geruchs- und Geschmacksempfindungen aus ihren fortwährenden Complicationen mit Gesichts- und Tastvorstellungen zu trennen. Was aber schliesslich die Tastvorstellungen betrifft, so ist für sie die beim Gesichtssinn hervorgehobene Bemerkung zu wiederholen, dass jede Localisation eines Eindrucks eine zusammengesetzte Vorstellung in sich schliesst.

Unter diesen Umständen liegt die Frage nahe, inwiefern wir denn überhaupt von einfachen Vorstellungen zu reden berechtigt sind und sie als die Elemente ansehen dürfen, aus denen sich alle unsere wirklichen Vorstellungen zusammensetzen, da uns doch solche einfache Vorstellungen nirgends in der Erfahrung geboten werden. Offenbar sind es zwei Gründe, welche die Psychologie zu dieser Abstraction geführt haben. Der erste

liegt darin, dass eine und dieselbe einfache Vorstellung in den verschiedensten Verbindungen vorkommen kann. Lassen wir z. B. den einfachen Lichtpunkt als eine einfache Vorstellung gelten, so kann das übrige Gesichtsfeld, das wir uns mit ihm vorstellen, in Bezug auf seine Lichtbeschaffenheit und seine Form alle möglichen Verschiedenheiten darbieten. Der constant gedachte Lichtpunkt kann also in eine beliebig grosse Zahl von Vorstellungen eingehen, in denen alles verschieden ist ausser ihm selber. Ebenso verhält es sich mit der einfachen Tastempfindung, dem einfachen Ton u. s. w. In diesem Sinne ist also die einfache Vorstellung nicht das Einfachste, was wirklich vorgestellt wird, sondern das unveränderliche Element, das bei der Analyse unserer Vorstellungen zurückbleibt. Wie nach der neueren chemischen Theorie, welche die chemisch einfachen Körper als Verbindungen gleichartiger Elemente ansieht, chemische Elemente nie im isolirten Zustande vorkommen und doch als wirklich existirend angesehen werden müssen, da sie in den Verbindungen, in welche sie eingehen, constante Wirkungen ausüben, so ist es auch mit den elementaren Vorstellungen. In beiden Fällen ist das letzte Ergebniss der Analyse vielmehr Resultat einer Abstraction als einer reellen Zerlegung.

Ein zweiter Grund für die Ausführung dieser Abstraction auf psychologischem Gebiete liegt nun aber darin, dass man voraussetzt, eine elementare Vorstellung müsse ein absolut einfacher Zustand unseres Bewusstseins sein. Hierauf beruht die Annahme, die einfachen Vorstellungen seien reine Empfindungen, wobei man eben unter einer reinen Empfindung einen solchen absolut einfachen Zustand versteht. Eine bestimmte Empfindung Roth, ein Ton von bestimmter Höhe, wenn wir diese Empfindungen lediglich als qualitative Zustände unseres Bewusstseins denken, sind in diesem Sinn reine Empfindungen. Einfache Vorstellung und reine Empfindung sind also an und für sich noch keineswegs identische Begriffe. Der eine ergiebt sich aus einer Analyse unserer zusammengesetzten Vorstellungen, der andere aus einer Reflexion über die Beschaffenheit unseres Bewusstseins. Wenn jene Analyse auch eine nothwendige, durch die wechselnde Beschaffenheit der Vorstellungen selbst geforderte ist, so braucht desshalb doch nicht die einfache Vorstellung mit der reinen Empfindung zusammenzufallen. Die letztere könnte möglicher Weise eine Abstraction sein, der selbst in den einfachsten Vorstellungen keine Wirklichkeit zuzuschreiben wäre. In der That ist dies die Ansicht vieler Physiologen und Psychologen. Man bedient sich z. B. der Abstraction der reinen Empfindungen, um die Beziehungen der Sinnesqualitäten zu einander festzustellen, wie in der Farbentafel, der Tonreihe. Aber man setzt voraus, dass, ebenso wie eine Farben- und Tonqualität niemals vorkommen kann, ohne zugleich mit einer gewissen Intensität in unserem Bewusstsein gegenwärtig zu sein, die Farbe und vielleicht selbst der Ton ohne eine bestimmte räumliche Beziehung nicht existiren können. Da man zugeben kann, dass eine derartige Ansicht durchführbar ist, so besitzt offenbar die Voraussetzung, die einfache

Vorstellung sei mit der reinen Empfindung identisch, einen mehr hypothetischen Charakter, während sich die allgemeine Forderung einfacher Vorstellungen als eine berechtigte ohne weiteres aus der zusammengesetzten Beschaffenheit unserer wirklichen Vorstellungen ergiebt. Diese verhält sich zu jener Voraussetzung etwa, um das frühere Bild zu gebrauchen, wie die Annahme chemischer Elemente zur Annahme chemischer Atome. Wer Atome annimmt, muss auch Elemente zugeben, aber der Begriff des Elements fordert nicht nothwendig den des Atoms, sondern es kommt auf die besondern Bedingungen, die sich bei den Verbindungen der Elemente darbieten, an, ob die Atome eine brauchbare Hypothese zur Erklärung der chemischen Verbindungen abgeben. Ebenso ist die Frage, ob wir die einfache Vorstellung der reinen Empfindung gleich setzen dürfen, lediglich davon abhängig, ob diese Voraussetzung besser als andere geeignet ist, die Bildung unserer zusammengesetzten Vorstellungen zu erklären.

Die psychologischen Erfahrungen, welche die Antwort auf diese Frage enthalten, haben wir hier nicht zu erörtern. Nur ein allgemeinerer Gesichtspunkt muss hervorgehoben werden. Verlegt man in irgend eine der reinen Empfindungen, welche bei der Bildung räumlicher Vorstellungen zusammenwirken, z. B. in die Bewegungsempfindung, schon das Element des Räumlichen, so gesteht man damit zugleich zu, dass unser subjectives Bewusstsein vor jeder Einwirkung äusserer Erfahrungen die allgemeine Form in sich trägt, in welche wir die äusseren Erfahrungen ordnen. Mit der Annahme einer a priori uns innewohnenden Raumanschauung ist diese Ansicht daher wohl verträglich, nicht aber mit der Annahme, dass die ganze Vorstellung der Aussenwelt, ihrem Inhalt sowohl wie ihrer Form nach, erst ein Product der Entwicklung aus der Erfahrung sei. In der That ist dies, abgesehen von den äusseren psychologischen Thatsachen, welche diese Ansicht unterstützen, schliesslich der allgemeine Grund, welcher die genetische Theorie veranlasst, als das Einzige was dem Bewusstsein ursprünglich gegeben ist, bloss intensive Zustände d. h. also reine Empfindungen vorauszusetzen und demgemäss anzunehmen, dass die einfachen Vorstellungen mit den reinen Empfindungen identisch sind.

Die associative Synthese tritt uns in zwei wesentlich verschiedenen Formen entgegen, deren eine hauptsächlich durch die Gehörsvorstellungen, die andere durch die Gesichts- und Tastvorstellungen vertreten wird. Wir können die erste Form, unter die wohl auch die Geruchs- und Geschmacksvorstellungen zu rechnen sind, als die intensive, die zweite als die extensive Synthese bezeichnen. Bei der intensiven Synthese verschmilzt eine Reihe gleichartiger Empfindungen. Ein Klang besteht z. B. aus einem Grundton und seinen Obertönen, ein Zusammenklang aus einer Anzahl von Grundtönen mit den zu ihnen gehörigen Obertönen und Combinationstönen. Bei der extensiven Synthese dagegen verschmelzen gleichartige und ungleichartige Empfindungen zu einem complexen Product. So gehen in eine räumliche Gesichtsvorstellung, wie man, gestützt auf die in der Beobachtung nachweisbaren Ein-

flüsse auf die Gestaltung des Sehfeldes annehmen darf, mindestens dreierlei Elemente ein, nämlich 1) Lichtempfindungen, 2) fixe Localzeichen der Netzhaut und 3) Bewegungs- oder Innervationsempfindungen.

Bei beiden Formen der associativen Synthese geschieht die Verschmelzung in solcher Weise, dass in der Gesammtheit der zusammenwirkenden Empfindungen einzelne als die Träger der ganzen Vorstellung erscheinen, denen gegenüber die andern ihre Selbständigkeit eingebüsst haben. Bei der intensiven Synthese bestimmt lediglich die Intensität der Empfindung diese herrschenden Elemente der Vorstellung. So ist in einem Klang der tiefste Ton das herrschende Element, weil er die grösste Intensität besitzt, die Obertöne werden aber nicht bloss schwächer empfunden, sondern sie werden als gesonderte Tonhöhen überhaupt erst in Folge der Einführung besonderer Versuchsbedingungen empfunden: in der unmittelbaren Empfindung modificiren sie nur die Beschaffenheit des Grundtons, indem sie dessen Klangfarbe bestimmen. Bei der extensiven Synthese übernimmt eine der verschiedenen Empfindungsarten die herrschende Rolle, beim Gesichtssinn die Lichtempfindung, beim Tastsinn die Druck- und Temperaturempfindung; die übrigen Empfindungsarten, Localzeichen und Bewegungsempfindungen, geben ihre Selbständigkeit auf, indem sie bloss die extensive Ordnung jener herrschenden Empfindungen bestimmen. Auch in diesem Falle darf man wohl voraussetzen, dass die subsidiären Elemente eine geringere Intensität besitzen und schon dadurch geeignet werden ihre Selbständigkeit zu verlieren.

Dennoch ist dieses Zurücktreten der subsidiären vor den herrschenden Elementen der Vorstellung wahrscheinlich schon bei der intensiven Synthese nicht allein aus ihrer geringeren Intensität zu erklären. Ein Ton, der für sich oder neben einem andern Schall, zu dem er in keiner Beziehung steht, leicht gehört werden kann, giebt gerade dann vorzugsweise leicht seine Selbständigkeit auf, wenn er der harmonische Oberton zu einem stärker erklingenden Grundton ist. Dies kann nur daraus erklärt werden, dass gleichzeitig unser Bewusstsein über der Auffassung der herrschenden Elemente einer Vorstellung die anderen vernachlässigt. Es wiederholt sich hier die nämliche Erscheinung, welche bei jeder Apperception stattfindet. Immer bevorzugt letztere eine oder wenige Vorstellungen, während die übrigen im dunkleren Umfang des Bewusstseins bleiben. Aehnlich werden auch aus den Elementen einer einzigen complexen Vorstellung einzelne klarer, andere dunkler vorgestellt. Die letzteren verleihen dann den herrschenden Bestandtheilen der Vorstellung ihren eigenthümlichen Charakter, wie bei der Klangfärbung, oder bestimmen ihr Verhältniss zu andern gleichzeitig appercipirten Vorstellungen, wie bei der Localisation; sie selbst büssen aber dabei mehr oder weniger vollständig den Charakter selbständiger Empfindungen ein*).

*) Rücksichtlich der psychologischen Thatsachen, die oben vorausgesetzt sind, verweise ich auf meine Grundzüge der physiol. Psychologie, Cap. XII—XV

b. Die Assimilation.

Eine Assimilation findet dann statt, wenn durch eine neu in das Bewusstsein eintretende Vorstellung, meist eine unmittelbare Sinnesvorstellung, eine frühere ihr ähnliche reproducirt wird, und wenn nun diese beiden Vorstellungen zu einer einzigen verschmelzen. Von dem Reproductionsvorgang selbst nehmen wir in diesem Falle nichts wahr; wir schliessen auf ihn nur aus der Vergleichung des unmittelbaren Sinneseindrucks mit der Vorstellung, die er in uns anregt. Indem sich die letztere aus dem ersteren nur unter der Voraussetzung erklärt, dass in die Vorstellung zugleich Elemente eingehen, welche uns aus früheren Vorstellungen zur Verfügung stehen, werden wir zu der Voraussetzung gezwungen, dass mit der Einwirkung des Sinneseindrucks in einem für unser Bewusstsein untrennbaren Acte die Reproduction der älteren Vorstellung stattfindet, welche dann sofort mit der neuen in eine einzige Vorstellung verschmilzt. Diese ältere Vorstellung A ist die assimilirende, die neu hinzutretende A′ die assimilirte. Eine Vorstellung ist um so mehr geeignet andere zu assimiliren, je geläufiger sie durch häufige Reproduction dem Bewusstsein geworden ist. Von der Psychologie der Herbart'schen Schule, welche die Apperception als eine gegenseitige Wirkung der Vorstellungen auffasst, ist besonders der vorliegende Fall als Apperception bezeichnet worden. Wir glauben jedoch diesen Vorgang seiner ganzen Beschaffenheit nach nicht unter die apperceptiven Processe in dem Sinne, in welchem der Begriff der letzteren zuerst von Leibniz festgestellt wurde, rechnen zu dürfen, sondern ihn als eine simultane Association betrachten zu müssen. In der That wird die successive Association nach Aehnlichkeit sofort einer Assimilation Platz machen, wenn die reproducirende Vorstellung neben der reproducirten fortbestehen bleibt. Hiezu ist aber besonders dort die Bedingung gegeben, wo die reproducirende Vorstellung aus einem unmittelbaren Sinneseindruck hervorgeht, welcher neben den Reproductionen, die er anregt, fortdauert. So erfolgen denn auch derartige Assimilationen, ohne dass wir irgend eine ihnen vorausgehende Thätigkeit in uns wahrnehmen, und sie geschehen, gleich der successiven Association, dann am ungestörtesten, wenn wir uns dem Spiel der Vorstellungen möglichst passiv überlassen.

Im allgemeinen gehen nun in die resultirende Vorstellung, welche aus einem Assimilationsprocesse entspringt, Elemente ihrer beiden Componenten A und A′ ein. Die durch stärkere Reizintensität oder durch die besondere Richtung der Aufmerksamkeit sich hervorhebenden Elemente der neuen Vorstellung A′ bleiben erhalten, und zu ihnen treten reproductiv diejenigen Elemente aus A, welche mit den durch die Bedingungen der Reizstärke und Aufmerksamkeit gegebenen Elementen von A′ vereinbar sind.

und auf die ergänzenden Bemerkungen zur Theorie der Localzeichen in der Revue philosophique, Sept. 1878.

Zugleich muss aber bemerkt werden, dass das reproducirte A nicht nothwendig einer bestimmten Einzelvorstellung entspricht, sondern dass es Elemente enthalten kann, die verschiedenen Vorstellungen angehören, und die sich nur vermöge der reproducirenden Wirkung, welche A' ausübt, vereinigt haben. Wenn wir z. B. die rohen Umrisse eines aus der Ferne betrachteten Landschaftsgemäldes dergestalt ergänzen, dass wir eine wirkliche Landschaft zu sehen glauben, so gehören die assimilirenden Elemente unseres Bewusstseins offenbar zahlreichen früheren Vorstellungen an, die sich zu einer der assimilirten Vorstellung A' möglichst entsprechenden Gesammtvorstellung A combiniren. In dieser Vereinigung liegt der einfachste Fall jener Function vor, welche man auf die Thätigkeit der Phantasie zurückzuführen pflegt.

Die Assimilation der Vorstellungen ist ein Process, der sich fortwährend mit der unmittelbaren Wahrnehmung vermischt, indem er die neuen Eindrücke aus früheren Vorstellungen ergänzt. So sind im Gebiet der Gesichtswahrnehmungen die Einflüsse der Perspective und Luftperspective auf ihn zurückzuführen. Ueberhaupt aber ist er bei allen Sinneswahrnehmungen thätig, indem er durch die reproductiven Elemente, die er zu dem Eindruck hinzufügt, nicht bloss mangelhafte Vorstellungen vervollständigt, sondern auch störende Elemente derselben dadurch beseitigt, dass er aus früheren Vorstellungen die richtigen an ihre Stelle treten lässt. So lesen wir über die Druckfehler eines Buches hinweg, oder wir ergänzen die mangelhaft gehörten Worte eines mündlichen Vortrags, und wie wenig davon wir wirklich gehört haben, merken wir erst, wenn minder geläufige oder unbekannte Worte sich einmengen.

Die augenfälligsten objectiven Zeugnisse für die Assimilation der Vorstellungen bietet aber die Sprache dar. Wahrscheinlich ist das ganze Gebiet der Onomatopoïe hierher zu rechnen. So falsch jene aus einem psychologischen Vorurtheil hervorgegangene Annahme ist, dass sich die Sprache in ihren Uranfängen aus onomatopoetischen Lauten zusammensetze, so zweifellos scheint es, dass die Sprache onomatopoetisch w i r d im Laufe ihrer Entwicklung. Wenn das Wort Donner auf eine Wurzel tan oder Rabe auf ru zurückgeführt werden kann u. dergl., so ist hier in der ursprünglichen Wurzel die Lautnachahmung, die wir in dem daraus abgeleiteten Worte wahrnehmen, kaum zu bemerken. Nicht minder verblasst die Onomatopoïe oder schwindet völlig, wenn wir Wörter wie schnurren, sausen, zischen, rollen u. s. w. auf ihre indogermanischen Urlaute zurückverfolgen. Da nun aber doch Niemand in jenen späteren Wortformen die Lautnachahmung verkennen wird, so bleibt nichts übrig als anzunehmen, dass dieselbe allmälig entstanden ist. Als der hierbei wirksame psychologische Vorgang muss nothwendig eine Assimilation vorausgesetzt werden, die zwischen der äusseren Vorstellung, die in diesem Falle assimilirend gewirkt hat, und dem Sprachlaut, der assimilirt worden ist, sich vollzog. Hat sich einmal eine derartige Assimilation gebildet, so beginnt sie dann leicht auch

in umgekehrter Richtung zu wirken, von dem Wort zurück auf die Vorstellung. Das Wort »Kukuk« ist gewiss onomatopoetisch, es hat sich gebildet durch die assimilirende Wirkung des Naturlauts; aber einmal gebildet assimilirt es nun seinerseits wieder den letzteren. In der That gelingt es nicht allzu schwer, irgend einen andern ähnlich klingenden Laut, z. B. Uhu, aus dem Ruf des Kukuks heraus- oder vielmehr in ihn hineinzuhören. Auch die Aneignungen der Fremdwörter und die Volksetymologieen sind im weiteren Sinne als solche Assimilationsprocesse zu betrachten; doch pflegt bei den ersteren, wie z. B. bei der Uebersetzung von fenestra in Fenster, vasculum in Flasche u. s. w., nicht sowohl eine bestimmte Vorstellung als das allgemeine Lautgefühl assimilirend zu wirken. Wo das fremde Wort ein bestimmtes Wort der eigenen Sprache reproducirt und nun dieses assimilirend gewirkt hat, wie z. B. bei der Uebersetzung des Sanskritwortes »markata« (Affe) in Meerkatze, da ist augenscheinlich die Aneignung aus einer Volksetymologie hervorgegangen, bei welcher ausser der allgemeinen Lautverwandtschaft noch specielle associative Beziehungen der Vorstellungen wirksam waren*).

c. Die Complication.

Die Verbindungen zwischen den Vorstellungen disparater, räumlich getrennter Sinnesgebiete bezeichnen wir als Complicationen. Zu den bisher erörterten Formen der simultanen Association verhält sich die Complication ähnlich wie zu einer chemischen Verbindung ein mechanisches Gemenge. Wie ein Gemenge sehr innig sein kann, aber dennoch die Bestandtheile desselben ihre charakteristischen Eigenschaften bewahren, so können auch bei der Complication die Vorstellungen fest an einander gekettet sein, während doch jede einzelne in ihren Eigenthümlichkeiten unterscheidbar bleibt.

Die häufigste Ursache für die Bildung von Complicationen besteht in der Verbindung verschiedenartiger Sinneseindrücke, die auf ein und dasselbe Object bezogen werden. So compliciren sich die Gesichts- und Tastvorstellung eines Körpers, seine Gestalt und Farbe mit seiner Härte und Rauhigkeit; zu beiden kann noch eine Geschmacksvorstellung hinzutreten u. s. w. Nachdem sich einmal durch gleichzeitige Sinneseindrücke feste Complicationen gebildet haben, genügt dann in künftigen Fällen ein einziger Eindruck, um die ganze Complication wachzurufen; diese kann aber auch in allen ihren Bestandtheilen reproductiv sein.

Eine zweite Form der Complication entsteht in Folge der Verbindung gewisser Sinneseindrücke mit Bewegungen, welche dann die entsprechenden

*) Manche Beispiele von Assimilation aus dem Gebiet der Sprache findet man bei Whitney-Jolly, Vorlesungen über die Sprachwissenschaft, München 1874, S. 159 f., sowie in den Werken von Steinthal, Max Müller, Laz. Geiger und bei K. G. Andresen, über deutsche Volksetymologie, Heilbronn 1876.

Bewegungsvorstellungen hervorrufen. In dem Mechanismus der Reflexe ist im allgemeinen die Entstehung solcher Complicationen begründet. Insbesondere aber sind es jene Reflexe, aus denen sich die mimischen und pantomimischen Bewegungen entwickeln, die hier in Betracht kommen. Die mimischen Bewegungen gehen aus Geschmacks- und Lichtreflexen, die pantomimischen aus Reflexen der Tastorgane hervor. Indem nun diese Bewegungen nicht bloss auf äussere Sinnesreize erfolgen, sondern auch durch psychische Zustände, die einen der äusseren Sinnesempfindung analogen Gefühlswerth besitzen, erweckt werden können, werden sie zu psychischen Reflexen, welche solchen Vorstellungen, die von Affecten begleitet sind, einen charakteristischen Ausdruck geben. So bilden denn die Vorstellungen dieser Ausdrucksbewegungen innige Complicationen mit den Affecten und Vorstellungen, von denen sie erregt werden. Zu den mimischen Bewegungen und Geberden gehören aber in dieser Beziehung auch die Sprachbewegungen. Indem sie zugleich sich mit den Sprachlauten verbinden, tritt eine doppelte Complication ein: irgend eine Vorstellung verbindet sich mit dem sie bezeichnenden Laut und mit der mimischen Bewegungsvorstellung, welche den letzteren begleitet. Indem unter unsern objectiven Vorstellungen die des Gesichts die herrschende Rolle spielen, unter den subjectiven Bestandtheilen jeder Complication aber der Sprachlaut wieder die hervorragende Stelle einnimmt, so dass neben ihm die mimische Bewegungsvorstellung nur noch leise anklingt, sind die Vorstellungen des sprechenden Menschen fast durchgehends Complicationen von Gesichts- und Gehörsvorstellungen, denen sich dann unter Umständen noch weitere Elemente, wie Tast-, Geschmacks-, Bewegungsvorstellungen, anheften, um zusammengesetztere Complicationen zu bilden. In nicht seltenen Fällen tritt ferner in jenen herrschenden Complicationen an die Stelle der ursprünglichen Gesichtsvorstellung das die Sprachlaute in Gesichtsbilder umsetzende Schriftzeichen. Dadurch werden dann auch solche psychische Gebilde, denen eine concrete sinnliche Vorstellung eigentlich nicht entspricht, wie die abstracten Begriffe, befähigt in den Formen jener herrschenden Complication von Bild und Laut zu erscheinen.

Von der associativen Synthese sowohl wie von der Assimilation unterscheidet sich die Complication wesentlich dadurch, dass sich bei ihr nicht elementare Empfindungen oder elementare Bestandtheile verschiedener Vorstellungen verbinden, sondern dass die Vorstellungen stets als ungetheilte Ganze in die Verbindung eintreten. Immerhin verhalten sich jedoch die complicirten Vorstellungen insofern ähnlich wie die verschmolzenen Empfindungen bei der associativen Synthese, als bei der Complication ebenfalls eine Vorstellung zur herrschenden wird, neben der die andern nur als modificirende Begleiter erscheinen, deren wir uns unter Umständen kaum deutlich bewusst werden. Wenn es aber im allgemeinen leichter gelingt die Bestandtheile einer Complication von einander zu sondern, so liegt ein zureichender Grund hiefür schon darin, dass nicht Elemente, son-

dern ausgebildete Vorstellungen sich verbinden. Die Aussonderung einer herrschenden Vorstellung auch bei diesen Verbindungen weist uns übrigens nochmals auf die Bedeutung hin, welche für alle associativen Verbindungen jene Eigenschaft unseres Bewusstseins besitzt, unter einer Mehrheit gleichzeitiger Vorstellungen in der Regel nur eine klar zu appercipiren.

2. Die successive Association.

Während bei den Formen der simultanen Association die Vorstellungen, die sich verbinden, zugleich mehr oder minder verändernd auf einander einwirken, behält bei der successiven Association im allgemeinen jede einzelne Vorstellung diejenige Beschaffenheit, die sie auch im isolirten Zustande besitzen würde. Durch diese Integrität, welche die Glieder einer Associationskette bewahren, unterscheidet sich die letztere wesentlich von allen bisher betrachteten Formen associativer Verbindung. Der Grund hierzu liegt offenbar darin, dass die successive Association immer in einer Reihe zeitlich getrennter Apperceptionsacte besteht, so dass die Bedingung zu einer verändernden Wechselwirkung der Vorstellungen, ihre simultane Apperception, hier fehlt. Bei der successiven Association können niemals zwei unmittelbar associirte Vorstellungen durch totale oder partielle Verschmelzung in eine innigere Verbindung treten, falls nicht eben an Stelle der successiven Association eine simultane, und zwar speciell eine Assimilation oder auch eine Complication, treten sollte. In der That kann es sich ereignen, dass im Verlauf einer Associationskette irgend zwei Glieder zu einem simultanen Product verschmelzen. Dann können wir aber stets die Sache so auffassen, dass die Associationskette durch einen Assimilationsvorgang unterbrochen wird. Unter den Formen der simultanen Association ist es daher auch die Assimilation, welche der successiven Association am nächsten steht. Bei beiden handelt es sich nicht mehr um Vorgänge ursprünglicher Vorstellungsbildung, sondern um Verbindungen fertiger, zusammengesetzter Vorstellungen. Auch die successive Association verläuft aber in der Regel innerhalb eines und desselben Vorstellungsgebietes; nur höchst selten springt sie auf eine entsprechende disparate Vorstellung über und wird so der Complication verwandt. Während aber die Bedingung zur Entstehung der Assimilation in der Fortdauer der Vorstellung A neben der ihr verbundenen A' und in der hierdurch bewirkten gleichzeitigen Apperception beider besteht, ist der Anlass zur successiven Association dann gegeben, wenn die erste Vorstellung aus dem Blickpunkt des Bewusstseins verschwunden ist, sobald die zweite in denselben eintritt. Desshalb ist die äussere Bedingung zur Entstehung einer Assimilation in der Regel ein unmittelbarer Sinneseindruck, der eine ihm verwandte Vorstellung reproducirt; die successive Association dagegen empfängt höchstens ihren ersten Anstoss durch eine unmittelbare Sinnesvorstellung, ihr weiterer Verlauf gestaltet

sich aber um so ungestörter, je weniger die Reproduction der Vorstellungen durch äussere Eindrücke unterbrochen wird.

Noch eine weitere Bedingung muss jedoch erfüllt sein, wenn wir möglichst ausdauernde und zusammenhängende Associationsreihen erhalten sollen: wir müssen uns völlig passiv dem Spiel der Vorstellungen überlassen. Nichts ist darum der Association hinderlicher als die active Aufmerksamkeit und das logische Denken. So sieht man denn auch die Associationen vor allem da hervortreten, wo die Beherrschung des Gedankenverlaufs durch den Willen herabgesetzt ist, und wo das logische Denken zurücktritt. Der Vorstellungsverlauf des Träumenden und des Wahnsinnigen bietet das geeignetste Beobachtungsgebiet für das Studium der Associationen. In der sich steigernden Ideenflucht des Irren können wir zuweilen Schritt für Schritt es verfolgen, wie das logische Denken gerade desshalb allmälig sich auflöst, weil die Associationen eine immer grössere Herrschaft gewinnen. Schon diese Thatsachen lassen das Unternehmen, das logische Denken aus den Associationen ableiten zu wollen, höchst bedenklich erscheinen. Noch mehr erhellt die Unmöglichkeit dieses Beginnens, wenn man die sogenannten Associationsgesetze näher ins Auge fasst.

Dass sich die bekannten vier Associationsgesetze zweckmässiger auf zwei zurückführen lassen, ist schon von Herbart erkannt worden. Auf der einen Seite gehören nämlich die Associationen nach Aehnlichkeit und Contrast, auf der andern Seite die Associationen nach Zeitfolge und räumlicher Coexistenz zusammen. Die Verbindung durch Contrast beruht wahrscheinlich stets auf den an die Vorstellungen gebundenen Gemüthsbewegungen. Indem diese zwischen den Gegensätzen der Lust und Unlust auf- und ab wogen, übertragen sie die nämliche Bewegung auf den Wechsel der Vorstellungen. Nebenbei wird aber zwischen den letzteren niemals eine Beziehung der Aehnlichkeit fehlen, an welche der Contrast erst anknüpft. Eine Hochzeitfeier mag uns an ein zuvor erlebtes Leichenbegängniss erinnern, aber schwerlich wird Jemanden dabei einfallen, dass er irgend einmal früher durch Zahnschmerzen geplagt wurde. So wird denn überhaupt die Verbindung durch Contrast nur als eine Specialform der Association nach Aehnlichkeit gelten können. Während nun bei dieser stets eine innere Beziehung der Vorstellungen vorhanden ist, bewirkt bei der Verbindung nach Succession oder Coexistenz nur das äussere Zusammensein in Zeit und Raum die Associationen. Dort können darum Vorstellungen einander folgen, die bis dahin nie verbunden gewesen sind, hier ist allein die gewohnheitsmässige Verbindung entscheidend. Wir können so die erste Form als die innere, die zweite als die äussere Association unterscheiden. Ebenso bleiben die von Herbart eingeführten Ausdrücke der unmittelbaren und mittelbaren Association bezeichnend, wenn man auch von den hypothetischen Vorstellungen über das Wesen der Associationsvorgänge absieht, die damit verbunden wurden. Denn unter der unmittelbaren Association können wir diejenige verstehen, welche durch die unmittelbaren Eigen-

schaften der Vorstellungen selber hervorgerufen wird, unter der mittelbaren diejenige, welche durch das Vehikel der Zeit- und Raumanschauung zu Stande kommt.

Diese beiden Formen der Association sind nun zunächst, wie jede Reproduction, nur begreiflich, wenn jede Vorstellung in uns eine Disposition zu ihrer Wiedererneuerung zurücklässt. Wir mögen diese Disposition vielleicht als eine latente Vorstellung bezeichnen. Wie jedoch die latente Wärme eines Körpers von der actuellen Wärme wesentlich verschieden ist, da sie in Wirklichkeit eine ganz andere Form von Kraft oder Bewegung darstellt und von uns eben nur darum latente Wärme genannt wird, weil aus ihr actuelle Wärme hervorgehen kann, — so dürfen wir auch dem Begriff der latenten Vorstellungen keine andere Bedeutung geben als die, dass nach jeder Vorstellung irgend eine, übrigens von der Vorstellung selbst verschiedene Veränderung zurückbleibt, welche ihre Wiedererneuerung möglich macht. Nun bleibt eine Veränderung, während einer gewissen Zeit wenigstens, zweifellos zurück: eine physiologische Veränderung nämlich der centralen Sinnesorgane, deren Erregung die Vorstellung begleitete. Wie die unmittelbare, durch äussere Reize hervorgerufene Sinnesvorstellung von einer physiologischen Erregung begleitet ist, so wird diese auch bei der reproducirten Vorstellung nicht fehlen. Bei lebhafteren hallucinatorischen Vorstellungen können wir eine solche Erregung unmittelbar nachweisen. Von ihnen bis zu dem blassen Erinnerungsbild führt aber eine stetige Folge von Intensitätsabstufungen. Wie der schwache äussere Sinnesreiz eine schwache Sinnesvorstellung hervorbringt, so wird daher die schwache reproducirte Vorstellung von einer schwachen physiologischen Erregung begleitet sein. Man muss zugeben, dass diese Folgerung eine Annahme ist, die sich direct bis jetzt nicht bestätigen lässt; aber ebenso muss man zugeben, dass die gegentheilige Annahme im höchsten Grade unwahrscheinlich ist.

Wenn sich nun mit jeder actuellen Vorstellung eine physiologische Erregung verbindet, so kann unmöglich die latent gewordene Vorstellung mit der actuellen übereinstimmen oder auch nur in einem geringeren Grade derselben bestehen: mindestens ein Merkmal fehlt ihr, die begleitende physiologische Erregung. Wohl aber geht auch die letztere in rein physiologischem Sinne nicht ohne Nachwirkung vorüber. Schon in jeder Nervenfaser wird durch einen Reiz, falls er nicht übermässig ist, die Reizbarkeit gesteigert, d. h. es bleibt eine Veränderung zurück, durch welche die Wiederholung der nämlichen Erregung erleichtert ist. In der centralen Substanz sind auch diese Wirkungen, wie alle andern, von ähnlicher, nur ungleich dauernderer Beschaffenheit. Bei allen von unserm Nervensystem abhängigen Vorgängen bemerken wir solche Nachwirkungen, die wir in ihrer äusseren Erscheinung als Uebung zu bezeichnen pflegen. Namentlich aus der Einübung der Bewegungen unserer Körpertheile sind uns dieselben geläufig. Wir können aber eine doppelte Form der Uebung unter-

scheiden. Es kann erstens eine bestimmte einzelne Bewegung, die von mehr oder weniger verwickelter Beschaffenheit sein mag, durch die Uebung erleichtert werden. Hierin besteht die unmittelbare Uebung. Die regelmässige Folge derselben ist es, dass die geübten Theile auch zur Ausführung anderer, verwandter Bewegungen geschickter werden. Es kann sodann zweitens die Uebung bestehen in der gemeinsamen Einübung verschiedenartiger Bewegungen, die von verschiedenen Theilen gleichzeitig oder successiv ausgeführt werden. Dies ist die mittelbare Uebung oder Mitübung. Hier tritt als eine regelmässige Folge die ein, dass die verschiedenen zusammengeübten Bewegungen sich immer inniger und sogar unwillkürlich mit einander verbinden. Geläufige Beispiele solcher combinirter Einübung sind die Bewegungen der Arme, Hände und Füsse bei gewissen mechanischen Verrichtungen, wie beim Klettern und Schwimmen, Spinnen und Weben u. dgl. Diese verschiedenen Formen der physiologischen Uebung zeigen eine vollständige Analogie mit den psychologischen Formen der Association. Wie hier, so treffen wir auch dort zwei Fälle an: eine bestimmte Bewegung erleichtert den Eintritt einer gleichen oder verwandten Bewegung, und gemeinsam eingeübte verschiedenartige Bewegungen bleiben verbunden, in simultaner oder successiver Ordnung, je nach der Art der Einübung. Nehmen wir zu dieser unverkennbaren Analogie die vorhin entwickelte Voraussetzung hinzu, dass jede Vorstellung von einer centralen physiologischen Erregung begleitet ist, so werden wir zu dem Schlusse gedrängt, dass jede psychologische Association der Vorstellungen begleitet ist von einer entsprechenden physiologischen Association der centralen Innervationsvorgänge.

Dies vorausgesetzt liegt nun aber keinerlei Grund vor das Verhältniss hier wesentlich anders aufzufassen als bei der Beziehung der unmittelbaren Sinnesvorstellungen zu den äusseren Reizen, durch die sie erregt werden. Wie die erste Erweckung der Vorstellungen, so ist auch die Möglichkeit ihrer Wiedererneuerung an die Wechselwirkungen gebunden, in denen unser geistiges Sein zu seiner Aussenwelt steht. Alle unsere sinnlichen Vorstellungen werden ursprünglich hervorgerufen durch Eindrücke, die von aussen auf unsern Körper einwirken. Unser Nervensystem aber ist so constituirt, dass jeder Eindruck in ihm die Anlage zurücklässt zur Wiedererneuerung der von ihm verursachten Bewegung. Diese Wiedererneuerung kann stattfinden in Folge ähnlicher Eindrücke oder in Folge unähnlicher, mit denen aber ursprünglich die Erregung verbunden gewesen ist. So ist für jene Ordnung unserer Vorstellungen, welche durch die Associationen vermittelt wird, schon in unserer physischen Organisation die Grundlage gegeben.

Für die Entwicklung unseres geistigen Lebens sind die Associationen ebenso unerlässlich wie die äusseren Sinneserregungen, die sich in ihnen wiedererneuern. Aber ihr psychologischer Werth ist durchaus verkannt worden, wenn man aus ihnen die eigentlichen Vorgänge des Denkens ab-

zuleiten versuchte. Die Association ist für die letzteren allerdings eine unentbehrliche Hülfe, und darin gerade besteht der geistige Werth der Associationen, dass sie in den Dienst jener weiteren Verbindungen der Vorstellungen treten, welche die active Apperception zu Stande bringt. In allen diesen Beziehungen hat aber die Association eine ähnliche Bedeutung wie die directe äussere Sinneserregung. Diese versieht unser Bewusstsein fortwährend mit neuem Stoff; jene hat die wichtige Eigenschaft die vergängliche Einwirkung der Sinneseindrücke dauernd zu machen, indem sie dieselben fortwährend zu erneuerter Verwendung bereit hält.

3. Beziehung der Associationsformen zur Apperception.

Alle Associationen sind psycho-physische Processe in dem Sinne, dass zu jeder psychischen Verbindung eine entsprechende Form physischer Verbindung sich nachweisen lässt. Bei der associativen Synthese liegt diese Gebundenheit an den physiologischen Vorgang auf der Hand. Eine intensive Synthese bildet sich nur, wo eine Anzahl zusammengehöriger Reize mit den ihnen correspondirenden Nervenprocessen gegeben ist. Nicht minder beruht die extensive Synthese auf der regelmässigen Verbindung gewisser physiologischer Reizungsvorgänge, wie der Netzhauterregungen und der motorischen Erregungen des Auges. Bei der Assimilation und successiven Association endlich werden wir auf die nothwendig vorauszusetzende Eigenschaft der centralen Nervensubstanz hingewiesen, frühere Erregungen beim Eintritt verwandter Ursachen zu erneuern, und die Formen der unmittelbaren und der mittelbaren Association ordnen sich speciell den allgemeinen physiologischen Erscheinungen der Uebung und Mitübung unter.

Aber in jedem dieser Fälle bleibt ein Punkt übrig, welcher durch die Wirksamkeit der psycho-physischen Associationen nicht erklärt wird, sondern den Hinzutritt einer apperceptiven Thätigkeit verlangt, durch welche daher jedesmal die eigenthümliche Form der associativen Verbindung wesentlich mitbedingt ist. Bei der associativen Synthese beschränkt sich diese Thätigkeit darauf, dass sie aus dem ganzen Empfindungscomplex herrschende Empfindungen aussondert, welche allein in den Blickpunkt des Bewusstseins gehoben werden, während die übrigen Elemente als dunklere Bestandtheile der Vorstellungen nur jenen herrschenden eine eigenthümliche Färbung verleihen oder ihre wechselseitige Beziehung bestimmen. Diese Apperception der herrschenden Empfindungen steht mit den fundamentalen Eigenschaften unseres Bewusstseins in unmittelbarer Beziehung. Welche Empfindungen die herrschenden sind, dies wird aber allerdings durch äussere Momente bestimmt, bei der intensiven Synthese durch die grössere Stärke der Reize, bei der extensiven durch jene wechselndere Beschaffenheit derselben, aus welcher die Beziehung auf objective Vorgänge hervorgeht.

Schon bei der Assimilation hat die apperceptive Thätigkeit einen

grösseren Spielraum. Die nämliche äussere Sinneswahrnehmung kann in verschiedenen Momenten von verschiedenen in uns bereit liegenden Vorstellungen assimilirt werden, so dass auch die resultirende Vorstellung jedesmal eine andere ist. Wir müssen also hier eine wechselnde Disposition des Bewusstseins voraussetzen, die erst entscheidet, welche unter den anscheinend gleich möglichen Verbindungen durch die Apperception wirklich ausgeführt wird. Nur in einzelnen Fällen vermögen wir dieser wechselnden Disposition des Bewusstseins etwas näher nachzuspüren. Wenn wir z. B. eine Umrisszeichnung betrachten, die eine verschiedene Deutung zulässt, etwa das Relief einer Münze, das ebensowohl erhaben wie vertieft aufgefasst werden kann, so bemerken wir deutlich, dass nicht selten die willkürliche Reproduction der einen oder andern Vorstellung die Richtung der Assimilation entscheidet. In andern Fällen, wo wir einen solchen Einfluss des Willens nicht nachzuweisen vermögen, ist es offenbar entweder die grössere Geläufigkeit einer bestimmten Vorstellung oder eine augenblickliche Begünstigung derselben, welche unter den verschiedenen Assimilationen, die überhaupt möglich sind, einer bestimmten den Vorzug verleiht. Wahrscheinlich legt man gewöhnlich dem ersten dieser Momente, der Geläufigkeit der Vorstellungen, ein verhältnissmässig zu grosses Gewicht bei. Aus ihr würde die wechselnde Weise, in der sich die Assimilationen vollziehen, kaum zu erklären sein. Bei der augenblicklichen Begünstigung aber, welche bestimmten Reproductionen zu Theil wird, wirkt die wechselnde Gefühlsrichtung unseres Bewusstseins wesentlich mit. Bei der nahen psychologischen Beziehung des Gefühls zu dem Willen liegt dieser Einfluss nahe genug, da die Apperception selbst nur als eine Willensthätigkeit zu begreifen ist.

In viel höherem Grade noch als bei der Assimilation macht sich bei der letzten der associativen Verbindungen, bei der successiven Association, der Einfluss der Apperception geltend. Zu jeder Vorstellung liegen unzählige Associationen bereit. Viele der Vorstellungen, die mit der soeben appercipirten in associativer Verbindung stehen, bleiben aber völlig unter der Schwelle des Bewusstseins, andere dringen nur in die dunkleren Regionen des letzteren, — welche von allen diesen associativ verbundenen Vorstellungen in einem gegebenen Fall wirklich in den Blickpunkt des Bewusstseins eintritt, dies wird weder durch die grössere Verwandtschaft noch durch die grössere Geläufigkeit allein entschieden. Ja diese Momente sind offenbar von verhältnissmässig untergeordneter Bedeutung, denn wie wäre sonst der fortwährende Wechsel der wirklich eintretenden Associationen begreiflich? Das Entscheidende für den wirklichen Wechsel der appercipirten Vorstellungen ist vielmehr auch hier die augenblickliche Disposition des Bewusstseins, wie sie in der Gefühlsrichtung, dem vorwaltenden Interesse und schliesslich in der Beschaffenheit des Willens ihren Ausdruck findet. Von welchen Factoren diese momentane Disposition abhängt, wird sich einer erschöpfenden psychologischen Analyse wohl immer entziehen. Wir können

nur darauf hinweisen, dass sie einerseits unter dem Einfluss einer individuell wechselnden dauernden Anlage steht, anderseits aber von den unmittelbar vorangegangenen Erlebnissen bestimmt wird.

Wenn die Auswahl unter den durch die Association dargebotenen Vorstellungen nur von der Gefühlsrichtung des Bewusstseins abzuhängen scheint, so pflegt man die Apperception eine unwillkürliche zu nennen. Sobald uns dagegen die Willensrichtung als das entscheidende Motiv erscheint, nennt man die Apperception eine willkürliche. Wir vermögen diese Unterscheidung desshalb nicht als eine zutreffende anzuerkennen, weil der Act der Apperception überall von übereinstimmender Art ist, und zwar in einer Willenshandlung gegenüber den Vorstellungen besteht. Zu einem deutlichen Bewusstsein dieser Willenshandlung als solcher gelangen wir allerdings vorzugsweise bei jener Form der Apperception, die wir die *active* nennen wollen, und bei der unter verschiedenen sich darbietenden Vorstellungen eine bestimmte ausgewählt wird. Desshalb verwechselt man nun den Willen mit der Wahl und glaubt von einer Thätigkeit des Willens nur reden zu sollen, wo ein bewusster Wahlact vorhanden ist. Aber dieser verwickelteren Willenshandlung muss als eine einfachere Form des nämlichen Geschehens nothwendig jene Thätigkeit vorausgehen, welche sich unmittelbar einer in das Bewusstsein gehobenen Vorstellung zuwendet, lediglich weil diese als psychischer Reiz den Apperceptionsvorgang wachruft. In dieser *passiven* Apperception besteht daher die primitivere Willensthätigkeit gegenüber den Vorstellungen. Hierbei erblicken wir aber den Willen selbst gleichsam nur in dem Reflex eines seine Thätigkeit begleitenden Gefühls.

Aus diesem Verhältniss der Association zur Apperception erhellt deutlich, warum die Associationsformen nicht als psychologische Gesetze in dem Sinne angesehen werden dürfen, als wenn in ihnen jemals die einzigen Bedingungen für die innere Aufeinanderfolge der Vorstellungen gegeben wären. Sie bezeichnen immer nur die möglichen Verbindungen, die dem Bewusstsein zu Gebote stehen, — welche Verbindung aber wirklich ausgeführt wird, dies entscheidet überall erst der Act der Apperception. Eine andere Form, in der das nämliche Verhältniss sich darbietet, ist der Unterschied zwischen *Gedächtniss* und *Erinnerung*. Das Gedächtniss versorgt unser Bewusstsein mit dem erforderlichen Vorrath von Vorstellungen, indem es dieselben vermöge ihrer associativen Verbindungen festhält; aber die Erinnerung ist derjenige Act der Apperception, der erst darüber entscheidet, welche unter den associativ verbundenen Vorstellungen wirklich in den Blickpunkt des Bewusstseins eintritt. Diese Auswahl kann nun wieder in zwei wesentlich verschiedenen Formen vor sich gehen. Sie kann *erstens* erfolgen gemäss dem Gefühlswerth, welchen für unser Bewusstsein die in dasselbe eintretenden Vorstellungen besitzen. Im allgemeinen hat aber diejenige Vorstellung, welche vermöge der associativen Verbindung, in der sie zur unmittelbar vorangegangenen Vorstellung steht, am stärksten

gehoben wird, auch den intensivsten Gefühlswerth: sie wirkt als der stärkste Reiz auf die apperceptive Thätigkeit, und diese Wirkung ist es zugleich, in der eben ihr Gefühlswerth besteht. Wir nennen in diesem Fall die Apperception eine passive, weil sie, ähnlich wie bei der sinnlichen Wahrnehmung, von den in das Bewusstsein eintretenden Vorstellungen bestimmt ist. Die Apperception kann aber zweitens auch dadurch erfolgen, dass die apperceptive Thätigkeit selbst erst bestimmt, welche unter den durch Association gebotenen Vorstellungen wirklich von der Aufmerksamkeit erfasst wird. Hier reden wir von einer activen Apperception. Obgleich in beiden Fällen die Association die Vorstellungen bereit hält, so liegt es doch in der Natur der Sache, dass die Associationsformen vorzugsweise bei der passiven Apperception zur Beobachtung gelangen, und dass dagegen bei der activen Apperception diejenigen Gesetze zur Geltung kommen, nach welchen die apperceptive Thätigkeit selbst bei der Verbindung der Vorstellungen wirksam ist. Unter den apperceptiven Verbindungen der Vorstellungen wollen wir daher diejenigen verstehen, die sich darbieten, wenn die active Apperception vorherrscht. Die fundamentale Verschiedenheit derselben von den Associationen ist zugleich einer der wichtigsten Gründe für die Unterscheidung beider Apperceptionsformen.

Zweites Capitel.

Die apperceptiven Verbindungen der Vorstellungen.

Bei der Eintheilung der apperceptiven Verbindungen des Denkens können wir von dem nämlichen Gesichtspunkte ausgehen, den wir der Betrachtung der Associationsformen zu Grunde legten. Auch hier kann entweder ein resultirendes Product in Gestalt einer simultanen Gesammtvorstellung entstehen, oder es kann eine Reihe auf einander folgender Vorstellungen zu einem Ganzen verknüpft werden, das uns in der Form einer Anzahl successiver Denkacte gegeben ist. Während aber die simultanen von den successiven Associationen stets scharf zu unterscheiden sind, findet bei den apperceptiven Denkacten ein fortwährender Uebergang des Gleichzeitigen in das Aufeinanderfolgende und des letzeren in das erstere statt. Bald vereinigt sich eine Anzahl zeitlich getrennter Vorstellungen zu einer Gesammtvorstellung, die in den meisten Fällen auch dadurch noch an ihre successive Entstehung erinnert, dass zu ihrer sprachlichen Bezeichnung eine zusammengesetzte Wortform erforderlich ist; bald zerlegt sich wiederum eine simultane Gesammtvorstellung in mehrere successive Denk-

acte. Dieser Unterschied ist theilweise schon durch das Material, mit dem die active Apperception es zu thun hat, vorzugsweise aber durch die psychologische Natur der letzteren bedingt. Die Processe associativer Synthese, Assimilation und Complication gehen der Bildung apperceptiver Verbindungen überall bereits voraus. Entweder kann dabei die Apperception eine Anzahl getrennter Vorstellungen zu einem Ganzen vereinigen, oder sie kann eine complexe Verbindung aus mehreren Vorstellungen in ihre Bestandtheile auflösen, und meistens vermag sie diese verschiedenen Thätigkeiten successiv an einem und demselben Inhalte auszuüben.

Die beiden Hauptclassen apperceptiver Verbindungen, die simultanen und die successiven, lassen nun weiterhin in mehrere Unterformen sich trennen. Wenn wir auf die verschiedenen Grade der Innigkeit Rücksicht nehmen, mit der sich ursprünglich getrennte Vorstellungen zu einer Gesammtvorstellung vereinigen, so können wir zunächst zwei Stufen simultaner Verbindungen unterscheiden: die erste, losere Form mag als Agglutination, die zweite, festere als Verschmelzung oder auch als apperceptive Synthese bezeichnet werden. Wenn wir hier durch die Bezeichnung schon eine Beziehung zur associativen Synthese andeuten, so liegt eine gewisse Verwandtschaft dieser Vorgänge in der That darin, dass in beiden Fällen die entstehenden Producte von den Elementen, die in sie eingehen, nichts mehr erkennen lassen. Hierauf beschränkt sich aber auch durchaus die Beziehung. Dass die apperceptive Verschmelzung ein verschiedener innerer Vorgang ist, verräth sich unter anderem schon an ihrer allmäligen Entwicklung aus einer Vorstufe, zu der auf associativem Gebiete durchaus das Analogon fehlt, aus der Agglutination. Diese könnte höchstens mit der successiven Association in Beziehung gebracht werden; sie unterscheidet sich von derselben aber nicht nur durch die begrenzte Zahl ihrer Glieder, sondern vor allem auch dadurch, dass aus den agglutinativ verbundenen Vorstellungen immer eine neue Vorstellung resultirt, welche in den einzelnen Bestandtheilen noch nicht enthalten war. Diese neue Vorstellung, die nach der successiven Entwicklung der sie bildenden Glieder im Bewusstsein auftaucht, ist es eben, wegen deren wir die Agglutination hier als eine erste Stufe simultaner Verbindung ansehen. In Wahrheit sind ihre Theilvorstellungen successiv gegeben, aber die neue Vorstellung kann nur entstehen, wenn die zuerst successiv verlaufenen Vorstellungen dann zu einem simultanen Denkacte zusammengefasst werden.

Als eigenthümliche Producte der Verschmelzung, die nicht nur wegen ihrer logischen Wichtigkeit, sondern auch wegen ihrer psychologischen Entwicklung eine besondere Betrachtung erheischen, bleiben endlich die Begriffe übrig. Wir schliessen sie als eine dritte Form simultaner Verbindung an, welche sich von andern Gestaltungen der apperceptiven Synthese darin unterscheidet, dass bei jedem Begriff aus den in die Verschmelzung eingehenden Vorstellungen eine einzelne als herrschende sich aussondert, welche sich zur Stellvertreterin des ganzen Productes der Verschmelzung

erhebt. Diese Eigenschaft ist es, welcher die Begriffe ihre eminente Brauchbarkeit als fortwährend disponibles Material des Denkens verdanken. Unter den associativen Processen sind es die Assimilationen, mit welchen die Begriffsbildung in nächster Beziehung steht. Der Begriff fasst, wie die Assimilation, eine Mehrzahl verwandter Vorstellungen in eine einzige zusammen. Demgemäss kommt denn auch in der Vorbereitung der Begriffsentwicklung der Assimilation eine nicht unwichtige Rolle zu.

Alle simultanen Verbindungen der Apperception führen auf diese Weise zur Entwicklung von Gesammtvorstellungen. Mit diesem Namen belegen wir aber solche Erzeugnisse des Denkens, in denen sich mehrere Vorstellungen zu einer neuen vereinigen, die von zusammengesetzterer Beschaffenheit ist. Die Producte der Agglutination und Verschmelzung sowohl wie die Begriffe sind Gesammtvorstellungen von verschiedener Beschaffenheit. Die Gesammtvorstellungen sind jedesmal zugleich einzelne Denkacte, also simultane Verbindungen, die jedoch unter Umständen, wie bei den Agglutinationen, erst nach dem Durchlaufen einer Mehrheit einzelner Vorstellungen zu Stande kommen.

Wenn gewisse Hauptformen der simultanen Apperception, wie zu erwarten stand, an solche der simultanen Association zurückerinnern und sich theilweise auf sie stützen, so stehen naturgemäss die successiven Apperceptionsverbindungen zur successiven Association in näherer Beziehung. In doppelter Weise wird die letztere für das successive oder discursive Denken von Bedeutung: theils indem sie demselben vorangeht, theils indem sie ihm nachfolgt. Ist auch die associative Verbindung der Vorstellungen noch keine logische Ordnung, so kann sie doch auf eine solche hinweisen. Die Association nach Aehnlichkeit bildet so die Vorbereitung zur apperceptiven Verknüpfung verwandter Vorstellungen, und was in Zeit und Raum regelmässig verbunden ist, wird vorzugsweise leicht auch in der Function des Urtheils vereinigt. Nicht minder wichtig ist die nachträgliche Hülfe, welche die Association dem Denken gewährt. Alle successiven Apperceptionsverbindungen werden, nachdem sie einmal vollzogen sind, zu Objecten zeitlicher Association. Sie befestigen sich als solche um so mehr, je häufiger in übereinstimmender Weise sie abliefen, daher das Gedächtniss ein so unentbehrlicher Schatz ist für das logische Denken. Schliesslich können successive Associationen unmittelbar selbst in den apperceptiven Gedankenverlauf eingehen; hiervon werden wir unten mannigfache Beispiele kennen lernen. Trotzdem bleibt auch hier die apperceptive von der associativen Verbindung wesentlich verschieden. Vor Allem unterscheidet beide in diesem Fall ein fundamentales Merkmal. Die successive Association verläuft ohne bestimmte Begrenzung: kein festes Gesetz regelt die Zahl der Glieder einer Associationsreihe. Die successive Apperception dagegen geschieht stets in der Form einer Zweitheilung: sie folgt einem Gesetze, das wir füglich als das Gesetz der Dualität oder der binären Gliederung der Gedanken bezeichnen können. Da hauptsächlich die apperceptiven Verbindungen jenen Verlauf

unserer Vorstellungen beherrschen, den wir mit dem Namen des Denkens belegen, so werden wir sie auch zur Unterscheidung von den Associationen und der zufälligen Verknüpfung der Sinneseindrücke als Denkverbindungen, die Gesetze, nach denen sie sich bilden, als die psychologischen Denkgesetze bezeichnen dürfen. Dabei dürfen übrigens diese letzteren mit den logischen Denkgesetzen, die aus ihnen hervorgehen, nicht verwechselt werden. Die logischen Gesetze sind, wie wir sehen werden, Normen des richtigen Denkens *). Die Psychologie dagegen hat den Gedankenverlauf als ein rein thatsächliches Phänomen zu untersuchen, bei dem ihr die Frage nach seinem Verhältniss zur objectiven Wahrheit ebenso fern liegt wie bei den Associationen der Vorstellungen.

Wie aus den simultanen Apperceptionen die Entwicklung von Gesammtvorstellungen hervorgeht, so führen die successiven Verbindungen der Apperception zur Entwicklung des Gedankenverlaufs. Jeder Gedankenverlauf ist — darin besteht sein wesentlicher Unterschied von der successiven Association — ein in sich geschlossenes Ganzes, insofern alle Theile desselben in einem wechselseitigen Zusammenhang stehen, der durch das Gesetz der binären Gliederung beherrscht wird. Durch diesen Zusammenhang weist jeder successive Denkact, mag er einfach oder verwickelt sein, auf den Ursprung aus einer Gesammtvorstellung hin, durch deren Theilung nach dem Gesetz der Dualität er entstanden ist. In Folge einer einmaligen Wirksamkeit dieses Gesetzes entwickelt sich der einfache Gedankenverlauf, in welchem eine Gesammtvorstellung in nur zwei aufeinander bezogene Theile sich gliedert. Die wiederholte Anwendung des nämlichen Gesetzes auf die durch eine erste Gliederung entstandenen Theile führt dann zum zusammengesetzten Gedankenverlauf, der weiterhin theils durch die Verknüpfung und Verwebung mit andern successiven Denkacten, theils durch die Aufnahme associativer Verbindungen mannigfache Verwicklungen erfahren kann.

Hiernach lassen sich die Hauptformen apperceptiver Verbindung in folgende Ordnung bringen:

1. Die simultanen Denkverbindungen (die Entwicklung der Gesammtvorstellungen):
 a) die Agglutination der Vorstellungen,
 b) die Verschmelzung oder apperceptive Synthese der Vorstellungen,
 c) die Begriffsbildung.
2. Die successiven Denkverbindungen (die Entwicklung des Gedankenverlaufs):
 a) der einfache Gedankenverlauf,
 b) der zusammengesetzte Gedankenverlauf.

*) Vgl. Cap. III dieses Abschnitts.

1. Die Entwicklung apperceptiver Gesammtvorstellungen (simultane Verbindungen des Denkens).

a. Die Agglutination der Vorstellungen.

Wenn auf einander folgende Vorstellungen so sich verbinden, dass dadurch eine neue entsteht, welche die ersteren als ihre Elemente enthält, so bezeichnen wir diesen Fall als Agglutination. Wir sind überall geneigt auf einander folgende Vorstellungen zu Vorstellungsgruppen zu vereinigen und uns dadurch ihre Zusammenfassung zu erleichtern. Den einfachsten Fall einer solchen Agglutination bietet die rhythmische Gliederung einer Reihe gleichförmiger und einfacher Vorstellungen, z. B. auf einander folgender Pendelschläge. Wenn wir zu einer Reihe gehörter Taktschläge den nächstfolgenden, noch ehe er eingetreten ist, vorstellen, so liegt der Fall einer einfachen zeitlichen Association vor. Wenn wir aber die unmittelbar gehörten oder reproducirten Takte dadurch in der Vorstellung gliedern, dass wir etwa jeden zweiten oder vierten betonen, oder aber jeden vierten stärker und jeden zweiten schwächer gehoben denken, so haben wir es mit einer apperceptiven Verbindung der Vorstellungen, und zwar mit einer Agglutination zu thun. Die Taktschläge selbst sind, wie wir voraussetzten, von gleicher Stärke. Es geschieht also lediglich durch die Thätigkeit activer Apperception, dass wir einzelne derselben, die sich in bestimmten Intervallen befinden, stärker gehoben denken. Wir sind bekanntlich sehr geneigt eine solche rhythmische Gliederung bei gleichförmig auf einander folgenden Vorstellungen, wie einfachen Schalleindrücken, Zahlen, Buchstaben u. dgl., anzubringen, auch wenn sie objectiv nicht vorhanden ist. Denn wir erleichtern die Zusammenfassung der Vorstellungen, indem wir sie in Gruppen ordnen, die wir manchmal wieder durch die Unterscheidung von Hebungen verschiedenen Grades in Untergruppen zerfallen lassen. Es handelt sich jedoch hier um eine blosse Zusammenfügung oder Agglutination, da zwar die rhythmischen Gebilde, die Takte und Perioden, welche entstehen, neue, zusammengesetztere Vorstellungen sind, die einfachen Vorstellungen aber, aus denen sie aufgebaut wurden, vollständig erhalten bleiben.

Ein weiteres Gebiet, auf welchem sich zahlreiche Beispiele für die Entwicklung der Agglutination darbieten, ist dasjenige der Sprache. Jede Wortzusammensetzung, in welcher die verbundenen Worteinheiten ihre selbständige, uns bewusst werdende Bedeutung noch bewahrt haben, weist auf diesen psychologischen Vorgang hin. Wörter wie »Heerführer, Dienstmann, Schreibfeder« u. dgl. bedeuten einheitliche Vorstellungen; jeder der in ihnen enthaltenen Bestandtheile ist aber eine selbständige Vorstellung geblieben, die uns innerhalb der Gesammtvorstellung deutlich zum Bewusstsein kommt. Auf früheren Entwicklungsstufen ist die Sprache, wie es scheint, erfüllt von solchen Agglutinationen, die später in den Wortzusammen-

setzungen nur noch ein spärlicheres Dasein fristen. Denn alle jene Verbindungen, welche sich in der entwickelteren Sprachform als Verschmelzungen darstellen, weisen, wie wir sogleich sehen werden, auf einen Zustand loserer Verbindung zurück, welcher der blossen Agglutination entspricht. Ob übrigens in denjenigen Sprachen, welche die Sprachwissenschaft als agglutinative bezeichnet, also z. B. in den tatarischen und finnischen Idiomen, die Flexionsformen noch heute auch im psychologischen Sinne als Agglutinationen zu betrachten sind, d. h. als Gesammtvorstellungen, innerhalb deren man sich der Bedeutung der einzelnen Bestandtheile deutlich bewusst wird, mag immerhin zweifelhaft sein. Was wir psychologisch Agglutination der Vorstellungen nennen, darf daher nicht ohne weiteres mit der Agglutination im linguistischen Sinne zusammengeworfen werden. Die sprachliche Agglutination kann zugleich eine psychologische bedeuten, sie muss es aber nicht; denn der Sprachforscher wird leicht geneigt sein, eine zusammengesetzte sprachliche Form als unmittelbar zerlegbar in ihre Bestandtheile anzusehen, wenn sie nur für ihn selbst leicht zerlegbar ist, ohne dass sich desshalb die Menschen, welche die Sprache reden, der Bedeutung der Wortelemente bewusst werden müssen. Ueberhaupt aber sieht man schon aus diesen Bemerkungen, dass die Grenze zwischen Agglutination und Verschmelzung auch psychologisch eine fliessende ist, da zwischen dem deutlichen Bewusstsein der Elemente einer zusammengesetzten Vorstellung und ihrem völligen Verschwinden alle möglichen Uebergangsstufen der allmäligen Verdunkelung gelegen sind.

b. Die apperceptive Verschmelzung der Vorstellungen.

Mit dem Namen der Verschmelzung oder der apperceptiven Synthese bezeichnen wir die Verbindung auf einander folgender Vorstellungen, wenn die letzteren in der neuen Vorstellung, die sie hervorgebracht haben, nicht mehr fortbestehen. In dieser Beziehung bietet die apperceptive Verschmelzung eine gewisse Analogie dar mit jenen Vorgängen associativer Synthese, die bei der sinnlichen Wahrnehmung wirksam sind. Auch bei den letzteren werden uns die Elemente, die zur Erzeugung eines bestimmten Productes zusammenwirken, nicht bewusst. Der grosse Unterschied besteht aber darin, dass sich bei der apperceptiven Verschmelzung immer mehr oder weniger sicher eine vorausgegangene Entwicklung nachweisen lässt, während deren eine bewusste Unterscheidung der Elemente stattgefunden hat. Dies beruht eben darauf, dass hier immer die Verschmelzung aus einer Agglutination sich allmälig entwickelt.

Auch für die Verschmelzung bieten sich vorzugsweise auf dem Gebiet der Sprache charakteristische Beispiele dar. In verhältnissmässig neueren Wortbildungen kann man zuweilen unmittelbar den Uebergang von Agglutination zu Verschmelzung verfolgen. Während wir in einem Wort wie »Heerführer« noch deutlich die beiden Elemente Heer und Führer als ge-

sonderte Vorstellungen auffassen, daher auch das Bewusstsein sich zunächst die Elemente vergegenwärtigt, ehe es die aus ihnen resultirende zusammengesetzte Vorstellung bildet, sind in Wörtern wie »Herzog, Marschall« u. a diese Elemente vollkommen unselbständig geworden; nur das Wort als Ganzes hat noch eine Bedeutung, so dass hier in einem Act die Gesammtvorstellung vor unser Bewusstsein treten kann, ohne dass wir vorher die Elemente zu appercipiren brauchen, aus denen sie ursprünglich hervorgegangen ist. Und doch wissen wir, dass vor wenig Jahrhunderten für das Bewusstsein der deutsch Redenden jene Elemente noch ebenso lebendig gewesen sind wie für uns heute in dem Wort »Heerführer«.

Die Sprache folgt diesem Uebergang von der Zusammenfügung successiver Vorstellungen zu ihrer Verschmelzung in ihrer äusseren Form, indem sie die unselbständig gewordenen Elemente auch lautlich inniger zusammenfasst. Der Synthese der Vorstellungen entspricht so die Contraction der Laute. Dieser Process lässt namentlich auf den weiter zurückliegenden Stufen der Sprachentwicklung sich nachweisen, wo er, mehr aus der linguistischen Analyse denn aus der unmittelbaren Beobachtung erschlossen, den Uebergang aus der agglutinativen in die flectirende Sprachform bezeichnet. In der Urzeit der indogermanischen Sprache bestand, wie man annehmen darf, jede verbale oder nominale Form aus einer Anzahl auf einander folgender Wurzeln von selbständiger Bedeutung: sie entsprach so, als agglutinirende Wortform, auch psychologisch einer blossen Agglutination der Vorstellungen. Ein Wortgebilde wie bhara-ja-ma enthielt die drei gesonderten Vorstellungen des Tragens (bhara), des Gehens (ja) und des Ich (ma). Die Vorstellung des Gehens, eingeschaltet zwischen die Haupthandlung und das Subject, sollte — wenn die linguistische Analyse in diesem Fall richtig ist — in der sinnlichen Weise der ursprünglichen Rede offenbar andeuten, dass die Handlung des Tragens nicht unmittelbar ausgeführt werde, sondern im Bewusstsein des Redenden als Vorstellung einer künftigen Thätigkeit stehe, und so erhielt die Form die optative Bedeutung: »ich möchte tragen«. Indem nun aber die drei Vorstellungen des Tragens, des Ich und des Wunsches mit einander verschmolzen, wurde gleichzeitig die Lautform zusammengezogen. Schon in dem Wort »bharaimi« war nur noch die Gesammtvorstellung von ähnlichen zusammengesetzten Vorstellungen unterschieden, ohne dass aber mehr in den einzelnen Theilen des Wortes die Elemente jener Gesammtvorstellung deutlich empfunden wurden. So in ähnlicher Weise bringen die Urformen »bhara-ma-si« tragen-ich-du (wir tragen), »bhar-an-ti» tragen-dieser-jener (sie tragen) zuerst die successiven Vorstellungen zum Bewusstsein, um sie dann in eine Gesammtvorstellung zusammenzufassen, während in den noch ganz nahe stehenden Formen »ferimus, ferunt« nicht bloss das ich und du, das dieser und jener in eine simultane Vorstellung verschmolzen sind, sondern auch das wir und sie von der Vorstellung des Tragens nicht mehr losgelöst werden können, ohne dass zugleich der das letztere ausdrückende

Stamm in der lebendigen Sprache seine Bedeutung verlöre. Denn wenn es auch dem Sprachgefühl deutlich bewusst ist, dass in jenen verbalen Flexionsformen die Vorstellung des Tragens immer an dem Laut fer haftet, so geschieht dies keineswegs desshalb, weil dieser Laut noch als ein selbständiges Element empfunden wird, sondern nur weil er in einer Reihe von Wortformen, welche die gleiche Vorstellung in sich tragen, als der constante Bestandtheil wiederkehrt, so dass er sich schon einer natürlichen Sprachanalyse, wie sie bis zu einem gewissen Grade in jedem Bewusstsein geschehen muss, als der Träger der durchgehenden Vorstellung aufdrängt. Begünstigt wird dieser Verschmelzungsprocess durch die Bedeutungsänderung, welche theils die Wortelemente theils die Wörter selbst im Laufe der Entwicklung der Sprache erfahren. In dem ferimus ist an die Stelle des »ich und du«, der ursprünglichen Bedeutung der Flexionsendung, die allgemeinere Collectivvorstellung »wir« getreten. In dem bharaimi ist das mittlere i, das man auf ein ursprüngliches »Gehen« deutet, charakteristisch für den abstracteren Begriff des Wunsches geworden. Unsere »Herzöge« sind keine Heerführer mehr, und der »Marschall« vollends hat mit dem Pferdeknecht, den er ursprünglich bedeutete, längst nichts mehr gemein.

Dass dieser Verschmelzungsprocess der Vorstellungen einer der mächtigsten Hebel der fortschreitenden Entwicklung des Bewusstseins ist, bedarf nicht des näheren Nachweises. Die Resultate treten ja an der Sprache, die uns das objective Spiegelbild dieses Processes entgegenhält, deutlich zu Tage. Aus einem geringen Vorrath ursprünglicher Vorstellungen, die in den Wurzeln der Sprache ausgedrückt sind, geht das reiche Begriffssystem hervor, über welches unsere entwickelten Sprachen verfügen. Die Wurzeln werden zuerst zusammengefügt, dann zu untrennbaren Wortganzen verschmolzen. Nothwendig müssen wir annehmen, dass in diesem äusseren Process ein innerer psychologischer Vorgang zur Erscheinung kommt, dass die Sprache hier der Gesetzmässigkeit Ausdruck giebt, nach der das Bewusstsein bei der Entwicklung seiner Vorstellungen verfährt. Auf eine Anzahl einfacher Vorstellungen, welche die Sinne ihm zuführen, ist das Bewusstsein anfänglich beschränkt. Sein Horizont ist schon darum ein enger, weil es diese einfachen Vorstellungen immer nach einander sich vergegenwärtigen muss, um sie zu Totalbildern zusammenzufügen. Aber je häufiger bestimmte Vorstellungen sich vereinigt finden, um so rascher überfliegt die Apperception dieselben, bis sie endlich in einem simultanen Vorstellungsacte erfasst, was vorher in eine grössere Zahl successiver Vorstellungen getrennt war. Ueberall weisen uns die Urformen der Sprache auf ein langsameres und schwerfälligeres Denken hin, das allmälig erst leichtere und kürzere Formen gewann. Was man vom rein lautlichen Standpunkte aus Corruption und Verfall nennt, das ist darum meist zugleich ein Symptom der fortgeschrittenen Entwicklung des Denkens.

Dieser psychologische Vorgang zeigt sich aber nicht bloss im Gebiet

der sprachlichen Formen. Letztere bringen denselben nur nach einer bestimmten Richtung zum Ausdruck, und sie bilden allerdings das werthvollste Zeugniss, weil sich in ihnen jener Process am deutlichsten objectivirt hat. Aber auch ohne dass der sprachliche Ausdruck irgend eine Aenderung erfährt, kann die durch ihn bezeichnete Vorstellung sich ändern. Dies geschieht dann meist in solcher Weise, dass weitere Vorstellungen herangezogen werden und so eine neue Gesammtvorstellung aus der Verschmelzung einer grösseren Anzahl von Elementen hervorgeht. Auch diese Erscheinungen spiegeln sich in der Geschichte der Sprache. Die sämmtlichen Fälle des Bedeutungswechsels der Wörter sind zweifellos hierher zu zählen.

Der Bedeutungswechsel umfasst aber verschiedenerlei Vorgänge, denen darum auch wesentlich verschiedene psychologische Processe zu Grunde liegen werden. Wenn z. B. das Wort »moneta«, unser »Münze«, von der ersten römischen Münzstätte im Tempel der Juno Moneta seinen Ursprung genommen hat, so haben wir es hier zunächst in der Anwendung des Beinamens der Göttin zur Bezeichnung des Ortes mit einer Uebertragung der Vorstellung zu thun, und daran schliesst sich dann eine fortschreitende Verallgemeinerung der Bedeutung, indem zuerst der Name der einen Münzstätte auf alle möglichen anderen und dann ausserdem auch noch auf das in ihnen geprägte Geld ausgedehnt wird. Wenn dagegen die Bewerber um eine Ehrenstelle in Rom »candidati«, die weiss gekleideten, hiessen, so ist dies augenscheinlich eine Verengerung der Bedeutung, da man eben nur gewisse Menschen in weissem Gewande darunter verstand. In unserem modernen Candidaten ist vollends die ursprüngliche Bedeutung gänzlich verlassen, und selbst der Begriff des Bewerbers hat sich in ihm erweitert, indem wir ihn auf die Bewerbung um jede mögliche Stelle beziehen.

Neben diesen einfachen Uebertragungen einer zufällig begleitenden Vorstellung auf die Hauptvorstellung, neben den Verengerungen und den Erweiterungen der Begriffe können jedoch bei dem Bedeutungswechsel noch mannigfache psychologische Bedingungen wirksam werden. Indem in einer redenden Gemeinschaft verwickeltere sociale Verhältnisse sich einstellen, gewinnen auch gewisse Bezeichnungen eine verwickeltere Bedeutung. Meist ist die Folge dieses Einflusses eine Rangerhöhung der Wörter, über der ihre ursprüngliche Bedeutung verloren geht. Niemand erkennt mehr in dem »Marschall« den Rossknecht, in dem »König« den Familienvater, in dem »Minister« den kleineren Mann, und das englische »knight« erinnert nur noch in der Schrift an den deutschen Knecht. Der umgekehrte Erfolg, eine Rangerniedrigung des Wortes, stellt sich, wie die Geschichte der Sprache lehrt, nicht selten durch den blossen Gebrauch ein. So ist unser »Herr«, das altdeutsche Heriro, der Höhergestellte, ein Titel geworden, der keinerlei Auszeichnung mehr einschliesst, und das alte »magedin«, die Maid, ist in unserer modernen »Magd« zu einer Bezeichnung herabgesunken, die höch-

stens noch für die niedrigste Classe weiblicher Dienstboten verwendet wird *).

Welcher dieser begleitenden psychologischen Processe nun aber auch stattgefunden haben mag, eine Bedingung kehrt bei allen Formen des Bedeutungswechsels wieder: die neu entstehende Bedeutung bietet reichere Beziehungen dar als diejenige, aus der sie hervorgieng; sie hat sich entwickelt, indem zu der ursprünglichen Vorstellung neue Vorstellungen hinzutraten, die mit jener verschmolzen. Die schliessliche Bedeutung jedes Wortes ist so das Erzeugniss unbestimmt vieler solcher Verschmelzungen, in deren Fortschritt Elemente, die in den früheren Producten der Reihe enthalten waren, eliminirt werden können, so dass ursprüngliche und endliche Wortbedeutung unter Umständen gar nichts mehr mit einander gemein haben. Dem Römer war in dem Wort moneta anfänglich noch die Vorstellung des Tempels der Juno Moneta und die der Münzwerkstätte enthalten. Als aber das Wort allmälig auf das Erzeugniss dieser Werkstätte, die Geldmünze, übertragen wurde, kam dem so entstandenen Verschmelzungsproduct allmälig sein erster Bestandtheil abhanden. Ein aus a und b entstandenes Product a b kann durch a b c in b c, durch b c d in c d übergehen, u. s. w.

Es kann aber eine Reihe auf einander folgender Verschmelzungen auch dergestalt sich vollziehen, dass die ursprünglichen Elemente erhalten bleiben, während neue hinzutreten. Successiv geht eine Vorstellung a in a b, a b c, a b c d u. s. w. über, indem die Producte immer complexer werden. So bezeichnet die »universitas« ursprünglich schlechthin die Allgemeinheit, das Ganze. Sie wird dann in einer ihrer Bedeutungen auf die menschliche Gesellschaft übertragen und bezeichnet ein geschlossenes Ganzes innerhalb derselben, eine Gilde, ein Collegium; in unserer »Universität« endlich wird es zum Namen für eine specielle historisch entwickelte Form wissenschaftlicher Genossenschaft.

Auf diese Weise trennen sich die Erscheinungen successiver Verschmelzung der Vorstellungen, welche den verschiedenen Fällen des Bedeutungswechsels zu Grunde liegen, in zwei Reihen von Vorgängen: in die Verschiebung der Vorstellungen und in die Verdichtung der Vorstellungen. Bei der ersteren werden in der fortschreitenden Verschmelzung jedesmal bei der Aufnahme neuer Elemente frühere eliminirt; bei der letzteren bleiben die früheren Elemente erhalten, wenn neue hinzutreten. Natürlich wird in vielen Fällen der Vorgang aus beiden Erscheinungen gemischt sein. Insbesondere wird, wie oben angedeutet, wahrscheinlich immer ein neues Element aufgenommen, ehe ein früheres eliminirt wird, so dass der Verschiebung regelmässig eine Verdichtung vorangeht. Die

*) Weitere Beispiele des Bedeutungswechsels vergl. man bei Whitney-Jolly, die Sprachwissenschaft, München 1874, S. 159 f., bei Whitney-Leskien, Leben und Wachsthum der Sprache, Leipzig 1876, S. 77 f., bei Geiger, Ursprung der Sprache. Bd. I. Stuttgart 1868, S. 193 f., 274 f., 322 f. u. a. a. O.

Verschiebung findet vorzugsweise da statt, wo die allgemeinen Bedingungen des Denkens sich ändern. Wir begreifen z. B. leicht, wie beim Uebergang eines patriarchalischen Hirtenvolkes in höhere staatliche Zustände die Vorstellung des Vaters in die des Königs sich umwandelt. Die Verdichtungen finden dagegen dort ihre Stelle, wo sich an einen festen Mittelpunkt fortwährend neue Beziehungen anknüpfen. So sind insbesondere unsere wissenschaftlichen Begriffe Producte einer fast unabsehbaren Reihe von Verdichtungen, so dass in einem gegebenen Moment immer nur diese oder jene ihrer Elemente, auf die es etwa im Lauf der Gedanken gerade ankommt, in unserem Bewusstsein stehen. In Wörtern wie »Differential«, »Potential«, »Organismus« u. dergl. hat sich die Geschichte ganzer Gebiete des Wissens verdichtet. Wo wir uns ihrer bedienen, da berühren wir immer nur einen kleinen Theil der unzähligen Factoren, die in ihnen enthalten sind *).

An die Verdichtung der Vorstellungen, die so aus dem Process der Verschmelzung hervorgeht, schliesst nun aber sehr häufig ein umgekehrter Vorgang sich an, die Zerlegung nämlich der entstandenen Gesammtvorstellung in eine Reihe successiver Vorstellungen. Wir wollen diesen der Verschmelzung entgegengesetzten Process als das Zerfliessen der Vorstellungen bezeichnen. Das Zerfliessen eines Verschmelzungsproducts in seine Elemente kann vollständig oder unvollständig sein, es kann sich in derselben Ordnung, in der sich die Verschmelzung gebildet hat, oder in einer beliebigen andern vollziehen. Deuten wir das vollständige Aufgehen in der Verschmelzung durch eine die Elemente umschliessende Klammer an, während alle ausserhalb der Klammer stehenden, aber ebenfalls multiplicativ verbundenen Elemente andeuten sollen, dass sie gesondert zum Bewusstsein gelangen, so lässt offenbar ein Product (a b c) im allgemeinen, sofern nämlich nicht besondere Anordnungen durch die Natur des Falls ausgeschlossen sein sollten, ebenso viele Arten vollständiger Zerfliessung zu, als Permutationen seiner Elemente möglich sind, also die Formen a b c, a c b, b a c, b c a, c a b, c b a, und, mit Rücksicht darauf, dass innerhalb der Klammer die Stellung der Elemente gleichgültig ist, eben so viele Formen unvollständiger Zerfliessung, nämlich (a b) c, a (b c), (a c) b, b (a c), (b c) a, c (a b).

Auch diese Erscheinung spiegelt sich objectiv in gewissen Ereignissen der Sprachentwicklung. In der Zerlegung der Flexionsformen tritt der Zerfliessungsprocess in dem Moment, wie es scheint, hervor, wo die Verschmelzung der ursprünglich bloss agglutinirten Vorstellungselemente so innig geworden ist, dass keines derselben mehr deutlich empfunden wird. Nun regt sich das Bedürfniss, jene Elemente wieder klarer zu vergegenwärtigen in dem Bewusstsein. So kommt es, dass in einer späteren Periode, in welcher der Höhepunkt der Wortbildung überschritten ist, die Wort-

*) Auf diese Bedeutung der Verdichtung der Vorstellungen hat schon Lazarus hingewiesen, Leben der Seele, 2. Aufl., Bd. 2, S. 229 f.

complexe wieder in gesonderte Wörter sich auflösen können, deren jedes einen Theil der Gesammtvorstellung ausdrückt, die in dem ganzen Wort enthalten war. Wie früher die lautliche Contraction ein äusseres Symptom der Verschmelzung war, so bezeichnet nun der Zerfall des Wortes das Zerfliessen der Vorstellung, das successive Bewusstwerden der zuvor simultan in ihr enthaltenen Elemente. Präpositionen, hinweisende und persönliche Pronomina, Hülfszeitwörter erweisen bei diesem Vorgang der Sprache ihre Dienste. Wenn der Römer in dem Wort »amavi« die drei Vorstellungen des Liebens, der vergangenen Zeit und des Ich vereinigte, so waren ihm damit diese drei Vorstellungen zugleich in eine Gesammtvorstellung verschmolzen. Wenn dagegen der Romane das nämliche Wort in drei selbständige Wörter auseinanderlegt: ego habeo amatum (j'ai aimé), so ist dies ein äusseres Zeugniss dafür, dass bei ihm jene Bestandtheile sich wieder in successive Vorstellungen gesondert haben. Zugleich ist hierbei das Verschmelzungsproduct (a b c) in die zerfliessende Reihe c b a mit umgekehrter Anordnung der Elemente übergegangen. Wenn gegenüber der früheren Agglutination eine derartige Veränderung in der Reihenfolge der Vorstellungen eintritt, so muss dies natürlich immer seinen besonderen psychologischen Grund haben. Im vorliegenden Fall hängt derselbe ohne Zweifel mit der allgemeinen Veränderung zusammen, welche die syntaktische Stellung der Wörter im Satze in den modernen Dialekten indogermanischer Sprachen im Vergleich mit den älteren Formen derselben erfahren hat, auf deren psychologische Ursachen wir an einem andern Ort zurückkommen werden.

Wie in dem angegebenen und vielen ihm ähnlichen Beispielen die Sprache objectiv den Process des Zerfliessens der Vorstellungen zum Ausdruck bringt, so kann aber auch hier ein ähnlicher Vorgang rein innerlich sich ereignen. Insbesondere schliesst derselbe an alle jene Vorstellungen sich an, in denen durch Verschmelzung zahlreiche Einzelvorstellungen in verdichtetem Zustande erhalten geblieben sind. In der Regel ist hier der Zerfliessungsprocess kein vollständiger, sondern er läuft nur durch diejenigen Glieder der verschmolzenen Vorstellungsreihe, welche mit der gerade vorhandenen Gedankenrichtung in Beziehung stehen. Ein Wort wie »Universität« kann sehr verschiedene Vorstellungen successiv in uns anklingen lassen, die nach dem individuellen Erfahrungskreis und nach dem einzelnen Fall, in welchem wir uns des Wortes bedienen, mannigfach wechseln werden. Uebrigens kann, wie dieses Beispiel erkennen lässt, die active Apperception bei dem Zerfliessungsprocess vollständig zurücktreten, um der passiven Association das Feld zu räumen und nur in einzelnen Momenten noch regulirend in den Verlauf der Vorstellungen einzugreifen.

c. Die Entstehung der Begriffe.

Bei der Untersuchung der psychologischen Entwicklung der Begriffe ist man meistens von Reflexionen über ihre logische Bedeutung ausgegangen.

Indem man den Verstand der Sinnlichkeit gegenüberstellte, wurde dieser die Bildung der Einzelvorstellungen, jenem die der Begriffe zugewiesen. Der Verstand sollte von dem durch die Sinnlichkeit dargebotenen Stoff das einer Reihe zusammengehöriger Einzelvorstellungen Gemeinsame zusammenfassen und auf solche Weise durch Abstraction den Begriff erzeugen. Offenbar hatte man hier diesen als die Summe gemeinsamer oder wesentlicher Merkmale im Auge, die einer Classe von Gegenständen zukomme. Freilich war es schwer diese Definition auch da noch anzuwenden, wo von Gegenständen und Merkmalen eigentlich gar nicht mehr die Rede sein konnte, wie bei den abstractesten Begriffen, Sein, Substanz, Qualität u. dgl. Hier half dann unter Umständen die Annahme, dass der Verstand jene allgemeinsten Begriffe entweder als ein ursprüngliches Besitzthum in sich trage oder durch die selbständige Wirkung der Denkfunctionen hervorbringe. Zwar wurde die empirische Psychologie naturgemäss zu dem Versuche geführt auch die Entwicklung der Begriffe aus der unmittelbaren Einwirkung der einzelnen Vorstellungen auf das Bewusstsein abzuleiten. Meistens stellte man daher nun die naheliegende Vermuthung auf, von einer grösseren Zahl ähnlicher Wahrnehmungen werde allmälig ein schematisches Bild zurückbleiben. Im Resultate trifft aber diese Anschauung mit der vorigen zusammen: was dort der spontan handelnde Verstand vollführt, das entsteht hier als ein zufälliges Ergebniss aus der passiven Aufnahme der Eindrücke. Immerhin ist die letztere Ansicht in neuerer Zeit die vorherrschende geworden, da es hier eher möglich scheint die Bildung der Begriffe unmittelbar mit den bekannten Vorgängen der Reproduction und Association in Verbindung zu bringen. Demgemäss schildert man denn die Begriffe meistens als schematische und zugleich undeutliche Vorstellungen, da das Totalbild, welches in uns von einer Anzahl ähnlicher Eindrücke zurückbleibe, immer nur sehr unbestimmte Umrisse besitzen könne. Schon Herbart hat aber mit Recht darauf hingewiesen, dass solche unbestimmte Totalbilder den Forderungen, die wir an den logischen Begriff stellen, nicht entsprechen, daher dieser ein logisches Ideal sei, welches in unserm Vorstellen niemals verwirklicht werde. Immer strebe das letztere aus dem Inhalt in den Umfang des Begriffs hinabzugleiten, indem es in die Einzelvorstellungen übergehe, welche unter dem Begriffe enthalten sind. Indem Herbart ausserdem das Wesen des Begriffs lediglich darin sieht, dass wir in ihm nur das Vorgestellte berücksichtigen, und davon abstrahiren, wie sich die Vorstellungen in unserm Bewusstsein entwickeln, erkennt er in dem Einzelnen ebenso gut wie in dem Allgemeinen einen Gegenstand des Begriffs an *). Da aber immerhin zur Bildung jener logischen Ideale schon in dem psychischen Mechanismus ein bestimmter Grund gelegen sein muss, so weist Herbart in dieser Beziehung auf die Hemmung ungleichartiger Vorstellungen hin, wodurch es geschehen werde, dass eine öfter reproducirte

*) Herbart, Lehrbuch zur Psychologie, Werke Bd. 5, S. 126 f.

Hauptvorstellung »beinahe isolirt« erscheine, weil das Ablaufen der ihr anhängenden, sich unter einander hemmenden Reihen nicht mehr merklich sei*). Wo jene Hauptvorstellung ein Gattungsbegriff ist, da wird nun der Hemmungsprocess die psychologische Grundlage dessen sein, was wir logisch als Abstraction bezeichnen; als das Ergebniss der Hemmungen wird sich aber in diesem Fall eine »unbestimmte Gesammtvorstellung« von dunkler und verworrener Beschaffenheit in unserm Bewusstsein befinden**).

Wenn nun auch in diesen Ausführungen der alte Fehler zu vermeiden gesucht wird, dass man logischen Forderungen zu Liebe psychologische Gebilde construirt, die niemals in unserm Bewusstsein existiren, so lässt sich, wie man sieht, die Neigung dazu doch nicht ganz unterdrücken: der Hemmungsprocess wird zum psychologischen Aequivalent des Abstractionsverfahrens gestempelt, und die unbestimmte Gesammtvorstellung, die aus den Hemmungen resultirt, erinnert noch immer an die schematischen Vorstellungen, die nach der herkömmlichen Ansicht den Begriffen entsprechen sollen. Hier erhebt sich aber doch vor allen Dingen die Frage, ob denn überhaupt derartige unbestimmte Gesammtvorstellungen jemals in unserm Bewusstsein zu finden sind? Man giebt zu, dass die allgemeine Vorstellung eines Dreiecks, die lediglich dasjenige enthalten soll, was allen Dreiecken gemeinsam angehört, ein Ding der Unmöglichkeit sei. Demgemäss soll nun als die ständige Trägerin des Begriffs eine Gesammtvorstellung existiren, welche hinreichend dunkel ist, dass die Unterschiede von gleichseitig und ungleichseitig, gleichschenkelig und ungleichschenkelig nicht mehr bemerkt werden und nur ein vages Bild von drei Seiten und drei Winkeln übrig bleibt. Dieses soll dann je zuweilen in die Einzelvorstellung irgend eines bestimmten Dreiecks übergehen, welche jedoch nicht beharre, sondern sich immer wieder entweder in die verworrene Gesammtvorstellung oder in eine andere Einzelvorstellung umwandle. Ist nicht aber dieser ganze Vorgang abermals nur dem Begriff zu Liebe construirt? Finden wir wirklich in uns jemals eine solche verworrene Gesammtvorstellung, oder lässt sich ein derartiger Wechsel einzelner Vorstellungen wirklich als der regelmässige Begleiter des Begriffs nachweisen? Es muss zugegeben werden, dass sich unsere innere Wahrnehmung dieser Frage gegenüber in einer sehr schwierigen Lage befindet. Die grösste Schwierigkeit erwächst uns dabei aus dem Besitz der Sprache. Sobald wir einen Begriff denken, steht zunächst das ihn bezeichnende Wort im Vordergrund unseres Bewusstseins, und eine Vorstellung, die als Bild der unter dem Begriff enthaltenen Dinge gelten könnte, fehlt entweder ganz, oder sie ist so dunkel, dass wir etwas bestimmtes über sie nicht auszusagen im Stande sind. Aber ursprünglich muss dies nothwendig anders

*) Psychologie als Wissenschaft, ebend. S. 498.

**) Volkmann, Psychologie. 2. Aufl. Bd. 2, S. 233. Drobisch, empirische Psychologie, S. 57.

gewesen sein, da, wie innig man sich auch die Verbindung zwischen Begriff und Wort vorstellen mag, doch ein Anfang der Begriffsentwicklung gegeben sein musste, bevor der bezeichnende Laut sich feststellte. Schon die zahlreichen synonymen Bezeichnungen, welche, wie die Geschichte der Sprache lehrt, in den Anfängen der Sprachentwicklung für jeden Begriff auftauchten und allmälig erst einem einzigen oder einigen wenigen Platz machten, weisen auf eine ursprünglich minder feste Verbindung zwischen Wort und Begriff hin, bei der nothwendig zugleich das sprachliche Symbol im Verhältniss zur bezeichneten Vorstellung eine geringere Stärke besitzen musste. Es giebt vielleicht nur einen einzigen Fall, wo sich unser Bewusstsein noch jetzt in dieser einen Beziehung in einem ähnlichen Zustande befinden kann, wie er vor der Sprache vorauszusetzen wäre: wenn wir uns nämlich an einen gegenständlichen Begriff erinnern, ohne uns auf das zugehörige Wort zu besinnen. Bei dem Wort Locomotive z. B. steht dieses im Blickpunkt des Bewusstseins, und nebenbei befindet sich in den dunkleren Regionen desselben ein Bild des Gegenstandes. Wenn wir uns jedoch den letzteren ins Gedächtniss rufen, ohne an das Wort zu denken, so steht jenes Bild in weit deutlicheren Umrissen vor unserm innern Auge. Aber nichts unterscheidet dieses, auf den allgemeinen Erfahrungsbegriff bezogene Bild von irgend einer andern reproducirten Vorstellung: weder bemerkt man eine besondere Unbestimmtheit der Umrisse, noch ein Zerfliessen in eine Reihe einzelner Vorstellungen. Das Resultat bleibt das nämliche, auch wenn man solche Allgemeinvorstellungen wählt, deren sogenannte »gemeinsame Merkmale« noch ungleich dürftiger sind als im gegenwärtigen Beispiel. Sucht man sich solche Vorstellungen wie Mensch, Dreieck, Farbe u. s. w. zu vergegenwärtigen, indem man das gewöhnlich dominirende Wort möglichst zurückdrängt, so erhält man weder eine verworrene Gesammtvorstellung noch einen fortwährenden Wechsel der Vorstellungen, sondern man stellt sich einen bestimmten einzelnen Menschen, ein bestimmtes einzelnes Dreieck und eine bestimmte einzelne Farbe vor, und diese Bilder unterscheiden sich nicht im mindesten von andern reproducirten Vorstellungen. Wenn sie also im gewöhnlichen Lauf unseres Denkens dunkler und unbestimmter erscheinen, so werden wir solches mit grösster Wahrscheinlichkeit lediglich darauf beziehen dürfen, dass hier die Vorstellung durch das sie bezeichnende Wort aus dem Blickpunkt des Bewusstseins verdrängt wurde. Es ist, wie ich glaube, ein grosses Verdienst Berkeley's, dass er sich zuerst von dem Irrthum, den Locke noch in Bezug auf die Existenz allgemeiner Vorstellungen mit der rationalistischen Psychologie theilte, frei gemacht hat, indem er einsah, dass es solche Allgemeinvorstellungen in unserm Bewusstsein nicht giebt, oder dass sie, wie er sich ironisch ausdrückt, »höchstens bei Gelehrten sich finden«. Man wird ihm zweifellos rechtgeben müssen, dass es eine ungereimte Zumuthung an unser Bewusstsein sei, dieses solle sich die Vorstellung eines Dreiecks bilden, »welches weder schiefwinkelig noch rechtwinkelig, weder gleichseitig noch gleich-

schenkelig noch ungleichseitig, sondern dieses alles und doch zugleich nichts von allem dem ist« *).

Jene Vorstellungen, die in uns den Begriffen entsprechen, besitzen in nicht anderer Weise eine schematische Beschaffenheit als alle reproducirten Vorstellungen. Die Erinnerungsbilder sind nämlich nicht nur überhaupt blasser als die unmittelbaren Sinnesvorstellungen, sondern es treten in ihnen auch mehr noch hinter denjenigen Bestandtheilen, die zu vorwiegender Apperception gelangen, die übrigen zurück, vielleicht weil der Apperceptionsvorgang selbst erst der physiologischen Erregung, die ja in diesem Fall in keinem äusseren Eindruck ihre Quelle hat, die zureichende Stärke verleiht. So mag es denn auch richtig sein, dass die schematische Beschaffenheit des Erinnerungsbildes dasselbe vorzugsweise geeignet macht als Repräsentant eines Begriffes zu dienen. Dazu kommt, dass selbst unsere unmittelbaren Sinnesvorstellungen immer unvollständig sind, so dass uns Gegenstände zunächst gleich erscheinen, die der näheren Beobachtung erhebliche Verschiedenheiten darbieten. Wir besitzen weit früher die allgemeine Vorstellung Baum, als wir uns über die einzelnen Arten und Formen der Bäume Rechenschaft geben, und indem nun in dem Erinnerungsbild immer noch manches Einzelne hinwegbleibt oder verdunkelt wird, was die unmittelbare Sinnesvorstellung enthält, vollendet sich in ihm nur ein bereits in der letzteren angelegter Schematismus, vermöge dessen wir in der That die sämmtlichen in unserem Bewusstsein vorkommenden Vorstellungen ebenso gut allgemeine wie einzelne nennen könnten. Aber noch in einer andern Beziehung besitzen gerade unsere Erinnerungsvorstellungen nicht selten eine allgemeinere Bedeutung. Wenn wir uns das Bild irgend einer bekannten Person reproduciren, so stellen wir uns zwar dieselbe in einem bestimmten einzelnen Momente vor, aber wir verbinden damit doch den Gedanken, dieses zufällige Bild solle jene Person überhaupt bedeuten, unabhängig von der besonderen Lage, in der wir sie uns vorstellen. Wenn wir uns den Begriff eines Dreiecks vergegenwärtigen wollen, so verfährt unser Bewusstsein nicht anders als der Geometer, wenn er die allgemeinen Eigenschaften des Dreiecks zu demonstriren beabsichtigt. Wir stellen uns irgend ein individuelles Dreieck vor, das rechtwinkelig oder schiefwinkelig, gleichseitig oder ungleichseitig, gleichschenkelig oder ungleichschenkelig, eben oder gekrümmt sein mag, verbinden aber damit den Gedanken, dass wir nur auf die Existenz der drei Seiten und der drei Winkel Rücksicht nehmen, von allen andern Eigenschaften aber absehen wollen. Der Begriff wird stets vertreten durch irgend eine einzelne Vorstellung. Da sehr zahlreiche Einzelvorstellungen gleich tauglich sind einen Begriff zu repräsentiren, so können dieselben natürlich gelegentlich

*) Berkeley, Abhandlung über die Principien der menschlichen Erkenntniss. Einleitung, X, XIII.

wechseln, während der Begriff als solcher festgehalten wird; aber wesentlich ist dies nicht für den Vorgang der Repräsentation der Begriffe.

Finden wir nun in unserm Bewusstsein immer nur eine Vorstellung als Stellvertreterin des Begriffes vor, so kann in dieser einzelnen Vorstellung auch nicht die ganze Natur des Begriffes enthalten sein. Denn irgendwie müssen wir doch das begriffliche Vorstellen von sonstigen Einzelvorstellungen unterscheiden können. Die Bemerkung, dass der Begriff lediglich ein logisches Ideal sei, genügt hier durchaus nicht. Denn wird auch durch dieselbe ganz richtig die Meinung zurückgewiesen, dass der Begriff als solcher mit allen den Eigenschaften, die unser logisches Denken ihm beilegt, in uns vorgestellt werde, so muss doch irgend ein psychologisches Motiv gegeben sein, welches die Vorstellungen, denen wir einen Begriffswerth beilegen, sofort von andern unterscheiden lässt. Hier weist uns nun schon die Thatsache, dass die Vorstellung Stellvertreterin des Begriffs ist, auf den richtigen Weg hin. Dieser Gedanke der Stellvertretung wird freilich nicht sofort als solcher bei der Entwicklung eines Begriffes in unserm Bewusstsein stehen. Setzt derselbe doch eine Reflexion voraus, die erst spät der wirklichen Begriffsbildung nachfolgen kann. Vielmehr werden wir uns nach psychologischen Aequivalenten umsehen müssen, die in der natürlichen Verfassung unseres Bewusstseins jenem Gedanken entsprechen mögen. Was kann uns nun veranlassen irgend einer Vorstellung, obgleich sie an sich nicht verschieden ist von andern, dennoch einen andern Werth für unser Denken beizulegen? Es ist klar, dass der Grund dieses Unterschieds, da er nicht in der Vorstellung selbst liegt, nur in ihren Verbindungen gelegen sein kann. Davon dass eine Vorstellung A Stellvertreterin einer Reihe mit ihr zusammenhängender Vorstellungen A_1, A_2, A_3 . . . sei, vermögen wir uns psychologisch nur Rechenschaft zu geben, indem wir voraussetzen, der zwischen A und den andern Vorstellungen der Reihe bestehende Zusammenhang komme irgend wie in unserm Bewusstsein zur Geltung. Die Annahme, dass jene Reihe selbst oder irgend welche Glieder derselben sich in unserm Bewusstsein befinden, würde offenbar in der inneren Wahrnehmung gar keinen Halt haben. Wer sich von den Eigenschaften des Dreiecks im allgemeinen Rechenschaft geben will, fixirt ein bestimmtes Dreieck durch die Aufmerksamkeit, von andern Dreiecken ist weder deutlich noch dunkel irgend etwas wahrzunehmen. Wohl aber wird man ohne weiteres zugeben, dass ein charakteristischer Unterschied existirt zwischen der Vorstellung, die einen einzelnen Gegenstand bedeutet, und jener, die Stellvertreterin eines Begriffs ist. Die Vorstellung des einzelnen Gegenstandes setzt jeder willkürlichen Veränderung, die wir versuchen möchten, Hindernisse entgegen: so lange unsere Apperception bei dem Gegenstande verbleiben will, kann sie auch an der Vorstellung nichts wesentliches verändern. Die Vorstellung des Begriffs dagegen gestattet es der Apperception, beliebig zu einer andern Vorstellung abzuschweifen, ohne dass dadurch im Verlauf unserer Gedanken eine wesentliche Aenderung eintritt, so lange

wir nur innerhalb der Reihe zusammengehöriger Vorstellungen verbleiben. Psychologisch kann nun diese Thatsache in doppelter Weise erklärt werden. Zunächst könnte man annehmen, dass, sobald die Vorstellung A einen Begriff bedeute, die Glieder der mit A zusammenhängenden Reihe A_1, A_2, A_3 . . . vermöge veränderter Associationsbedingungen dem Bewusstsein leichter disponibel seien, als wenn A auf einen einzelnen Gegenstand sich bezieht. Man könnte aber auch zweitens annehmen, dass die Apperception selbst, wo es sich um eine Begriffsrepräsentation handelt, mehr geneigt ist auf andere Vorstellungen überzugehen. Die erste Annahme würde mit den geläufigen Hypothesen über die Entwicklung der Begriffe aus Einzelvorstellungen zwar nicht vollständig aber doch insoweit zusammentreffen, als man auch hier aus unwillkürlich sich vollziehenden associativen Verbindungen die Begriffe hervorgehen liesse, während die zweite Annahme jener Wirksamkeit des Willens, die wir überhaupt als die Bedingung alles logischen Denkens aufzufassen genöthigt sind, auch bei der Erhebung der Einzelvorstellungen zu Stellvertretern von Begriffen das entscheidende Gewicht beimisst.

Kaum dürfte zwischen diesen beiden Voraussetzungen die Wahl schwer fallen. Warum für die unwillkürliche Association in jenen beiden Fällen wesentlich andere Bedingungen eintreten sollen, ist nicht abzusehen. Wenn z. B. in irgend einer Gedankenreihe der Begriff »Freund« vorkommt und wir uns denselben repräsentirt denken durch die Vorstellung eines bestimmten Freundes, so werden allerdings leichter die Erinnerungsbilder beliebiger anderer Freunde in das Bewusstsein eintreten können, als wenn jener Freund als einzelnes Individuum Gegenstand unserer Gedanken war. Aber dies ist doch nur desshalb der Fall, weil hier durch ein solches Abspringen auf andere Vorstellungen der ganze Gedankenverlauf seine Richtung verändern würde, während diese Richtung, wo die Vorstellung einen Begriff repräsentirt, unverändert bleiben kann. Die bereit liegenden Associationen sind in beiden Fällen die nämlichen; aber bei der einzelnen Sinnesvorstellung ist die Apperception entweder durch den Zwang der Wahrnehmung oder durch den Zusammenhang des Gedankenverlaufs genöthigt das Abschweifen auf associirte Vorstellungen zu vermeiden, eine Nöthigung, die bei der repräsentativen Vorstellung hinwegfällt. Mit der Apperception der letzteren wird daher das Bewusstsein verbunden sein, dass statt ihrer auch eine andere Vorstellung hätte appercipirt werden können. Der Unterschied, der zwischen der Apperception einer individuellen und derjenigen einer repräsentativen Vorstellung stattfindet, ist so im wesentlichen derselbe wie der Unterschied zwischen dem einfachen Willensact und dem Wahlacte. Der einfache Willensact erzeugt ohne weitere Nebenrücksichten eine Handlung, der Wahlact bevorzugt aus einer Anzahl möglicher Handlungen eine einzelne, die aus bestimmten Ursachen den Vorzug gewinnt. Auch bei der Wahl ist es keineswegs erforderlich, dass die Vorstellungen anderer möglicher Handlungen in unserm Bewusstsein gegenwärtig bleiben, sondern wesentlich ist nur das begleitende Bewusst-

sein, dass eine andere Handlung statt der vollzogenen möglich gewesen wäre. Wie das Denken überhaupt, so fallen demnach schon die Anfänge der Begriffsbildung in das Gebiet willkürlicher Geistesthätigkeiten. Dies schliesst dann aber freilich nicht aus, dass die Ursachen, aus denen eine bestimmte repräsentative Vorstellung gewählt wird, grossentheils ausserhalb unseres Willens liegen. Sie erscheinen darum auch für unser Denken als zufällige Anlässe. Die stärkeren Sinneseindrücke und die eingeübten Associationen werden in der Regel bevorzugt sein. Aber wie schon in der Concentration auf eine einzige Vorstellung, welche als Stellvertreterin gewählt wird, die Apperception sich bethätigt, so kommt die eigenthümliche Beschränkung der Apperception weiterhin auch noch darin zur Geltung, dass sie die repräsentative Vorstellung keineswegs gleichmässig auffasst, sondern bestimmte Elemente derselben bevorzugt, welche nun als herrschende Elemente in grösserer Klarheit appercipirt werden. So mögen z. B. in der repräsentativen Vorstellung eines Dreiecks die drei Seiten und alle andern Eigenschaften der Figur zurücktreten, um dem in dem Namen ausgedrückten Bild der drei Ecken den Vorrang im Bewusstsein zu lassen. Nicht als ob wir uns nun diese Ecken allein vorstellten, getrennt von der Figur, mit der sie nothwendig verbunden zu denken sind, wenn der Begriff nicht überhaupt zerstört werden soll. Wohl aber wird ein bestimmter Theil des Bildes gleichsam heller beleuchtet sein als die übrigen, d. h. es wird sich auf diesen bevorzugten Theil eine intensivere Apperceptionsthätigkeit richten. Wir haben also zwei auf einander folgende Stadien der apperceptiven Auswahl zu unterscheiden: das erste besteht in der Auswahl der repräsentativen Vorstellung, das zweite in der Auswahl der herrschenden Elemente oder des herrschenden Elementes dieser Vorstellung.

Von diesem zweiten Stadium der Begriffsentwicklung an besitzen wir nun in der Entwicklung der Sprache ein unschätzbares äusseres Zeugniss für den inneren psychologischen Vorgang. Hier gerade ist jene empiristische Erklärung, welche sich von den gewöhnlichen Fictionen der Psychologie frei zu halten wusste, ihrerseits eine einseitige gewesen, insofern sie das Wort von seinem Ursprunge an als ein willkürlich erfundenes Zeichen für den Begriff ansah und also gerade diejenige Entwicklung, welche erst über die eigentliche Begriffsgenese Aufschluss zu geben vermag, einfach übersprang. Ist nun aber auch in der entwickelten Sprache das Wort zu einer Gedankenmünze geworden, die eine innere Beziehung zu der Vorstellung, die es ausdrückt, nicht mehr erkennen lässt, so kann doch unmöglich das nämliche für die Entwicklung selbst gelten. Denn wie ist ein geistiger Zustand denkbar, der reif genug wäre die Sprache zu erfinden und sie doch noch nicht besässe? Die einzige psychologisch verständliche Annahme ist also die, dass sich Sprechen und Denken gleichzeitig entwickelten. Dann aber muss auch der psychologische Vorgang der Begriffsbildung in der Sprache seine Spuren hinterlassen haben.

Ursprünglich findet nun der Begriff seinen Ausdruck in der Sprachwurzel, die, wie man aus guten Gründen annimmt, anfänglich mit dem Worte identisch ist *). Die Sprachwurzel drückt aber eine allgemeine Vorstellung nicht etwa dadurch aus, dass sie alle oder auch nur mehrere der constanten Elemente derselben zusammenfasst, sondern sie hebt irgend ein einzelnes Element hervor, welches, wie es scheint, dem sprachbildenden Bewusstsein irgend einmal mit vorherrschender Intensität sich eingeprägt hat. Dieses bevorzugte Element braucht nicht einmal zu den constanten Bestandtheilen der Vorstellung zu gehören; vielmehr ist es mindestens ebenso häufig, dass es nur in gewissen Einzelvorstellungen vorkommt, in andern aber fehlt. Nicht also das Element a oder b in einer Reihe a b c d, a b f g, a b k l u. s. w. wird herausgegriffen, sondern irgend ein variables c, das nur in einer oder in einzelnen der Vorstellungen enthalten war. So bezeichnet die Sprache den Menschen als den Sterblichen oder den Denkenden, die Erde als die Gepflügte, den Mond als den Messer der Zeit, u. dergl. Ueberall ergreift hier das Bewusstsein ein einzelnes und noch dazu veränderliches Merkmal, um dasselbe auf die gesammte Vorstellung zu übertragen. Durch dieses bevorzugte Element erst fasst es eine ganze Reihe einzelner Vorstellungen zu einem Begriff zusammen. Offenbar ist aber in allen Fällen dieses Element eine solche Vorstellung, die einen intensiven, lange nachwirkenden Eindruck auf das Bewusstsein hervorbrachte, so dass es zur herrschenden Vorstellung sich erhob. So ist es z. B. wohl begreiflich, wie der Tod eines Menschen auf die Bildner der Sprache eine so gewaltige Wirkung üben konnte, dass sie dem Menschen den Namen des Sterblichen beilegten. Ja es wird verständlich, dass gerade ein variables, oft sogar seltenes Element zur herrschenden Vorstellung gewählt wurde. Nicht dasjenige, was immer und immer wieder in jeder unter dem Begriff enthaltenen Einzelvorstellung sich darbietet, fesselt nothwendig das Bewusstsein am meisten, sondern das Seltenere mag vielleicht gerade als solches einen Vorzug gewinnen. Wird uns so in der ursprünglichen Bedeutung des Wortes jenes Moment der Begriffsentwicklung, das wir als deren zweites Stadium bezeichneten, unmittelbar vor Augen geführt, so wird dadurch aber mittelbar auch das erste Stadium erleuchtet. Denn insofern es kein constantes, sondern ein beliebiges, nur vereinzelten Vorstellungen zukommendes Element ist, das zur Bildung des bezeichnenden Lautes Veranlassung giebt, deutet eben dieser Vorgang auf die einzelne Vorstellung als die Stellvertreterin des Begriffs hin.

Jenes herrschende Element verbindet sich nun, obgleich es in vielen Fällen gar nicht unmittelbar in der Vorstellung selbst enthalten ist, doch ursprünglich mit jeder einzelnen Vorstellung, die der betreffenden Gruppe angehört. Wenn die Sprache den Menschen den Sterblichen nennt, so hat

*) G. Curtius, Zur Chronologie der indogermanischen Sprachforschung (Abhandl. der sächs. Ges. d. W. Bd. V). 2. Aufl., S. 21 f.

sie hier einen Eindruck zum herrschenden erhoben, der gewiss nur höchst selten mit der Vorstellung des Menschen verbunden war. Gleichwohl wird derselbe in den Urzeiten der Sprache, so lange das Wort noch seine lebendige Bedeutung bewahrt hatte, regelmässig hinzugedacht worden sein; er musste also selbständig reproducirt und gleichzeitig mit den übrigen Elementen der Vorstellung appercipirt werden. In der Association kann aber dies seinen nächsten Grund nicht haben. Denn erst nach wiederholter Reproduction, was eben die Wahl zum herrschenden Element schon voraussetzt, konnte eine so feste associative Verbindung sich bilden. Auch hier also kann nur eine apperceptive Verbindung angenommen werden. Diese wird aber dann allerdings durch die fortwährende Reproduction allmälig in eine feste associative Verbindung übergeführt worden sein.

Hiernach lässt sich der Begriff nach seiner psychologischen Entwicklung überhaupt definiren als die durch active Apperception vollzogene Verschmelzung einer herrschenden Einzelvorstellung mit einer Reihe zusammengehöriger Vorstellungen. Tritt zu irgend welchen Vorstellungen der Reihe A_1, A_2, A_3 ein herrschendes Element h hinzu, so wird die Reihe als eine zusammengehörige aufgefasst, und irgend ein Product h A gewinnt die Bedeutung einer für den Begriff stellvertretenden Vorstellung.

Diese Aussonderung eines oder mehrerer herrschenden Vorstellungselemente bildet nun, so sehr sie bei der Sprachentwicklung zufälligen Eindrücken preisgegeben zu sein scheint, doch einen überaus wichtigen Bestandtheil der Begriffsgenese überhaupt, — nicht bloss desshalb, weil durch sie die Entstehung der sprachlichen Begriffssymbole wohl überhaupt erst möglich wird, sondern vor Allem desshalb, weil sie ein Ausdruck für die innere Natur des Begriffs selbst ist. Für diesen ist es durchaus wesentlich, dass er gewisse Elemente aus einer Vorstellung oder aus einer Reihe von Vorstellungen aussondert und für sich verbindet. Wo eine Sprache den Menschen als den Sterblichen bezeichnet, da kommt freilich in dem Wort zunächst nur ein Gefühl zum Ausdruck, das eine logische Bedeutung an sich nicht besitzt. Bestimmter deutet schon der Name des »Denkenden« auf eine Reflexion über die dem Menschen eigenthümlichen und ihn von andern lebenden Wesen unterscheidenden Eigenschaften hin. »Dreieck« aber nennt der Geometer eine bestimmte geschlossene Figur in der bewussten Absicht, die Existenz dreier Winkel an derselben als die wesentlichste Eigenschaft hervorzuheben. So spricht sich in der Auswahl der herrschenden Vorstellungen — mag sie nun logisch richtig ausgeführt worden sein oder nicht — die Eigenschaft des Begriffs aus, dass er nicht Alles, was in der einzelnen Vorstellung enthalten ist, sondern nur bestimmte Elemente derselben umfassen will. Und hierauf gerade — nicht aber auf der Eigenschaft ein gemeinsames Schema für vieles Einzelne zu sein — beruht es, dass der Begriff an sich selbst unvorstellbar ist. Alle jene Elemente, die wir verbinden, um einen Begriff zu bilden, sind in der vorstell-

baren Wirklichkeit immer noch an andere gekettet, die wir aus dem Begriff hinweglassen. In der Auswahl der herrschenden Vorstellungselemente deutet die Sprache jenen Process an, den die Logik als »Abstractionsverfahren« bezeichnet, aber, verführt durch verkehrte Vorstellungen über die Natur der Begriffsbildung, in der Regel unzutreffend schildert*). Schon der sprachliche Vorgang weist darauf hin, dass es sich hier nicht sowohl um eine absichtliche oder unabsichtliche Vernachlässigung der veränderlichen Merkmale einer Vorstellungsgruppe als vielmehr um die active Apperception bestimmter Elemente einer Vorstellung handelt. Dass diese Elemente vielen Vorstellungen gleichzeitig angehören, ist ein zwar meistens vorkommender, dennoch aber nebensächlicher Umstand, da weder psychologische noch logische Gründe es hindern können, schon einer einzigen Vorstellung oder einer Reihe mit einander völlig identischer Vorstellungen gegenüber eine solche auswählende Apperception auszuführen.

Die bis jetzt erreichte Entwicklung überschreitet der Begriff schliesslich noch durch zwei bedeutsame psychologische Veränderungen, die einander parallel gehen müssen, weil sie sich gegenseitig bedingen. Sie bestehen 1) in der Verdunkelung der mit den herrschenden Elementen verschmolzenen repräsentativen Vorstellung, und 2) in der Verdunkelung der herrschenden Elemente selbst und ihrer Ersetzung durch ihr äusseres Zeichen, den Sprachlaut.

Da die herrschenden Elemente mit grösserer Intensität vorgestellt werden, so muss, in dem Maasse als sie sich befestigen, die übrige Vorstellung immer mehr in den dunkeln Hintergrund des Bewusstseins treten. Indessen hat aber die herrschende Vorstellung selbst eine innige Verbindung mit dem Sprachlaut, durch den sie bezeichnet wird, eingegangen. Welche Ansicht man über den Vorgang der Sprachentwicklung auch haben möge, psychologisch begreiflich wird man die Symbole der Sprache nur dann finden, wenn man ihnen eine ursprüngliche innere Affinität zu den Vorstellungen, die sie ausdrücken, zugesteht, so also, dass in den Urzeiten der Sprache dem redenden Menschen der Sprachlaut irgendwie ein akustisches Bild der Vorstellung selbst war. Die herrschende Vorstellung wird also mit dem sie ausdrückenden Sprachlaute ein Verschmelzungsproduct gebildet haben, in welchem der Sprachlaut nur als ein Theil der herrschenden Vorstellung empfunden wurde. Wenn diese etwa eine Gesichtsvorstellung war, so wird der Sprachlaut die ihr äquivalente Gehörsvorstellung gewesen sein, und das Product h l, worin mit l der Sprachlaut bezeichnet sein soll, wird als eine einzige Gesammtvorstellung aufzufassen sein. Der psychologische Begriff auf dieser Stufe der Entwicklung wird also dann durch ein Product h l A symbolisirt werden können.

Nun aber erfährt die hierin enthaltene Verbindung h l noch weitere Veränderungen. Zunächst nimmt in ihr das Element l an Stärke zu, das

*) Ueber das Abstractionsverfahren vergl. Abschn. II. Cap. I.

ursprünglich herrschende Element h aber ab; wir deuten dies durch die veränderte Stellung der Zeichen an: h l geht allmälig über in l h. Endlich verschwindet h völlig, nur l allein bleibt als herrschende Vorstellung übrig. Der Begriff hat nun die Form l A. Er besteht aus einem mit irgend einer stellvertretenden Einzelvorstellung A verschmolzenen Sprachlaut, welcher letztere zugleich die herrschende Vorstellung ist. Eine weitere Modification, welche hier noch eintreten kann, aber nicht eintreten muss, ist die, dass sich mit den Sprachlauten auch noch die sie ausdrückenden Schriftsymbole verbinden. Bezeichnen wir das zu l gehörige Schriftzeichen mit s, so nimmt nun das psychologische Begriffsgebilde die Form l s A an, wo s an die Stelle des früheren herrschenden Elementes h gerückt ist. Erwägen wir, dass dieses letztere wohl in den allermeisten Fällen eine Gesichtsvorstellung war, so wird schon hierdurch diese Aehnlichkeit der Form von Bedeutung sein. Wir suchen die Gehörsvorstellung durch ein Gesichtsbild zu ergänzen. Ist uns die herrschende Vorstellung, welche das innere Aequivalent des Lautes war, abhanden gekommen, so tritt nun das äussere Aequivalent des Schriftzeichens an ihre Stelle. Je mehr die auf diese Weise zu Stande gekommene neue Form einer herrschenden Complication unsere beiden Hauptsinne gleichzeitig erregt, um so blasser wird die begleitende Vorstellung A, und so kann es geschehen, dass der Begriff als einzelner psychologischer Act ausser dem Verschmelzungsproduct l s keine weiteren Bestandtheile unmittelbar mehr erkennen lässt. Dem Sprachlaut l für sich allein wird es offenbar viel weniger gelingen alle andern Elemente der Vorstellung zu verdrängen. Darin liegt eine gewöhnlich übersehene Bedeutung der Schrift für das Denken. In der That muss schon vermöge der Wichtigkeit, welche die Gesichtsvorstellungen besitzen, ein Bewusstsein, welches der Gesichtszeichen für die Begriffe entbehrt, zum abstracten Denken wenig geeignet sein. Freilich hat jenes Product l s nur dadurch die Function des Begriffs, dass es durch unser Denken mit mannigfachen Vorstellungsreihen in Verbindung gesetzt werden kann. Seine Bedeutung liegt aber darin, dass diese Reihen weder ganz noch auch nur theilweise durchlaufen werden müssen, sondern dass das Product l s für sich als Stellvertreter des Begriffs genügt.

Erst nachdem die Begriffsentwicklung hier angelangt ist, hat sich das Denken vollständig von den Schranken befreit, welche die sinnliche Natur der Vorstellungen ihm ursprünglich auferlegte. Wort und Schriftzeichen sind sinnliche Vorstellungen, und sie entsprechen daher durchaus der psychologischen Forderung, dass jeder Denkact in der Form bestimmter Einzelvorstellungen unserm Bewusstsein gegeben sein müsse. Aber ihre Bedeutung liegt nicht in dem unmittelbaren Inhalte dieser Vorstellungen, sondern in den Beziehungen, in welche sie durch das Denken gesetzt werden. Wie ein algebraisches Zeichen fügt sich das Wort jeder Anwendung, die man ihm geben mag. Durch die Klarheit und Bestimmtheit, die ihm zukommt, ist aber erst jene Constanz der Bedeutung möglich, zu

welcher sich die ursprüngliche repräsentative Vorstellung wegen ihrer schwankenden Beschaffenheit niemals erheben kann. Erst in der sprachlichen Form, die er gefunden, wird daher der Begriff zum logischen Gebrauche geeignet. Nachdem die herrschende Vorstellung in dem Sprachlaut zu einem blossen Zeichen des Begriffs geworden ist, beginnt zugleich vermittelst der früher besprochenen Vorgänge des Bedeutungswandels der Reichthum der Begriffszeichen zu wachsen und macht es auf solche Weise möglich, dass der Reichthum der Begriffe selber zunimmt. Der für das Denken wichtigste Erfolg, welchen diese Erweiterung des Reiches der Begriffe mit sich führt, liegt darin, dass erst der zum äusseren Symbol gewordene Sprachlaut in abstracten Bedeutungen verwendet werden kann, für Begriffe, denen nicht mehr einzelne sinnliche Objecte, Eigenschaften und Handlungen, sondern nur noch allgemeine Beziehungen entsprechen, die wir zu den Gegenständen unseres Vorstellens hinzudenken, und durch welche sich uns die Ordnung vollendet, in die unser Denken Alles zu bringen strebt was in das Bewusstsein eingeht. Sein und Nichtsein, Qualität und Quantität, Ursache und Zweck, — solche Begriffe sind unmöglich, so lange das Bewusstsein bei jedem Begriff noch einer herrschenden Vorstellung bedarf, die unmittelbar aus der sinnlichen Anschauung geschöpft ist. In der That bezeugt es die Geschichte der Sprache, dass die ursprüngliche Bedeutung der Sprachwurzel immer die einer concreten sinnlichen Vorstellung ist, dass also die Sprache in den Anfängen ihrer Entwicklung das Abstracte nicht kennt. Wenn demnach auch im Allgemeinen begriffliches Denken und Sprechen so an einander gebunden sind, dass keines ohne das andere möglich ist, so gilt doch die hieraus erschlossene Gleichzeitigkeit der Entwicklung beider nur von einem begrifflichen Denken, das noch völlig in sinnlichen Bildern befangen ist. Diese sinnlichen Bilder äussern sich eben in den herrschenden Vorstellungen, deren Macht die Sprachlaute hervortreibt. Der abstracte Begriff aber gehört einer späteren Entwicklung an, einer Zeit, in welcher die Sprache zu erstarren begonnen und sich allmälig aus dem lebendigen Organ der Gedanken, das sie ursprünglich war, in ein äusseres Werkzeug derselben umgewandelt hat.

2. Die Entwicklung des Gedankenverlaufs (successive Verbindungen des Denkens).

a. Verhältniss der successiven zu den simultanen Denkacten.

Die successiven Verbindungen der Apperception unterscheiden sich von den soeben besprochenen Simultanverbindungen dadurch, dass die mit einander verknüpften Vorstellungen stets ihre Selbständigkeit bewahren, niemals also in eine einzige Vorstellung verschmelzen können. Eine scharfe Grenze zwischen beiden Formen apperceptiver Verbindung kann aber nicht immer gezogen werden. Was in einem bestimmten Fall in einen Denkact zu-

sammengefasst wird, das kann in einem andern in einen Gedankenverlauf sich gliedern. Auch dürfen wir die Entwicklung des Denkens keinesfalls derart uns vorstellen, als wenn zuerst einzelne Begriffe sich bildeten und dann diese Begriffe zu Urtheilen an einander gefügt würden. Vielmehr entwickeln sich diese verschiedenen Formen apperceptiver Vorgänge nothwendig vollkommen gleichzeitig. Begriffe setzen Urtheile voraus, ebenso wie Urtheile Begriffe. Die ersten Sprachäusserungen des Kindes haben schon die Bedeutung von Urtheilen, wenn auch eine solche Aeusserung manchmal nur aus einem einzigen Worte besteht, zu dem, als dem Subject oder Prädicat, die übrigen Bestandtheile des Satzes in Gedanken ergänzt werden müssen. Auch in denjenigen Sprachen, in denen sich weniger als in der unserigen die Satzbildung den feineren logischen Unterscheidungen angepasst hat, können Wortverbindungen, die uns nur einen einzelnen Begriff bedeuten würden, zum Ausdruck eines ganzen Gedankens genügen. Eine Wortverbindung wie »meine Gabe« kann die Bedeutung der vollen Urtheile »ich gebe« oder »ich habe gegeben« besitzen. Ebenso bezeichnet die Sprache zuweilen beiderlei Verbindungen durch Wortverschmelzungen, die sich äusserlich nicht unterscheiden. »Homo« und »fero« sind beides Worteinheiten, und doch bedeutet das erstere nur einen Begriff, das zweite aber ein einfaches Urtheil. Man wird darum auch beiden Worteinheiten nicht den nämlichen psychologischen Werth zusprechen dürfen. Der wesentliche Unterschied dieser Fälle besteht sichtlich darin, dass bei dem Begriff nur *eine einzige herrschende Vorstellung* sich aussondert, während schon zu dem einfachsten successiven Denkact *zwei herrschende Vorstellungen* erforderlich sind, die jedoch ebenfalls mit einander, wie dies die Bildung der untrennbaren Worteinheit bezeugt, zu einer einzigen Gesammtvorstellung sich vereinigen können. Wird der Begriff durch die Formel $h A$ ausgedrückt, so wird daher ein sprachliches Verschmelzungsproduct, welchem die Bedeutung eines Urtheils zukommt, durch eine Formel von der Form $h_1 h_2 A$ dargestellt werden können. Die verbale Form »fero« z. B. ist ebenso gut wie »homo« aus einer einzigen Vorstellung A hervorgegangen. Wie sich in meinem Bewusstsein ein Bild des Menschen gebildet hat, so die Vorstellung einer von mir selbst getragenen Last. In Bezug auf diese erste Grundlage existirt also für Begriff und Urtheil kein Unterschied. Dieser tritt erst hervor, wenn die herrschenden Vorstellungen sich auszusondern beginnen, wo sich sofort zeigt, dass die Gesammtvorstellung, die dem urtheilenden Denkact zu Grunde liegt, einer Zweigliederung unterworfen ist. Treffend bezeichnet daher das deutsche Wort *Urtheilen* den psychologischen Vorgang. Es handelt sich hier wirklich um ein ursprüngliches Theilen der Vorstellungen. Das primitive Urtheil findet so gut wie der Begriff seinen Ausdruck in einer ursprünglichen Worteinheit. Doch immer werden innerhalb derselben zwei Vorstellungen unterschieden, die durch die Gesammtvorstellung, von der sie sich abheben, mit einander in Beziehung gesetzt sind. Auch das einfache Urtheil wird daher durch eine

simultane Gesammtvorstellung im Bewusstsein vertreten, und ähnliche Agglutinationen, wie sie beim Aufbau zusammengesetzter Begriffe entstehen, können darum die Function von Urtheilen besitzen (vergl. die auf S. 32 angeführten Beispiele). Simultane und successive Denkacte hängen also nahe mit einander zusammen. Die ersteren gehen bei der Agglutination der Vorstellungen überall aus einer ursprünglich successiven Verbindung hervor, während anderseits die einfachsten Formen der letzteren durch die Gliederung einer Gesammtvorstellung sich entwickeln. Das unterscheidende Kennzeichen des successiven Denkactes bleibt aber dieses, dass in ihm immer getrennte Bestandtheile innerhalb der Gesammtvorstellung unterscheidbar bleiben, während die der Begriffsbildung dienenden Agglutinationen stets die Tendenz besitzen in vollständige Verschmelzungen überzugehen. An den sprachlichen Ausdrucksformen giebt sich dies daran zu erkennen, dass bei denjenigen Verbindungen der Wurzeln und Wortstämme, welche der Begriffsbildung dienen, die lautliche Contraction und Corruption unbeschränkt stattfinden kann, während bei den verbalen Flexionsformen die Abschleifung des Wortes nie so weit geht, dass nicht die herrschenden Vorstellungen deutlich empfunden würden. Wo die Sprache in ihrer Entwicklung auf dieser Stufe angelangt ist, da greift darum nun jener früher geschilderte Zerfliessungsprocess der Vorstellungen Platz, der sich äusserlich an der Zerlegung der ursprünglich einheitlichen Verbalformen zu erkennen giebt. Die ursprüngliche Vereinigung des Gedankens lockert sich dadurch allmälig, wogegen die Bestandtheile schärfer unterschieden und feiner gegliedert werden.

Der Vorgang, der sich uns hier äusserlich in der sprachlichen Zerlegung des primitiven Urtheils darstellt, muss aber nothwendig in dem Verhältniss der Bestandtheile desselben schon vorgebildet sein, ehe diese äussere Zerlegung eintritt, und umgekehrt wird die Zusammenfassung in eine Gesammtvorstellung noch fortbestehen, auch wenn das Wort in einen Satz sich gegliedert hat. Denn es ist ja nicht eine innere Veränderung des Urtheilsprocesses, durch welche jene Erscheinungen hervorgerufen wurden, sondern einzig und allein die Nöthigung für den Ausdruck des nämlichen Gedankens andere Formen zu finden, nachdem die bisherigen durch die Processe der Contraction und Corruption der Laute und der damit Hand in Hand gehenden Verwischung ihrer Bedeutung unbrauchbar geworden sind. Wenn wir davon ausgehen, dass die Urtheilsverbindungen psychologisch immer den nämlichen Grundcharakter besitzen müssen, so werden wir demnach wohl annehmen dürfen, dass die Sprache auf den verschiedenen Stufen ihrer Entwicklung immer nur verschiedene Seiten dieses Grundcharakters zum Ausdruck bringt. Auf einer ersten radicalen Stufe — wenn wir eine solche voraussetzen dürfen — werden die einzelnen herrschenden Vorstellungen, aus denen eine Gedankenverbindung besteht, deutlich in ihrer Sonderung hervorgetreten sein. Die später sich bildenden fester verbundenen Flexionsformen prägen vorzugsweise die Einheit der Anschauung aus, welche

bei jedem einheitlichen Gedanken vorausgesetzt wird. Die daran zuletzt sich anschliessende Zerlegung der zusammengesetzten Flexionsformen bringt endlich abermals die einzelnen Bestandtheile zur Geltung, indem sie zugleich mit Hülfe der abstracteren Worttheile, die sich indessen gebildet haben, den Zusammenhang und die wechselseitige Beziehung dieser Bestandtheile scharf hervorhebt. Darum ist diese Stufe in logischer Beziehung die vollkommenste, wenn ihr auch die lebendige Anschaulichkeit verloren ging, die gerade durch die unmittelbare Zusammenfassung aller Theile einer Vorstellung in ein Bild zu Stande kommt. Ist ein Gedankenverlauf von zusammengesetzterer Beschaffenheit, so wird dann aber freilich die Gesammtvorstellung von undeutlicherer Beschaffenheit werden, obgleich auch in solchen Fällen gewisse logisch unentwickelte Sprachen, wie die amerikanischen, durch die Bildung äusserst zusammengesetzter Worteinheiten noch auf eine einheitliche Vorstellung, die das Ganze zusammenhält, hinweisen. Immerhin werden hierbei stets die einzelnen Bestandtheile des Gedankens erst während der Zerlegung klarer hervortreten, ähnlich wie wir uns jede verwickeltere Vorstellung deutlicher vergegenwärtigen, indem wir successiv ihre einzelnen Theile appercipiren. Die Gesammtvorstellung selbst bildet in solchen Fällen während des zusammenhängenden Gedankenverlaufs bloss den Gegenstand einer unbestimmteren Perception. Sind aber die einzelnen Glieder der Reihe erst alle durchlaufen, so steht dann am Schluss derselben auch das Ganze klarer vor uns als im Beginn. Denn der innere Blickpunkt hat die Eigenschaft, dass er durch successive Apperception fähig wird, allmälig einen grösseren Kreis von Vorstellungen zu beherrschen *). In unserem Denken giebt es daher vor Allem zwei Momente, wo wir einen zusammengesetzten Gedanken ganz überblicken: den Moment vor und den Moment nach der Zerlegung desselben. Dort steht er aber dunkler, hier klarer vor unserem Bewusstsein. Während des Ablaufs bleibt er uns zwar gegenwärtig, doch tritt er hinter den gerade appercipirten Elementen in die Dunkelheit zurück und bleibt nur stark genug, um das vereinigende Band zu bilden, das den Zusammenhang lebendig erhält. Während nun aber ein Gedanke abläuft, kann sich ausserdem an irgend einen Bestandtheil desselben ein neuer Gedankenverlauf anknüpfen, der dann entweder sich vollzieht, sobald der erste abgelaufen ist, oder auch in denselben eingeschaltet wird. Hier tritt, angeregt durch die vermittelnden Elemente, zunächst wieder eine neue Gesammtvorstellung in das Bewusstsein, deren Zerlegung in der nämlichen Weise geschieht. Es schliessen sich so mehrere Gedanken zu einer Gedankenkette an einander.

Die analytische Natur des psychologischen Processes, welcher dem Gedankenverlauf zu Grunde liegt, tritt endlich besonders noch darin hervor, dass derselbe nicht selten unmittelbar aus jenem früher besprochenen Zerfliessungsprocesse besteht, der an die Verschmelzung und Verdichtung

*) Physiologische Psychologie. S. 718.

der Gedankengebilde sich anschliesst*). Indem durch diesen Process ein Begriff in seine Elemente zerlegt wird, nehmen die Producte einer solchen Zerlegung die Form von Urtheilen an, und der Begriff selbst spielt dabei die Rolle der Gesammtvorstellung, welche den Gedankenverlauf zusammenhält.

b. Gesetze des apperceptiven Gedankenverlaufs.

Vorstellen und Denken stehen zu einander im Verhältniss des weiteren Begriffs zu dem engeren. Als Denken bezeichnen wir jedes Vorstellen, welches einen logischen Werth besitzt, als einen *Gedanken* jeden Zusammenhang von Vorstellungen, dem eine selbständige logische Bedeutung zukommt. Für die psychologische Analyse des Denkens ist aber dieser logische Werth desselben ein aus den inneren Vorgängen resultirendes Ergebniss, welches über die Natur dieser Vorgänge keinerlei Aufschlüsse enthält. Sie hat den Gedankenverlauf lediglich in Bezug auf seine thatsächliche Beschaffenheit zu prüfen, indem sie frägt: wie unterscheidet sich derselbe von andern Formen der Aufeinanderfolge unserer Vorstellungen, vor allem also von der successiven Association? Die Antwort auf diese Frage wurde oben schon angedeutet: die successive Association verläuft als Reihe von unbestimmter Begrenzung, der apperceptive Gedankenlauf aber folgt in allen seinen Theilen dem *Gesetz der Zweigliederung*. Wir wollen dies zunächst an den einfachsten successiven Denkacten und dann an solchen von zusammengesetzterer Beschaffenheit erläutern.

Die einfachste Form eines *Gedankens* oder eines in sich abgeschlossenen apperceptiven Vorstellungsverlaufs ist dann gegeben, wenn eine Gesammtvorstellung in *zwei* mit einander verbundene Theile zerlegt wird. Dies geschieht im *einfachen Urtheil*. Deuten wir allgemein die apperceptive Verbindung auf einander folgender Vorstellungen durch das Zeichen $\frown$ an, so ist $A \frown B$ das psychologische Symbol des einfachen Urtheils.

Sobald die Gesammtvorstellung, aus deren Zerlegung ein Gedankenverlauf entspringt, in drei oder mehr Einzelvorstellungen getrennt wird, so ist er ein *zusammengesetzter*. Hierbei geschieht nun niemals die Verbindung der einzelnen Theile in gleichförmiger Weise, so also dass etwa die Form $A \frown B$ über eine grössere Zahl von Gliedern sich erstreckt, ($A \frown B \frown C$. . .), sondern stets geschehen diese zusammengesetzteren apperceptiven Verbindungen so, dass zunächst, wie beim einfachen Gedanken, die Gesammtvorstellung in zwei Einzelvorstellungen geschieden wird, worauf dann wieder eine der letzteren oder jede derselben in zwei weitere Einzelvorstellungen gegliedert werden kann u. s. w. Hierin liegt der wesentliche Unterschied der apperceptiven von den associativen Verbindungen. Deuten wir die associative Verbindung successiver Vorstellungen durch das Zeichen

*) Vergl. S. 37.

‾ über der Zeile an, so kann eine Associationsreife A‾B‾C‾D‾. . . beliebig viele Glieder enthalten. Dagegen vollzieht sich der apperceptive Gedankenverlauf stets in Formen wie den folgenden:

A B C A B C D A B C D E u. s. w.

Dieses Princip der Dualität oder der binären Verbindung hat in den Kategorieen der grammatischen Syntax seinen unverkennbaren Ausdruck gefunden. Denn alle diese Kategorieen führen zurück auf je zwei Vorstellungen, die mit einander in Beziehung gesetzt sind. So werden zunächst die beiden Hauptvorstellungen, die der ersten Gliederung des Gedankens entsprechen, als Subject und Prädicat unterschieden. Das Subject kann wieder gegliedert sein in Nomen und Attribut. Das Prädicat zerfällt, sofern es ein nominales ist, in die Copula und das eigentliche Prädicat, worauf sich das letztere, ähnlich dem Subject, noch einmal in Nomen und Attribut trennen kann. Ist das Prädicat aber ein verbales, so kann es sich in Verbum und Object gliedern oder in das eigentliche und das ergänzende Prädicat. Selbst da wo sich ein näheres und ein entfernteres Object mit dem Verbum verbinden, erhält sich diese fortschreitende Zweitheilung. Denn hiebei bildet zunächst das Verbum mit dem s. g. näheren Object ein einheitliches Prädicat, welches dem entfernteren Object gegenübertritt, worauf dann erst jenes Prädicat wieder in das die Handlung ausdrückende Verbum und in das Object, auf welches sich die Handlung bezieht, getrennt wird. In dem Satz »er unterrichtet den Knaben in Musik« bildet »er unterrichtet in Musik« zunächst eine einheitliche Vorstellung, die den Knaben als das Object, auf das sie bezogen wird, sich gegenüber hat; dann erst zerlegt sich jene Vorstellung wieder in ihre beiden Bestandtheile.

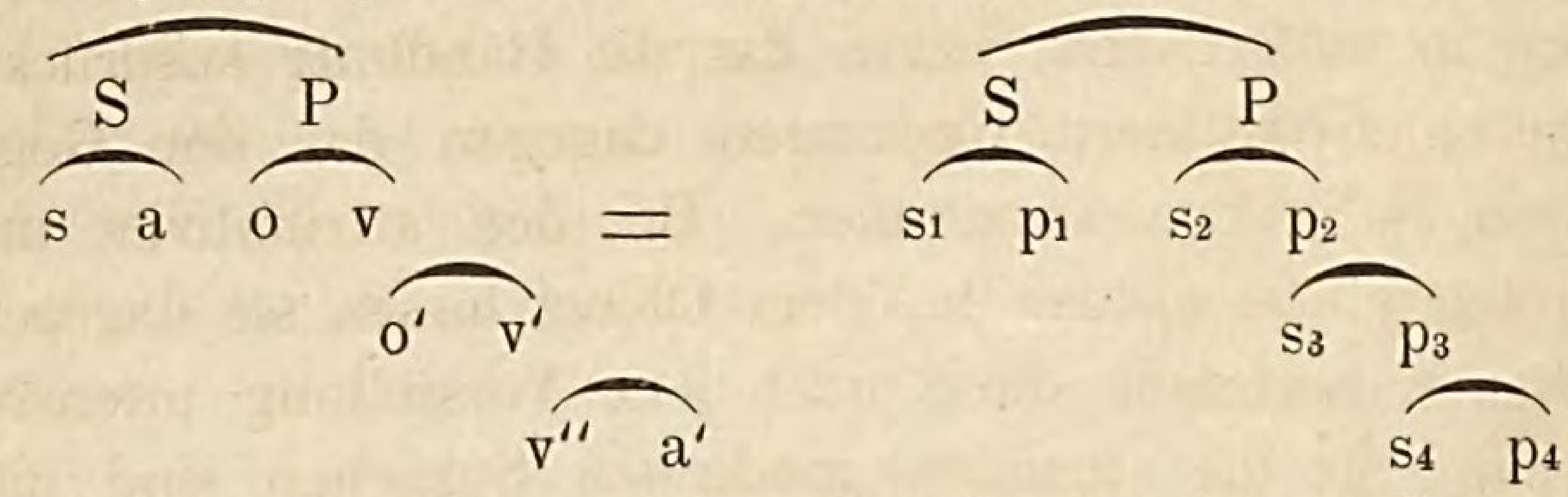
Von allen diesen durch das Gesetz der Dualität regierten grammatischen Verbindungen ist nun e i n e für jeden zusammenhängenden Gedanken unerlässlich: die p r ä d i c a t i v e. Sie vermittelt für sich allein den einfachsten successiven Denkact; in allen zusammengesetzteren kommt sie aber wieder als das Grundverhältniss vor, in welches die andern sich einordnen. Von ihnen kann jedes fehlen und jedes vorhanden sein, je nachdem dieser oder jener Theil des zusammengesetzten Gedankens eine weitere Gliederung erfahren hat. Es frägt sich daher, ob alle diese Verbindungen, abgesehen von dem Verhältniss der Ueber- und Unterordnung, in dem sie stehen, ein wesentlich gleiches oder ähnliches Verhältniss ihrer Glieder zu einander enthalten, ob also z. B. das Verhältniss des Gegenstandes zu seinem Attribut seiner psychologischen Bedeutung nach ein ähnliches ist wie dasjenige der Handlung zu ihrem Object, und ob jedes dieser beiden Verhältnisse wieder der allgemeinen Beziehung des Subjects zum Prädicate entspricht.

Zur Beantwortung dieser Frage wird es erforderlich sein zunächst alle Verbindungen mit einer einzigen zu vergleichen, und zwar mit der prädicativen, da diese das einzige Grundverhältniss darstellt, das zu jedem

Denkacte erfordert wird. Um aber eine solche Vergleichung auszuführen, müssen wir zugleich jede andere Verbindung unter die nämliche Bedingung bringen, unter der sich die prädicative an und für sich schon befindet: diese besteht darin, dass sie keiner andern Verbindung mehr untergeordnet ist. Mit andern Worten, um irgend eine der untergeordneten apperceptiven Verbindungen in Bezug auf ihren unabhängigen Gedankenwerth zu prüfen, müssen wir sie von den ihr übergeordneten Verbindungen loslösen, an die sie in dem zusammengesetzten Denkacte gekettet ist. Isoliren wir auf diese Weise zunächst die *attributive* Verbindung, so wandelt sich das Verhältniss des Gegenstandes A zu seinem Attribut B in ein prädicatives um: die Verbindung $A \frown B$ wird zu einem einfachen Denkact, dem wir die sprachliche Form des Urtheils geben: A ist B. Die attributive Verbindung »ein guter Mann« wird zu dem einfachen Urtheil: »der Mann ist gut.« Denn dieses Urtheil stellt offenbar den Gedankenwerth dar, der in der attributiven Verbindung, wenn sie für sich genommen wird, enthalten ist. Nehmen wir als zweiten Fall an, $A \frown B$ bedeute die *adverbiale* Verbindung, A die Handlung und B die nähere Bestimmung derselben, so gewinnt diese Verbindung für sich abermals eine prädicative Bedeutung, indem die Handlung A zum Subject, die adverbiale Bestimmung B aber zum Prädicat wird. Die adverbiale Verbindung »gut handeln« wird z. B. isolirt gedacht äquivalent dem Urtheil: »ein Handeln ist gut.« Wird endlich durch $A \frown B$ die *objective* Verbindung ausgedrückt, so nimmt wiederum durch die Trennung das Verhältniss die prädicative Form an, wobei aber diesmal das Object zum Subject, die Handlung zum Prädicat wird unter Umwandlung der activen in die passive Verbalform. Jeder solche durch Zerlegung gewonnene Denkact enthält einen *Theil* des ganzen Gedankens.

Dieses Ergebniss, wonach alle apperceptiven Verbindungen, die ein zusammengesetzter Denkact einschliesst, isolirt genommen in eine und dieselbe Form der Verbindung, die prädicative, übergehen, zeigt deutlich, *dass diese Verbindungen in den Eigenschaften, die ihnen an und für sich zukommen, übereinstimmen, und dass die Unterschiede derselben lediglich durch die Stellen veranlasst sind, die ihnen in einem zusammengesetzten Gedanken angewiesen werden.* Wir können uns daher nun auch die Gliederung des zusammengesetzten Gedankens so vorstellen, dass wir uns eine Reihe einander ursprünglich äquivalenter prädicativer Verbindungen in ein Verhältniss successiver Unterordnung gebracht denken, wodurch sie dann erst ihre näheren Eigenschaften gewinnen. Angenommen z. B., die beiden Hauptvorstellungen S und P des Gedankens seien in der Weise gegliedert, dass S in eine Gegenstandsvorstellung s und deren Attribut a, P in eine Verbalvorstellung v und deren adverbiale Bestimmung a' zerfällt, worauf dann weiterhin die Vorstellung v successiv in ein entfernteres und ein näheres Object o und o' nebst den entsprechenden Verbalvorstellungen v' und v'' zweiter und dritter Ordnung

getrennt werden kann, so lassen sich die untergeordneten Glieder s, v, o als Subjecte s_1, s_2, s_3 einfacher Denkacte, die Glieder a′, v′, v″ aber als deren Prädicate p_1, p_2, p_3 darstellen. Es ist also z. B.

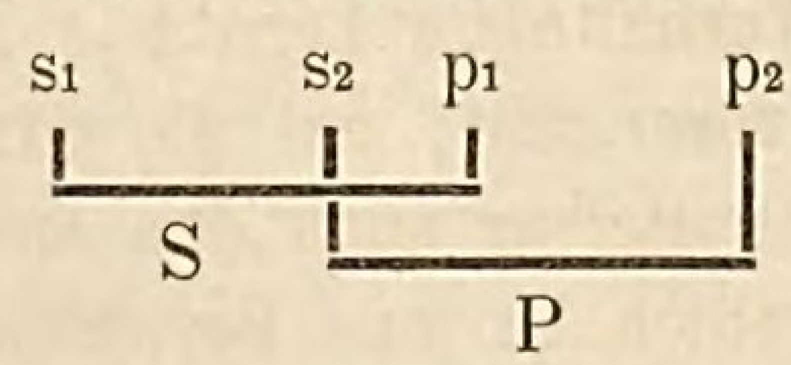


Dieses Beispiel repräsentirt zugleich eine der häufigsten Formen, in denen die Gliederung eines zusammengesetzten Gedankens stattfindet. Es ist diejenige, wo das Subject lediglich aus einem Gegenstandsbegriff und seinem Attribut besteht und die an das Verbum gebundene Vorstellung der Handlung mit adverbialen und objectiven Bestimmungen das Prädicat bildet. Ausserdem tritt an demselben die auch sonst fast durchgehends befolgte Regel hervor, dass die Gliederungen des Gedankens vorwiegend in der Richtung der prädicativen Glieder verlaufen. Die Erklärung dieser Erscheinung liegt nahe. Die Subjectsvorstellung bildet im allgemeinen den festen Punkt, von welchem ein Gedankenverlauf ausgeht: sie ist daher ein einheitlicheres Ganze, dessen Zerlegung gerade dadurch geschieht, dass es mit einer zusammengesetzten Prädicatsvorstellung verbunden wird, die sich sofort in eine Reihe untergeordneter Denkacte gliedert.

Auf dem nämlichen Verhältnisse beruht es, dass die Subjectsvorstellung in allen den Fällen vorangeht, wo die innere Beziehung der Bestandtheile des Gedankens unmittelbar auch den äusseren Verlauf der Vorstellungen bestimmt. Aber freilich ist jene Beziehung hier nicht das allein massgebende. Die Reihenfolge der Elemente des einfachen Urtheils ist veränderlich, indem ebensowohl das Prädicat dem Subject wie dieses jenem vorangehen kann. Diese Umkehrbarkeit, die freilich wesentlich von Gewohnheiten der Sprache mitbedingt ist, erstreckt sich dann auch auf die übrigen binären Verbindungen, die attributive, adverbiale, objective. In allen diesen Fällen wird sichtlich jedesmal die vorangestellte Vorstellung in der Apperception bevorzugt. Je nach der Natur dieser Vorstellung gewinnt dann das Denken einen eigenthümlichen Charakter. So bewirkt das Vorausgehen des Prädicates eine grössere Lebendigkeit des Ausdrucks, indem hierbei jene Vorstellungen, welche sich auf ein Handeln oder Geschehen beziehen, durchweg energischer und daher vor den andern appercipirt werden. Eine grössere Anschaulichkeit gewinnt dagegen der Gedanke, wenn das Hauptwort seinem Attribut, das Zeitwort den zu ihm gehörigen adverbialen Bestimmungen voransteht, weil zur Anschaulichkeit vor allem erforderlich ist, dass die Vorstellungen der Gegenstände und Handlungen deutlich von den zu ihnen gehörigen näheren Bestimmungen sich sondern und daher bevorzugt werden in der Apperception. In bewundernswerther Weise haben die klassischen Sprachen vermöge der Freiheit der syntaktischen

Bewegung, die sie sich gestatten, Anschaulichkeit und Lebendigkeit mit einander zu vereinen gewusst, indem sie im allgemeinen der Regel folgen, in einfachen Urtheilen, also immer in den verbalen Flexionsformen, häufig aber auch in einfacheren Sätzen das die Handlung ausdrückende Prädicat, bei längeren Gedankenverbindungen dagegen das den Gegenstandsbegriff enthaltende Subject voranzustellen. Bei den attributiven und adverbialen Bestimmungen und ebenso bei dem Object lassen sie dagegen die Stellung wechseln, je nachdem diese oder jene Vorstellung intensiver appercipirt werden soll. In den meisten modernen Sprachen sind die Forderungen der Anschaulichkeit und Lebendigkeit überhaupt zurückgetreten, sie kommen fast nur noch in poetischen Redeformen zur Geltung; dafür ist die oben hervorgehobene innere Beziehung der Bestandtheile des Gedankens, also der *logische* Gesichtspunkt, vorzugsweise entscheidend geworden.

Ein verwandtes Hülfsmittel, um dem Denken und seiner äusseren Form Anschaulichkeit und Lebendigkeit zu verleihen, besteht darin, dass *Verschlingungen* des Gedankens eintreten, indem die zusammengehörigen Elemente der Subjects- und der Prädicatsvorstellung von einander getrennt werden. Vermöge solcher Verschlingungen wird die Zusammengehörigkeit aller Theile des Gedankens ungleich deutlicher empfunden, namentlich dann wenn zugleich das herrschende Subject und herrschende Prädicat an Anfang und Ende des Satzes gestellt werden, so dass sie alle zu ihnen gehörigen Nebenbestandtheile umschliessen in der Form:



Auch in dieser Beziehung zeichnen sich bekanntlich die klassischen Sprachen aus. Man erinnere sich z. B. an einfache Sätze wie die folgenden: »Socrates venenum laetus hausit«, »Gallia est omnis divisa in partes tres« u. dgl., wo im ersten Fall, durch die verschränkte Stellung von Attribut und Object, Subject und Prädicat gleichsam in einander verwebt erscheinen, während im zweiten die beiden Bestandtheile des Hauptprädicats das zum Subject gehörig Attribut zwischen sich fassen.

Das Gesetz der Dualität, welches auch unter diesen speciellen Bedingungen seine Gültigkeit bewahrt, kann seine *psychologische Erklärung* nur in den allgemeinen Eigenschaften der Apperception finden, und es ist seinerseits geeignet, diese Eigenschaften heller ins Licht zu setzen. Zunächst hat das Gesetz die Bedeutung, dass in einem Gedankenzusammenhang je eine Vorstellung mit *einer* andern näher verbunden ist als mit allen übrigen. Aber da die Zweigliederung regelmässig in Untergliederungen vorwärts schreitet, so liefert sie ausserdem den directen Beweis für die schon oben berührte Voraussetzung, dass jeder Gedanke zuerst in unserem Bewusstsein als ein *Ganzes* enthalten ist, das sich dann sofort in seine Bestandtheile sondert, indem es sich zunächst in zwei Theile gliedert,

worauf dann an jedem dieser Theile der nämliche Vorgang sich wiederholen kann, u. s. w. Da dieser Vorgang stets nur in einer Zweitheilung besteht, so weist er endlich unmittelbar darauf hin, dass in einem gegebenen Zeitmoment nur ein einziger apperceptiver Denkact möglich ist. Das Gesetz der Zweigliederung fordert demnach die beiden Annahmen: 1) jeder zusammenhängende Gedanke ist psychologisch aus einer einzigen Gesammtvorstellung hervorgegangen, und 2) der apperceptive Gedankenverlauf ist ein rein successiver. Jede einmalige Theilung eines Ganzen ist aber nothwendig eine Zweitheilung, und der Satz, dass jeder Gedanke nach dem Princip der Zweitheilung aufgebaut ist, schliesst also unmittelbar das Nebeneinanderbestehen mehrerer zerlegender Denkacte aus. Dieser successive Verlauf des Denkens ist es, welchen man nach dem Vorgang von Leibniz als dessen discursive Beschaffenheit bezeichnet hat, ohne jedoch über Form und Bedingungen derselben Rechenschaft abzulegen. Wir werden künftig unter diesem Ausdruck stets die Gesammtheit der hier erörterten Verhältnisse verstehen.

c. Complicationen mit der Association.

Nicht alle Gliederungen des Gedankenverlaufs, welche uns in dem sprachlichen Ausdruck entgegentreten, lassen sich jedoch auf eine Zweitheilung zurückführen, und selbst nicht alle Zweitheilungen, die wirklich vorkommen, stammen von jenem Princip her, das die apperceptiven Verbindungen des discursiven Denkens beherrscht. Solche Ausnahmen entstehen regelmässig dadurch, dass auch associative Vorstellungsreihen in einen logischen Gedankenverlauf aufgenommen werden können. Prüfen wir z. B. einen Satz wie den folgenden: »Petrus und Paulus predigten und schrieben Briefe,« so könnte es scheinen, als wenn hier zunächst sowohl das Subject wie das Prädicat eine Zweitheilung erfahren habe und dann noch einmal der zweite Theil des Prädicats in Verbum und Object zu gliedern sei. Eine derartige Darstellung würde aber psychologisch nicht zutreffen. Vielmehr sind es offenbar vier selbständige Gedanken, die hier in einen zusammengezogen sind, und die wir darstellen können durch die Formeln: $\overset{\frown}{A\,C}$, $\overset{\frown}{B\,C}$, $\overset{\frown}{A\,\overset{\frown}{D\,E}}$ und $\overset{\frown}{B\,\overset{\frown}{D\,E}}$ (Petrus predigte, Paulus predigte, u. s. w.). Da nun wechselweise zu übereinstimmenden Subjecten übereinstimmende Prädicate gehören, so haben die Vorstellungen neben den apperceptiven auch noch associative Verbindungen eingegangen. Richtig wird daher der ganze Gedanke unter Benützung der Associationssymbole ausgedrückt werden können durch folgende Formel:

$$A\overline{}\overset{\frown}{B\;C\overline{}\overset{\frown}{D\,E}}$$

Ein derartiges Urtheil kann nun nicht aus der Zerlegung einer einzigen Gesammtvorstellung hervorgegangen sein. Vielmehr haben die vier Theile, in die wir es oben zerlegten, gesonderte Gesammtvorstellungen

gebildet. Aber die Bestandtheile der letzteren sind dann in associative Verbindungen gebracht worden, und so ist es geschehen, dass zwar nicht jene vier Theile auch noch in eine einzige Gesammtvorstellung zusammenfliessen, was ganz und gar unmöglich wäre, sondern dass die vier Gesammtvorstellungen in einem einzigen Gedankenverlauf zerlegt wurden. Dies ist nur dadurch möglich, dass sich die Gesammtvorstellungen, obgleich verschieden, doch in übereinstimmender Weise zerlegen. Der predigende Petrus, der predigende Paulus, ebenso jeder dieser Apostel vorgestellt in der Handlung des Briefschreibens, bilden die vier Vorstellungen. Statt sie einzeln nach einander zu zerlegen, vollbringe ich dies für alle auf einmal, indem ich die einander ähnlichen Elemente, also auf der einen Seite die beiden Apostel, auf der andern die Handlungen des Predigens und Briefschreibens verbinde. Diese Verbindungen haben aber ihren Grund offenbar nur in der erfahrungsmässigen Association der betreffenden Vorstellungen. Wir haben es also hier zu thun mit einem Gedanken, der aus associativen und apperceptiven Verbindungen gemischt ist.

Auf diese Weise wird zwar der eigentliche Aufbau des Gedankens stets vermittelt durch die apperceptiven Verbindungen der Vorstellungen, aber neben ihnen spielen doch auch Associationen eine wichtige Rolle, indem sie vielfach die Gliederung und Zusammenfassung der Bestandtheile im Einzelnen bestimmen. Auch die Sprache trägt dieser Rolle Rechnung, indem bestimmte Wortformen nur aus dem Bedürfniss der associativen Verbindung hervorgegangen sind. Es sind vor allen Dingen die Conjunctionen, welche ursprünglich diese Function besitzen. Indem dieselben zunächst die sinnliche Bedeutung eines Zusammenseins oder Folgens in Raum oder Zeit haben, sind sie geeignet die Gedankenbewegung auf mehrere associativ mit einander verbundene Gesammtvorstellungen zu erstrecken. Doch haben einzelne Conjunctionen im Laufe der Entwicklung eine logische Bedeutung angenommen und sind dadurch dann auch in den Dienst der apperceptiven Gedankengliederung übergetreten *).

d. Die Verkettung der Gedanken.

Wenn mehrere einfache oder zusammengesetzte Denkacte mit einander in eine innere Verbindung treten, so entsteht eine Verkettung der Gedanken. Sie kann entweder dadurch bewirkt werden, dass ein erster Denkact durch Association einen zweiten hervorruft, oder es kann die Verbindung eine apperceptive sein, indem sie auf der nämlichen activen Energie beruht, welche die Verbindung der Vorstellungen in den einzelnen Denkacten beherrscht. Zur Unterscheidung beider Formen giebt es keine sicheren objectiven Merkmale. Eine ursprünglich durch Association entstandene Verbindung kann nachträglich apperceptive Bedeutung gewinnen,

*) Das Nähere hierüber folgt in der Lehre vom Urtheil, Abschnitt III, Capitel II.

ja wahrscheinlich ist dies die gewöhnliche Art, in der Verkettungen der zweiten Form entstehen. Denn das entscheidende Kriterium für die letztere besteht darin, dass sich bei ihr die Apperception nicht an diejenigen Vorstellungen bindet, welche in einem gegebenen Fall die Association am meisten begünstigt, sondern dass sie diejenigen auswählt, welche durch ihre logische Beziehung bevorzugt sind. Man hat auch diese Art der Beziehung, als eine logische Association, den übrigen Formen der letzteren anzureihen gesucht. Dabei kommt aber der wesentliche Unterschied gar nicht zur Geltung, dass solche von logischen Rücksichten bestimmte Verbindungen stets von dem unmittelbaren Bewusstsein einer spontanen Denkhandlung begleitet werden, während wir, wenn associative Verbindungen entstehen sollen, möglichst passiv den in uns auftauchenden Vorstellungen uns überlassen müssen. Hieraus ist aber auch klar, dass zwar gewisse Verbindungen schon objectiv ihren associativen oder apperceptiven Charakter verrathen werden, dass aber der entscheidende Punkt stets der subjective Zustand unseres Bewusstseins ist. So wird z. B. die Verbindung der beiden Urtheile »Gold ist gelb, Gold ist glänzend« dann als eine associative Gedankenkette anzusprechen sein, wenn der zweite Denkact lediglich der gewohnheitsmässigen Association der Vorstellung »glänzend« mit den beiden vorangegangenen Vorstellungen seinen Ursprung verdankt und, abgesehen davon, dass unter andern gleich möglichen Associationen diese zuerst verfügbar wurde, keine dieselbe begünstigende Bedingung stattgefunden hat. Dagegen wird die Verbindung »Gold ist ein Metall, Gold ist schmelzbar« dann eine apperceptive sein, wenn entweder der zweite Denkact den ersten in Bezug auf einzelne dem Golde zukommende Eigenschaften näher zu erläutern sucht, oder wenn man durch Eigenschaften, die sich am Golde darbieten, die wesentlichen Eigenschaften eines Metalls finden will. Meistens wird man in solchen Fällen die erfolgende Apperception als das Resultat einer Wahl zwischen mehreren Denkacten betrachten können, die sich gleichzeitig durch Association darbieten. Wo aber auch zufällig eine solche Wahl nicht nachweisbar ist, sondern unmittelbar die Apperception des logisch Passenden stattzufinden scheint, da wird man desshalb doch den Process als einen im Wesentlichen übereinstimmenden ansehen dürfen, da jenes unmittelbare Bewusstsein aufgewandter Denkenergie in solchen Fällen ebenfalls sich vorfindet.

Die associativen Verbindungen der Urtheile können wir hier unberücksichtigt lassen. Es genügt die Bemerkung, dass sie den nämlichen Regeln folgen wie die Associationen der Vorstellungen, indem sie sich von diesen eben nur dadurch unterscheiden, dass nicht einzelne Vorstellungen, sondern Urtheilsverbindungen sich nach inneren oder äusseren Beziehungen an einander schliessen. Die apperceptiven Gedankenketten aber lassen sich unterscheiden in einfache und in zusammengesetzte. Einfach werden wir eine Verkettung nennen, die bloss zwischen zwei einzelnen Denkacten, mögen diese selbst nun einfach oder zusammengesetzt sein, sich gebildet hat; zusammengesetzt eine solche, die über eine grössere Anzahl von Denk-

acten sich erstreckt. Zwei mit einander verbundene Urtheile können nun diese ihre Verbindung entweder irgend welchen einzelnen Vorstellungen, die sie enthalten, oder aber einer Beziehung verdanken, welche nur zwischen dem gesammten Inhalt der Urtheile besteht, ohne dass irgend welche einzelne Elemente mit einander übereinstimmten. Die beiden Verbindungen können also, wenn wir die Verkettung symbolisch durch einen Bogen *unter* der Zeile andeuten, die Formen besitzen:

AB AC oder AB CD

wobei übrigens im ersten Fall die Stellung der übereinstimmenden Elemente A eine variable ist. Die erste Form wollen wir als die der *Elementarverbindungen*, die zweite als die der *Totalverbindungen* der Denkacte bezeichnen.

Verkettungen von mehr als zwei Denkacten können entweder in solcher Weise sich bilden, dass der erste mit einem zweiten, dieser mit einem dritten verbunden ist, u. s. w., oder aber so, dass irgend einer der späteren Denkacte mit *mehreren* vorangegangenen gleichzeitig in Verbindung steht. Wir können das letztere als eine *Verwebung der Gedanken* bezeichnen. Eine fortschreitende Verkettung würde z. B. folgendermassen dargestellt werden:

AB BC CD DE oder AB CD EF GH . . .

Als Verwebungen dagegen würden die folgenden Formen zu betrachten sein:

AB BC CA und AB CD EF AB

Unter den Elementarverbindungen ist als ein specieller Fall derjenige erwähnenswerth, wo die Verkettung durch ein allen Gliedern gemeinsames Element, welches entweder in allen die Stelle des Subjectes oder in allen die Stelle des Prädicates einnehmen kann, bewirkt ist. Es entstehen so die beiden Reihen

AB AC AD AE und BA CA DA EA . . .

Diese Reihen spielen in unserem Bewusstsein eine wichtige Rolle, da dasselbe seine Gedanken dann in solchen Formen zu verketten pflegt, wenn es zusammengehörige Thatsachen der Erfahrung planmässig sammelt. In doppelter Weise kann aber diese Sammlung vor sich gehen: erstens indem einem und demselben Gegenstand verschiedene Eigenschaften beigelegt werden, die successiv in der Erfahrung sich darbieten, und zweitens indem verschiedenen Gegenständen eine und dieselbe Eigenschaft beigelegt wird, deren Vorkommen im Gebiet der Erfahrung registrirt werden soll. Dort entsteht die Form der ersten, hier die der zweiten Reihe. In beiden ist aber die Verkettung eine besonders innige. Indem nämlich das Element, das sie bewirkt, in der ganzen Reihe übereinstimmt, ist jedes Glied nicht allein mit dem unmittelbar vorangehenden, sondern weiterhin auch mit

allen früheren verkettet. Immerhin ist eine derartig verstärkte Verkettung von dem, was wir Verwebung der Gedanken genannt haben, noch wohl zu unterscheiden, da wir als das charakteristische Merkmal der letzteren die neben einander hergehenden Verkettungen verschiedener Elemente festhalten müssen. Dagegen kann aus den obigen Reihen eine Verwebung entstehen, wenn mehrere derselben zusammentreten und die Glieder derselben zugleich so beschaffen sind, dass sich zwischen den beiden Reihen neue Verkettungen bilden. Es seien z. B. gegeben die beiden Reihen

$$\left.\begin{matrix} AB & AC & AD & AE\ldots \\ A'B & A'C & A'D & A'E\ldots \end{matrix}\right\} \widehat{A\,A'}$$

so werden nicht nur innerhalb jeder dieser Reihen die auf einander folgenden Glieder durch ihre übereinstimmenden Elemente A und A′ verbunden, sondern ebenso die zu verschiedenen Reihen gehörigen Glieder, die ein übereinstimmendes Element enthalten, also A B mit A′B u. s. w. Ist die letztere Verkettung ebenfalls, wie in diesem Beispiel, eine durchgängige, so entspringt aus der Verwebung beider Reihen eine Verkettung auch der Elemente A und A′, welche zu einem neuen Denkacte $\widehat{A\,A'}$ vereinigt werden. Es vollzieht sich so die regelmässige Grundform einer inductiven Gedankenentwicklung. Setzen wir z. B. an die Stelle des gemeinsamen Elementes der ersten Reihe die Vorstellung Gold und bilden nun als einzelne Denkacte $\widehat{A\,B}$, $\widehat{A\,C}$, $\widehat{A\,D}$. . . die Urtheile »Gold ist glänzend, schmelzbar, dehnbar, ein einfacher Körper« u. s. w., an die Stelle des gemeinsamen Elementes der zweiten Reihe die Vorstellung Metall, so dass die Denkacte $\widehat{A'B}$, $\widehat{A'C}$, $\widehat{A'D}$. . . die Urtheile bedeuten: »Metalle sind glänzend, schmelzbar, dehnbar, einfache Körper« u. s. w.: so entspringt das Urtheil $\widehat{A\,A'}$ »Gold ist ein Metall« als der Schlusspunkt dieser Entwicklung. Eine andere Richtung nimmt die letztere, wenn das übereinstimmende Element in beiden Reihen nicht vorangeht, sondern nachfolgt, wenn also die Gedanken z. B. in dieser Weise verkettet sind: »Gold, Silber, Kupfer, Blei . . . ist schmelzbar, — Gold, Silber, Kupfer, Blei . . . ist Metall«, wo aus dieser Verwebung der neue Denkact hervorgeht: »Metalle sind schmelzbar«. Hier haben also die Reihen die Form

$$\left.\begin{matrix} BA & CA & DA & EA\ldots \\ BA' & CA' & DA' & EA'\ldots \end{matrix}\right\} \widehat{A\,A'}$$

Die erste Form der Reihenverwebungen liegt denjenigen inductiven Processen zu Grunde, bei denen wir, veranlasst durch eine Reihe übereinstimmender Eigenschaften, eine gegebene Vorstellung einer andern gleichsetzen oder unterordnen. Die zweite kommt dort zur Anwendung, wo wir eine charakteristische Thatsache in einer Reihe von Fällen, die zu einer allgemeinen Vorstellung gehören, nachweisen und dadurch veranlasst werden eine allgemeine Regel aufzustellen. Im ersten Fall handelt es sich um eine Induction aus vielen Eigenschaften, die einem Object

zukommen, hier um eine Induction aus einer Thatsache, in der viele Objecte übereinstimmen.

Ein charakteristischer Unterschied der apperceptiven von den associativen Verbindungen tritt hier, wie in den vorigen Fällen, darin zu Tage, dass die Association am ungestörtesten dann von statten geht, wenn sie zu immer neuen Vorstellungen überführt, wie dies z. B. die zeitliche Association der Zahlreihe zeigt. In der apperceptiven Verbindung der Gedanken dagegen sind wir immer bestrebt, nicht bloss den neuen Denkact an den unmittelbar vorangegangenen, sondern zugleich an die früheren, wo möglich an den Anfang der Gedankenreihe anzuknüpfen und so die blosse Verkettung in eine Verwebung der Gedanken umzuwandeln. Schon bei der einfachsten, aus bloss zwei Denkacten bestehenden Gedankenkette geschieht dies dadurch, dass wir einen dritten Denkact hinzufügten, der jene Verwebung herstellt. Es sind uns gegeben zwei irgendwie verkettete Urtheile $\overset{\frown}{AB}\underset{\smile}{\ }\overset{\frown}{BC}$, sei es dass dieselben durch die Anregung der äusseren Erfahrung oder durch willkürliche Combination von Vorstellungen entstanden sind, — immer sieht sich unsere Apperception in diesem Fall von sich aus veranlasst einen dritten Denkact $\overset{\frown}{AC}$ oder $\overset{\frown}{CA}$ hinzuzufügen, der die einfach fortschreitende Kette zu einer rückkehrenden macht und so eine Verwebung erzeugt.

Diese Wirkung der activen Apperception ist derjenige psychologische Vorgang, welcher dem Syllogismus zu Grunde liegt. Es ist bemerkenswerth, dass die dreigliedrige Form des einfachen Schlusses abermals nur eine Folge jenes Gesetzes der Dualität ist, unter dessen Herrschaft wir das Denken überall fanden. Dies Gesetz fordert, dass der abschliessende Denkact, welcher die Verwebung einer Gedankenkette herstellt, wie jeder andere Denkact, aus zwei Hauptvorstellungen besteht, die mit einander in Beziehung gesetzt sind. Der einfachste Fall dieser Art ist aber dann gegeben, wenn die Gedankenkette, zu der er hinzutritt, selbst nur aus zwei Gliedern zusammengesetzt ist.

Natürlich ist die Bildung von Verwebungen der Gedanken hierauf nicht beschränkt. Eine Gedankenkette kann durch mehrere Glieder hindurch fortschreitend sein und dann erst zu einem Element des Anfangsgliedes zurückkehren, also etwa die Form haben:

$$\overset{\frown}{AB}\underset{\smile}{\quad}\overset{\frown}{BC}\underset{\smile}{\quad}\overset{\frown}{CD}\underset{\smile}{\quad}\overset{\frown}{DE}\underset{\smile}{\quad}\overset{\frown}{EA}$$

Man sieht sofort, dass eine solche Gedankenverwebung ebenfalls ein Gebilde ist, das logisch die Form eines Schlusses, und zwar eines s. g. Kettenschlusses, annimmt. Nicht selten verläuft sie aber in einer minder regelmässigen Weise und wird von fortschreitenden Gedankenketten und associativen Verbindungen durchkreuzt.

Die aus Totalverbindungen hervorgehenden zusammengesetzten

Gedankenketten tragen ursprünglich in der Regel den associativen Charakter an sich. Wir verknüpfen eine grössere Reihe von Denkacten, die kein Element mit einander gemein haben, vor allem dann, wenn durch dieselben eine Anzahl zeitlich oder räumlich verbundener, aber verschiedenartiger Thatsachen ausgedrückt werden. Eine zusammenhängende Erzählung oder Beschreibung erfolgt also z. B. in der Form einer derartigen Reihe

A B C D E F G H . . .

In dem sprachlichen Ausdruck kann die Verbindung der Glieder durch Conjunctionen vermittelt oder auch durch die blosse Aufeinanderfolge angedeutet sein.

Auch darin verräth diese Verkettung ihren Ursprung aus der Association, dass sie häufiger die Beschaffenheit einer fortschreitenden Reihe behält. Wo es aber geschieht, dass sie zur rückkehrenden Reihe wird, da kann dies nicht durch die blosse Wiederkehr einzelner Elemente, sondern nur durch diejenige ganzer Verbindungen bewirkt werden, also z. B.

A B C D E F A B

Solche Verwebungen liegen denjenigen Schlussfolgerungen zu Grunde, die aus zusammengesetzten, durch Conjunctionen in Vorder- und Nachsatz zerfallenden Urtheilen bestehen. Die Logik pflegt derartige Schlussfolgerungen in amplificirter Gestalt darzustellen, indem sie dieselben genau nach dem Schematismus der einfachen Syllogismen behandelt und nur an die Stelle der einzelnen Begriffe Begriffsverbindungen oder Urtheile einführt. An die Stelle der obigen Formel tritt so die folgende:

A B C D C D E F E F A B

Sie ist dadurch entstanden, dass man im Lauf der Gedankenkette jeden Denkact wiederholt und durch die so entstandenen übereinstimmenden Denkacte die Verkettung hergestellt denkt. Dem psychologischen Vorgang, der solche Umwege nicht macht, ausser wenn er durch die sprachliche Form dazu veranlasst wird, entspricht aber die einfache Formel jedenfalls besser. Sind die Denkacte A B, C D und E F mit einander verkettet, so ist es überflüssig, das mittlere C D zweimal zu denken. Dies ist bei den Elementarverbindungen ganz anders: in zwei auf einander folgenden Denkacten A B und B C muss nothwendig das Element B zweimal gedacht werden, weil es jedesmal in einer andern Vorstellungsverbindung vorkommt. Selbstverständlich können auch diese Verbindungen aus einer grösseren Zahl von Gliedern aufgebaut sein. Eine Reihe wie die folgende

A B C D E F G H I K A B

bildet eine Schlusskette, die, statt von Vorstellung zu Vorstellung, von einem einfachen Urtheil zum andern sich bewegt. Bedenken wir nun, dass unsere

Gedankenverbindungen einfache und zusammengesetzte Schlüsse dieser und jener Form, ausserdem fortschreitende Verkettungen ebenfalls in beiden Formen enthalten, und dass endlich in dieselben mannigfache associative Verknüpfungen sich einmengen, so giebt dies einigermassen ein Bild von der verwickelten psychologischen Natur des Verlaufs der Gedanken.

3. Die Wechselwirkungen zwischen der Begriffsbildung und dem Gedankenverlauf.

Indem das Wesen des Begriffs seiner psychologischen Entwicklung gemäss darin besteht, dass derselbe mehrere Vorstellungen zu einander in Beziehung setzt, tritt die Bildung der Begriffe nothwendig in einen innigen Zusammenhang mit der Entwicklung des apperceptiven Gedankenverlaufs. Denn auch die einzelnen Vorstellungen, die in den letzteren eintreten, werden durch das Denken zu einander in Beziehung gebracht. Jede Vorstellung, die an dem Gedankenverlauf Theil nimmt, gewinnt dadurch schon, abgesehen von der Bedeutung, die ihr an und für sich zukommen mag, einen begrifflichen Charakter. Hieraus geht zugleich hervor, dass jene beiden Vorgänge, welche wir hier zunächst einer getrennten psychologischen Analyse unterwerfen mussten, in Wirklichkeit nothwendig gleichzeitig sich entwickeln. Diese Wechselbeziehung findet nun noch weiterhin darin ihren Ausdruck, dass einerseits der Gedankenverlauf die nothwendige Bedingung ist für die Weiterentwicklung der Begriffe, und dass anderseits eigenthümliche Formen des Gedankenverlaufs aus der Zerlegung der Begriffe hervorgehen.

a. Der Gedankenverlauf als Quelle der Begriffsbildung.

Als die primäre psychologische Form, in der Begriffe in uns entstehen, ist schon nach den Zeugnissen der Sprache stets die früher geschilderte Verschmelzung einer herrschenden Vorstellung mit einer Reihe einzelner Vorstellungen vorauszusetzen, woran dann jene Vorgänge des Bedeutungswechsels und der Verdrängung der herrschenden Vorstellung durch Sprachlaut und Schriftbild sich anschliessen, durch welche aus dem anfangs noch in der sinnlichen Anschauung befangenen Begriff ein immer brauchbareres Hülfsmittel des Denkens gemacht wird. Nachdem aber auf diese Weise das Wort zu einem Symbol von willkürlich veränderlichem Werthe geworden ist, kann der logische Gedankenverlauf benützt werden, um entweder vorhandene Begriffe umzuwandeln oder neue Begriffe zu construiren. Vor allem sind es jene Reihen, welche der inductiven Gedankenentwicklung zu Grunde liegen, die in dieser Weise zur Vervollständigung vorhandener Begriffe und zu neuer Begriffsbildung führen. Wenn z. B. die oben (S. 62) erwähnten Reihen A B, A C A' B, A' C die einfachen Wahrnehmungsurtheile bedeuten: »Pflanzen bewegen sich, wachsen, pflanzen sich fort,

sterben ab....« »Thiere leben, wachsen u. s. w.«, so hat der resultirende Denkact $\widehat{AA'}$ die Bedeutung: Pflanzen und Thiere gleichen sich in den angegebenen Eigenschaften. Hierdurch entsteht nun das Bedürfniss diese gemeinsamen Eigenschaften in einen neuen Begriff zusammenzufassen. Dies geschieht, indem zunächst irgend eine derselben als herrschende Vorstellung ausgesondert wird. Wahrscheinlich haben sich sogar die Begriffe Thier oder Pflanze schon auf diesem Wege eines discursiven Denkens gebildet, da, wie die geschichtliche Entwicklung der Sprache bezeugt, der Mensch Jahrtausende lang einzelne Thiere zu bezeichnen wusste, ehe er einen Ausdruck für die Gesammtheit der Thiere fand*). Bei den wissenschaftlichen Begriffen ist das offenbar die regelmässige Entstehungsweise. In der Bezeichnung solch' künstlich gebildeter Begriffe schliesst aber die Wissenschaft ganz und gar dem ursprünglich von der Sprache geübten Verfahren sich an. Sie wählt eine einzelne Eigenschaft, die keineswegs eine constante zu sein braucht, als herrschende Vorstellung. Wir nennen einen »Organismus« was in gewissen Fällen der Organe entbehrt, viele der in der Biologie sogenannten »Zellen« sind solide Gebilde, von zahlreichen »Fixsternen« wissen wir, dass sie eine eigene Bewegung besitzen. Der einzige Unterschied von den ursprünglichen Begriffen besteht somit darin, dass die Verbindung der Vorstellungen nicht aus Association und apperceptiver Verschmelzung, sondern aus discursiven Gedankenreihen hervorgegangen ist. Von da an verläuft dann die Begriffsbildung in der allgemein gültigen Weise, und insbesondere sind es auch hier die Verschiebungen der Vorstellungen, welche in ausgiebiger Weise benützt werden, um die Begriffe zu modificiren und den sich verändernden Bedürfnissen des practischen Lebens oder der Wissenschaft anzupassen.

b. Der Begriff als Quelle der Gedankenentwicklung.

Wie nach dem Vorigen aus dem Gedankenverlauf eine Begriffsbildung entspringen kann, so können umgekehrt aus einem Begriff Gedankenreihen hervorgehen, die regelmässig, da sie durch den ursprünglichen Begriff zusammenhängen, die Form der Verkettung und häufig ausserdem, wenn die Reihen rückläufig werden, die Form der Verwebung der Denkacte besitzen. Eine solche Gedankenentwicklung aus Begriffen ereignet sich immer dann, wenn ein im Denken festgehaltener Begriff successiv mit einer Reihe anderer Begriffe in Beziehung gesetzt wird.

Schon dem einzelnen Denkact liegt, wie wir sahen, eine Gesammtvorstellung zu Grunde. Bald bezeichnet die Verbindung $\widehat{AB}$ eine Vorstellung, in welche A und B als Bestandtheile eingehen, bald ist A oder B die Gesammtvorstellung, von der im ersten Fall B, im zweiten A einen Bestandtheil bezeichnet, welcher im Denken mit dem Ganzen, zu dem er

*) G. Curtius, Grundzüge der griechischen Etymologie, I. S. 28.

gehört, verbunden wird. In jenem Falle nun, wo A, das erste Element eines Denkactes $\overset{\frown}{AB}$, die Gesammtvorstellung ist, zu der das zweite Element B als besonderer Bestandtheil gehört, kann immer leicht eine Reihe ähnlicher Denkacte $\overset{\frown}{AC}$, $\overset{\frown}{AD}$, $\overset{\frown}{AE}$ u. s. w. gebildet werden, in denen successiv andere Bestandtheile C, D, E . . . der Gesammtvorstellung A hervorgehoben und mit ihr im Denken verbunden werden. Auf diesem Wege entsteht dann eine einfache Gedankenkette, die durch das übereinstimmende Element A zusammengehalten wird. Treten an die Stelle der Vorstellungen Begriffe, so wird A zum Allgemeinbegriff und die Kette $\overset{\frown}{AB}\smile\overset{\frown}{AC}\smile\overset{\frown}{AD}\smile\overset{\frown}{AE}\ldots$ stellt die *Zerlegung eines Begriffs in seine Theile* dar. Steht dagegen das gemeinsame Element A zu den übrigen B, C, D . . ., mit denen es successiv verbunden wird, nicht in dem Verhältniss einer sie alle umfassenden Vorstellung, so drückt jeder Denkact der Reihe allgemein eine Beziehung des Begriffs A zu andern Begriffen aus. Eine Gedankenkette dieser Art hat dann die Bedeutung, dass sie *einen Begriff durch eine Reihe anderer Begriffe bestimmt, mit welchen derselbe in irgend einem Denkverhältnisse steht.*

An und für sich kann eine Kette, die auf diese oder jene Weise ein gemeinsames Element enthält, beliebig viele Glieder besitzen, und diese können in jeder möglichen Ordnung auf einander folgen. Bei einem planmässigen Gedankenverlauf werden aber immer die Glieder der Kette nach einer gewissen Regel geordnet. Diese Regel besteht darin, dass die Reihenfolge, in welcher die mit A verbundenen Begriffe B, C, D, E . . . auftreten, in absteigender Stufenfolge die Verwandtschaft bezeichnet, die zwischen ihnen und jenem ursprünglichen Begriffe A vorgestellt oder erkannt wird. Eine in dieser Weise regelmässig gebildete Reihe ist für unser Denken die naturgemässe, da dasselbe die näheren Beziehungen im allgemeinen vor den entfernteren auffinden wird. Insbesondere ist das letztere dann nothwendig der Fall, wenn dasselbe auf die Verbindung zwischen zwei Elementen A und C erst durch diejenigen Verbindungen geführt wird, in denen sich beide zu einem zwischen ihnen gelegenen Elemente B befinden. In diesem Falle kann zwischen den Denkacten $\overset{\frown}{AB}$ und $\overset{\frown}{AC}$ immer ein mittlerer Denkact $\overset{\frown}{BC}$ ergänzt werden, welcher zwar in unserm psychologischen Denken hinwegbleiben mag, aber doch hinzugefügt werden muss, wenn wir uns darüber deutliche Rechenschaft geben wollen, warum wir von $\overset{\frown}{AB}$ zu $\overset{\frown}{AC}$ gelangt sind. Die durch diese Ergänzung entstandene dreigliedrige Reihe $\overset{\frown}{AB}\smile\overset{\frown}{BC}\smile\overset{\frown}{CA}$ aber bildet die *Grundform des einfachen Schlusses.*

Psychologisch entspringt demnach der begriffliche Schluss aus einer Gedankenkette, die durch *einen* Hauptbegriff (A) zusammengehalten, und bei welcher der Uebergang vom ersten zum letzten Glied durch einen oder

mehrere zwischenliegende Denkacte vermittelt wird. Ist es nur ein Denkact, der diese Vermittlung herbeiführt, so ist der Schluss ein einfacher; sind dazu mehrere Denkacte erforderlich, so entsteht die Form des Kettenschlusses. Durch die Einschaltung solcher vermittelnder Glieder entsteht eine Verwebung, die aus einer Gedankenkette von sonst unbestimmter Begrenzung einen durch die Verbindung des ersten und letzten Gliedes fest bestimmten Theil ausschaltet. Wird die Gedankenreihe, die von einem Begriff A ausgeht, ihrem natürlichen Verlauf überlassen, so schreitet sie in der Form fort $\overset{\frown}{AB}\ \overset{\frown}{AC}\ \overset{\frown}{AD}\ \overset{\frown}{AE}$... Sind aber dabei irgend welche der auf einander folgenden Glieder so beschaffen, dass zwischen den nicht übereinstimmenden Elementen eine Beziehung besteht, wegen deren gerade diese bestimmte Reihenfolge der Glieder gewählt wurde, so ist unser Denken sofort bereit diese vermittelnde Beziehung zu interpoliren. Folgen sich z. B. in der obigen Reihe $\overset{\frown}{AC}$ und $\overset{\frown}{AD}$ desshalb, weil eine Beziehung $\overset{\frown}{CD}$ existirt, so wird nun $\overset{\frown}{CD}$ eingeschaltet, um die Verwebung $\overset{\frown}{AC}\ \overset{\frown}{CD}\ \overset{\frown}{AD}$ entstehen zu lassen. Hierauf kann die Gedankenkette wieder in ihrer ursprünglichen Form fortfahren, oder es kann ein neuer Begriff aufgenommen und verfolgt werden, u. s. w. In dieser Weise bilden bald einfache bald zusammengesetzte Schlüsse eine Art von Knotenpunkten in unserm Gedankenverlauf, welche durch Einschaltung vermittelnder Glieder es möglich machen, dass eine Gedankenkette weiter verfolgt werden kann, die sonst abgebrochen werden müsste.

Nicht nothwendig braucht aber diese Einschaltung in unserm psychologischen Denken wirklich vollzogen zu werden. Von einer Verbindung $\overset{\frown}{AB}$ können wir ohne weiteres zu einer andern $\overset{\frown}{AC}$ fortschreiten, indem die vermittelnde $\overset{\frown}{BC}$ nicht als ein gesonderter Act in den discursiven Gedankenverlauf eintritt, sondern höchstens, während $\overset{\frown}{AC}$ appercipirt wird, simultan in die dunkleren Regionen des Bewusstseins eintritt. Ueberall geschieht dies, wo der Uebergang sehr leicht sich vollzieht, sei es weil $\overset{\frown}{AB}$ auch ohne das vermittelnde Zwischenglied leicht auf $\overset{\frown}{AC}$ übergleitet, sei es weil $\overset{\frown}{BC}$ nur leise auf unser Bewusstsein zu wirken braucht, um alsbald den erstrebten Denkact $\overset{\frown}{AC}$ herbeizuführen. So kommt es, dass überall, wo die Verbindungen leicht sich vollziehen, unser psychologisches Denken die eine der Prämissen des Schlusses unterdrückt, und dass erst, wenn die Verbindungen erschwert sind, auch der vermittelnde Denkact deutlich in unser Bewusstsein eintritt.

In der aus dem Begriff hervorgehenden Gedankenentwicklung bildet übrigens der einfache oder zusammengesetzte Schluss nur ein einzelnes zwar wichtiges, aber keineswegs das wichtigste Gebilde. Ist doch der Schluss nur da, um an solchen Punkten, wo die Gedankenkette nicht unmittelbar weiter kann, gleichsam einen Knoten zu schlingen, d. h. durch

Einschaltung einer oder mehrerer vermittelnder Beziehungen die Verbindung herzustellen. Der logisch bedeutsamste Denkact bleibt immer die unmittelbare Verbindung der Begriffe selbst, das Urtheil. Unter den Verbindungen der Urtheile haben aber alle, in denen eine planmässige auf bestimmte Zwecke des Denkens gerichtete Ordnung sich darstellt, ihren logischen Werth. So ist, um unter diesen Verkettungen der Gedanken nur die ausgezeichnetsten zu nennen, jene einfache Verbindung von Urtheilen, die durch einen gemeinsamen Begriff A hergestellt wird, also die Kette

$$\widehat{AB}\ \widehat{AC}\ \widehat{AD}\ \widehat{AE} \ldots$$

die psychologische Grundform der l o g i s c h e n D e f i n i t i o n, wobei A die Rolle des zu definirenden Begriffes spielt. Die umgekehrte Reihe $\widehat{BA}$ $\widehat{CA}$ $\widehat{DA} \ldots$, welche der successiven Unterordnung einer Reihe von Begriffen unter einen umfassenderen Begriff entspricht, pflegt die inductorische Vorbereitung zur Definition zu bilden. Ferner ist die Kette

$$\widehat{AB}\ \widehat{BC}\ \widehat{CD}\ \widehat{DE} \ldots$$

der allgemeine psychologische Typus der f o r t s c h r e i t e n d e n G e d a n k e n e n t w i c k l u n g, welcher aber natürlich mannigfach durch Stellungsänderungen der Elemente oder durch Wiederkehr vorangegangener Elemente variiren kann.

Zusammengesetzte Gedankenketten liegen den systematischen Formen der Classification und Beweisführung zu Grunde. Beide sind dadurch unterschieden, dass bei der ersteren stets blosse Verkettungen, bei der letzteren ausserdem Verwebungen in die Gedankenreihen eintreten. Bei der Eintheilung eines Begriffs wird derselbe zuerst als Gesammtvorstellung appercipirt, und es werden dann mit ihm die einzelnen Theile verbunden, in die er sich zerlegen lässt. Der Begriff als Gesammtvorstellung wird so das Subject, die Theilvorstellungen zusammen werden zum Prädicat eines Urtheils. In den meisten Fällen sind die Theile des Prädicats associativ mit einander verbunden, und die Begriffszerlegung entspricht also der allgemeinen Formel

$$\overset{\frown}{A \quad \overline{B_1\ B_2\ B_3} \ldots}$$

Ueberall wo wir nach in der Erfahrung gegebenen Merkmalen einen Begriff eintheilen, wird die Verbindung der Theile zunächst durch die Association hergestellt, wobei nicht ausgeschlossen bleibt, dass nachträglich das logische Denken bei der Ordnung der associativ verbundenen Glieder einwirkt. Nur in einem einzigen Fall besteht von vornherein zwischen den Theilen des Prädicats eine apperceptive Verbindung. Dies geschieht bei jenen Zweitheilungen, bei denen nur das eine Glied positiv, das andere aber lediglich negativ bestimmt wird, also bei der Eintheilung nach dem contradictorischen Gegensatz. Die Glieder B und non-B sind nicht associativ verbunden, sondern es wird zunächst B appercipirt und demselben dann durch eine zweite Apperception alles was sonst der einzutheilende Begriff enthält als

non-B gegenübergestellt. Hier folgt dann aber auch die Eintheilung dem allgemeinen Gesetz des apperceptiven Denkens, dem Princip der Zweigliederung. Das Eintheilungsurtheil »A ist theils B theils non-B« ist hervorgegangen aus dem überordnenden Urtheil» A ist B«, zu dessen Prädicat dann die negative Bestimmung hinzugefügt wurde »B ist nicht non-B«. Diese Eintheilung lässt sich also auf die Formel zurückführen

$$\widehat{A\quad B}$$
$$\widehat{B\ \text{non-}B}$$

Sie zeigt, dass die Eintheilung in B und non-B ein secundärer Denkact ist, dem die Aussonderung des Begriffes B aus dem allgemeinen Begriffe A vorangehen muss.

Aus der Eintheilung geht eine der Classification entsprechende Bewegung des Denkens hervor, wenn der nämliche Vorgang, der bei dem Subjectbegriff A stattfand, successiv an allen oder einzelnen der Glieder B_1, B_2, B_3 . . . des Prädicats sich wiederholt, so dass hier neue Eintheilungsurtheile entstehen von der Form $\widehat{B_1\ \overline{C_1 - C_2 - C_3}}$. . . u. s. w. Doch sind diese Vorgänge durchweg schon so sehr durch die logische Cultur des Geistes beeinflusst und schliessen sich daher auch in ihrem psychologischen Verlauf so sehr den logischen Regeln an, dass ihre nähere Betrachtung in die logische Darstellung zu verweisen ist.

Drittes Capitel.

Die Entwicklung der logischen Normen.

1. Die allgemeinen Merkmale des logischen Denkens.

Die psychologische Schilderung der Entwicklung des Denkens musste sich darauf beschränken, dieses als ein Gebiet der innern Erfahrung zu behandeln, welches von andern nur durch die ihm eigenthümlichen Verbindungsgesetze der Vorstellungen verschieden ist. Eine solche Darstellung der thatsächlichen Entstehung des Denkens kann aber den hervorragenden Werth, welchen dasselbe für unser Bewusstsein besitzt, nicht vollständig zur Geltung bringen. Und doch ist derselbe ebenfalls eine Thatsache der innern Erfahrung, von welcher daher die Psychologie schliesslich Rechenschaft zu geben verpflichtet ist. Diese vorherrschende Bedeutung findet ihren Ausdruck in drei Merkmalen, durch welche sich das logische Denken

vor allen andern inneren Vorgängen auszeichnet, und welche wir kurz als die Eigenschaften der Spontaneität, der Evidenz und der Allgemeingültigkeit desselben bezeichnen können.

a. Die Spontaneität des Denkens.

In höherem Grade als alle anderen Vorstellungsverbindungen trägt das Denken den Charakter einer inneren Thätigkeit an sich. Wenn bereits das natürliche Bewusstsein dasselbe als eine Handlung des Ich auffasst und damit in Uebereinstimmung die ältere Psychologie dem Verstande Spontaneität zugesteht, so liegt dem zweifellos eine bestimmte innere Wahrnehmung zu Grunde, die nämliche innere Wahrnehmung, vermöge deren es uns widerstrebt das »ich denke« zu übersetzen in ein »es denkt in mir«. Zwar lässt es sich nicht nachweisen, dass das logische Denken nothwendig an die Vorstellung des Ich gebunden sei, und noch weniger wird man mit der Vermögenstheorie neben dem Willen, den wir in uns im Handeln als eine nach aussen und in der Aufmerksamkeit als eine nach innen wirksame Thätigkeit wahrnehmen, dem Verstande noch einmal einen Separatwillen beilegen wollen. Mag aber auch die besondere Form, in welcher hier die Wahrnehmung der Spontaneität des Denkens ihren Ausdruck fand, unzulässig sein, diese Wahrnehmung selbst kann nicht bestritten werden. Wir empfinden das Denken als eine spontane innere Thätigkeit, und so bleibt uns nach Beseitigung der falschen Vermögensbegriffe nur übrig, dasselbe als eine unmittelbare innere Willenshandlung und demgemäss die logischen Denkgesetze als Gesetze des Willens aufzufassen. Nur wenn man die innere Wirksamkeit des Willens ganz übersieht, kann man mit Schopenhauer denselben das absolut Intelligenzlose nennen. Der Satz Spinoza's aber, dass Verstand und Wille dasselbe seien, ist im entgegen gesetzten Sinne wahr, in welchem sein Urheber ihn meinte. Wir treffen den Willen und die ihm verwandten inneren Zustände, wie Gefühle und Triebe, überall, wo sich Vorstellungen finden, und, soviel wir wissen, nur dort wo sie sich finden. Trotzdem führt der Versuch diese Zustände aus Vorstellungen oder aus irgend einer Wechselwirkung der letzteren abzuleiten zu völlig unerweisbaren Behauptungen. So wenig wir daher bei dem organischen Stoffwechsel die Sauerstoffverzehrung ohne weiteres für die Ursache der Spaltungsprocesse oder diese für die Ursache jener erklären können, obgleich niemals einer dieser Vorgänge ohne den andern vorkommt, da sie eben sich wechselseitig bedingende Theile eines und desselben Geschehens sind, ebenso wenig dürfen wir uns offenbar durch jene psychologischen Wechselwirkungen verleiten lassen, irgend eine der fundamentalen Theilerscheinungen des inneren Geschehens zur Ursache der andern zu stempeln. Dass nun in der That das Bild einer Wechselwirkung verschiedener, wenn gleich immer verbundener Functionen den thatsächlichen Verhältnissen mehr entspricht als die Annahme einer Entwicklung der einen

dieser Functionen aus der andern, dies bewährt sich auch weiterhin darin, dass wir erfahrungsgemäss hier, wie in vielen andern Fällen von Wechselwirkung, bald die eine, bald die andere Richtung des Einflusses mehr hervortreten sehen. Entweder steht der Einfluss der Vorstellungen auf den Willen im Vordergrund: dies geschieht bei der passiven Apperception, bei der die associativen Verbindungen der Vorstellungen die herrschenden sind und die begleitenden Gemüthsbewegungen meistens den Charakter der Gefühle besitzen. Oder der Einfluss des Willens auf die Vorstellungen tritt mehr hervor: dann nennen wir die Apperception eine active; es herrschen nun die apperceptiven Verbindungen der Vorstellungen, und die Gemüthsbewegungen erscheinen vorzugsweise in der Form des Begehrens. Auch im letzteren Falle freilich fehlt nicht überhaupt der Einfluss von Vorstellungen auf den Willen. Aber die Wirkungen der unmittelbar im Bewusstsein anwesenden treten zurück gegen den Gesammteffect, welcher aus der ganzen psychischen Entwicklung des Bewusstseins hervorgeht. Wiederum steht in dieser Beziehung die Apperception auf einer Stufe mit den äusseren Willenshandlungen und den sie tragenden Gemüthsbewegungen. Alle diese Vorgänge sind resultirende Wirkungen aus der gegenwärtigen und allen vorangegangenen Lagen des Bewusstseins; jeder von ihnen weist daher auf eine unendliche Reihe causaler Bedingungen zurück. Die active Apperception sowohl wie die Willensentschliessung verbinden sich desshalb mit dem widerspruchsvollen Gefühl, dass sie freie Handlungen sind und dennoch Motiven gehorchen. Vom bloss empirischen Standpunkte aus lässt sich daher auch die Frage, ob das Denken frei oder determinirt sei, nicht entscheiden. Dass die unendliche Reihe, in die seine Entwicklung ausmündet, den vollständigen Grund desselben enthalte, bleibt ebenso sehr eine metaphysische Annahme, wie ihr Gegentheil. Da aber eine unendliche Reihe von uns niemals durchlaufen werden kann, so bleibt in beiden Fällen unser Denken und Handeln practisch frei, denn es kann niemals durch die empirisch gegebenen Motive zwingend bestimmt sein. Jenes fortwährende Herüberwirken unserer geistigen Vergangenheit in die Gegenwart des Bewusstseins ist ferner nur dadurch möglich, dass alle unsere inneren Zustände stetig mit einander zusammenhängen. Insofern kann man also sagen, dass Gefühle und Willensregungen, und vor allem die elementarste Form der letzteren, die Apperception, Vorgänge sind, in denen das Bewusstsein, als der Ausdruck der Einheit unseres geistigen Lebens, reagirt auf die in dasselbe eintretenden Vorstellungen.

b. Die logische Evidenz.

In höherem Grade als irgend eine andere psychische Function trägt das Denken jenen Charakter innerer Nothwendigkeit an sich, vermöge deren wir den Verbindungen desselben unmittelbare Gewissheit zuschreiben. Der Wechsel der durch äussere Sinneseindrücke erweckten Vorstellungen erscheint uns als ein zufälliger, die Association folgt zwar gewissen Regeln, doch

welche unter den associativ begünstigten Vorstellungen wirklich appercipirt werde, dafür giebt es ebenfalls keine innerlich zwingenden Gründe. Aber auch das logische Denken besitzt jene Evidenz keineswegs in allen seinen Bestandtheilen. Das Material, mit dem dasselbe arbeitet, erscheint als ein äusserliches und darum zufälliges. Der ganze Reichthum an Vorstellungen, über den ein Bewusstsein verfügt, wird durch die Erfahrung bestimmt. Aus diesen Vorstellungen aber erwachsen die Begriffe, die in unser logisches Denken eingehen. Ebenso trägt die Art, wie sich die Begriffe entwickeln, nichts von Nothwendigkeit an sich. Ist es auch in den allgemeinen Gesetzen der Apperception begründet, dass unter den Vorstellungen, die zur Bildung eines Begriffs zusammentreten, eine als die herrschende bevorzugt wird, so entscheidet doch keine allgemein gültige Regel darüber, welcher Vorstellung diese dominirende Rolle zukommen soll. Das nämliche Bedingtsein durch zufällige Erfahrungen begegnet uns endlich bei der Gliederung der Gesammtvorstellungen und den daraus entspringenden Verkettungen der Gedanken. Für die Abweichungen des menschlichen Denkens in allen diesen Beziehungen liefern die Unterschiede der Sprache ein hinreichendes Zeugniss.

Aber selbst jene psychologischen Gesetze, die in allem Denken und darum in jeder Sprache ihre Wirkungen geltend machen, besitzen noch keineswegs den Charakter der Nothwendigkeit. Dass irgend eine herrschende Vorstellung zur Bezeichnung des Begriffes verwendet wird, dass nach den Gesetzen der Verdichtung und Verschiebung der Vorstellungen die Begriffe sich ändern: dies sind zwar, so viel wir wissen, in allem Denken wiederkehrende Erscheinungen; trotzdem würde die logische Richtigkeit desselben nichts wesentliches einbüssen, wenn die Begriffszeichen überall — wie es für gewisse Gebiete des abstracteren Denkens thatsächlich stattfindet — willkürlich gewählt würden, oder wenn die Begriffe vollkommen stabil blieben. Die Allgemeinheit, mit der bestimmte Gesetze in unserm Denken befolgt werden, verleiht ihnen also durchaus noch nicht eine Evidenz, die andere Verbindungsformen der Vorstellungen ausschliesst. Jene Allgemeinheit veranlasst uns immer nur eine psychologische Gesetzmässigkeit des Denkens anzuerkennen; erst wenn sich damit zugleich der Charakter der Nothwendigkeit verbindet, sprechen wir aber die Gesetzmässigkeit als eine logische an.

Wenn nun weder in dem Material, mit welchem das Denken arbeitet, in den Vorstellungen oder Begriffen, noch in den besonderen Verbindungsformen, die es wählt, die logische Evidenz desselben besteht, sondern wenn alles dies nur auf psychologische Thatsachen zurückführt, die entweder in Wirklichkeit wandelbar sind oder doch ohne Einbusse für das logische Denken wandelbar gedacht werden können, — wie kommt dann überhaupt die logische Evidenz zu Stande? Da sie nicht in den Processen des Denkens liegt, so kann sie nur auf dessen Resultaten beruhen. In der That zeigt es sich uns an jedem beliebigen Beispiel, dass die Sicherheit der

Resultate des Denkens die einzige Quelle dessen ist, was wir logische Gewissheit nennen. Wenn wir das einfache Identitätsurtheil A = B bilden, so ist es für die Evidenz dieses Urtheils gleichgültig, wie wir zu den beiden Begriffen A und B gelangt sind; möglicher Weise können sehr verschiedene Wege zu den nämlichen Begriffen führen. Ebenso bleibt die Evidenz dieselbe, in welcher Weise wir die Begriffe A und B verknüpfen, vorausgesetzt nur, dass das Resultat der Verknüpfung immer das nämliche bleibt. Ob das Urtheil A = B oder B = A oder, falls es sich um Grössenbegriffe handelt, A — B = 0 lautet, jede dieser Verbindungsweisen führt zum selben Ergebniss, jede ist eine andere Ausdrucksform für die Gleichheit der Begriffe A und B. Nur diese letztere aber ist der Gegenstand logischer Evidenz.

Hieraus geht zunächst hervor, dass nie den einzelnen Bestandtheilen des Denkens, den Begriffen, für sich Evidenz zukommt, sondern dass die letztere immer erst aus der Verknüpfung der Begriffe hervorgehen kann. Hier sind dann aber wieder alle Verknüpfungsformen gleichwerthig, welche das nämliche Ergebniss liefern, und im allgemeinen sind immer mehrere Verknüpfungsformen möglich; denn selbst im einfachsten Fall, in welchem bloss zwei Begriffe A und B mit einander verbunden werden, kann das eine Mal A, das andere Mal B Subject, beziehungsweise B oder A Prädicat sein, während das Ergebniss der Verknüpfung das nämliche bleibt.

Worauf beruht nun aber die Evidenz der Ergebnisse unseres Denkens? In zwei Formen tritt uns dieselbe entgegen. Einem Gedanken kann eine unmittelbare Gewissheit beiwohnen, eine solche, die nicht erst durch andere Denkacte vermittelt ist, sondern sofort uns einleuchtet, sobald der Gedanke vollzogen wird; oder die Gewissheit kann eine mittelbare sein, eine solche, die auf andere vorausgegangene Denkacte gegründet ist. Dort besitzt der Gedanke selbständige Wahrheit, hier hat er dieselbe nur unter der Voraussetzung der Wahrheit gewisser vermittelnder Denkacte. Im ersten Fall ist die Wahrheit eine materiale, insofern sie ganz und gar von dem Inhalt oder der Materie des Gedankens abhängt. In dem zweiten Fall ist sie zunächst nur eine formale. Die Verbindungsform der Denkacte verleiht dem durch sie vermittelten Gedanken an und für sich schon eine hypothetische Wahrheit, welche sich in eine wirkliche, materiale Wahrheit freilich erst dann verwandelt, wenn der Inhalt jedes einzelnen vermittelnden Denkactes als wahr befunden worden ist. Es ist klar, dass es unter Umständen von grosser Wichtigkeit sein kann, wenn auch nur die formale Richtigkeit eines Gedankenzusammenhangs festgestellt worden ist, da nicht selten die materiale Wahrheit einzelner vermittelnder Denkacte erst aus der Richtigkeit der Ergebnisse, zu denen sie führen, erschlossen werden kann. Aber es ist offenbar einseitig, wenn man der Logik nur die Prüfung dieser formalen Wahrheit zuweist. Denn da die mittelbare stets eine unmittelbare Evidenz voraussetzt, so lässt sich über den Grund der ersteren unmöglich Rechenschaft geben, so lange man nicht das Wesen der letzteren erkannt hat.

Die unmittelbare Evidenz unseres Denkens hat nun ihre Quelle stets in der unmittelbaren Anschauung. Nicht umsonst ist daher das Wort »Evidenz« nur eine Uebersetzung des Wortes »Anschaulichkeit«. Freilich muss, wenn man die unmittelbare Evidenz auf die Anschauung zurückführt, der Begriff der Anschauung im weitesten Sinne genommen werden, und es würde eine ungerechtfertigte Annahme sein, wenn man die unmittelbare Gewissheit der einfachsten Gedankenverbindungen auf die äussere Sinnesanschauung oder gar mit A. Lange auf die räumliche Anschauung beschränken wollte*). Warum sollte nicht ein Ton ebenso gut als identisch einem andern, ein Takttheil ebenso als enthalten in dem Takt, zu dem er gehört, unmittelbar aufgefasst werden, wie uns eine räumliche Figur einer andern gleich oder von ihr umschlossen erscheint? Und kehren nicht die nämlichen Beziehungen selbst für unsere inneren Erfahrungen, unsere Gefühle, Willensrichtungen u. dergl., wieder? Ein Gefühl erscheint einem andern verwandt oder entgegengesetzt, oder es bildet den Bestandtheil einer zusammengesetzteren Gemüthsbewegung. Es ist nicht einzusehen, warum hierauf jene Beziehungen der Gleichheit, Aehnlichkeit, Unterordnung, Coordination u. s. w., in denen sich überall unser verknüpfendes Denken bethätigt, nicht mit gleichem Rechte unmittelbar angewendet werden sollten wie auf die Beziehungen unserer äusseren Gesichtsvorstellungen. Ist die äussere und innere Erfahrung die einzige Quelle der unmittelbaren Evidenz, warum soll dann irgend einem Gebiete dieser Erfahrung ein anderer Vorrang zukommen als derjenige, den es etwa durch seine vorherrschende Bedeutung für unser Bewusstsein behauptet? Dass nun aber keines dieser Erfahrungsgebiete in dem Maasse vorherrscht, um zur alleinigen Grundlage jener anschaulichen Gewissheit zu werden, auf welcher alles Denken beruht, dafür gewährt gerade die Beschaffenheit des letzteren ein unverwerfliches Zeugniss. Wir setzen keineswegs die logischen Verknüpfungsformen in eine bestimmte Art von Vorstellungen, etwa in Gesichtsbilder, um, sondern, da jedes beliebige Vorstellungsgebiet zu solcher Versinnlichung dienen kann, so sind in den meisten Fällen, und namentlich da, wo es sich um einigermassen abstracte Gebiete handelt, unsere Gedanken überhaupt nicht an bestimmte Bilder gebunden, sondern wir lassen uns an den Wortsymbolen genügen, denen wir ohne Weiteres und ohne die Zuhülfenahme fernerer Anschauungen alle die Beziehungen beilegen, in die unser Denken seine Begriffe bringt. Wer den Begriff Hund dem Begriff Thier unterordnet, oder wer gar solche Begriffe wie Leben und Beseelung, Materie und Substanz zu einander in irgend eine Relation setzt, der denkt sich die Beziehung der Gedanken überhaupt nicht mehr in anschaulicher Form, sondern die Worte sind ihm zu Vertretern zahlloser Gedankenverbindungen geworden, die alle zum Gebrauch des Bewusstseins bereit liegen, ohne dass noch eine einzige unmittelbar angeschaut würde. Wie wäre das möglich, wenn nicht

*) A. Lange, logische Studien, S. 9 f.

das Denken von Anfang an sich daran gewöhnt hätte, nicht in einer bestimmten Anschauungsform die Verbindungen, die es ausführt, verwirklicht zu finden? Nur daraus, dass sich die Verknüpfungen des Denkens innerhalb der verschiedensten Anschauungsformen bewegen können und doch immer die nämlichen bleiben, wird es begreiflich, dass dasselbe schliesslich auf die unmittelbare Anschauung jener Verknüpfungen ganz verzichtet und sich begnügt, symbolische Formen derselben zu denken, indem es der sprachlichen Symbole oder sogar künstlicher Zeichen, wie der algebraischen, sich bedient.

Auch das abstracte Denken hat aber allerdings in der Anschauung seine Quelle, und was in demselben von unmittelbarer Evidenz enthalten ist, das muss daher schliesslich auf ein anschauliches Verhältniss zurückgeführt werden können. Auch was an und für sich nicht anschaulich ist, wie der Begriff der abstracten Grösse oder eines Raumes von n Dimensionen oder der moralische Begriff der Gerechtigkeit, kann zu unmittelbar evidenten Sätzen nur Veranlassung geben, insoweit wir diese nicht anschaulichen Begriffe auf ihre anschaulichen Urbilder, welche die empirischen Grundlagen derselben gewesen sind, zurückzuführen vermögen. Aus der unmittelbaren Anschauung räumlicher oder zeitlicher Grössen stammen die evidenten Sätze, die wir über die Grösse überhaupt aufstellen. Von einer Ausdehnung von n Dimensionen können wir nur reden, indem wir von den Eigenschaften des uns bekannten Raumes ausgehen. Ein transcendenter Raum solcher Art lässt sich daher stets in Theile zerlegen, die sich mittelst des bekannten Raumes anschaulich vorstellen lassen. In ähnlicher Weise führen alle transcendenten Begriffe auf Postulate hinaus, die sich selbst zwar in der Anschauung nicht verwirklichen lassen, zu denen aber die Motive in der Form anschaulicher Verhältnisse gegeben sind. Eine Ewigkeit oder Unendlichkeit können wir niemals vorstellen. Wohl aber stellen wir uns vor, dass ein gegebener Zeitverlauf oder ein gegebener Raum über jede bestimmte Grenze, die wir setzen mögen, hinausgeht, und diese Vorstellung verwandeln wir in eine Forderung, die wir an den allgemeinen Begriff Zeit oder Raum heranbringen.

Wenn nun aber auch alle unmittelbare Evidenz auf der Anschauung, der unmittelbaren inneren oder äusseren Erfahrung, beruht, so kann man doch nicht behaupten, dass diese Anschauung selbst schon die Evidenz sei. Gerade die zuletzt angeführten Beispiele weisen uns auf evidente Sätze hin, zu denen wir zwar durch die Anschauung veranlasst werden, die aber selbst in keiner Anschauung unmittelbar verwirklicht sein können. Für den Satz, dass sich Parallellinien, ins Unendliche verlängert, niemals schneiden können, besitzen wir keine unmittelbare anschauliche Gewissheit; wir können nur sagen, dass, wie weit wir auch in der Vorstellung solche Linien verfolgen mögen, wir niemals auf einen Punkt treffen, wo sie sich nähern. Euklid hat daher sehr bezeichnend derartige Sätze nicht als Axiome, sondern als Postulate bezeichnet. Zu einem Postulat aber können wir der Natur der

Sache nach nur gelangen, indem wir in unserem Denken eine Mehrheit von Anschauungen verbinden und verallgemeinern. Von hier aus ist nun leicht zu sehen, dass jede unmittelbare Evidenz eine ähnliche verknüpfende und verallgemeinernde Gedankenthätigkeit voraussetzt. Der Satz »das Ganze ist grösser als sein Theil« führt nicht, wie der vorige, an und für sich über die Anschauung hinaus. Ueberall, wo in concreter Erfahrung ein Ganzes gegeben ist, das in Theile zerfällt, findet er seine Unterlage. Gleichwohl muss hier das Denken zwischen den Gliedern der Vorstellung hin- und hergehen und sie messend mit einander vergleichen, damit aus der Anschauung die Evidenz hervorgehe. Gerade bei den einfachsten Beziehungen der Vorstellungen würde, wenn aus der Anschauung allein die Evidenz entspringen sollte, diese überhaupt nicht möglich werden. Wie können wir jemals urtheilen, dass $A = B$ ist, da doch in unserer Anschauung kaum jemals zwei Dinge völlig identisch sind? Erst das verknüpfende Denken kann von demjenigen absehen, was sich der Vergleichung nicht fügt, ja es kann unter Umständen absichtlich zwei Vorstellungen mit Rücksicht auf eine Eigenschaft identisch setzen, wenn sie auch in allen anderen Beziehungen abweichen. So ist überhaupt die Anschauung nur die Gelegenheitsursache der unmittelbaren Evidenz, der eigentliche Grund derselben liegt aber in dem verknüpfenden und vergleichenden Denken. Hierdurch wird es denn auch allein möglich, dass wir Sätzen eine unmittelbare Evidenz beilegen, die eine solche durchaus nicht besitzen, ja die der Anschauung widerstreiten, sei es, dass wir solche Sätze probeweise in unsere Gedankenreihen einführen, oder dass wir sie aufstellen, weil es uns aus irgend einem andern Grunde beliebt. Unserm Denken steht es frei, jede beliebige Vorstellungsverbindung so zu behandeln, als wenn sie unmittelbar gewiss wäre. Dies wäre freilich nicht möglich, wenn uns nicht evidente Verbindungen in der Anschauung gegeben wären, nach deren Muster wir solche falsche Verknüpfungen ausführen; ebenso wenig würden aber die letzteren entstehen können, wenn nicht alle unmittelbare Evidenz ausser durch die Anschauung durch die frei verknüpfende Thätigkeit des Denkens bedingt wäre.

Hier hängt nun zugleich mit der unmittelbaren die mittelbare Evidenz zusammen. Wenn bei der ersteren das Denken Elemente verbindet, die ihm unmittelbar in der Anschauung gegeben sind, so behandelt es bei der letzteren die so entstandenen Verbindungen als Elemente, die nach den anschaulichen Zusammenhängen, welche sich zwischen ihnen darbieten, in Beziehung gesetzt werden. Der Unterschied besteht also nur darin, dass sich dort die Evidenz auf das ursprüngliche Material des Denkens, hier aber auf den bereits verarbeiteten Stoff desselben bezieht: die Gedankenthätigkeit selbst ist dagegen in beiden Fällen eine übereinstimmende. Der Satz $A = B$ kann nur auf Grund unmittelbarer Anschauung, sofern diese zwei in irgend einer Weise identische Vorstellungen A und B darbietet, evident sein. Eine Gedankenverbindung aber, die aus $A = B$ und $B = C$ den Satz $A = C$ folgert, ist evident vermöge der in ihr ent-

haltenen Beziehung zwischen unabhängig vollzogenen Verbindungen der Vorstellungen. Das verknüpfende Denken geht dort von der einen Vorstellung zur andern, hier von der einen Vorstellungsverbindung zur andern über. Die Schlussfolgerung beruht auf einer Vergleichung von Urtheilen, wie das Urtheil auf einer Vergleichung von Vorstellungen. Darum ist zwar der Schluss ein von dem Urtheil verschiedener Denkact, welcher andern Gesetzen folgt, aber er setzt nicht nur das Urtheil voraus, sondern es liegt ihm auch die nämliche Thätigkeit des verknüpfenden Denkens zu Grunde. Immer besteht die Wirksamkeit dieses Denkens darin, dass es die Beziehungen feststellt zwischen den ihm gegebenen Objecten, seien nun diese Objecte selbst Anschauungen oder bereits auf Anschauungen gegründete Denkacte. So ist die Anschauung schliesslich die Grundlage der mittelbaren so gut wie der unmittelbaren Evidenz, und die mittelbare Evidenz hat keinen Werth, wenn nicht eine unmittelbare vorausgesetzt wird, die ihr vorangeht. Ist jene nur die Ausdehnung der letzteren auf die durch das Denken bereits verarbeiteten Beziehungen der Vorstellungen, so hat sie auch selbstverständlich nur so lange eine Bedeutung, als sie an ein Gegebenes sich anlehnt, was unmittelbar gewiss ist.

c. Die Allgemeingültigkeit der logischen Denkgesetze.

In doppeltem Sinne kann von einer Allgemeingültigkeit des logischen Denkens die Rede sein. Zunächst kann man dabei jene subjective Allgemeingültigkeit im Auge haben, welche darin besteht, dass die nämlichen Gesetze für alle Denkenden ihre Geltung bewahren: dies ist die gewöhnliche und geläufige Bedeutung dieses Begriffs. Man kann aber auch die Allgemeingültigkeit als eine objective verstehen, als jene Eigenschaft des logischen Denkens auf Alles anwendbar zu sein was in unser Denken eingeht und demnach allen Gegenständen des letzteren seine eigene Gesetzmässigkeit mitzutheilen. Gerade diese Bedeutung hat man meistens bei der Allgemeingültigkeit der logischen Gesetze nicht im Auge, und doch ist sie es, die noch in höherem Maasse als die erstgenannte unsere Aufmerksamkeit verdient.

Die subjective Allgemeingültigkeit des logischen Denkens ist eine nothwendige Folge seiner Evidenz. Allgemeingültig ist was für Jeden Evidenz besitzt. Wir legen aber stets dem was für uns selbst als gewiss gilt zugleich bindende Kraft bei für jeden andern Denkenden, sobald wir nur voraussetzen dürfen, dass er sich unter den nämlichen Bedingungen für den Vollzug einer bestimmten Erkenntniss befinde. Die subjective Evidenz schliesst daher für uns sofort auch schon die Allgemeingültigkeit in sich. Demgemäss ist das Gebiet der letzteren ebenfalls ein beschränktes. Nur jenen Gedankenverbindungen, die in unmittelbarer oder mittelbarer Weise anschauliche Gewissheit besitzen, legen wir zugleich Allgemeingültig-

keit bei und stellen die Gesetze, denen sie folgen, als Normen auf, die für alles Denken ihre Geltung haben.

Eine ganz andere und, wie wir von vornherein bemerken müssen, in gewisser Beziehung fragwürdigere Bedeutung hat die objective Allgemeingültigkeit des logischen Denkens. Nicht zweifelhaft kann es allerdings sein, dass überall da, wo sich die Verhältnisse unserer Vorstellungen von selbst in jenen Beziehungen darbieten, welche die verknüpfende Thätigkeit des logischen Denkens herausfordern, auch die Anwendung des letzteren nicht zu bestreiten ist. In diesen Fällen ist eben das logische Denken eine unmittelbare Thatsache unserer inneren Erfahrung, so gut wie jede andere, nur ausgezeichnet vor allen durch den Charakter der Evidenz und subjectiven Allgemeingültigkeit. Aber das logische Denken trägt nun die unverkennbare Tendenz in sich seine Herrschaft weit über dieses Gebiet, wo es selbst ein Gegenstand unzweifelhafter innerer Erfahrung ist, auszudehnen. So übertragen wir vor allem den Gesichtspunkt logischer Beurtheilung auf jede mögliche psychologische Thätigkeit. Das Empfinden, Wahrnehmen und alle associativen Verbindungen der Vorstellungen sind wir geneigt auf ein logisches Urtheilen, Schliessen und Vergleichen zurückzuführen. Durch die ganze Geschichte der Psychologie zieht sich diese Neigung, die im Grunde nur an die gewöhnliche populäre Auffassung unserer inneren Erfahrungen sich anschliesst. Wenn Aristoteles die sinnliche Wahrnehmung als ein Erkennen und Urtheilen bezeichnet, das zwischen den Unterschieden der Dinge entscheide*), so hat er damit offenbar nur das Resultat einer naiven Reflexion in wissenschaftliche Form gebracht. Aber wenn Aristoteles trotzdem Wahrnehmen und Denken aus einander hält, so hat diese Scheidung späterhin der Tendenz das logische Denken über alle Gebiete der inneren Erfahrung auszudehnen nicht immer Stand gehalten, und hauptsächlich die Unterscheidung eines klaren und dunkeln Erkennens, welche die ganze neuere Philosophie von Descartes an beherrscht, hat nicht wenig jene logische Interpretation der psychischen Functionen begünstigt. Besonders in Christian Wolff's psychologischen Werken tritt dies deutlich hervor. Die weitschweifige Darstellung, deren er sich befleissigt, ist vorzüglich geeignet erkennen zu lassen, wie bei ihm Gefühle, Gemüthserregungen, Willensacte in eine Art logischen Denkens sich umwandeln, indem er die nachträgliche Reflexion über diese inneren Zustände für ihr eigentliches Wesen ansieht. Ueber das Bedenken, dass man in diesen selbst von einer solchen Reflexion nichts bemerken könne, hilft dann die Annahme der dunkeln Vorstellungen hinweg. Aber dieses Uebergreifen der logischen Function ist nicht etwa bloss eine Einseitigkeit der rationalistischen Psychologie, — auch die rein empirische Forschung sehen wir überall auf den nämlichen Weg gerathen. Berkeley schon hat in seiner »Theorie des Sehens« die psychischen Processe, welche zu den Vorstel-

*) De anima III, 2.

lungen der Entfernung, Grösse und Gestalt der Gegenstände führen, so geschildert, als wenn es sich hier um eine Gedankenthätigkeit handelte, die messend, vergleichend und schliessend aus den letzten Elementen der Erfahrung, den Empfindungen, ein Bild der Aussenwelt construire. Im selben Sinne hat Schopenhauer von der »Intellectualität der Anschauung« gesprochen, und ihren prägnantesten Ausdruck hat die nämliche Ansicht in den »unbewussten Schlüssen« gefunden, durch welche man mehrfach in neuester Zeit den inneren Vorgang bei der sinnlichen Wahrnehmung bezeichnete. Da nun in der unmittelbaren inneren Erfahrung weder die Empfindung als ein Urtheil noch die Wahrnehmung als ein Schlussverfahren noch auch die Vorstellungsassociation, das Fühlen und Begehren als Erkenntnissprocesse gegeben sind, so wird offenbar durch die Erklärung dieser Vorgänge aus logischen Gesichtspunkten lediglich die Tendenz bekundet, das logische Denken als die allgemeingültige Form des innern Geschehens anzusehen.

Doch selbst auf die Beurtheilung der äussern Erfahrung hat diese logische Tendenz ihre Wirkungen ausgeübt. Unwiderstehlich fast scheint der allgemeine Gedanke, dass die Naturordnung Ausdruck einer Gedankenthätigkeit sei, die stillschweigend analog unserm eigenen logischen Denken angenommen wird, und selbst die Auffassung der Naturerscheinungen im einzelnen ist häufig genug von der Voraussetzung bestimmt, dass die Dinge durch einen logischen Zusammenhang mit einander verbunden seien. In den besonderen Gestaltungen, welche die zwei wichtigsten Begriffe, in denen die Idee der Naturordnung ihren Ausdruck findet, die Begriffe des Zwecks und der Ursache, nicht selten annehmen, kommt diese auf die Aussenwelt übertragene logische Tendenz unseres Geistes deutlich zum Vorschein. Der Zweckbegriff wandelt sich in den Händen der gewöhnlichen Teleologie in eine in den Dingen selbst gelegene Zweckvorstellung um: das Geschehen, das wir subjectiv als ein zweckmässiges auffassen, wird so zu einem Handeln, das auf eine objective Zweckidee gerichtet ist. Eine subjectiv vollzogene logische Reflexion verlegt man also dabei in die objective Naturerscheinung. Aber auch die causale Naturansicht, die in ihrer consequenten Gestaltung gewöhnlich jede Teleologie verwirft, hält sich keineswegs frei von der nämlichen Uebertragung. Immer und immer wieder ist sie geneigt der Verbindung von Ursache und Wirkung eine innere Denknothwendigkeit zuzuschreiben, so dass aus der Ursache mit logischer Evidenz die Wirkung hervorgehe. Darum nimmt man nicht bloss etwa einen Zusammenhang an zwischen dem Begriff der physischen Ursache und dem des logischen Grundes, sondern man setzt beide identisch als die »causa sive ratio«. Indem man die Ursache als den Grund des Geschehens bezeichnet, stellt man die Forderung auf, dass die äussere causale Beziehung den Gesetzen des begründenden Denkens gehorchen müsse. Nicht minder liegt diese Forderung in der bekannten Regel angedeutet, dass jede Thatsache dem »Satz des zureichenden Grundes« sich fügen solle. Denn zu-

reichend nennt man eben denjenigen Grund, der durch das logische Denken als genügend erkannt wird. Am meisten fühlt sich das Denken durch diese Vereinigung von Ursache und Grund natürlich dann befriedigt, wenn es ihm gelingt eine erste Ursache zu finden, die in sich selbst den Grund ihres Seins trägt, so dass in ihr Ursache und Wirkung, Grund und Folge denknothwendig zusammenfallen und nun aus diesem selbstverständlichen Anfang durch die Evidenz, welche überall Grund und Folge verkettet, alles weitere mit logischer Nothwendigkeit hervorgeht. So findet diese Uebertragung des logischen Gesichtspunktes auf die Gesammtheit des Seins und Geschehens in der causa sui Spinoza's ihre Vollendung. Das Unternehmen des neueren absoluten Idealismus, Natur und Geist als eine Selbstentfaltung der absoluten Vernunft zu begreifen, erneuert aber den Gedanken der causa sui in einer Form, bei welcher die logische Wurzel desselben deutlicher noch zu Tage tritt.

Wir haben hier diese Uebertragung des logischen Denkens auf alle Gebiete der innern und äussern Erfahrung nur als eine unleugbare Thatsache zu constatiren; ob und bis zu welcher Grenze ihr eine Berechtigung innewohne, wird erst in einem späteren Abschnitte untersucht werden können. Nur so viel werden wir schon hier bemerken dürfen, dass alle Annahmen, welche darauf ausgehen das logische Denken ausserhalb des Gebietes, wo es Gegenstand unmittelbarer innerer Erfahrung ist, als thatsächlich vorhanden vorauszusetzen, an und für sich die Erfahrung überschreiten, und dass solche Annahmen von dem Punkte an als unzulässig angesehen werden müssen, wo sie entweder die objective Auffassung des Thatsächlichen trüben oder zu Begriffshypostasen hinführen, die ausserhalb des begrifflichen Denkens keine thatsächliche Grundlage haben und eben darum so leicht das wirklich der Erfahrung gegebene in einen blossen Schein verwandeln, hinter welchem jene aus dem subjectiven Denken hervorgegangenen Begriffsverkörperungen als das wahre Wesen der Dinge gesehen werden. Aber wie verderblich auch die Abwege sein mögen, auf welche das Denken in der Verfolgung seines logischen Triebes geräth, dieser Trieb selbst muss, da er sich überall geltend macht, in der Natur des Denkens seine Quelle haben, und insofern muss ihm auch irgend eine naturgemässe Forderung zu Grunde liegen, die nur in jenen Auswüchsen in einer übertriebenen oder verkehrt angewandten Weise sich geltend macht.

In der That bringen wir nun an die innere sowohl wie an die äussere Erfahrung eine allgemeinere Forderung heran, welcher jenes Bestreben die logische Gesetzmässigkeit auf die verschiedensten Gebiete der Erfahrung zu übertragen offenbar erst untergeordnet ist, die Forderung nämlich, dass Alles was Gegenstand unserer Erfahrung wird, in einem durchweg begreiflichen Zusammenhang sich befinde. Dieses Postulat von der Begreiflichkeit der Erfahrung bildet insofern einen unbestreitbaren Grundsatz unseres Erkennens, als das letztere überhaupt erst unter der

Voraussetzung einer Begreiflichkeit der Erkenntnissobjecte möglich ist. In doppelter Weise steht nun aber jene Forderung in Verbindung mit der Uebertragung der logischen Gesetzmässigkeit auf den Zusammenhang der Erfahrungen. Erstens ist es das logische Denken, in welchem vermöge der ihm innewohnenden Evidenz das Postulat der Begreiflichkeit unmittelbar erfüllt ist, und zweitens müssen wir alles was uns in der Erfahrung gegeben wird denkend verarbeiten, damit es begreiflich werde. Das logische Denken ist also einerseits das Urbild eines der Forderung der Begreiflichkeit entsprechenden Zusammenhangs und anderseits das Hülfsmittel, durch welches überall erst diese Forderung erfüllt werden kann. Hieraus ergeben sich zugleich die Grenzen, innerhalb deren jener logische Trieb unseres Wissens seine natürliche Berechtigung besitzt. Das Postulat der Begreiflichkeit ist offenbar selbst aus dem logischen Denken hervorgegangen, und dasselbe würde nicht Stand halten können, wenn die Erkenntnissobjecte nicht fortwährend die Probe bestünden, dass sie durch das logische Denken in einen begreiflichen Zusammenhang gebracht werden können. So wenig also auch jene Uebertreibung des logischen Triebes, welche in die Erkenntnissobjecte selbst eine ihnen immanente Logik verlegt, aus der wirklichen Natur des Denkens noch auch der Erfahrungen, welche das Denken bearbeitet, sich rechtfertigen lässt, so unumgänglich ist die Voraussetzung, dass alles was uns in der Erfahrung gegeben wird der Bearbeitung durch unser logisches Denken sich fügen muss und durch diese Bearbeitung eine Verbindung gewinnt, durch welche es der Forderung der Begreiflichkeit entspricht. Nichts anderes als diese Fügsamkeit gegenüber den logischen Normen ist es in der That was wir unter dem Postulat der Begreiflichkeit verstehen. Wenn das logische Denken auf Alles anwendbar sein soll was in unser Bewusstsein eingeht, so setzt dies allerdings zugleich voraus, dass die Objecte des Denkens diesem selber conform sind. Diese Voraussetzung gestattet aber keineswegs die Folgerung, dass den Objecten das logische Denken immanent sei, oder dass auch nur ein ursprünglich gegebener Parallelismus zwischen Denken und Sein existire, der es uns erlaubte unsere Denkformen in Begriffe des Wirklichen umzusetzen. Vielmehr sind die Erkenntnissobjecte nur darum conform dem logischen Denken, weil dieses selbst seine Evidenz den Beziehungen verdankt, in denen die Gegenstände der innern und äussern Erfahrung unmittelbar uns gegeben sind. Die Art und Weise, wie das logische Denken diese Beziehungen findet und darstellt, darf nimmermehr auf die Gegenstände selbst übertragen werden. Unseren Begriffen, Urtheilen und Schlüssen kommt keine erkennbare Wirklichkeit zu, ausser in unserm Denken. Wohl aber erweisen sich die logischen Formen als die geeigneten Hülfsmittel zur geistigen Wiedererzeugung jenes thatsächlichen Zusammenhangs der Erkenntnissobjecte, der von uns überall vorausgesetzt werden muss.

2. Die psychologischen und die logischen Denkgesetze.

Als Gegenstand der innern Erfahrung folgt unser Denken verwickelten Gesetzen, bei welchen die Bedingungen der Gesellschaft, der überkommenen Sprache, der individuellen Richtung des Bewusstseins vom grössten Einflusse sind. In den vorangegangenen Capiteln konnten wir es daher nur versuchen einige der allgemeinsten dieser psychologischen Gesetze des Denkens, hauptsächlich an der Hand der Zeugnisse der Sprache, hervorzuheben. Aber die in bestimmten Verbindungen unseres Denkens enthaltenen Eigenschaften der Evidenz und der Allgemeingültigkeit lassen nun aus den psychologischen die logischen Denkgesetze hervorgehen. Sie umfassen alle die Regeln, welche über dasjenige was evident und allgemeingültig in unserm Denken ist Bestimmungen enthalten. Die psychologischen Denkgesetze tragen nicht im mindesten den Charakter bindender Normen an sich, sondern sie sagen nur aus, wie sich unter gewissen Bedingungen das Denken thatsächlich vollzieht. Dieser thatsächliche Verlauf ist zwar, wie wir annehmen, durch die Bedingungen, unter denen er steht, ebenso fest bestimmt wie irgend ein anderes Naturereigniss; aber wir vermögen nicht zu sagen, dass jedes Bewusstsein die nämlichen Gedankenelemente in übereinstimmender Weise verbinden müsse, denn für die psychologischen Bedingungen, unter denen sich das individuelle Bewusstsein befindet, besteht keinerlei Allgemeingültigkeit. Eine solche Allgemeingültigkeit beanspruchen dagegen die logischen Denkgesetze. Sie lassen dahingestellt, wie sich in einem gegebenen Fall das Denken wirklich vollzieht, aber sie bestimmen, wie gedacht werden soll. Während wir also die psychologischen Denkgesetze lediglich durch Verallgemeinerungen gewinnen, die wir der Beobachtung des wirklichen Denkens entnehmen, stellen die logischen Denkgesetze Normen vor, mit denen wir an das wirkliche Denken herantreten, um es auf seine Richtigkeit zu prüfen.

Dieser normative Charakter ist darin begründet, dass gewisse unter den Verbindungen des Denkens Evidenz und Allgemeingültigkeit besitzen. Denn nun wird es erst möglich, dass wir an das Denken überhaupt mit der Forderung herantreten, es solle den Bedingungen der Evidenz und der Allgemeingültigkeit genügen. Dasjenige Denken, bei welchem dies stattfindet, nennen wir im engeren Sinne ein logisches, und jene Bedingungen selbst, denen genügt werden muss, um Evidenz und Allgemeingültigkeit herbeizuführen, bezeichnen wir als die logischen Denkgesetze oder als die Normen des Denkens. Wie aber jene fundamentalen Eigenschaften des logischen Denkens immer nur bestimmten Gedankenzusammenhängen zukommen, so lassen sich auch in unserm wirklichen Denken die logischen niemals völlig von den psychologischen Denkgesetzen sondern. Darum bleibt das psychologische Denken immer die umfassendere Form, welche diejenigen Denkacte in sich schliesst, denen wir logische Nothwendigkeit beimessen. Selbst die Darstellung der logischen Normen lässt sich nicht

BIBLIOTHECA ... GENSIS

frei machen von diesen psychologischen Bestandtheilen, die für den logischen Inhalt des Denkens mehr oder weniger zufällig erscheinen. Die logischen Begriffe bezeichnen wir mit Worten oder andern Zeichen, welche sich irgendwie psychologisch entwickelt haben. Im Urtheil weisen wir den Begriffen eine bestimmte gegenseitige Stellung an, die psychologisch von der höchsten Wichtigkeit, logisch aber völlig gleichgültig ist. Nicht minder ist die Anordnung der Urtheile in den Schlussfolgerungen grossentheils von psychologischen Motiven abhängig.

Bei dieser unlösbaren Gebundenheit der logischen Gesetze an die psychologischen Entwicklungsformen des Denkens wird der oft begangene Fehler begreiflich, dass man beide mit einander vermengt, indem man entweder die psychologischen insgesammt auf logische Denkgesetze zurückzuführen oder aber die logischen Normen durch die Aufnahme psychologischer Formen zu erweitern sucht. Die in der ersteren Gestalt auftretende Vermengung der Gebiete misst denjenigen Formen, in denen vorzugsweise die psychologischen Denkgesetze ihren Ausdruck finden, den grammatischen, einen durchgängig logischen Werth bei. Die zweite will das wirkliche Denken wo möglich in seinem ganzen Umfang auf logische Regeln zurückführen. So steuert man von verschiedenen Seiten her dem nämlichen Ziele zu, und der Grammatiker, der die Grammatik auf die Logik gründen will, findet an dem Logiker, der die Logik aus der Grammatik bereichern möchte, seinen Bundesgenossen. Doch diese falschen Einheitsbestrebungen werden thatsächlich schon dadurch widerlegt, dass es eine allgemeine Grammatik als Summe einer Anzahl sprachlicher Ausdrucks- oder Verbindungsformen, die allen Sprachen gemeinsam wären, nicht giebt. Was wirklich allem sprechenden Denken gemeinsam ist, das liegt gar nicht in den grammatischen Formen, sondern lediglich in den logischen Denkgesetzen, die in unendlich mannigfaltige grammatische Formen eingehen können. Die Grammatik ruht also ganz auf dem Boden der Psychologie, und zur Logik verhält sie sich ebenso wie sich die psychologischen Denkgesetze zu den logischen Normen verhalten.

Indem nun aber die logischen Normen niemals völlig von den psychologischen Entwicklungsformen des Denkens sich lostrennen lassen, kommt nothwendig in die Darstellung der Logik eine gewisse Willkür, die ihre Schranke nur in der Regel findet, dass für jede logische Norm die zweckmässigste psychologische Einkleidung gewählt werden muss, d. h. diejenige, welche den logischen Inhalt am einfachsten und deutlichsten zur Geltung bringt. Auch versteht es sich von selbst, dass man für diese psychologische Einkleidung eine möglichste Gleichmässigkeit erstreben wird, einmal angenommene Formen oder Darstellungsweisen also nicht ohne Noth mit andern vertauschen wird, auch wenn diese an sich ebenso zweckmässig sein sollten. Mit der Logik verhält es sich in dieser Beziehung durchaus ähnlich wie mit den ihr verwandten Disciplinen der abstracten Mathematik. Eine mathematische Untersuchung oder Beweisführung muss

in allen ihren Theilen Evidenz und Allgemeingültigkeit besitzen. Nichts desto weniger kann der nämliche Inhalt in verschiedener Form dargestellt werden; die Ausgangspunkte und der Gang des Beweises können mannigfach wechseln und dennoch immer zum nämlichen Ziele führen. In dieser Beziehung hat die Logik so gut wie die Mathematik eine technische Seite. Doch verlangt im Grunde jede theoretische Wissenschaft eine derartige Technik der Ausführung. So besteht denn auch die logische Technik lediglich darin, dass sie für die evidenten und allgemeingültigen Beziehungen des Denkens angemessene Formen der Darstellung findet.

Diese Darstellung, zu der wir nun übergehen, wird zuvörderst diejenigen Normen zu betrachten haben, welche für die unmittelbaren Beziehungen der Gedankenelemente zu einander Geltung besitzen. Nun bezeichnen wir die Gedankenelemente nach ihrem logischen Werth als Begriffe, die Verbindungen derselben als Urtheile. Die Lehre von den Begriffen und Urtheilen hat es daher mit dem logischen Denken in derjenigen Form zu thun, in welcher es auf unmittelbarer Evidenz beruht. Sodann werden wir uns zu jenen Gedankenverbindungen zu wenden haben, in welchen aus gegebenen Denkacten neue hervorgehen. Solche Verbindungen sind die Schlussfolgerungen, in welchen das logische Denken auf die mittelbare Evidenz sich stützt.

Zweiter Abschnitt.

Von den Begriffen.

Erstes Capitel.

Die allgemeinen Eigenschaften der Begriffe.

1. Bestimmtheit und Allgemeingültigkeit als Begriffsmerkmale.

Wenn wir von dem Begreifen eines Gegenstandes reden, so meinen wir damit ein Erkennen und Verstehen desselben, wie es immer erst als Resultat der Untersuchung und des Nachdenkens sich ergeben kann. Schon das dem Tastsinn entnommene Bild weist darauf hin, dass wir, um einen Begriff zu haben, mit dem Object des Erkennens in die unmittelbarste Berührung kommen müssen. Die philosophische Definition aber, indem sie die geläufige Wortbedeutung noch übertreibt, sieht die Aufgabe des Begriffs darin, dass wir in ihm das »Wesen« des Gegenstandes erfassen sollen.

Welche dieser Ansichten man auch bevorzugen möge, sobald nur überhaupt die Begriffe als Resultate einer Erkenntniss aufgefasst werden, wird man zugestehen, dass sie, wie unser Erkennen selbst, sich entwickeln müssen. So sieht man denn in der That sich veranlasst, nicht erst das letzte Ergebniss dieser ganzen Entwicklung, von dem ohnehin immer zweifelhaft bleibt, ob es nicht doch noch überschritten werden kann, als Begriff zu bezeichnen, sondern man schreibt diesem alle möglichen Stufen der Vollkommenheit zu. Schon den ersten Schritt, den wir in der denkenden Erfassung eines Gegenstandes thun, nennen wir einen Begriff, wenn auch vielleicht in diesem keine andere Erkenntniss enthalten sein sollte, als die, dass das Object unseres Denkens von andern verschieden sei.

In diesem Sinn nun sind uns in jenen Vorstellungen, welche in den ursprünglichen Bezeichungen der Sprache ihre Verkörperung gefunden haben, offenbar auch die ersten Begriffe gegeben. Da sich in dem Wort ursprüng-

lich nur eine herrschende Vorstellung spiegelt, so wird auch der Begriff selbst vorzugsweise an dieser haften. An ihre Stelle tritt aber in dem entwickelteren Denken der Sprachlaut selbst. War die herrschende Vorstellung das Resultat einer ersten höchst unvollkommenen Erkenntniss gewesen, welche aufs Gerathewohl irgend ein Merkmal herausgriff, so sagt das Wort nicht mehr und nicht weniger, als dass überhaupt ein bestimmt unterschiedener Gegenstand dem Denken gegeben sei. Sobald sich die ursprüngliche sinnliche Bedeutung des Wortes verwischt hat, liegt daher der Erkenntnisswerth des letzteren nur noch in seiner allgemeingültigen Anwendung. Was uns heute noch an Wörtern wie Mensch, Thier, Baum u. s. w. von Werth scheint, ist lediglich die Gewissheit, dass die Andern, mit denen wir denkend verkehren, unter diesen Worten die nämlichen Begriffe verstehen. Wenn aber auch in dem Wort stets eine Vorstellung sich verkörpert, so sucht doch nicht jede Vorstellung ein Wort zu ihrem Ausdruck. Damit dies überhaupt geschehen könne, muss als erste logische Bedingung die erfüllt sein, dass die Vorstellung von dem übrigen Inhalt unseres Bewusstseins durch bestimmte, der Bezeichnung fähige und constant wiederkehrende Merkmale sich unterscheide, und als eine zweite muss die Voraussetzung hinzutreten, dass das bezeichnende Wort in Andern annähernd die nämliche Vorstellung erwecke, dass also die Vorstellung selbst eine allgemeinere Geltung besitze. Weder die Sprache noch irgend ein anderes künstliches Zeichensystem würde möglich sein ohne die Voraussetzung einer gewissen Allgemeingültigkeit. Wie die Bestimmtheit das subjective, so ist daher die Allgemeingültigkeit das objective Merkmal, das den Begriff von andern Vorstellungen unterscheidet. Beide Merkmale darf man aber nicht etwa in dem Sinne auffassen, als wenn die Allgemeingültigkeit auf einen fest bestimmten Inhalt des Begriffs sich beziehen müsste. Das Einzige, was dem letzteren nothwendig zukommt, ist dies, dass in ihm Bestimmtheit und Allgemeingültigkeit vorausgesetzt werden; inwiefern er mit dem Inhalt, den er in einem individuellen Bewusstsein besitzt, eine allgemeinere Geltung nun auch wirklich beanspruchen darf, ist eine von weiteren Bedingungen des Erkennens abhängige Frage.

Bestimmtheit und Allgemeingültigkeit in diesem Sinne schreiben wir dem Begriff auf jeder seiner Entwicklungsstufen zu. Für die allerersten Anfänge der Begriffsscheidung, wie für den allseitig durchforschten wissenschaftlichen Begriff gilt das Postulat, dass jedes andere Bewusstsein, wenn es den gleichen Bedingungen der Erkenntniss unterworfen werde wie das unserige, auch zu einem übereinstimmenden Begriff gelangen müsse. Will man aber Anfang und Ende der Entwicklung, die ein Begriff durchlaufen kann, unterscheiden, so lässt sich wohl sagen, der beginnende Begriff enthalte Bestimmtheit und Allgemeingültigkeit als blosse Forderungen, und in dem vollendeten Begriff seien diese zur Erfüllung gelangt. Insofern die Logik zunächst das am Begriff zu erfassen hat, was ihm unter allen Umständen zukommt, mag man auch jene Begriffe, in denen die beiden ent-

scheidenden Merkmale zunächst nur als Postulate gedacht sind, logische Begriffe im engeren Sinne des Wortes, jene Begriffe dagegen, in denen die beiden Postulate mehr oder minder vollkommen erfüllt sind, wissenschaftliche Begriffe nennen. Minder passend hat man dagegen die Begriffsideale, die das Ziel der wissenschaftlichen Begriffsentwicklung bilden sollen, als metaphysische Begriffe unterschieden. Diese Bezeichnung ist keine glückliche, weil es eine höhere Stufe als die der wissenschaftlichen Allgemeingültigkeit für den Begriff nicht geben kann, und weil gerade die Begriffe der Metaphysik von einer thatsächlichen Erfüllung des Postulats der Allgegemeingültigkeit wegen des allezeit hypothetischen Charakters dieser Wissenschaft am weitesten entfernt bleiben. Immer wieder begeht man den seltsamen Irrthum zu meinen, diejenige Wissenschaft, welche das Geschäft der übrigen im wörtlichen Sinne zu vollenden hat, müsse eben desshalb auch im figürlichen Sinne die vollendetste sein. Auch die Unterscheidung in logischen und wissenschaftlichen Begriff hat übrigens kaum eine tiefere Berechtigung. Jeder logische Begriff wird seine Forderung allgemeiner Geltung auf irgend etwas stützen, was wirklich von einer allgemeineren Geltung ist, und keinen wissenschaftlichen Begriff giebt es, der unbestritten oder gar jedem Bewusstsein zugänglich wäre. Alle diese Scheidungen thun darum der natürlichen Entwicklung der Begriffe Gewalt an. Dadurch aber, dass man die Forderungen, die in jedem zum logischen Gebrauch verwendbaren Begriff enthalten sind, mit thatsächlichen Erfordernissen desselben verwechselte, ist auch die Frage nach der Stellung, welche der Untersuchung der Begriffe in der Logik anzuweisen sei, in eine gewisse Verwirrung gerathen. Wenn die Begriffe die Elemente unseres logischen Denkens sind, so versteht es sich von selbst, dass mit ihnen der Aufbau der Logik beginnen muss. Und doch ist es ebenso gewiss, dass die vollendeten Begriffe der Wissenschaft alle anderen logischen Functionen voraussetzen. Es scheint also nur die Wahl zu bleiben, dass man entweder den Begriff, um seine elementare Bedeutung zu retten, mit der Vorstellung identisch setzt, oder dass man die gewohnte Reihenfolge der Untersuchungen umkehrt, indem man mindestens die Betrachtung der Urtheilsfunctionen dem Begriffe voranstellt. Im letzteren Fall bleibt freilich nichts übrig, als diejenigen Elemente, die in das einfache Urtheil eingehen, wiederum als Vorstellungen zu bezeichnen, wenn man es nicht vorzieht, mit Schleiermacher eine wechselseitige Abhängigkeit zu statuiren, wonach das Urtheil seinem Wesen nach den Begriff, der Begriff aber ebenso das Urtheil voraussetzt. Die Art und Weise jedoch, wie dieser scheinbare Widerspruch gelöst wird, zeigt deutlich, dass der ganze Streit eine verhältnissmässig geringe Bedeutung hat *). In unserem psychologischen Denken muss, dies ist im wesentlichen die Meinung, das Urtheilen dem Begriffe vorausgehen, metaphysische Sätze dagegen können nur mit Hülfe fertiger metaphysischer Begriffe gebildet werden. Einleuch-

*) Schleiermacher, Dialektik, §. 140 f., §. 248 f.

tender wird daher diese ganze Unterscheidung, wenn man mit einigen neueren Logikern überhaupt als das Element des primitiven Urtheils die Vorstellung ansieht und den Begriff erst auftreten lässt, sobald es um die Verbindung gewisser Erkenntnissresultate sich handelt *). Bei diesen Unterscheidungsversuchen hat offenbar der früher hervorgehobene Einfluss der logischen Normen auf die Beurtheilung psychologischer Vorgänge eine gewisse Rolle gespielt **). Die bemerkenswerthe Eigenschaft des logischen Denkens, auf alle möglichen Formen psychologischer Verbindung unserer Vorstellungen sich anwenden zu lassen, führte zu der Anschauung, nicht in bestimmten Begriffsgebilden, sondern in der das ursprünglich gegebene Material der Empfindung verknüpfenden Thätigkeit selbst sei der Anfang des logischen Denkens zu finden; in diesem Sinne also gehe ein Urtheilen nicht nur dem Begriff, sondern sogar der zusammengesetzten Vorstellung voran, ja vielleicht gründe sich das Urtheilen selbst wieder auf ein unbewusstes Schliessen, als die primitivste aller Geistesthätigkeiten. Wie es sich nun aber auch mit der Berechtigung einer derartigen Uebertragung der logischen Normen auf Vorgänge, die sich der inneren Wahrnehmung nicht in der logischen Form darbieten, verhalten möge, jedenfalls hat die Logik die Normen des bewussten logischen Denkens zu entwickeln und daher auch nur die Bestandtheile des letzteren als ihre Begriffe anzusehen. Wenn es ein unbewusstes logisches Denken wirklich geben sollte, so würde dasselbe doch nur der Psychologie, nicht aber der Logik anheimfallen, denn jenes unbewusste und demzufolge unserem Willen entzogene Denken würde höchstens in seinem thatsächlichen Verhalten untersucht werden können; es würde aber unmöglich sein, für dasselbe Normen aufzustellen, die befolgt werden sollen. Das Wahre an jener Auffassung, nach welcher die Begriffe als Resultate des Denkens das Denken selber voraussetzen, besteht lediglich darin, dass sich die Begriffe entwickeln, und dass bei dieser Entwicklung alle logischen Functionen mitwirken müssen. Da aber der logische Begriff als solcher ein Erkenntnissresultat noch nicht voraussetzt, sondern zunächst nur gewissermassen die Stelle bezeichnet, wo ein solches zu gewinnen sei, so ist es kein Widerspruch, wenn die Begriffe auf der einen Seite als Elemente und auf der andern als Ergebnisse des Erkennens behandelt werden, wie ja schon Aristoteles den Begriff ein Letztes in doppeltem Sinne genannt hat, ein Letztes, von welchem die Erkenntniss ausgehe, und ein Letztes, bei welchem sie ende ***). In der That wirkt bei allen jenen Unterscheidungen nebenbei das ganz berechtigte practische Motiv mit, dass die logische Untersuchung der Begriffe zweckmässig an zwei Stellen zu führen sei. Denn gewisse fundamentale Eigenschaften giebt es, die den Begriffen ohne Unterschied und

*) Ueberweg, System der Logik, 4. Aufl. S. 117, S. 154 f. Sigwart, Logik I. S. 27, S. 270.

**) Vergl. Abschn. I. Cap. III.

***) Aristoteles, Metaphysik. V. 17.

ohne Rücksicht auf ihre Ausbildung zukommen, lediglich insofern sie Elemente unseres Denkens sind, und andere Bedingungen kommen hinwiederum bloss bei den Begriffen des entwickelten wissenschaftlichen Denkens in Frage. Diese Thatsache, die eine Folge der Entwicklungsfähigkeit der Begriffe ist, rechtfertigt es aber nicht, dass man einzelne Stufen als völlig von einander verschiedene Gebilde herausgreife, sondern es entsteht dadurch nur die Forderung, die allgemeine Definition allein auf jene Eigenschaften zu gründen, die allen Entwicklungsstufen gemeinsam sind. Diese Eigenschaften sind: Bestimmtheit und Allgemeingültigkeit, sofern sie als Postulate gedacht werden.

2. Die Allgemeinheit der Begriffe.

Noch eine dritte Eigenschaft hat man dem Begriff beigelegt, welche meistens geradezu als die erste und wichtigste angesehen wurde: die Allgemeinheit. In der That besitzen die Begriffszeichen der Sprache durchgängig den Charakter der Allgemeinheit. Den einzelnen Gegenstand und die einzelne Handlung fasst die Sprache überall als ein Allgemeines auf. Selbst der Eigenname hat eine generelle Bedeutung, weil er das Individuum in seinen verschiedenen Zuständen und Lagen bezeichnet, immer also auf eine Mannigfaltigkeit von Vorstellungen bezogen wird. So hat denn die aus der Sprache geschöpfte Ansicht, die Begriffe seien Gattungsvorstellungen, gelegentlich selbst dem Wort Begriff zu einer falschen Etymologie verholfen, indem man dasselbe davon ableitete, dass der Begriff mehrere Vorstellungen »unter sich begreife« *).

Das Zeugniss der Sprache liefert aber in diesem Fall noch keinen Beweis für die Natur der Begriffe. Denn die generelle Natur der Begriffszeichen ist zunächst eine nothwendige Folge der Oekonomie des Sprachschatzes. Da es unmöglich ist, die unzähligen Vorstellungen unseres Bewusstseins durch gesonderte Benennungen zu unterscheiden, so muss sich die Sprache begnügen, gewisse Gruppen derselben durch Zeichen zu unterscheiden. In der That decken sich auch keineswegs immer die Allgemeinheit des Begriffs und die Allgemeinheit der für ihn gebrauchten Bezeichnung, sondern diese hat in der Regel eine weitere Ausdehnung als jene. Das Wort ist ein zu mannigfaltigem Gebrauch dienliches Hülfsmittel des Denkens, und niemals kann ein einzelner Denkact den ganzen Umfang der Bedeutungen erschöpfen, deren es fähig ist. Hierdurch wird aber unser Denken daran gewöhnt, eine so dehnbare Anwendung von den Begriffszeichen der Sprache zu machen, dass es unter Umständen mit dem Gattungsnamen auch einen individuellen Begriff verbindet. Ein unmittelbar wahrgenommener Gegenstand, ein Ton von bestimmter Höhe, Klangfarbe und Klangstärke sind

*) Kiesewetter, Grundriss der reinen und angewandten Logik. Berlin 1795, S. 202.

Vorstellungen individuellster Art, die gleichwohl zu Elementen unseres begrifflichen Denkens werden können. Meistens unterlassen wir es in solchen Fällen sogar, dem Wort beschränkende Bestimmungen beizugeben, die dies andeuten, sondern wir begnügen uns, dasselbe auf den individuellen Fall anzuwenden, ohne auf die allgemeinere Bedeutung Rücksicht zu nehmen, die es besitzt. Freilich ist es wegen dieser generellen Bedeutung unserer Begriffszeichen immer möglich, auch in die Begriffe selbst die Beziehungen von Gattung und Art hineinzudenken, aber man hat dann künstlich etwas zu dem Begriffe hinzugefügt, was an und für sich nicht in ihm enthalten sein muss. Jedes Object unseres logischen Denkens kann also entweder als eine Gattung gedacht werden, die viele einzelne Vorstellungen einschliesst, oder als eine Art, die unter einer allgemeineren Gattung enthalten ist, aber es ist keineswegs nöthig, dass diese Beziehung der Unter- und Ueberordnung in einem gegebenen Falle wirklich in Frage kommt. In der That ist man auch mehrfach schon auf einige Uebelstände aufmerksam geworden, welche die einseitige Auffassung der Begriffsallgemeinheit in der logischen Behandlung der Begriffe herbeiführt. Indem die herkömmliche Logik Alles, was überhaupt an einem Begriff unterschieden werden kann, unter den Gesichtspunkt der Unterordnung stellte, wurde jedes Element eines gegebenen Begriffs, das ausserdem noch an andern Begriffen gefunden wird, als ein übergeordneter Begriff betrachtet, so dass namentlich Merkmal und Gattung völlig in einander flossen. Gelb verhält sich hier ebenso als die höhere Gattung zu Gold und Messing wie Thier zu Hund und Katze, und gelegentlich gilt es dann auch als ein Merkmal dieser letzteren, dass sie Thiere sind. Sigwart und Lotze haben mit Recht diese Vermengung logisch völlig verschiedener Begriffsverhältnisse getadelt *). Wenn aber der Letztere vorschlägt, die Unterordnung unter die Gattung als Subordination und die unter das Merkmal als Subsumtion zu bezeichnen, so wird hier immer noch die Unterordnung in beiden Fällen als das massgebende hingestellt, ein deutliches Zeugniss, wie festgewurzelt selbst in der modernen Logik jener Gesichtspunkt der Subsumtion ist, welcher gerade in der einseitigen Auffassung der Begriffe als einer absteigenden Stufenleiter von Gattungen und Arten seinen Ursprung hat.

In Wahrheit sind die Merkmale oder Eigenschaften gar nichts, was zu dem Gegenstand, dem sie beigelegt werden, in einem Verhältniss der Ueber- oder Unterordnung stünde. Gelb ist weder eine Gattung, die alle gelben Gegenstände umfasst, noch ist es überhaupt ein allgemeinerer Begriff als Gold, so dass ihm das letztere subsumirt werden könnte, denn immer können nur Begriffe der nämlichen Art in Bezug auf ihre Allgemeinheit verglichen werden, also ein Gegenstandsbegriff mit einem andern, wie z. B. Gold mit Metall, oder ein Eigenschaftsbegriff mit einem andern, wie z. B. goldgelb mit gelb. Dagegen entbehrt es eines jeden Sinnes zu sagen, irgend eine

*) Sigwart, Logik I. S. 294. Lotze, Logik. S. 48.

Eigenschaft sei etwas allgemeineres als das Ding, das die Eigenschaft besitzt, oder ein Vorgang sei das allgemeinere zu dem Object, an dem wir ihn wahrnehmen. Ebenso gut könnte das Object als das allgemeinere betrachtet werden, weil wir noch andere Eigenschaften und Vorgänge an ihm wahrnehmen. Gelb würde ein Element des Begriffs Gold sein und mit demselben verbunden gedacht werden, auch wenn es ausserdem gar keine gelben Gegenstände gäbe. Die Reflexion, dass es solche giebt, und dass daher das Gold als eine Art gelber Körper neben andern gedacht werden kann, folgt erst hinterher. Sie ist eine wahre Unterordnung, aber sie ist ein von jenem Act des Denkens, welcher den Begriff Gold in eine Verbindung gewisser Begriffselemente zerlegt, gänzlich verschiedener Vorgang. Die Eigenschaft gelb muss erst in den Gegenstandsbegriff »gelber Gegenstand« umgewandelt sein, ehe man diesen als die Gattung ansehen kann, zu der das Gold als eine einzelne Art gehört. Eine derartige Umwandlung eines Merkmales oder einer Eigenschaft in einen selbständigen Gegenstandsbegriff kann natürlich dem Denken nicht verwehrt werden, und sie kann sogar für gewisse Zwecke von Nutzen sein. Aber man darf doch niemals vergessen, dass man es dann nicht mehr mit den ursprünglichen Begriffsverhältnissen, sondern mit secundären Erzeugnissen der logischen Technik zu thun hat.

Wirft auf diese Weise die herrschende Auffassung der Begriffsallgemeinheit Verhältnisse, die eine wesentlich verschiedene Bedeutung besitzen, unterschiedslos zusammen, so verräth dieselbe aber mehr noch darin ihre Schwäche, dass der Gesichtspunkt der Ordnung nach Gattungen und Arten für zahlreiche, namentlich abstractere Begriffe völlig unzutreffend wird. Oder heisst es nicht die Begriffsschachtelung ins Absurde treiben, wenn man behauptet, der Begriff der Substanz sei gebildet, um die Gattung zu bezeichnen, welche alle sogenannten Einzelsubstanzen umfasse, der Begriff der Causalität sei ein allgemeiner Ausdruck für alle einzelnen Fälle causaler Wechselwirkung, der Begriff des Seins die Gattung der Gattungen, von der nur das Nichts ausgeschlossen ist? Solche abstracte Begriffe entspringen doch sichtlich nicht sowohl aus dem Bestreben, viele einzelne Vorstellungen in eine Gattung zu vereinigen, als vielmehr aus der gesonderten Auffassung gewisser Beziehungen, die unser Denken zwischen seinen Vorstellungen auffindet, und die zum Theil von höchst verwickelter Beschaffenheit sind, weil an ihnen ebenso sehr der objective Inhalt der Vorstellungen wie die eigenthümliche Natur des Denkens selber betheiligt ist. Der Begriff der Causalität z. B. stützt sich einerseits wohl auf den regelmässigen Zusammenhang gewisser Erscheinungen, andererseits aber offenbar auf den logischen Grundsatz, dass zu jedem Gegebenen ein Grund aufgesucht werden müsse. Freilich, nachdem dieser Begriff erst gebildet ist, kann man ihn nun ohne Schwierigkeit auch als die allgemeine Gattung betrachten, welche alle einzelnen Causalverhältnisse unter sich begreift. Aber wenn wirklich die Causalität nur das Generelle wäre zu den besondern Causal-

gesetzen, wie könnte jene Beziehung zu Grund und Folge in diesen Begriff kommen, die doch eine wesentliche Seite desselben ausmacht? Gerade diejenige Fähigkeit unseres Denkens, die sich vorzugsweise an den abstracten Begriffen bewährt, gewisse Relationen zwischen unseren Vorstellungen für sich aufzufassen, losgelöst von anderweitigen Verbindungen, in denen sie vorkommen, macht es freilich möglich, auch so einseitige Ansichten nothdürftig durchzuführen. Man braucht bei der Causalität nur auf die Beziehung dieses Begriffs zu unserem begründenden Denken, bei der Substanz auf die unverkennbare Beziehung zu unserem Selbstbewusstsein keine Rücksicht zu nehmen, damit beide als blosse Generalisationen erscheinen. Die verkehrte Ansicht von der Natur des Begriffs überhaupt arbeitet so einer mangelhaften Erkenntniss der einzelnen Begriffe in die Hände. Auf welche Art die merkwürdigen Entwicklungen, die solche Begriffe in der Geschichte der Wissenschaft zurückgelegt haben, sich erklären sollen, wenn dieselben nichts sind als oberste Gattungen, dies bleibt dabei ein vollkommenes Räthsel.

Diese Schwierigkeiten erkennend, welche die hergebrachte Ansicht mit sich führt, hat Herbart das Kriterium der Allgemeinheit gänzlich beseitigt und die Begriffe lediglich als Vorstellungen bezeichnet, bei denen wir von der Art und Weise abstrahirten, wie sie psychologisch entstanden seien*). Aber diese Unterscheidung geht an einem wesentlichen Merkmal des Begriffs, das in der gewöhnlichen Auffassung nur einen unrichtigen Ausdruck fand, vorüber, um ein unwesentliches an dessen Stelle zu setzen. Wohl ist es richtig, dass der logische Gebrauch der Begriffe von einer Untersuchung über ihre Entstehung unabhängig ist; aber nicht jede Vorstellung, von deren Entstehung wir abstrahiren, trägt darum schon den Charakter eines Begriffs an sich. Bei einer isolirten Wahrnehmung oder selbst bei einer Vorstellung, die sich als Glied in eine Associationskette einreiht, kann für unsere unmittelbare Auffassung jede Beziehung auf die psychologische Entstehungsweise zurücktreten, und dennoch werden wir sie nicht als einen Begriff ansehen. Wenn sie den Charakter des letzteren annehmen soll, so ist es unerlässlich, dass sie in logische Beziehungen zu andern Vorstellungen gesetzt werde, die eben damit gleichfalls einen begrifflichen Werth gewinnen. Dies geschieht nur, indem die Vorstellungen eingehen in unser urtheilendes Denken.

Eine fernere Berichtigung hat die herkömmliche Anschauung dadurch erfahren, dass man den Gattungs- oder Objectbegriffen eine besondere Classe von Beziehungsbegriffen gegenüberstellte. Sie sollen sich von den ersteren insofern unterscheiden, als sie nicht aus Merkmalen, sondern aus Gliedern oder Elementen der Beziehung zusammengesetzt seien; und dem soll zugleich eine verschiedene Entstehungsweise entsprechen. Die Gattungs- oder — wie sie, um auch das Individuelle zu umfassen, allgemeiner genannt werden — die Objectbegriffe sollen aus einer Analyse entspringen, welche

*) Herbart, Einleitung in die Philosophie, Werke Bd. 1, S. 77.

die wesentlichen oder gemeinsamen Merkmale der Gegenstände feststelle; die Beziehungsbegriffe dagegen sollen durch eine Synthese der einzelnen Glieder gebildet werden, die einen Begriff constituiren*). Aber die Grenzen zwischen beiden Begriffsclassen erweisen sich als vollkommen fliessend. Auf der einen Seite ist der Gesichtspunkt der Gliederung nach Gattung und Art überall auch auf die Beziehungsbegriffe anwendbar; ebenso wird anderseits zugestanden, dass alle Objectbegriffe Beziehungen enthalten, theils zu andern Begriffen theils, sofern es sich um zusammengesetzte Objecte handelt, der Theile des Ganzen zu einander. So ergibt sich denn, dass jene Unterscheidung von beiden Seiten her wieder aufgehoben werden kann, indem alle Begriffe ebensowohl unter dem Gesichtspunkt einer analytischen Zerlegung in Merkmale wie unter dem einer synthetischen Verbindung von Elementen betrachtet werden können. Es frägt sich daher nur, welcher dieser Gesichtspunkte mit Recht als der allgemeinere anzusehen sei.

Hier ist nun offenbar der Umstand entscheidend, dass sich eine Grenze zwischen Gattungs- und Beziehungsbegriffen vor allem desshalb nicht ziehen lässt, weil das Verhältniss von Gattung und Art nur eine unter den Beziehungen ist, die zwischen verschiedenen Begriffen möglich sind. Ausserdem besteht aber das nächste bei der Auffassung eines Begriffs im allgemeinen darin, dass man sich die eigenthümliche Constitution desselben, die aus der wechselseitigen Beziehung seiner eigenen Elemente hervorgeht, vergegenwärtige; dann erst wird man sich fragen, wie er sich zu andern Begriffen verhält, insbesondere also auch, welchen andern Begriffen er unter- oder übergeordnet ist. Wir bilden z. B. den Objectbegriff Thier, indem wir eine Reihe mit einander in Beziehung stehender Erscheinungen, eine bestimmte Gesetzmässigkeit der Gestalt und des Baues, gewisse zur Erhaltung und Fortpflanzung dienende Functionen und endlich die Eigenschaften der Empfindung durch Sinnesorgane und der theils willkürlichen theils unwillkürlichen Bewegung in ihren wechselseitigen Beziehungen auffassen. Oder wir bilden den Begriff Kreis, indem wir den Begriff der krummen Linie in einer Ebene mit dem Begriff der Constanz der Entfernung oder dem der Constanz der Krümmung verbunden denken. Erst wenn es sich um eine bestimmte classificatorische Ordnung der Begriffe handelt, wählen wir entweder bestimmte einzelne Elemente des gegebenen Begriffs oder Combinationen solcher, um daraus einen höheren Gattungsbegriff zu bilden. So ordnen wir den Kreis unter den Begriff der geschlossenen Figur oder der ebenen Curve, das Thier unter den Begriff des lebenden Wesens. Aber auch bei dieser Ordnung nach Gattung und Art erweist sich keineswegs jedes Element des subsumirten Begriffs als eine umfassendere Gattung. Die Constanz der Entfernung ist ebenso wenig der weitere Begriff zum Kreis wie die willkürliche Bewegung zum Thiere. Vielmehr werden diese Elemente erst zu Gattungen in Folge jener künstlichen Umwand-

*) Drobisch, Logik. 4. Aufl. S. 157.

lung in Gegenstandsbegriffe, der wir schon oben begegnet sind (S. 92). Der grammatische Ausdruck dieser logischen Umwandlung besteht darin, dass alle Elemente einem umfassendsten Prädicatbegriff als Attribut beigelegt werden, wodurch dann jedes Attribut, mit dem Prädicatbegriff verbunden, einen weiteren Umfang als das Object besitzt. Man sagt also z. B.: »Das Thier ist ein mit Ernährung, Fortpflanzung, Sinnesempfindung und willkürlicher Bewegung begabtes Wesen.« Jedes der auf solche Weise einem Subject A beigelegten Attribute B, C, D, E tritt in der Form einer höheren Gattung auf. Entspräche diese künstliche Betrachtungsweise dem wirklichen Verhalten der Begriffselemente, so müsste es der Gattungen stets mehr geben als der Arten: jede Eigenschaft, die einem Object zukommt, bildete ja eine höhere Gattung; und ob einzelne dieser Gattungen sich decken oder nicht, wäre von untergeordneter Bedeutung. Es ist klar, dass solch' eine gleichzeitige Unterordnung unter zahlreiche, zum Theil weit auseinanderliegende Gattungen erst aus einer künstlichen Verschiebung der natürlichen Begriffsbeziehungen hervorgegangen ist. Dennoch hängt die Neigung, alle Beziehungen der Begriffe unter das Schema der *einen*, der Unterordnung zu bringen, mit den fundamentalen Eigenschaften unseres Denkens nahe zusammen. Die Begriffe existiren nur als Elemente des Urtheils. Indem man nun den Gesichtspunkt, dass jedem Subjectbegriff eines Urtheils andere zur Seite stehen, denen das nämliche Prädicat zugehört, zum herrschenden macht, erscheint jedes Urtheilen als ein Subsumiren, und die Subsumtion wird zum herrschenden Verhältniss der Begriffe. Wenn wir dagegen, von jener nachträglichen Reflexion Umgang nehmend, die wirklichen Beziehungen, die zwischen einem gegebenen Begriff und andern Begriffen bestehen, in einer Reihe von Urtheilen darstellen, so ergeben sich neben der Unter- und Ueberordnung stets noch andere Verbindungen, die für die Erkenntniss der Constitution des Begriffs nicht minder wesentlich sind. Der Gegenstandsbegriff z. B. tritt zu andern Gegenständen in Verhältnisse der Coordination, Abhängigkeit, Wechselbestimmung; wir prädiciren von ihm bleibende Eigenschaften und vorübergehende Zustände, um ihn möglichst vollständig nach seinem logischen Gehalt zu bestimmen. In jedem der einzelnen Urtheile, welche so die verschiedenen Gedankenbeziehungen eines Begriffs ausdrücken, wird irgend ein Element desselben festgestellt. Die Elemente oder Merkmale des Begriffs sind demnach nicht ruhende Bestandtheile desselben, sondern sie sind immer nur in der Form einer Beziehung zu andern Begriffen gegeben. Jeder Begriff löst sich auf diese Weise in eine Menge von Beziehungen verschiedener Art auf. Denn er kann nur durch andere, von ihm verschiedene in seinem eigenen Wesen näher bestimmt werden. Wir bestimmen also einen Begriff A, indem wir seine Relationen zu einer Reihe anderer Begriffe B, C, D . . . festsetzen. Jeder dieser andern Begriffe, etwa B, wird aber wieder durch seine Beziehungen zu A, C, D . . . ausgedrückt. Den Begriff »Roth« denken wir als Farbe, Empfindung, in Bezug auf seine Stellung im Spektrum und in der Farbenreihe, und beim Begriff »Farbe«

beziehen wir uns wieder auf Empfindung, Qualität, verursachende Lichtschwingungen, und auf die einzelnen Farben, unter denen auch »Roth« seine Stelle hat. Die Vorstellung eines Körpers besteht, wenn wir alles abziehen was in ihr von begrifflicher Natur ist, in einer Verbindung von Empfindungen, die nach Gesetzen psychologischer Synthese geordnet werden. Der Begriff erfasst den Körper als ein beharrendes oder sich veränderndes Ding, welches bestimmte Eigenschaften besitzt, von andern Körpern abhängig ist, u. s. w. Jedes Element eines Begriffs kommt auf diese Weise gleichzeitig in andern Begriffen vor und hat insofern eine allgemeine Bedeutung. Nur die besondere Mischung und Verbindung der Elemente macht die Eigenthümlichkeit des einzelnen Begriffs aus. Wo wir daher zu logischen Zwecken den Begriff als ein isolirtes Gebilde behandeln, da bezeichnet derselbe eigentlich nur einen Punkt, an den mannigfache Verbindungen angeknüpft werden können. So reflectirt sich die Forderung, dass unser erkennendes Denken in einem durchgängigen Zusammenhang stehen müsse, auf eigenthümliche Weise schon in der Natur der Begriffe, indem jeder Begriff gleichsam einen Knotenpunkt bildet in dem Gewebe, das unsere gesammte Begriffswelt zusammensetzt.

Wenn wir hiernach dem Kriterium der Allgemeinheit überhaupt noch eine Bedeutung beilegen wollen, so kann diese nur in der Eigenschaft gesehen werden, *dass jeder Begriff aus Elementen besteht, die in mehr oder minder zahlreiche Begriffe eingehen, und deren besondere Mischung und Verbindungsweise allein das Wesen des einzelnen Begriffs ausmacht.* Dies ist aber eine Eigenschaft, welche die Verhältnisse von Gattung und Art nur als *eine* Form der Wechselbeziehung neben andern in sich schliesst. Auch kommt jene Allgemeinheit allen Begriffen, den umfassendsten wie den individuellsten, gleichmässig zu. Denn nach ihr besteht die Allgemeinheit des Begriffes Roth nicht darin, dass die rothe Farbe viele Nuancen umfasst, von denen wir immer nur eine einzelne wirklich empfinden oder vorstellen können, sondern darin, dass wir die Empfindung Roth, sobald sie die begriffliche Form annimmt, mit andern Vorstellungen in Beziehung bringen. So werden überhaupt unsere Vorstellungen zu Begriffen durch die logischen Beziehungen zu andern Vorstellungen, in welche sie durch unser Denken gebracht werden. Unter den Beziehungen aber, welche zwischen den Begriffen überhaupt stattfinden können, greift die Sprache diejenige heraus, von der sie im Interesse der Oekonomie ihres Wortschatzes Nutzen ziehen kann: die der Gattung zum Einzelnen. Indem die Logik zunächst aus einer Analyse der sprachlichen Formen hervorgieng, lag es nahe, das Verfahren der Sprache auf das begriffliche Denken selbst zu übertragen und, weil das Wort eine generelle Bedeutung hat, nun die Begriffe überhaupt als die Gattungen aufzufassen, unter denen unsere einzelnen Vorstellungen enthalten sind.

3. Die abstracten Begriffe und das Abstractionsverfahren.

Eine nothwendige Folge der Entwicklung der Begriffe aus Verbindungen der Vorstellungen ist es, dass gewisse Begriffe der sinnlichen Vorstellung näher stehen als andere. Man hat dieser Thatsache durch die Unterscheidung concreter und abstracter Begriffe Ausdruck gegeben; der logische Process aber, durch welchen aus concreten Begriffen abstracte hervorgehen, wird als das Abstractionsverfahren bezeichnet. Dabei hat sich übrigens die Bedeutung der Ausdrücke concret und abstract wesentlich verändert im Lauf der Geschichte. Der scholastische Nominalismus, der dieselben in die Logik eingeführt, benützte sie zu einer blossen Wortunterscheidung. Jedes substantivisch gebrauchte Nomen, das einen einzelnen Gegenstand oder eine Classe von Gegenständen bezeichnete, war ein concretum, wogegen das aus einem solchen concretum zur Bezeichnung einer allgemeinen Eigenschaft gebildete Wort ein abstractum genannt wurde. Wörter wie homo, album galten demnach als concret, solche wie humanitas, albitudo als abstract*). In der neueren Logik ist diese Unterscheidung allmälig mit der des Individuellen und Generellen vermengt worden, indem man, in Anlehnung an den Gebrauch des Wortes abstrahiren, sich daran gewöhnte, alle Begriffe, bei deren Entwicklung ein deutliches Abstractionsverfahren zu bemerken ist, als abstracte zu bezeichnen. Da nun dies bei allen Gattungs- und Artbegriffen zutrifft, so blieb schliesslich nur das Individuelle als ein Gebiet übrig, das unzweifelhaft mit dem des Concreten sich deckte**). Diese Verlegenheiten sind in der That logisch gerechtfertigt, denn, in welchem Sinne man auch die Ausdrücke abstract und concret anwenden mag, offenbar ist es weder eine Verschiedenheit des Verfahrens noch der wesentlichen Constitution der Begriffe, sondern ein mehr äusserliches Verhältniss, welches durch jene Bezeichnungen ausgedrückt wird. Auch dürfte dem Vorschlage Mill's, den scholastischen Sprachgebrauch wiederherzustellen***), das practische Bedenken im Wege stehen, dass sich jene Bezeichnungen in dem veränderten Sinn, in welchem sie auf den Grad des angewandten Abstractionsverfahrens hinweisen, durch lange Gewohnheit nun schon ein Bürgerrecht in der Sprache der Wissenschaft sowohl wie des gewöhnlichen Lebens errungen haben, ein Bürgerrecht, welches zugleich auf ein Bedürfniss logischer Unterscheidung hinweist. Wenn wir nun auf den gegenwärtigen Sprachgebrauch achten, so kann es nicht zweifelhaft sein, dass es hier hauptsächlich um das Verhältniss des Begriffs zu seiner repräsentativen Vorstellung sich handelt. So lange die letztere nicht bloss in dem Wort, sondern ausserdem noch in einer sinnlichen

*) Vgl. Prantl, Geschichte der Logik, Bd. III. S. 215, 363.

**) Vgl. Drobisch a. a. O. S. 22.

***) Mill, Logik, übers. von Schiel, I. S. 33.

Anschauung besteht, in welcher die wesentlichen Elemente des Begriffs verwirklicht sind, so nennen wir diesen concret. Sobald dagegen das gesprochene oder geschriebene Wort das einzige Zeichen für den Begriff bleibt, ist derselbe abstract. Abstract sind mit andern Worten diejenigen Begriffe, denen eine adäquate stellvertretende Vorstellung nicht entspricht, und für welche daher in unserem Denken nur noch ein äusserliches und scheinbar willkürliches Zeichen gewählt wird. In diesem Sinne werden wir also allerdings einen Begriff wie Mensch oder Thier zweifellos als concret und dagegen einen solchen wie Menschheit als abstract bezeichnen. Entgegengesetzt dem scholastischen Sprachgebrauch werden wir aber den Gerechten ebenso gut wie die Gerechtigkeit einen abstracten Begriff nennen. Ferner wird ein individueller Begriff zwar meistens zugleich concret, ein concreter aber wird sehr häufig generell sein. Auch so kann freilich noch im einzelnen Fall die Grenze zweifelhaft bleiben. Hat sich doch auch in der Sprache erst allmälig das Wort zum abstracten Begriffszeichen, und haben sich daher überall, wie die Geschichte des Bedeutungswandels uns lehrt, die abstracten aus concreten Begriffen entwickelt. Warum sollten wir also nicht zuweilen noch einen Begriff antreffen, der auf irgend einer Zwischenstufe dieser Entwicklung stehen geblieben ist? Begriffe wie Maschine, Gewicht u. dergl. mögen in der That im einen Bewusstsein völlig abstract und in einem andern an sinnliche Bilder gebunden, also concret sein. Aus allem dem geht nur das eine hervor, dass diese Unterscheidung für das Wesen des Begriffs nur eine geringe Wichtigkeit hat, eine so grosse auch die Entwicklung der abstracten Begriffe an und für sich besitzt. Diese Entwicklung beruht aber auf der fortgesetzten Anwendung des nämlichen Verfahrens, das wir bei der Entstehung aller, auch der individuellsten und concretesten Begriffe wirksam finden.

Indem man jedoch die abstracten als die generellsten Begriffe auffasste, so war damit zugleich nothwendig jener verkehrten Darstellung des Verfahrens der Abstraction Raum gegeben, welche noch heute die herrschende ist. Der Begriff gilt als eine Summe von Merkmalen. Je grösser die Zahl der letzteren ist, um so concreter soll der Begriff werden, und um so mehr sich zugleich der individuellen Vorstellung nähern; je mehr dagegen die Zahl der Merkmale schwinde, um so grösser werde seine Allgemeinheit. Die abstractesten Begriffe sind hiernach diejenigen, welche die geringste Zahl von Merkmalen besitzen, zugleich aber die grösste Zahl anderer Begriffe als untergeordnete Gattungen umschliessen: sie haben, wie man sich ausdrückt, den kleinsten Inhalt, aber den grössten Umfang. Ueberhaupt aber sollen sich bei allen Begriffen Inhalt und Umfang reciprok verhalten, so dass man die Stelle, welche ein gegebener Begriff auf der ganzen Begriffsleiter einnimmt, ebensowohl an seinem Inhalt, d. h. an der Zahl der Merkmale, die er besitzt, wie an seinem Umfang, d. h. an der Zahl engerer Begriffe, die er umschliesst, messen könne. Im Anschluss an diese einfachen Vorstellungen erscheint die Abstraction lediglich als eine Subtraction von

Merkmalen, denn, um einen abstracteren Begriff zu gewinnen, braucht man nur einige der Merkmale eines concreteren Begriffes hinwegzulassen.

Schon der Ausgangspunkt dieser ganzen Anschauung, die Wechselbeziehung von Inhalt und Umfang ist von fragwürdiger Art. Sofern man unter den Merkmalen die Beziehungen versteht, in denen sich ein Begriff zu andern befindet, kann man wohl sagen, dass die Merkmale den Begriff constituiren oder seinen Inhalt ausmachen, wobei aber von vornherein beachtet werden muss, dass diese Merkmale oder Begriffselemente wieder in den verschiedensten wechselseitigen Beziehungen stehen können, daher es durchaus unzutreffend ist, wenn man die Merkmale als eine beliebig geordnete Summe betrachtet, von der man einige hinweg- und andere hinzuthun könne, ohne darum das Beisammensein der übrigen zu stören. Dagegen lässt sich dem Umfang der Begriffe nur da ein verständlicher Sinn abgewinnen, wo es um wirkliche Gattungsbegriffe sich handelt. Wir können wohl sagen, dass der Begriff Wirbelthier einen grösseren Umfang hat als der Begriff Säugethier oder Vogel. Aber in welchem Sinne sollen wir von dem Umfang des Begriffes der Qualität, der Substanz oder gar des Seins und des Nichts reden? Auch die Regel von dem reciproken Verhältniss von Inhalt und Umfang hat daher nur eine Bedeutung bei wirklichen Gattungsbegriffen: sie hat hier den ziemlich selbstverständlichen Sinn, dass alle Beziehungen, in denen der Gattungsbegriff steht, auch dem Artbegriff zukommen, dass aber dieser stets noch weitere besitzt, die ihm eigenthümlich sind.

Um die geläufige Ansicht über das Abstractionsverfahren zu berichtigen, müssen wir also davon ausgehen, dass jeder Begriff aus Elementen besteht, die selbst wieder Begriffe sind und in den verschiedensten Verhältnissen wechselseitiger Beziehung stehen können. Sobald wir nun aus gegebenen Begriffen abstractere bilden wollen, lösen wir bestimmte unter jenen Beziehungen aus den Verbindungen, in denen sie sich befinden, um sie isolirt vorzustellen. In der Regel, und insbesondere bei den abstractesten Begriffen, schliesst sich dann an dieses analytische Verfahren als zweite Stufe ein synthetisches an, welches in der Verbindung verschiedener auf diese Weise isolirter Begriffselemente mit einander besteht, wobei die verbundenen Elemente nun wieder die mannigfaltigsten Formen wechselseitiger Beziehung darbieten können. So wird schliesslich der abstracte Begriff zu einem oft sehr verwickelten Gewebe von Beziehungen, bei dem es schwer werden kann zu entscheiden, wie sich ursprünglich die Elemente zusammengefügt haben. Auch sind oft mehrere Verbindungsweisen oder wenigstens verschiedene Reihenfolgen der Verbindung bei einem und demselben Begriffe denkbar, wo sich dann die Reconstructionsversuche begnügen müssen, überhaupt die Elemente aufzuzeigen, die in einen Begriff eingehen. So werden wir z. B. wohl annehmen dürfen, dass der Begriff des Dings zunächst hervorgegangen ist aus der Lostrennung des in zahlreichen Einzelbegriffen wiederkehrenden Elementes einer Verbindung von Sinneswahrnehmungen,

die unserem Willen entzogen ist. Als weiteres Element tritt hinzu die ebenfalls vielen Einzelbegriffen gemeinsame Vorstellung eines theils stetig beharrenden, theils stetig veränderlichen Complexes von Eigenschaften; und als Drittes wird endlich nicht fehlen dürfen der Begriff der numerischen Einheit. Durch letzteres tritt aber der Begriff des Dings unverkennbar in eine Beziehung zu unserem sich unmittelbar bei allem Wechsel als eine dauernde Einheit empfindenden Selbstbewusstsein.

In dieser Weise besteht das Abstractionsverfahren immer in einer Feststellung von Beziehungen, welche unser Denken an seinen Vorstellungen oder an bereits gegebenen Begriffen antrifft. Als ein Absondern von Merkmalen ist diese Thätigkeit schon desshalb unzureichend bezeichnet, weil jene Beziehungen in Wahrheit gar nicht Merkmale sind, die den Gegenständen selbst zukommen, sondern solche, die sich in unserem Denken erst bilden. Sie bestehen in gesetzmässigen Beziehungen, die wir denkend construiren, und die dann allerdings nachträglich für uns zu Merkmalen des Begriffs werden. Diese Bezeichnung ist aber auch desshalb unglücklich gewählt, weil sie auf eine nachträgliche Eigenschaft, nicht auf die ursprüngliche Bedeutung der Begriffselemente hinweist. In der Verbindung der letzteren verfährt unser Denken willkürlich, aber es folgt dabei einer Werthschätzung, die von logischen Gesichtspunkten bestimmt ist. Darin liegt die Bedeutung jener erkenntnisstheoretischen Formel, welche sagt, dass in dem Begriff das W e s e n des Gegenstandes erfasst werde. In dieser Formel liegt das Wahre, dass wir jeden Begriff aus denjenigen Beziehungen zusammensetzen, die unserem Denken wesentlich erscheinen. Auch sie wird aber in dem Augenblick falsch, wo sie, wie dies gewöhnlich geschieht, auf den Gegenstand selbst bezogen und nun unserem Denken die wunderbare Fähigkeit zugemuthet wird, irgend etwas an den Objecten zu entdecken, was ihnen in höherem Grade eigenthümlich wäre als anderes, was, obgleich thatsächlich vorhanden, doch nicht in unsern Begriff eingeht. Hier wird der nämliche Fehler begangen wie bei der Construction des Begriffs aus Merkmalen. Ein Verhältniss, das nur unserem Denken angehört, wird als ein an sich selbst Existirendes angesehen, das auf unser Denken herüberwirkt, nicht als ein Erzeugniss des letzteren. Es ist die alte Aristotelische Vorstellung, die hier wiederkehrt, dass in den Dingen ein begriffliches Sein ruhe, das nur auf uns zu wirken brauche, um in unserem Denken nacherzeugt zu werden, — die einfachste Weise freilich, um auf die Frage nach dem Verhältniss unserer Begriffe zu dem, was wir begreifen wollen, eine Antwort zu finden: man lässt die Begriffe das zu Begreifende selbst sein. Vom nämlichen Standpunkte aus hat man denn auch noch in neuerer Zeit der Aristotelischen Lehre zugestimmt, dass der Begriff der S u b s t a n z entspreche, — ein Satz, der, wenn man bedenkt, dass die Substanz doch auch nur ein Begriff ist, augenscheinlich wiederum darauf ausgeht, dem Substanzbegriff oder, concreter ausgedrückt, dem Objectbegriff alle andern Begriffe unterzuordnen. Wie die Lehre von der Zusammensetzung der Begriffe aus

Merkmalen, so ist demnach auch diese Behauptung aus der Anschauung entsprungen, dass die Gattungs- und Artbegriffe eigentlich die einzig rechtmässige Sorte von Begriffen seien. Wendet man ein, dass denn doch auch verbale und andere Bestimmungen eine begriffliche Bedeutung besitzen, so wird erwiedert: »die Thätigkeit ist zur Sache geworden, wenn von ihrem Begriff die Rede ist« *). Da sich das Verbum den Objectbegriffen nicht fügen will, so behauptet man, hinter ihm sei ein Nomen verborgen, was freilich nicht hindert, andern Ideen zu Liebe gelegentlich umgekehrt die Objectbegriffe aus der Vorstellung der Thätigkeit entspringen zu lassen **).

Zweites Capitel.

Die Arten der Begriffe.

1. Die logischen Kategorieen.

Der erste Versuch einer logischen Eintheilung der Begriffe liegt uns in den Aristotelischen Kategorieen vor, ein Versuch, den Kant als einen misslungenen verurtheilte, weil in ihm die Begriffe nicht systematisch abgeleitet, sondern zufällig zusammengerafft seien ***). Mit einer Anzahl weiterer Unterscheidungen, von denen sich dies wohl mit grösserem Rechte sagen lässt, hat die scholastische Logik die Lehre vom Begriff bereichert. Hierher gehören die schon berührten Eintheilungen in abstracte und concrete, in generelle und individuelle Begriffe, Unterscheidungen, die von einem nur geringen theoretischen Werthe sind. Wir können daher von ihnen hier absehen, ebenso wie von manchen andern Eintheilungen, die aus philosophischen Systemen in die Logik verpflanzt wurden, und denen man deutlich anmerkt, dass sie aus dem eigenen Bedürfniss der letzteren nicht entsprungen sind. So die Gegensätze von klar und dunkel, geordnet und verworren, in denen die Leibniz'sche Metaphysik nachwirkt, sowie die Kant'schen Kategorieen der Quantität, Qualität, Relation und Modalität, die man auch zur logischen Ordnung der Begriffe benützte, obgleich sie von den Aristotelischen Kategorieen gerade dadurch sich unterscheiden, dass sie nicht logische Begriffsformen sind, sondern, aus den Urtheilsformen

*) Trendelenburg, logische Untersuchungen, 2. Aufl. II. S. 217.

**) Ebend. S. 211.

***) Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl. S. 107.

abgeleitet, die Bedeutung von Grundbegriffen der Erkenntniss besitzen sollen *).

Alle diese Unterscheidungen treten jedoch in der herkömmlichen Logik vor der Rücksicht auf den Grad der Allgemeinheit der Begriffe zurück. Indem man dieselben als Glieder einer einzigen in ihrem weiteren Verlauf mannigfach verzweigten Reihe von Gattungs- und Artbegriffen betrachtete, entstand die Anschauung, dass ein allgemeinster Begriff alle anderen umfassen müsse: er sollte der generellste und der abstracteste zugleich sein. Schon die Stoiker haben das Seiende (ὄν), das ens nach dem scholastischen Ausdruck, als diesen höchsten der Begriffe bezeichnet, und in ähnlichem Sinne meint Kant, das Etwas müsse desshalb der abstracteste Begriff sein, weil das einzige von ihm verschiedene das Nichts sei **). Aber das Nichts ist denn doch auch ein Begriff, der die nämliche abstracte Allgemeinheit besitzt, und der offenbar nur desshalb übersehen wird, weil man bei dieser Nachforschung nach einer allgemeinsten Kategorie wiederum nur die Objectbegriffe im Auge hat. Wollte man, diese Lücke ergänzend, einen Begriff bilden, der auch die mannigfachen sonstigen Beziehungen umfasste, die in unserem Denken eine begriffliche Form finden, so liesse sich dazu höchstens, wie Lotze bemerkt hat, der Begriff des »Denkbaren« gebrauchen ***). Das Denkbare im logischen Sinne ist aber nur ein anderer Ausdruck für den Begriff selber, so dass als die allumfassende Kategorie nichts stehen bleibt als der Begriff des Begriffs, ein selbstverständliches und nichtssagendes Ergebniss, welches höchstens den Nutzen hat, dass es die völlige Nutzlosigkeit aller dieser Nachforschungen nach einem obersten Gattungsbegriff ins Licht setzt.

Dem gegenüber hat die Aristotelische Kategorieenlehre immerhin den Vorzug, dass sie die logische Verschiedenheit gewisser Begriffsclassen hervorhebt. In der That erkennt man bei näherem Zusehen, dass die zehn Aristotelischen Kategorieen, wenn auch eine bessere Ordnung derselben wünschenswerth wäre, doch durchaus nicht so zufällig zusammengesucht sind, wie es Kant behauptet hat, sondern dass dieselben an die Unterscheidung der sprachlichen Formen des Denkens sich anlehnen. Auf diese Beziehung weist schon der Name Kategorie (prädicamentum, Art der Aussage) hin. Den Aussageformen müssen die Begriffsformen entsprechen, wenn irgendwie eine Correspondenz zwischen Sprechen und Denken stattfindet. Damit ist nicht gesagt, dass diese Begriffsformen die Bedeutung grammatischer Kategorieen besitzen †). Aristoteles konnte und wollte ohne

*) Vgl. Fries, Logik, S. 110. Kiesewetter, Logik, S. 20 f. Kant selbst hat übrigens von dieser logischen Anwendung seiner Kategorieen keinen Gebrauch gemacht. (Vgl. Kant's Logik S. 269 f., Ausg. von Rosenkranz.)

**) Kant, Logik, Werke, Ausg. v. Rosenkranz, Bd. III. S. 274. Vgl. a. Ueberweg, Logik, 4. Aufl. S. 117.

***) Lotze, Logik, S. 53.

†) Vgl. über diese Frage Trendelenburg, histor. Beiträge, I. S. 23 f.,

Zweifel mit ihnen nur logische Unterschiede bezeichnen, wie sie vor jeder eingehenden Kenntniss der Grammatik schon dem natürlichen Sprachgefühl sich aufdrängen mussten. Auch kommt ja den grammatischen Kategorieen nicht immer eine gleichwerthige logische Bedeutung zu, da die Grammatik zunächst von psychologischen Motiven bestimmt wird, die nicht durchweg einen logischen Grund besitzen. Darum wird zwar jeder bedeutsame logische Unterschied irgendwie in der Grammatik seinen Ausdruck finden, nicht aber muss umgekehrt jeder grammatische Unterschied von logischem Werthe sein. Dies ist nun, wie mir scheint, der richtige Griff, den die Aristotelische Kategorieenlehre gethan hat, dass sie aus den sprachlichen Ausdrucksformen die logischen Begriffsformen zu abstrahiren suchte, wobei es ihr freilich mehrfach widerfährt, dass sie Zusammengehöriges trennt.

Die zehn Aristotelischen Kategorieen sind: die Substanz (οὐσία), Qualität (ποιόν), Quantität (ποσόν), Beziehung (πρός τι), das Liegen (κεῖσθαι), Haben (ἔχειν), Thun (ποιεῖν), Leiden (πάσχειν), das Wo (ποῦ) und Wann (πότε). Unter ihnen entspricht die Substanz grammatisch dem Substantivum, dem in logischer Hinsicht das persönliche Fürwort gleichzustellen ist, die Qualität und Quantität dem Adjectivum und Numerale, sowie den aus Adjectiven und Zahlwörtern gebildeten Adverbien; durch das Liegen, Haben, Thun, Leiden wird der Verbalbegriff nach seinen verschiedenen Richtungen ausgedrückt; endlich in den Kategorieen der Beziehung, sowie des Wo und Wann sind Bestimmungen zusammengefasst, welche in der Sprache theils durch Orts- und Zeitadverbien, Präpositionen und Conjunctionen, theils auch durch blosse Casussuffixe dargestellt werden. Auf diese Weise lassen sich die zehn Kategorieen in *vier* Gruppen ordnen, ohne dass wir freilich behaupten möchten, bei dieser Eintheilung mit dem eigenen Gedankengang des Aristoteles zusammenzutreffen. Das Substantivum oder die Substanz, wie es Aristoteles in seiner das Logische und Metaphysische vermengenden Weise ausdrückt, bezeichnet den *Gegenstandsbegriff*. Das Adjectivum und Numerale gehören logisch wie grammatisch in *eine* Classe: sie bedeuten den *Eigenschaftsbegriff* im weiteren Sinne des Wortes. Die verschiedenen Arten des Verbalbegriffs aber lassen sich nicht minder *einem* allgemeinen Begriff unterordnen. Am besten dürfte vielleicht der Begriff des *Zustandes* die oft weit divergirenden Bedeutungen des Verbums zusammenfassen. Denn während die Eigenschaft ein mehr oder weniger Bleibendes bezeichnet, setzen wir bei dem Zustand voraus, dass er wechseln könne. Durch das Werden, die Bewegung oder Veränderung wird immer nur eine einzelne Seite des Verbalbegriffs ausgedrückt. Das Liegen, Haben, Thun und Leiden verbinden sich aber in dem Begriff des Zustandes. Endlich Orts- und Zeitadverbien, Präpositionen, Casusendigungen, Tempora und

der den Kategorieen eine durchaus grammatische Bedeutung giebt, und die hiergegen gerichteten Bemerkungen von *Zeller*, Philosophie der Griechen, 3. Aufl. II. 2, S. 264.

Modi des Verbums können auf die eine Kategorie der Beziehung zurückgeführt werden, wenn man dieser eine erweiterte Bedeutung giebt, so dass sie die locale und temporale mit der logischen Beziehung (also das ποῦ, πότε und πρός τι des Aristoteles) gleichzeitig umfasst*).

Man sieht sofort, dass die vier logischen Kategorieen, auf welche sich so die zehn Aristotelischen reduciren lassen, nur zum Theil mit den Wortformen sich decken, welche die Grammatik unterscheidet. Zwar dem Substantivum, Adjectivum und Verbum entsprechen im allgemeinen wohl umschriebene Begriffsarten; die Partikeln aber zerfallen wieder in verschiedene Classen, ohne dass dieser Eintheilung logische Unterschiede parallel gehen. Das nämliche, was im einen Fall die Präposition, leistet in einem andern das Casussuffix. Das Adverbium dient zwar stets zur näheren Bestimmung des Verbalbegriffs; aber dieselbe Function kann unter Umständen durch eine Präposition mit einem obliquen Casus des Substantivs oder durch den letzteren und sein Casussuffix allein erfüllt werden. So steht überhaupt das Adverb auf der Grenzscheide zwischen den grammatischen Kategorieen des Nomens und der Partikel. Wie es oft nachweisbar aus einem Substantiv oder Adjectiv hervorgegangen ist, so enthält es meist noch deutlich einen Gegenstands- oder Eigenschaftsbegriff, nur setzt es diesen sofort in Beziehung zu dem Verbum. Auch an den Präpositionen und Conjunctionen lässt sich zuweilen noch ein nominaler oder adverbialer Ursprung nachweisen. Was die Präposition für die Verbindung der Begriffe im einfachen Satze, das leistet die Conjunction für die Verbindung der Sätze selbst. In beiden Fällen erscheinen die zeitlichen und räumlichen Beziehungen als die ursprünglichen, welche dann auf die Verhältnisse der Bedingung, der Ursache und des Zweckes übertragen werden. So ist es im Allgemeinen der Begriff der Beziehung, der die ganze Classe der Partikeln beherrscht; zwischen den einzelnen grammatischen Formen dieser Classe finden aber fortwährende Verschiebungen statt, ohne dass dadurch die logische Bedeutung sich änderte. Sogar innerhalb der umfassenderen grammatischen Kategorieen fehlt es an solchen Uebergängen nicht. So hat der Genitiv, indem er stets eine nähere Bestimmung zu einem Nomen enthält, häufig eine dem Adjectiv völlig gleichwerthige Bedeutung; so wird bekanntlich der lateinische Ablativ nicht selten in ähnlichem Sinne gebraucht wie das Adverbium, als nähere Bestimmung eines Zeitworts. Hat doch in der Sprache ein solcher Uebergang gerade der Casusformen in andere grammatische Kategorieen sich in vielen Fällen sichtlich vollzogen. Wenn der Zusammenhang des Genitivs mit dem Adjectiv fraglich sein mag, so ist doch daran nicht zu zweifeln, dass oblique Casus für sich oder in Zusammensetzungen häufig zu Adverbien erstarrt sind. Ueberall sehen wir demnach, dass grammatische und logische Kategorieen

*) Uebereinstimmend mit dieser Unterscheidung bezeichnen auch Sigwart (I. S. 28 f.) und Lotze (S. 17) Dinge, Eigenschaften, Thätigkeiten und Relationen als die vier Hauptformen der Vorstellungen oder der Begriffe.

sich nicht decken. Die ersteren wechseln nach mannigfachen psychologischen Motiven; die letzteren bleiben constant, so lange die wechselnden Sprachformen den nämlichen logischen Inhalt bewahren. Insbesondere in der Ausbildung der Wortformen aber kann die Sprache bald einen Reichthum und eine Beweglichkeit entwickeln, durch die innerhalb der fest begrenzten logischen Kategorien mannigfache Unterscheidungen und Uebergänge möglich werden, bald kann sie in ihrer Entwicklung hinter den logischen Forderungen zurückbleiben. So hat in zahlreichen Sprachen eine der logisch bedeutsamsten Wortformen, das Verbum, keine sichere Gestaltung gewonnen; in der reinen Wurzelsprache vollends bleiben die Wortformen völlig ungeschieden, und es ist der Wortstellung überlassen, die logische Kategorie anzuzeigen, der das einzelne Wort zugehört. Aber gerade in diesem Fall, wo die grammatischen Kategorieen im gewöhnlichen Sinne gänzlich fehlen, arbeiten sich um so sicherer geschieden die logischen heraus. So sind die logischen Kategorieen das Bleibende, die grammatischen das Wechselnde. Gegenstände, Eigenschaften und Zustände unterscheidet überall das sprechende Denken, und diese dreierlei Begriffe können ausserdem in mannigfache Beziehungen zu einander gebracht werden. Die Hülfsmittel aber, durch welche diese Begriffs- und Beziehungsformen unterschieden werden, sind nicht überall die nämlichen. Zugleich können daneben noch manche andere Unterscheidungen einhergehen, die von veränderlichen psychologischen Bedingungen abhängen und gleichwohl von der Sprache mit den allgemeingültigen logischen Unterschieden vermengt werden.

Dasjenige Gebiet, welches zu einer Vermischung der sonst auch grammatisch strenger geschiedenen logischen Begriffsformen am meisten Veranlassung bietet, ist nun das oben vorläufig durch die allgemeine Kategorie der Beziehung bezeichnete. Man erkennt sofort, dass diese mit ihren von Aristoteles unterschiedenen drei Formen der Orts-, der Zeitbeziehung und der Bedingung, nicht auf einer Linie mit den eigentlichen Kategorieen steht, da die Begriffe, die hierher gehören, immer nur in unmittelbarer Anlehnung an irgend welche Gegenstands-, Eigenschafts- oder Zustandsbegriffe gedacht werden können. Wie sehr die Sprache diese Abhängigkeit empfindet, zeigt sich vor Allem in den Casussuffixen und Adverbien, bei denen das die Beziehung ausdrückende Wortelement völlig mit einem nominalen Bestandtheil verschmolzen ist, welcher logisch entweder zu den Gegenstands- oder zu den Eigenschaftsbegriffen gehört. Ihren verhältnissmässig reinsten Ausdruck haben dagegen die Beziehungen der Begriffe in den Präpositionen und Conjunctionen gefunden. Denn beide bezeichnen nichts weiter als eine räumliche, zeitliche oder logische Beziehung, welche sich mit den verschiedensten Begriffen oder zusammengesetzten Denkacten verbinden kann. An diesen abstractesten grammatischen Formen, welche sich stets an inhaltsvollere Begriffe anlehnen müssen, sieht man zugleich deutlich, dass auf die Beziehungsausdrücke das allgemeine Gesetz der Zweigliederung des Denkens keine unmittelbare An-

wendung findet*); denn während unser Denken Gegenstände, Eigenschaften und Zustände mit einander verbindet, giebt der Beziehungsausdruck nur die nähere Form dieser Verbindung an. Er selbst setzt daher stets zwei andere Begriffe voraus, zwischen denen er die Verbindung herstellt. Die Präpositionen, sowie die Casussuffixe des Substantivs und die in den Adverbien verborgenen Beziehungsformen verbinden zwei Begriffe, die Conjunctionen zwei Urtheile mit einander. Indem so alle Beziehungsausdrücke eine Verbindung zwischen zwei Gliedern herstellen, ist aber diese Regel offenbar eine Folge des Gesetzes der Zweigliederung, in welcher ausserdem die Thatsache zum Ausdruck kommt, dass jene stets an andere Begriffe sich anlehnenden Elemente unseres Denkens nicht eigentliche Begriffe, sondern Denkacte sind, die Verbindungen zwischen gegebenen Begriffen vermitteln. Es ist daher offenbar angemessener, dieselben den Kategorieen oder Begriffsformen als Beziehungs- oder Verbindungsformen der Begriffe gegenüberzustellen. Mit ihnen stehen die Beziehungsformen der Urtheile (die Conjunctionen) in engem Zusammenhang; die Besprechung derselben wird aber erst im folgenden Abschnitt, in der Lehre vom Urtheil, am Platze sein. Wollten wir die Begriffe, wie in der Algebra die Grössen, durch Buchstabensymbole ausdrücken, so würden sich solche immer nur für die Gegenstands-, Eigenschafts- und Zustandsbegriffe aufstellen lassen, alle Denkacte dagegen, die unter die Beziehungsformen gehören, würden durch Symbole von ähnlicher Geltung wie die algebraischen Operationszeichen $+$, $-$, $:$, $\times$ u. dergl. darzustellen sein.

Versteht man unter den Kategorieen die allgemeinsten Classen selbständiger Begriffe, so bilden demnach die Beziehungsformen keine Kategorie, ebensowenig wie die arithmetischen Operationsverfahren in eine Grössenclasse sich einordnen lassen. Sie verhalten sich in dieser Hinsicht ähnlich wie die Copula, die ebenfalls keinen Begriff, sondern eine die Verbindung gegebener Begriffe vermittelnde Operation unseres Denkens bedeutet. Da jedoch durch die prädicative Verknüpfung, welche in der Copula ihren allgemeinsten Ausdruck findet, eine völlig neue Function unseres Denkens, die Urtheilsfunction entsteht, so würde es schon aus diesem Grunde nicht angemessen sein, dieselbe mit jenen logisch von ihr verschiedenen Verbindungen zu vermengen, durch welche aus zwei gegebenen Begriffen ein neuer Begriff oder (bei den durch die Conjunctionen vermittelten Verbindungen) aus zwei gegebenen Urtheilen ein neues Urtheil sich bildet. Subject und Prädicat des Urtheils sind selbständig gedachte Begriffe. Solche können zwar in Bezug auf das Verhältniss, in dem sie stehen, untersucht werden; sie bilden aber nicht Glieder eines Ganzen, welche durch eine zwischen ihnen stattfindende Verbindung sich wechselseitig determiniren. Den Ausdruck Verhältniss (relatio) wollen wir daher anwenden, wo es sich um die Vergleichung unabhängig gedachter Begriffe handelt, den Ausdruck

*) Vgl. Abschn. I. Cap. II.

Beziehung oder Verbindung (connexio), wo aus je zwei auf einander bezogenen Begriffen oder Denkacten ein neuer Begriff oder Denkact hervorgeht. Der wesentliche Unterschied besteht darin, dass ein Begriffsverhältniss nur von der Beschaffenheit der Begriffe selbst, eine Begriffsbeziehung aber ausser von der Beschaffenheit der Begriffe auch von der zwischen ihnen stattfindenden Beziehungs- oder Verbindungsform abhängt. Die durch eine solche Beziehungsform vermittelte Verbindung zwischen zwei Begriffen stellt sich daher immer zugleich als eine nähere Bestimmung (determinatio) des einen dieser Begriffe, welcher als Hauptbegriff functionirt, durch den andern dar, der die Rolle des Nebenbegriffs übernimmt. So können wir z. B. die Begriffe Vogel und Säugethier in ein Verhältniss zu einander bringen, indem wir beide als coordinirte Begriffe auffassen. In dem Ausdruck »der Vogel auf dem Baume« dagegen sind die Begriffe Vogel und Baum in eine Beziehung gesetzt, deren Beschaffenheit durch die locale Präposition näher bestimmt wird; zugleich ist Vogel der Hauptbegriff und Baum der Nebenbegriff, welcher mit Hülfe der hinzutretenden localen Beziehungsform den ersteren determinirt *).

Die wesentliche Verschiedenheit der Begriffe und ihrer Beziehungsformen findet nun auch darin ihren Ausdruck, dass die drei Begriffsformen in weitem Umfang in einander umwandlungsfähig sind, und dass ebenso auf ihrem Gebiete verschiedene Beziehungsformen sich wechselseitig vertreten können, während niemals ein Begriff in eine Beziehung oder umgekehrt diese in jenen übergehen kann. Unter diesen Processen bedarf die Ueberführung der Begriffe aus einer Kategorie in eine andere hier noch einer speciellen Betrachtung, während die Untersuchung der Beziehungsformen und ihrer Veränderungen einem späteren Capitel vorbehalten bleibt.

2. Die kategoriale Verschiebung der Begriffe.

Die Umwandlung verschiedener Begriffsformen in einander oder, wie wir sie kurz bezeichnen wollen, die kategoriale Verschiebung ist ein wichtiges Hülfsmittel für die freie Beweglichkeit des Denkens, obgleich anderseits unverkennbar die logische Biegsamkeit der Begriffe dazu beige-

*) Die Ausdrücke Verhältniss und Beziehung werden allerdings in unserer Sprache meistens synonym gebraucht. Da sich aber hier das Bedürfniss einer Unterscheidung in der angegebenen Richtung herausstellt, so mag es gestattet sein, sich bei der Benützung jener Wörter auf das Sprachgefühl zu berufen. Ein Verhältniss denken wir uns im allgemeinen nur abhängig von den Gliedern, aus denen es sich zusammensetzt, eine Beziehung nicht bloss von diesen, sondern auch von der Art, wie sie auf einander bezogen werden. Darum eben erzeugt bei der obigen Anwendung der Ausdrücke das Verhältniss zweier Begriffe keinen neuen Begriff, bei der Beziehung aber determinirt der eine Begriff den andern. Ihre eingehendere Erklärung werden diese Unterschiede übrigens in den beiden folgenden Capiteln finden.

tragen hat, die Grenzen der einzelnen Begriffsformen zu verwischen, so dass es bei abstracteren Begriffen schwer werden kann zu entscheiden, welches ihre ursprüngliche Form ist. Am klarsten liegt die Sache bei Begriffen, die zunächst auf Objecte der Wahrnehmung sich beziehen. So werden wir nicht bezweifeln, dass der Mensch ursprünglich als Gegenstandsbegriff gedacht wurde, und dass sich erst spät daraus der Eigenschaftsbegriff der Menschlichkeit entwickelt hat, oder dass Begriffe wie haben, gehen, liegen als Zustandsbegriffe existirt haben, ehe man aus ihnen Gegenstandsbegriffe gebildet hat, wie wir unter Umständen durch die Substantiva Habe, Gang, Lage sie ausdrücken. Uebrigens muss man sich hüten zu meinen, dass der Wechsel der grammatischen Kategorie sofort auch den der logischen nach sich ziehe, da der Begriff des Gegenstandes nicht unveräusserlich an das Substantiv, der der Eigenschaft und des Zustandes an Adjectivum und Verbum gebunden sind. Menschlichkeit ist zunächst so gut ein Eigenschaftsbegriff wie menschlich und Wörter wie Lage, Gang, Stellung bezeichnen ebenso gut einen Zustand wie die Verba liegen, gehen, stehen. Die logische Kategorie empfängt der Begriff theils durch seinen eigenen Inhalt, theils durch die logischen Verbindungen, in die er gebracht wird. Eine wichtige äussere Hülfe, die dabei die Sprache dem Denken leistet, besteht aber allerdings darin, dass sie durch den Wechsel der grammatischen Form die logische Umwandlung vorbereitet. Ist auch die Menschlichkeit zunächst nur eine Eigenschaft, so macht es doch die substantivische Form leichter möglich, diese Eigenschaft nun im Denken als einen Gegenstand zu behandeln, mit dem andere Gegenstände, Eigenschaften oder Zustände in Beziehung gesetzt werden.

Hierbei ist nun die Thätigkeit unseres Denkens sichtlich auf eine *allmälige Vermehrung der Gegenstandsbegriffe* gerichtet. Fortwährend werden, namentlich zum abstracteren Denkgebrauch, aus Eigenschaften und Zuständen Gegenstandsbegriffe gebildet, oder diese letzteren werden mit andern Begriffen verschiedener Art in Verbindung gebracht, und das Resultat dieser Verbindung wird dann wieder, damit es als Anknüpfungspunkt neuer Beziehungen dienen könne, in einen Gegenstandsbegriff verwandelt. Während daher das Gebiet des letzteren, wie wir wohl vermuthen dürfen, in den Anfängen des Denkens auf eine verhältnissmässig kleine Zahl von Objecten der sinnlichen Anschauung beschränkt war, hat es sich allmälig die ganze Welt der Begriffe unterworfen. Denn nichts, was überhaupt als selbständiger Begriff aufgefasst werden kann, ist zu finden, dem nicht die Form eines gegenständlichen Begriffes gelegentlich gegeben würde. Im Vergleich damit ist die umgekehrte Umwandung von geringerer Bedeutung. Am meisten noch werden Gegenstands- in Eigenschaftsbegriffe übergeführt, viel seltener entwickeln sich aus diesen beiden solche Begriffe, die einen Zustand bezeichnen und demnach in verbaler Form angewandt werden können. Ausdrücke wie »menscheln, verthieren« und ähnliche sind schon sprachlich ungewohnte Bildungen, ein Zeichen, dass es dem Denken

widerstrebt, was als Gegenstand oder selbst was als dauernde Eigenschaft gedacht ist, in ein Geschehen oder einen vorübergehenden Zustand zu verflüssigen. Viel eher ist es möglich, dass sich der Zustand zur Eigenschaft befestigt, und dass hinwiederum nach einer hervortretenden Eigenschaft der Gegenstand genannt wird.

Mit dieser Thatsache steht sichtlich eine von den Sprachforschern vielfach getheilte Ansicht in nahem Zusammenhang, die Ansicht nämlich, dass alle prädicativen Wurzeln der Sprache, d. h. alle diejenigen, die einen bestimmt unterschiedenen Begriffsinhalt bezeichnen, ursprünglich verbale Bedeutung besassen*). Da in der Wurzelperiode der Sprache, wie fast allgemein anerkannt wird, eine einzelne Nennwurzel ebensowohl an Stelle des späteren Nomens wie des Verbums gebraucht wurde, so kann von einer Priorität einer dieser Wortformen nicht die Rede sein. Die verbale Bedeutung der ursprünglichen Nennwurzeln kann also auch nur den Sinn haben, dass schon in der Bildungsperiode der Sprache der Trieb nach einer Umwandlung der Zustands- und Thätigkeits- in Gegenstandsbegriffe wirksam gewesen ist. Dagegen würde es allen Gesetzen des Denkens zuwiderlaufen, wenn man annehmen wollte, die Kategorie der Gegenstandsbegriffe habe irgend einmal überhaupt gänzlich gefehlt. Schon die Annahme, dass alles Sprechen mit sogenannten subjectslosen Urtheilen, wie »es blitzt, es glänzt« u. dgl. begonnen habe, steht in der Luft; — die Annahme, dass das Denken damit angefangen habe**), ist widersprechend in sich, weil das subjectslose Urtheil in logischem, wie ja auch streng genommen in grammatischem Sinne des Subjectes gar nicht entbehrt, indem ein unbestimmter Gegenstand gedacht wird, auf welchen sich das verbale Prädicat bezieht. Ohne dass wir uns überhaupt Gegenstände denken, kann kein Urtheil zu Stande kommen, ebenso wie wir hinwiederum Eigenschaften oder Zustände nothwendig von diesen Gegenständen aussagen müssen. Mag also selbst durchweg das Verfahren der Sprache dieses sein, dass es die Gegenstände nach einzelnen ihrer Eigenschaften oder nach Zuständen benennt, in denen sie wahrgenommen wurden, so muss doch die Unterscheidung des Gegenstandes als eine Handlung des Denkens gelten, die jener Benennung vorangieng, so dass der Name, obgleich nur eine Eigenschaft oder einen Zustand am Object herausgreifend, doch eben damit sofort auf das letztere selbst sich bezog. Auch hier gilt wieder, dass das sprachliche Verhältniss nicht

*) Wir folgen hier der ziemlich allgemein angenommenen Voraussetzung, dass prädicative und demonstrative Wurzeln oder, wie es Curtius bezeichnet, Nenn- und Deutewurzeln einander ursprünglich geschieden gegenüberstehen. Vgl. Max Müller, Vorlesungen über die Wissenschaft der Sprache, I. S. 211, Curtius, zur Chronologie der indogermanischen Sprachforschung, 2. Aufl., S. 21 f. Ueber die verbale Bedeutung der Wurzeln vergl. ausserdem Jac. Grimm, über den Ursprung der Sprache, 3. Aufl. S. 44.

**) Trendelenburg, logische Untersuchungen, 2. Aufl. II. S. 213.

sofort auf das entsprechende logische hinweist. Wäre die Sprache anfänglich sogar nur im Stande gewesen, irgend ein Geschehen, ein gehen, stehen, liegen, tönen u. s. w. auszudrücken, so hätten immerhin die Gegenstände, an denen all dieses Geschehen wahrgenommen wurde, stillschweigend von dem Sprechenden hinzugedacht werden müssen.

Die kategoriale Verschiebung der Begriffe in der vorwiegenden Richtung der Gegenstandsbegriffe bildet ein wichtiges Moment in der Entwicklung des abstracten Denkens. Indem Eigenschafts- und Zustandsbegriffe objectivirt werden, verdichten sich zugleich die Resultate zusammengesetzter Geistesthätigkeiten in der Form gegenständlicher Begriffe. Substanz, Causalität, Realität sind ebenso wenig ursprüngliche Gegenstände des Denkens wie Handlung, Güte u. s. w. Darin besteht aber eines der mächtigsten Hülfsmittel des abstracten Denkens, dass es beliebige Ergebnisse einer verwickelten Reflexion wie einfache Objecte behandeln kann, an welche dann weitere Gedankenverbindungen sich anknüpfen lassen. Eine Rückwirkung dieser Dienste, welche dem abstracten Denken die Gegenstandsbegriffe leisten, besteht darin, dass schon durch die Ueberführung in dieselben die Begriffe einen abstracteren Charakter zu gewinnen pflegen. So ist die Schlacht ein abstracterer Begriff als das schlagen, die Gabe als das geben, das Grün als Gegenstandsbegriff gedacht ist abstracter als die Eigenschaft grün, die wir einem Gegenstand zuschreiben.

Drittes Capitel.

Die Verhältnisse der Begriffe.

1. Allgemeine Bedingungen der Begriffsvergleichung.

Die Feststellung irgend eines Verhältnisses zwischen zwei Begriffen nimmt in unserem Denken stets die Form eines Urtheils an. Auf die Untersuchung der Begriffsverhältnisse gründet sich daher die Lehre vom Urtheil. Jene Untersuchung selbst aber kann geführt werden ohne Rücksicht auf die besonderen Bedingungen, welche die Verwendung der Begriffe im Urtheil mit sich bringt, lediglich von der allgemeinen Voraussetzung aus, dass alle Begriffe Bestandtheile eines einzigen zusammenhängenden Denkens sind und daher zwischen ihnen irgend welche Relationen bestehen müssen. Doch bildet die Vergleichung der Begriffe auch insofern den Uebergang zu dem Urtheil, als sie sich immer auf das Verhältniss je

zweier Begriffe zu einander bezieht, wodurch bei ihr schon das Gesetz der Dualität, welches die Urtheile beherrscht, seine Anwendung findet.

Die Aristotelische Logik kam nicht zur Untersuchung der hier vorliegenden Frage, da sie, von der Betrachtung der sprachlichen Aeusserungen des Denkens ausgehend, vielmehr darauf Rücksicht nahm, in welche Verhältnisse zwei gegebene Begriffe zu einander gebracht werden könnten, als welches die möglichen Verhältnisse zwischen Begriffen überhaupt seien. So geschah es, dass hier die allgemeinen Begriffsverhältnisse ganz und gar zurücktreten hinter den Nebenbestimmungen, welche das Denken den im Urtheil verbundenen Begriffen hinzufügt. Ob ein Begriff positiv aufgestellt oder negirt, allgemein gefasst oder eingeschränkt, mit welchem Grad der Gewissheit endlich (ob als eine mögliche, nothwendige oder unmögliche) die Verbindung ausgeführt werde, — diese Erwägungen lassen es zu einer klaren Uebersicht der allgemeinen Begriffsrelationen nicht kommen.

In dieser Beziehung lässt sich nun der in der neueren Logik (nach einer Bemerkung Albert Lange's*) zuerst von Ludwig Vives) angewandten geometrischen Darstellung der Urtheilsformen ein gewisses Verdienst nicht absprechen. Durch die geometrische Darstellung wurde man gezwungen, auf die wirklichen Verhältnisse der Begriffe das Hauptgewicht zu legen, da solche Nebenbestimmungen, wie sie z. B. in der s. g. Modalität der Urtheile enthalten waren, sich überhaupt einer geometrischen Darstellung entzogen. Anderseits freilich legte diese geometrische Versinnlichungsweise um so mehr den Grundcharakter der bisherigen Logik als einer reinen Subsumtionstechnik bloss. Am deutlichsten zeigt dies die gewöhnliche Darstellung der Begriffe durch Kreise. Die einzigen anschaulichen Lageverhältnisse, die zwei Kreise zu einander haben können, sind die, dass der eine den andern vollständig oder theilweise umschliesst oder ausserhalb desselben liegt: vollständige Subsumtion, theilweise Subsumtion und Unmöglichkeit der Subsumtion sind also die drei Grundverhältnisse, die sich auf diese Weise anschaulich darstellen lassen. Selbst die Gleichheit der Begriffe wird dabei meistens als ein blosser Grenzfall ihrer Subsumtion angesehen **).

Eine Vergleichung von einander unabhängig gedachter Begriffe kann nur unter gewissen Bedingungen ausgeführt werden. Wenn wir beliebig aufgeraffte Begriffspaare nehmen, wie z. B. Mensch und gut, Gerechtigkeit und handeln u. dgl., so vermag zwar unser Denken solche Begriffe in mannigfache Beziehungen zu setzen, die in Urtheilen ihren Ausdruck finden. Die Begriffe an und für sich genommen sind aber unvergleichbar. Dagegen werden wir uns nicht bedenken, solche Begriffe wie Mensch und lebendes Wesen, gut und böse, handeln und leiden mit einander in Relation zu bringen. Als erste Bedingung der Begriffsvergleichung gilt daher die

*) Logische Studien S. 10.

**) Vgl. Ueberweg, Logik, 4. Aufl. S. 112.

Regel: Die zu vergleichenden Begriffe müssen einer und derselben Kategorie angehören.

Da wir nun aber einen durchgängigen Zusammenhang unseres Denkens postuliren, so entspringt aus dieser Forderung das sehr begreifliche Streben, Relationen zu finden, welche für alle Begriffe gleichmässig gültig sind, und wir können uns daher nicht enthalten, unter Umständen auch solche Begriffe in Vergleichung zu bringen, welche ursprünglich verschiedenen Kategorieen angehören. Hier bedienen wir uns dann, meistens unbewusst, einer Hülfsregel, welche sich auf die Fähigkeit des Denkens stützt, die Begriffe aus einer Kategorie in die andere überzuführen. Wir haben schon gesehen, dass diese Umwandlung vorzugsweise in einer Richtung geschieht, so nämlich, dass wir Eigenschafts- oder Zustandsbegriffe in Gegenstandsbegriffe übergehen lassen, indem wir, was als Eigenschaft oder Zustand in irgend einem Abhängigkeitsverhältniss von einem Gegenstande gedacht war, zu einem selbständigen Gegenstande des Denkens werden lassen. Nun ist es offenbar gerade für eine Vergleichung unabhängig gedachter Begriffe angemessen, dass jeder derselben ein selbständiges Object unseres Denkens sei. Jene Hülfsregel der Begriffsvergleichung lautet daher: Begriffe verschiedener Kategorieen werden vergleichbar, wenn sie in Begriffe einer und derselben Kategorie, und zwar im allgemeinen in Gegenstandsbegriffe, umgewandelt werden.

Aus diesen Regeln sieht man ohne weiteres, dass die Vergleichung unabhängig gedachter Begriffe nicht im Stande ist, die Verhältnisse zu erschöpfen, welche wir in der im Urtheil stattfindenden Verbindung der Begriffe auszudrücken im Stande sind. Eine der bedeutsamsten Functionen des Urtheils besteht ja gerade darin, dass es Begriffe verschiedener Kategorieen mit einander verbindet. So gehen insbesondere Eigenschafts- und Zustandsbegriffe in gewisse Gegenstandsbegriffe als deren Elemente ein. Um uns über die Natur eines Begriffs Rechenschaft zu geben, müssen wir nun seine Elemente in einer Reihe von Urtheilen entwickeln. Fast alle die in solchen enthaltenen Begriffsrelationen, obgleich sie von besonderem erkenntnisstheoretischem Werthe sind, entziehen sich der unmittelbaren Begriffsvergleichung. Indem sich diese nur auf unabhängig gedachte Begriffe erstrecken kann, bleibt sie darauf beschränkt, die äusseren Relationen der Begriffe zu einander festzustellen; sie ist dagegen niemals im Stande, das Verhältniss eines Begriffs zu irgend einem Element seines Inhalts zum Ausdruck zu bringen. Darum ist es auch überhaupt nur möglich, die Resultate der Begriffsvergleichung sich in geometrischer Form zu versinnlichen, indem man jeden Begriff durch ein beliebiges Raumgebilde und nun das Verhältniss zweier Begriffe durch das Lageverhältniss zweier solcher Raumgebilde darstellt. So sind es denn die auf solchen äusseren Relationen beruhenden Umfangsverhältnisse und ihnen ähnliche Beziehungen, die in einer solchen unabhängigen Begriffsvergleichung ihren Ausdruck finden, niemals aber die Beziehungen, welche etwa die Elemente eines Begriffs zu

einander oder zu dem Begriff, welchen sie constituiren, darbieten. Gleichwohl steht es unserem Denken, vermöge jener ihm innewohnenden Beweglichkeit, frei auch alle möglichen inneren Relationen der Begriffe in derartige äussere Verhältnisse unabhängig gedachter Begriffe umzuwandeln, indem es sich dabei des in der oben aufgestellten Hülfsregel angezeigten Verfahrens bedient. Indem aber dieses Verfahren schliesslich auf jeden Begriff anwendbar ist, da es keinen giebt, der nicht zum selbständigen Object unseres Denkens genommen werden könnte, so können mit Hülfe solcher Transformationen stets je zwei Begriffe in eine der folgenden Relationen gebracht werden. Man darf übrigens dabei niemals vergessen, dass hierbei in vielen Fällen eine künstliche Verschiebung der ursprünglichen Begriffsbeziehungen hat vorangehen müssen, da jene Relationen sich immer erst dann ergeben, wenn die Begriffe unabhängig von einander gedacht und daher ausschliesslich nach ihrem äusseren Verhältnisse verglichen werden.

Suchen wir uns nun unter dieser Voraussetzung über die sämmtlichen Begriffsverhältnisse, die in unserem Denken vorkommen können, Rechenschaft zu geben, so lassen sich sechs Classen derselben gewinnen. Indem wir sie als Classen bezeichnen, wollen wir andeuten, dass jede der hier aufgezählten Relationen verschiedene Fälle umfassen kann, was dann freilich bei den einzelnen wieder in sehr verschiedenem Umfange der Fall ist. Die vier ersten dieser Classen stellen bestimmte, die zwei letzten unbestimmte Begriffsverhältnisse dar.

2. Die bestimmten Begriffsverhältnisse.

Das nächste Resultat der Vergleichung zweier Begriffe wird immer die Entscheidung darüber sein, ob sie gleich oder ungleich sind. Von diesem Gesichtspunkte aus ergeben sich zunächst Identität und Verschiedenheit als die beiden Hauptfälle, worauf dann die letztere wieder in die einzelnen Beziehungen zu zerlegen ist, nach denen Begriffe verschieden sein können. Man sieht hieraus sofort, dass man mit grösserem Rechte als die Subsumtion die Identität zum Maasse aller Begriffsverhältnisse machen könnte, indem man alle übrigen nach ihrer Abweichung von der Identität bestimmte. Nichts desto weniger würde auch diese Betrachtungsweise eine einseitige sein, da jene Gesammtclasse der nicht-identischen Begriffe nur negativ bestimmt ist, durch den Gegensatz zur Classe der identischen, so dass eine solche Eintheilung eben schon auf der Bevorzugung des Identitätsverhältnisses beruht, während an und für sich jede der allgemeinen Begriffsrelationen ihren eigenthümlichen Werth beansprucht. Höchstens desshalb wird man die Identität an die Spitze stellen können, weil es sich bei ihr um das einfachste Begriffsverhältniss handelt. Wir unterscheiden demnach:

1) Identität der Begriffe. Zwei Begriffe A und B coincidiren oder decken sich. Die Identität lässt keine Verschiedenheit der Fälle mehr zu. Nur in dem Ausdruck der Begriffe ist noch eine Verschiedenheit möglich, insofern die zwei gleichen Begriffe entweder auch gleich bezeichnet sein können, wie in dem Satze A = A, oder aber bei verschiedener Bezeichnung eine Identität gedacht werden kann, wie in A = B. Gleiche Begriffe, welche verschieden bezeichnet sind, heissen äquipollent; die verschiedenen Wörter aber, welche gleiche Begriffe bedeuten, werden synonym genannt. »Der Lehrer Alexanders« und »der Philosoph aus Stagira« sind äquipollente Begriffe. »Mord« und »Tödtung« sind synonyme Wörter. Wie man aber schon an diesen Beispielen erkennt, kann von Aequipollenz der Begriffe wie von synonymer Bedeutung der Wörter überhaupt nur die Rede sein, insofern man von solchen Verschiedenheiten absieht, welche etwa zur verschiedenen Bezeichnung Anlass gegeben haben können. »Der Lehrer Alexanders« und »der Philosoph aus Stagira« bedeuten freilich eine und dieselbe Person, aber beide wollen doch an dem Begriff derselben verschiedene Seiten hervorheben, die wir vernachlässigen, sobald wir die Begriffe identisch setzen. »Mord« und »Tödtung« mögen in einem gegebenen Falle auf die nämliche Thatsache bezogen werden, aber die begriffliche Bedeutung beider ist nach dem Sprachgebrauch eine verschiedene. Die »Tödtung« drückt einfach den Thatbestand aus, sie sagt nichts über dessen Motive; der »Mord« bezieht sich auf ein geplantes Verbrechen. Nur dann sind also die Begriffe in vollem Sinne identisch, wenn diese Identität auch in ihrem Ausdruck enthalten ist. Freilich aber werden wir sehen, dass wir weit häufiger von dem Princip Gebrauch machen, identisch zu setzen, was nur in Folge einer Abstraction von bestimmten Verschiedenheiten identisch genommen werden darf, und dass die so durch Abstraction erst gewonnene Identität für unser Denken unendlich fruchtbarer ist als die wirkliche. Doch weist diese Thatsache zugleich darauf hin, dass selbst die einfache Relation der Identität in ihrer Anwendung stets auf einem Denkprocesse beruht, der nicht bloss das Gleiche gleich setzt, sondern auch was zur Identität unbrauchbar ist davon absondert.

2) Ueber- und Unterordnung der Begriffe. Zwei Begriffe A und B stehen im Verhältniss der Ueber- und Unterordnung, wenn der eine Begriff einen engeren Umfang hat als der andere, und wenn zugleich der engere Begriff B vollständig in dem Umfang des weiteren A enthalten ist. Man kann daher das Verhältniss der Ueber- und Unterordnung auch so ausdrücken: der engere Begriff B bezieht sich auf eine Art oder auf ein Einzelnes, das in dem weiteren Begriff A als seiner Gattung enthalten ist. Doch ist dieser Ausdruck desshalb minder geeignet, weil die Begriffe von Gattung und Art erst aus dem Verhältniss der Ueber- und Unterordnung der Begriffe entspringen, man also hierbei eigentlich ein Folgeverhältniss zur Bestimmung des ursprünglichen Verhältnisses der Begriffe verwendet.

Die Relation der Ueber- und Unterordnung bezieht sich an und für sich ausschliesslich auf das Umfangsverhältniss der Begriffe, und dieselbe verliert ihre Bedeutung, wenn man sie auf das Verhältniss eines gegebenen Begriffs zu einem andern anwendet, der entweder mit dem Inhalt des ersteren in Beziehung steht, also nicht eine Unterart, sondern ein Element desselben ausmacht, oder aber in irgend eine äussere Relation zu ihm gebracht wird. Wir subsumiren also mit Recht das »Säugethier« dem »Wirbelthier«. Nicht im selben Sinne können wir aber die »Sonne« dem Begriff »leuchtend« oder das »Metall« dem Begriff »schmelzbar« unterordnen. Denn leuchtend, schmelzbar sind Elemente jener beiden Gegenstandsbegriffe. Dass diese Elemente gleichzeitig in noch andere Begriffe eingehen, ist ein in diesem Falle durchaus nebensächlicher Umstand. Der Begriff »schmelzbar« würde sein Verhältniss zu dem Begriff »Metall« nicht ändern, auch wenn es ausser den Metallen gar keine schmelzbaren Gegenstände gäbe *). Ebenso ist es kein Fall von Subsumtion, wenn wir sagen: »Karl ist verreist« oder »der Pabst ist gestorben«, sondern hier handelt es sich offenbar nur um eine äusserliche Verbindung sonst unabhängiger Begriffe. Wie aber unser Denken bei der Aequipollenz identisch setzt, was an sich gar nicht identisch ist, indem es bestimmte Verschiedenheiten vernachlässigt, so vermag es auch Begriffsverhältnisse, die ursprünglich zu Ueber- und Unterordnung in keiner Beziehung stehen, doch in eine solche zu bringen, sobald das Verhältniss, das A zu B besitzt, auch zwischen A und einer Anzahl anderer Begriffe C, D u. s. w. entweder wirklich besteht oder als möglich vorausgesetzt werden kann. Es lässt sich dann immer A als ein Gattungsbegriff ansehen, der die Begriffe B, C, D u. s. w. als seine Arten einschliesst. So subsumire ich denn die Sonne den leuchtenden Gegenständen, das Metall den schmelzbaren Körpern, Karl den verreisten und den Pabst den gestorbenen Menschen. Wie man aber schon an dem sprachlichen Ausdruck sieht, den der Begriff annimmt, wenn die Art der Subsumtion deutlich gemacht werden soll, so handelt es sich dabei stets um die Versetzung des überzuordnenden Begriffes in eine andere Kategorie. Der Eigenschafts- oder Zustandsbegriff muss in einen Gegenstandsbegriff umgewandelt werden, damit die Subsumtion stattfinden könne.

So bezieht sich überhaupt, den Regeln der Begriffsvergleichung gemäss, die Relation der Ueber- und Unterordnung stets nur auf unmittelbare oder durch kategoriale Verschiebung entstandene Gegenstandsbegriffe. Der Fälle, wo das Denken erst einen andern Begriff in einen Gegenstandsbegriff umwandelt, können wir aber wieder zwei unterscheiden: einen naturgemässen und einen künstlichen Begriffswandel. Der erstere greift überall da Platz, wo das Denken wirklich darauf ausgeht, zwei Begriffe in das Verhältniss von Gattung und Art zu bringen. Wenn wir sagen: »Roth ist eine Farbe«, »das Empfinden ist eine Seelenthätigkeit«, dann behandeln wir absichtlich Eigen-

*) Vergl. S. 91 f.

schaften und Zustände so, als wenn sie Objecte wären, desshalb, weil wir sie unter andere, allgemeinere Eigenschaften und Zustände classificiren wollen. Indem nun die Unterscheidung von Gattungen und Arten naturgemäss von denjenigen Begriffen ausgeht, die sich auf Gegenstände beziehen, geschieht überall, wo sonst diese Unterscheidung ausgeführt wird, eine Objectivirung der Begriffe: auch die Eigenschaften und Zustände werden nun als Gegenstände des Denkens betrachtet, die sich nach ihren Umfangsverhältnissen ordnen lassen. Dieser Verschiebung der Begriffe entspricht der Uebergang ihres sprachlichen Ausdrucks in substantivische Formen. Wo in dieser Weise eine berechtigte Subsumtion ausgeführt wird, da bleibt immerhin die Voraussestzung, dass die Begriffe, welche in das Verhältniss der Ueber- und Unterordnung gebracht werden sollen, ursprünglich einer und derselben Kategorie angehört haben. Wir können eine Eigenschaft einer andern Eigenschaft, einen Zustand einem andern Zustande unterordnen, — aber nie ist es möglich, dass ein Gegenstands- einem Eigenschafts- oder Zustandsbegriff oder umgekehrt subsumirt werde. Denn in den Umfang eines Begriffs können immer nur Begriffe der nämlichen Kategorie gehören. Ueber diese Regel setzt sich nun der zweite, der künstliche Begriffswandel zum Zweck der Begriffssubsumtion mittelst einer absichtlichen Verschiebung der Kategorie hinweg. Bei ihm wird eigentlich ein Gegenstandsbegriff einem Eigenschafts- oder Zustandsbegriff untergeordnet. Da dies an und für sich unmöglich ist, so sieht man sich meistens veranlasst, noch einen Gegenstandsbegriff zu ergänzen, an den nun der andere Begriff gekettet wird. Die Verbindung »das Metall ist schmelzbar« geht in eine wahre Subsumtion über, indem man setzt: »das Metall ist ein schmelzbarer Körper«. Dabei ist dann freilich ein Gedanke zum Ausdruck gekommen, der ursprünglich gar nicht beabsichtigt war. Man darf daher nicht vergessen, dass, so nützlich auch sich solche Verschiebungen der Begriffe erweisen, wenn es sich darum handelt, alle Begriffsrelationen in gewisse Classen zu bringen, doch die wirklichen Beziehungen des Denkens dadurch verändert werden.

3) Nebenordnung der Begriffe. Für alle Fälle von Nebenordnung zweier Begriffe gelten betreffs der allgemeinen Eigenschaften, welche die Begriffe besitzen müssen, die nämlichen Regeln, welche für die Ueber- und Unterordnung festgestellt worden sind. Denn auch hier handelt es sich durchweg um Verhältnisse, die sich ausschliesslich auf den Begriffsumfang beziehen. Irgendwie coordinirt können einander nur solche Begriffe sein, die sich in dem Umfang eines allgemeineren Begriffes befinden. Jedes Verhältniss der Coordination bedingt also immer ein gleichzeitig bestehendes Verhältniss der Ueber- und Unterordnung. Hierin schon liegt es, dass die bei der letzteren gültigen Regeln betreffs der Begriffskategorieen auch für die Coordination gelten müssen, dass also 1) nur solche Begriffe einander coordinirt werden können, die der nämlichen Kategorie angehören, und dass 2) jede Coordination sich ursprünglich auf Gegenstandsbegriffe

bezieht, daher alle andern Begriffe der Vergegenständlichung bedürfen, wenn sie coordinirt werden sollen. Die Coordination lässt in vier einzelne Formen sich unterscheiden:

a) Die Begriffe befinden sich irgendwie von einander getrennt innerhalb des Umfanges eines allgemeineren Begriffs: disjuncte Begriffe. So sind Roth und Blau, Klang und Geräusch, Franzosen und Deutsche disjuncte Begriffe. Jedesmal setzen die zwei einander coordinirten Begriffe einen übergeordneten Begriff — Farbe, Schall, Nation — voraus. Diese Form der Coordination ist die allgemeinste, insofern dabei über die Art, wie die coordinirten Begriffe geordnet sind, nichts näheres vorausgesetzt wird. Solches ist dagegen bei den folgenden Formen der Coordination immer der Fall.

b) Die beiden Begriffe stehen in einem Verhältniss der Wechselbeziehung, so dass jeder den andern voraussetzt: correlate Begriffe. Beispiele solcher Wechselbegriffe sind: Mann und Frau, Vater und Mutter, Land und Meer, Berg und Thal, Ursache und Wirkung u. dergl. Auch bei der Correlation lässt sich stets ein allgemeiner Begriff hinzudenken, dem die beiden Wechselbegriffe subsumirt werden können. Als ein specieller Fall der Correlation kann sodann wieder das folgende Begriffsverhältniss betrachtet werden, nämlich:

c) Die Begriffe bezeichnen innerhalb eines umfassenderen Begriffes die grösstmöglichen Unterschiede: conträre Begriffe. So sind weiss und schwarz, hoch und tief, gut und böse u. dergl. conträre Begriffe. Es ist ersichtlich, dass diese Begriffe immer zugleich correlat sind.

d) Die Begriffe bezeichnen innerhalb eines umfassenderen Begriffes die kleinstmöglichen Unterschiede, oder, bildlich ausgedrückt, sie berühren sich: contingente Begriffe. Ueberall, wo sich eine Anzahl von Begriffen in eine Reihe ordnet, bilden zwei auf einander folgende Glieder einer solchen Reihe contingente Begriffe. So, wenn wir die Fixsterne nach ihrer Farbe in weisse, gelbe und rothe eintheilen, bilden die weissen und gelben, sowie die gelben und rothen ein contingentes Begriffspaar. In der Regel findet sich bei contingenten Begriffen ein kleines Uebergangsgebiet, wo man zweifelhaft sein kann, ob ein gegebenes Object des Denkens dem einen oder andern Begriff zugerechnet werden kann. Häufig geschieht daher die Begrenzung zwischen beiden willkürlich, oder man schaltet noch einen Mittelbegriff ein, zu dessen Bezeichnung man die Ausdrücke für beide Berührungsbegriffe verbindet. So nehmen wir zwischen Roth und Gelb eine rothgelbe Farbennüance an, so zwischen Nord und West Nord-West als Himmelsgegend. Freilich wird dann eigentlich der eingeschaltete Uebergangsbegriff contingent zu den beiden vorigen, daher es nun zu der Einschaltung neuer Uebergangsglieder kommen kann, wie denn z. B. die Meteorologie zwischen Nord und Nord-West noch einmal ein Nord-Nord-West und Nord-West-West eingefügt hat. So wird durch feinere Begriffsunterscheidung auseinander gedrängt, was ursprünglich contingent

war, und neue Berührungen bilden sich. Da diese Unterscheidung keine bestimmten Grenzen hat, so hat es auch die Sprache verabsäumt, für das Verhältniss der Contingenz ebenso bestimmte und unveränderliche Bezeichnungen zu schaffen wie für dasjenige der correlaten und conträren Beschaffenheit, und man wird wohl hierin den Grund dafür sehen dürfen, dass dieses Begriffsverhältniss auch von den Logikern vernachlässigt worden ist, obgleich es doch an sich eine ebenso gute Berechtigung besitzt wie das den entgegengesetzten Endpunkt der Begriffsdisjunction bezeichnende conträre Verhältniss.

Eine besondere Wichtigkeit gewinnt die Contingenz der Begriffe im Gebiet der Grössenbegriffe. Discrete Grössen, wie z. B. die natürlichen Zahlen, können nur im Verhältniss der Contingenz zu einander stehen: 0 und ∞ bezeichnen die conträren Zahlbegriffe, je zwei auf einander folgend Cardinalzahlen, wie 1 und 2, sind aber contingent. Durch die Anwendung der Bruchzahlen auf die Theilung der ganzen Zahlen werden nun Uebergangsbegriffe geschaffen, für welche es keine bestimmte Grenze giebt, da zwischen zwei einander noch so nahe liegende Bruchzahlen immer noch ein zwischenliegender sich einschalten lässt. Ebenso lässt sich, so klein auch der Unterschied zwischen zwei stetigen Grössen angenommen werden mag, doch immer noch eine zwischenliegende Grösse denken. Aus dem Begriff dieses beliebig klein zu denkenden Uebergangs zwischen zwei contingenten Grössen entsteht der mathematische Differentialbegriff, und der Gedanke, dass je zwei Uebergangsgrössen abermals wie contingente Begriffe betrachtet werden können, zwischen denen ein neuer Uebergang möglich ist, lässt den Differentialbegriff höherer Ordnung entstehen. Die Differentialbegriffe sind also Grenzbegriffe zwischen zwei einander contingenten Grössenbegriffen.

e) Die Begriffe decken sich theilweise oder kreuzen sich, indem jeder einen Theil vom Umfang des andern einnimmt: interferirende Begriffe. Es ist der an die Contingenz zunächst sich anschliessende Fall, der aber schon den Uebergang bildet von ihr zur Identität, welcher sich die Interferenz um so mehr nähert, einen je grösseren Theil der Begriffe A und B das Interferenzgebiet I bildet. Auch bei der Interferenz — und desshalb schliesst sich dieselbe an die bisher aufgezählten Fälle der Coordination an — wird übrigens stets ein allgemeinerer Begriff C hinzugedacht, welcher die sich kreuzenden Begriffe A und B in sich enthält. So sind rechtwinklige Figur und Parallelogramm, Anziehungskräfte und elektrische Kräfte, Neger und Sklave interferirende Begriffe; überall wird aber ein allgemeinerer Begriff — geometrische Figur, Kraft, Mensch — stillschweigend hinzugedacht, und ohne dass solch ein übergeordneter Begriff existirte, würde die Kreuzung überhaupt unmöglich sein.

4) Abhängigkeit und Wechselbestimmung der Begriffe. Zahlreiche Fälle giebt es, in denen zwei Begriffe weder identisch sind noch einander über-, unter- oder nebengeordnet werden können und gleichwohl

in einem bestimmten Verhältnisse zu einander stehen. Dies ist dann der Fall, wenn die Begriffe, die einem allgemeineren Begriffssystem angehören, in irgend einer Weise von einander abhängig sind. Diese Abhängigkeit ist entweder eine einseitige, indem der eine Begriff als der unabhängige und bestimmende, der andere aber als der abhängige und bestimmte erscheint; oder sie ist eine wechselseitige: in diesem Fall wollen wir sie als Wechselbestimmung bezeichnen.

Obgleich die Abhängigkeit und Wechselbestimmung der Begriffe bisher so gut wie gar keine Berücksichtigung gefunden haben, so wäre es doch leicht möglich, dass die Mehrzahl der wirklich im Denken vorkommenden Begriffsverhältnisse hierher gehörte. So sind Raum und Bewegung, Gesinnung und Handlung, Verbrechen und Strafe Begriffspaare, bei denen ein Verhältniss der Abhängigkeit stattfindet. Denken und Wollen, Gesetz und Sitte, Verkehr und Lohn werden wir dagegen als Begriffe ansehen dürfen, die sich wechselseitig bestimmen. Die Bewegung z. B. kennen wir nur als ein Geschehen im Raume, sie ist abhängig vom Begriff des Raumes; als dritter Begriff, welcher zur Darstellung der Abhängigkeit in diesem Fall unerlässlich ist, schiebt sich derjenige der Zeit ein: mittelst der Begriffe Zeit und Raum definiren wir daher die Bewegung. In vielen Fällen können wir allerdings Begriffe, die im Verhältniss der Abhängigkeit stehen, auch in ein solches der Ueber- und Unterordnung bringen, oder wir können Begriffe, die sich wechselseitig bestimmen, einander coordiniren oder ein Identitätsverhältniss an die Stelle setzen. Aber in der Regel ist dann diese Betrachtungsweise keine solche, die der im Denken wirklich ausgeführten Relation entspricht. So können wir etwa Gesetz und Sitte unter dem allgemeineren Begriff der Rechtsordnung einander coordiniren; aber in einem gegebenen Fall ist es vielleicht durchaus nicht die Meinung des Denkens eine derartige Subsumtion und Coordination auszuführen, sondern es handelt sich darum, beide in ihrer wechselseitigen Abhängigkeit aufzufassen.

3. Die unbestimmten Begriffsverhältnisse.

Ausser den vier bis dahin aufgeführten allgemeinen Formen bestimmter Begriffsverhältnisse lassen sich nun noch zwei unterscheiden, die, abgesehen von noch zu erwähnenden Ausnahmefällen, unbestimmter Art sind. Das eine dieser Verhältnisse ist desshalb ein unbestimmtes, weil nur ein Begriff wirklich gegeben, der andere aber bloss negativ, als ein von dem gegebenen verschiedener Begriff bestimmt wird; das andere desshalb, weil die beiden gegebenen Begriffe überhaupt in gar kein Verhältniss zu einander gebracht werden können. Diese unbestimmten Begriffsverhältnisse sind die folgenden:

5) Positive und negative Begriffe. Als negativ bezeichnen wir solche Begriffe, die aus gegebenen positiven Begriffen durch die blosse Hinzufügung

der Negation gebildet werden; gewöhnlich werden sie contradictorisch entgegengesetzte Begriffe genannt, indem man die conträre und die contradictorische Beschaffenheit als die beiden Arten des Gegensatzes unterscheidet. Da es sich jedoch in Wahrheit nur bei den conträren Begriffen um einen wirklichen Gegensatz handelt, so erscheint es wenig angemessen, die Negation mit der conträren Entgegensetzung, bei welcher beide Begriffe positiv bestimmt sind, zusammenzustellen. Wenn wir durch Hinzufügung der Negation aus einem positiven einen negativen Begriff bilden, z. B. nicht-weiss, nicht-gut, nicht-handelnd, Nicht-Mensch, so soll damit ein Begriff ausgedrückt werden, der nicht dem negirten positiven Begriffe entgegengesetzt, sondern nur irgendwie von ihm verschieden ist. Die Art und den Grad dieser Verschiedenheit lässt die Negation völlig unbestimmt; nur die eine stillschweigende Voraussetzung findet bei ihr immer statt, dass der negative Begriff mit dem positiven, welcher negirt wird, unter einem und demselben allgemeineren Begriffe enthalten sei, dass also ein übergeordneter Begriff existire, welcher beide als disjuncte Glieder enthält. Wenn ich z. B. sage: »diese Wand ist nicht roth«, so bezieht sich die Negation nicht darauf, dass sie hoch, niedrig, von Stein oder Holz sei, sondern es soll nur behauptet werden, dass sie irgend eine andere Farbe als roth besitze: der negative Begriff ist daher mit dem negirten positiven unter dem allgemeineren Begriff gefärbt enthalten. Mit Rücksicht hierauf kann man auch sagen: jeder positive Begriff bildet mit dem ihm entsprechenden negativen ein disjunctes Verhältniss, in welchem nur ein Glied bestimmt ist, und in welchem daher das unbestimmt gebliebene Glied jeden Begriff bedeuten kann, der überhaupt zu dem ersten Gliede disjunct sein kann. Für diese Bedeutung der Negation, wonach sie als eine unbestimmte Position erscheint, ist es charakteristisch, dass auch die sprachlichen Formen derselben an Pronominalstämme sich anzulehnen scheinen, welche eine energische Hinweisung in die Ferne enthalten *).

Die in der Negation enthaltene unbestimmte Disjunction bedingt es nun, dass unter Umständen die negative Begriffsbestimmung einer positiven entweder nahezu oder völlig äquivalent werden kann. Offenbar muss dies nämlich dann eintreten, wenn der negirte Begriff nur wenige disjuncte Begriffe oder gar nur einen solchen neben sich hat. In allen den Fällen, wo der negirte Begriff am Ende einer Reihe liegt, die sich in stetigen Uebergängen zwischen Gegensätzen bewegt, wird die Negation, indem sie andeutet, dass man sich den negativen Begriff von dem positiven entfernt zu denken habe, jenen von selbst in die Nähe des entgegengesetzten Endes der Reihe verweisen. So erreicht in Begriffen wie nicht-hell, nicht-gut, nicht-glücklich u. dgl. die Negation nahezu den Werth des conträren Gegensatzes. Die Sprache ist aber in solchen Fällen im Stande, dadurch, dass

*) Vgl. E. Windisch, über das Relativpronomen, in Curtius' Studien, II. S. 365.

sie allmälig gewisse Negationspartikeln ausschliesslich im Sinne eines bestimmten Gegensatzes verwendet, geradezu aus dem blossen Verhältniss der Negation einen conträren Gegensatz hervorgehen zu lassen. Die deutsche Vorsatzsilbe un, die lateinische in, das griechische Alpha privativum haben eine solche im Verhältniss zu den gewöhnlichen Negationspartikeln bestimmtere Bedeutung angenommen. Die Sprache bedient sich derartiger Formen, wo es ihr darauf ankommt, den Eindruck der blossen Negation zu verwischen, weil sie an die Stelle des unbestimmten Unterschieds einen positiven Gegensatz setzen möchte. In der That stehen nach unserem Sprachgefühl Glück und Unglück, Lust und Unlust ebenso gut in einem conträren Gegensatz wie Weiss und Schwarz; oder mit andern Worten: Unglück, Unlust sind für uns keine negativen Begriffe mehr.

Aehnlich verliert der negative Begriff seine Unbestimmtheit in dem ganzen Gebiet der Grössenverhältnisse. Eine negative Grösse ist ebenso fest bestimmt wie die zugehörige positive; die Negation bedeutet in diesem Falle nur, dass der Sinn, in welchem die Grösse genommen werden soll, ein entgegengesetzter ist. In der Arithmetik bezeichnen daher das Positive und Negative den Gegensatz von Summe und Differenz, in der Geometrie den Gegensatz der räumlichen Richtung, der jedoch, da er auf ein Addiren und Subtrahiren von Raumstrecken zurückgeführt werden kann, nur ein Specialfall jenes ersteren Gegensatzes ist. Diese Bedeutung des Negativen in der Mathematik schliesst sich vollständig den Fällen an, wo, weil nur eine Disjunction zwischen zwei Gliedern möglich ist, der negative Begriff einen bestimmten, dem positiven gleichen Werth gewinnt. Die Zahl an und für sich ist weder positiv noch negativ. Dagegen geht die einfache Zahlverknüpfung nach zwei entgegengesetzten Richtungen vor sich. Bezeichnet man daher den Fortschritt in der einen Richtung positiv, so wird damit von selbst der Fortschritt in der andern Richtung zum negativen. Da ausserdem die Zahl einen fest bestimmten Werth hat, so ist nun die negative Zahl ebenso eindeutig bestimmt wie die positive, jene bezeichnet einen gleich grossen Fortschritt, wie er durch diese angezeigt wird, nur in entgegengesetzter Richtung. So kommt es, dass es in diesem Fall sogar Sache willkürlicher Uebereinkunft sein kann, welchen Begriff man als negativ und welchen man als positiv bestimmen will. Dies ist immer dann der Fall, wenn, wie z. B. bei Richtungen im Raume, die positive und negative Bezeichnung von bloss relativer Bedeutung sind.

6) Disparate Begriffe. Disparat nennen wir zwei Begriffe, wenn sie nicht nur ungleich, sondern auch unvergleichbar sind, wenn sie also zwei völlig verschiedenen Begriffsgebieten angehören und daher in keinerlei Verhältniss zu einander gesetzt werden können. Vermöge der früher gegebenen Regeln könnten Begriffe schon desshalb als disparat angesehen werden, weil sie verschiedenen Kategorieen zugehören. Gegenstands-, Eigenschafts- und Zustandsbegriffe sind niemals mit einander vergleichbar. Aber da es uns leicht wird die Kategorie zu ändern, und wir insbesondere ohne

Schwierigkeit die verschiedensten andern Begriffe in Gegenstandsbegriffe überführen, um eine Vergleichbarkeit herzustellen, so beschränken wir den Ausdruck disparat auf solche Begriffe, die, trotz der Zugehörigkeit zur nämlichen Kategorie, keinerlei Relation zulassen, wie etwa Tugend und Viereck, blau und redlich und ähnliche beliebig aufgeraffte Begriffspaare. Es ist jedoch zu bemerken, dass die disparate Beschaffenheit kein absolutes Verhältniss ist. Begriffe, die in einem bestimmten Gedankenzusammenhang als unvergleichbar hingestellt werden, können unter andern Bedingungen eine Vergleichung zulassen.

Die disparate Beschaffenheit der Begriffe bildet den Grenzfall, bei welchem wir das Gebiet der überhaupt möglichen Begriffsverhältnisse bereits überschritten haben. Wenn wir Begriffe disparat setzen, so heisst dies, dass weder eine der vier bestimmten Relationen, die zwischen Begriffen möglich sind, noch die durch die Negation ausgedrückte unbestimmte Disjunction auf sie anwendbar ist. Die Feststellung der disparaten Beschaffenheit ergiebt daher das schlechthin negative Resultat, dass die betreffenden Begriffe in keinerlei logische Verbindung gebracht werden können.

4. Geometrische Darstellung der Begriffsverhältnisse.

Dass die herkömmliche symbolische Darstellung der Begriffsverhältnisse durch das Lageverhältniss von Kreisen in der Ebene eine ungenügende sei, wurde schon oben bemerkt (S. 111). Da dieselbe von dem Schema der Subsumtion ausgeht, so eignet sie sich nicht zur Darstellung solcher Verhältnisse, welche keine unmittelbare Beziehung zur Unterordnung besitzen. So würde sie sich namentlich nur gezwungen auf das Verhältniss der Abhängigkeit anwenden lassen. Aber selbst bei einigen mit der Subsumtion in naher Verbindung stehenden Verhältnissen der Coordination geräth sie mit den wirklichen Eigenschaften der Begriffe in Widerspruch. So werden conträre Begriffe symbolisirt durch zwei Kreise A und B, die innerhalb eines grösseren Kreises C an den entgegengesetzten Enden eines und desselben Durchmessers liegen. Diese Darstellung bringt die Thatsache, dass conträre Begriffe stets zusammen einem allgemeineren Begriffe untergeordnet sind, mit Recht zur Geltung; aber sie erweckt gleichzeitig die falsche Vorstellung, dass in einem bestimmten Allgemeinbegriff viele, ja beliebig viele conträre Begriffspaare enthalten sein können, da sich in einem Kreis beliebig viele Durchmesser ziehen lassen. Ebenso verhält es sich mit den correlaten Begriffen, welche durch ein Paar von Kreisen darzustellen wären, die auf einem und demselben Durchmesser nach entgegengesetzten Richtungen und gleich weit vom Mittelpunkte entfernt liegen. Nicht minder führt diese Symbolik bei den contingenten und interferirenden Begriffen zu der Voraussetzung, dass nicht bloss nach zwei einander entgegengesetzten Richtungen,

sondern nach allen Richtungen, die in einer Ebene möglich sind, Begriffe einander berühren oder über einander greifen können.

Sollte nun die Darstellung der Begriffsverhältnisse durch Kreise zutreffend sein, so müssten auch diese begleitenden Vorstellungen wenigstens für die Mehrzahl der Begriffe richtig sein. Dies ist aber keineswegs der Fall. Neben schwarz und weiss, hoch und tief, gut und böse u. s. w. giebt es kein zweites conträres Begriffspaar innerhalb des nämlichen Allgemeinbegriffs. Eine gegebene Grösse grenzt nur an zwei andere Grössen, an die nächst kleinere und an die nächst grössere. Selbst mehrfach ausgedehnte Raumgrössen ordnet man, so lange die gewöhnlichen Methoden der Messung mittelst einfacher Zahlen angewandt werden, in Reihen, die nur eine einzige Dimension besitzen, weil die Reihe der Zahlen, durch welche wir die Grössen messen, nur in einer Dimension vorwärts schreitet. Durch die complexen Zahlen hat nun allerdings der Zahlbegriff eine Erweiterung gefunden, welche den Bedingungen mehrfach ausgedehnter Grössen entspricht. So wird denn auch die Vermuthung nicht zurückzuweisen sein, dass es dereinst angemessen sein möchte, gewisse verwickelte Begriffsgebilde durch mehrfach ausgedehnte geometrische Formen zu symbolisiren. Aber das regelmässige und jedenfalls das einfachste Verhalten der Begriffe wird doch in einer linearen Darstellung derselben seinen angemessenen Ausdruck finden. Denn offenbar ist es das Gebilde von einer Dimension, die Gerade, welche der Eigenschaft unseres discursiven Denkens entspricht, die Theile eines Begriffs successiv zu verknüpfen und ein Begriffsganzes so zu zerlegen, dass die Theile desselben Glieder einer einzigen Reihe bilden. In der That aber werden wir sogleich sehen, dass diese Darstellungsform nicht nur auf die Verhältnisse der Ueber- und Unterordnung anwendbar ist, ohne Nebenvorstellungen zu erwecken, welche der wirklichen Constitution der Begriffe nicht entsprechen, sondern dass sie auch sofort solche Verhältnisse darzustellen gestattet, welche sich der Symbolisirung durch ein Lageverhältniss von Kreisen gänzlich entzogen. Dabei darf aber nicht übersehen werden, dass auch diese Darstellung sich immer nur auf die äusseren Begriffsverhältnisse in dem oben (S. 112) angegebenen Sinne beziehen kann, d. h. auf diejenigen, die zwischen selbständig gedachten Begriffen stattfinden, welche auf die nämliche Kategorie zurückgeführt sind.

Irgend ein Begriffscontinuum werde demnach dargestellt durch die Gerade a g (Fig. 1), deren einzelne Strecken a b, b c u. s. w. die Theile bezeichnen, in welche das Begriffsganze zerlegt werden kann. Es entspricht dann:

1) dem Verhältniss der Identität das Verhältniss der Geraden zu sich selbst, a g : a g,

2) dem Verhältniss der Ueberordnung das der Geraden zu einem ihrer Theile, a g : a b, dem der Unterordnung dasjenige des Theils zur ganzen Linie, a b : a g,

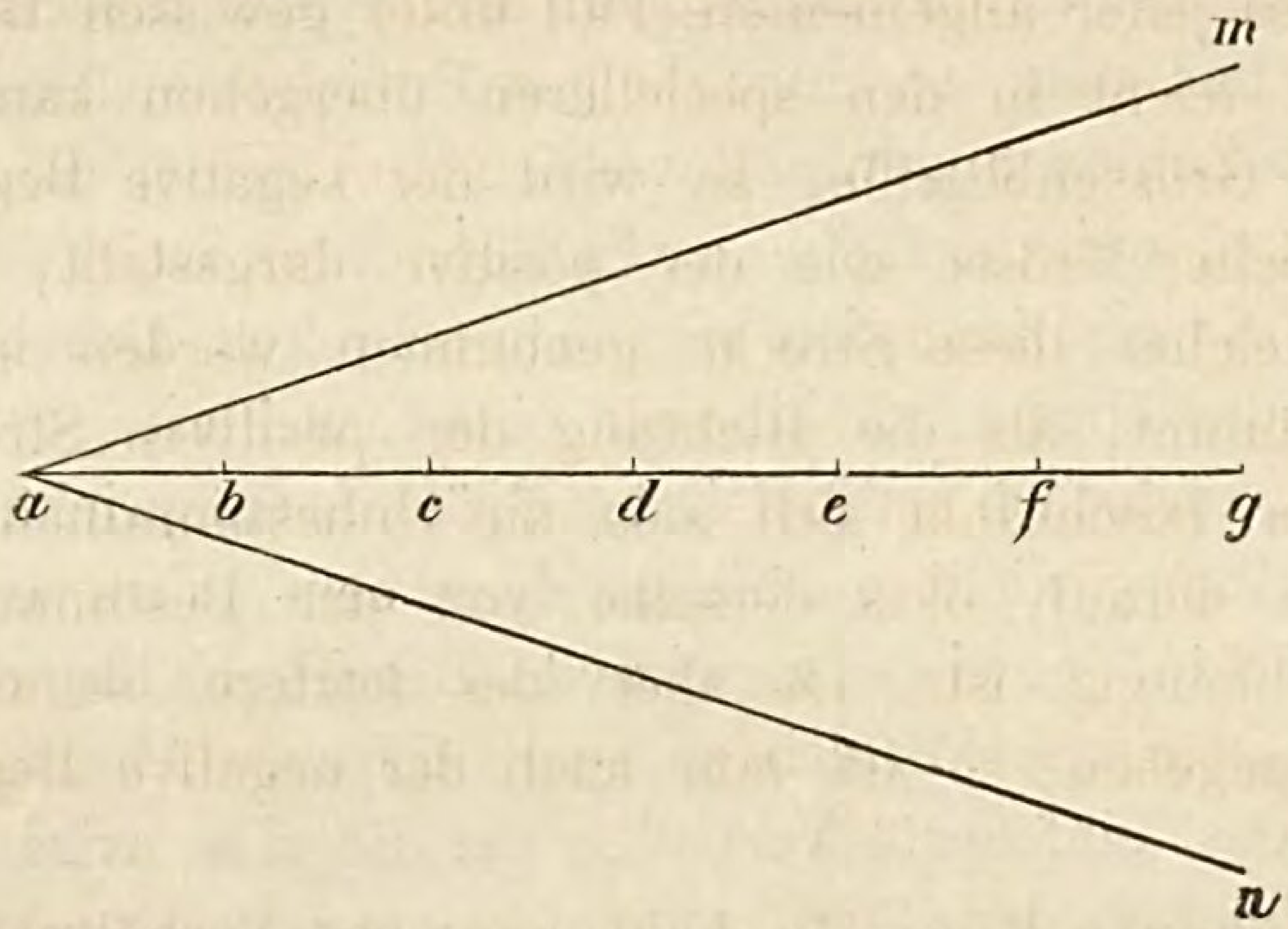
3) dem Verhältniss der Coordination das von Theilen der Geraden zu einander, und zwar:

a) der Disjunction das Verhältniss beliebig von einander getrennter Strecken, a b : e f;

b) der Correlation das Verhältniss zweier symmetrisch gelegener Strecken, b c : e f;

c) der conträren Beschaffenheit das Verhältniss der beiden von einander entferntesten Endstrecken der Geraden, a b : f g; da solche Endstrecken

Fig. 1.



immer zugleich symmetrisch sind, so wird hierdurch anschaulich, wie die conträre Beschaffenheit nur ein specieller Fall der Correlation ist;

d) der Contingenz das Verhältniss zweier an einander grenzender Strecken, b c : c d;

e) der Interferenz das Verhältniss zweier Strecken, die theilweise über einander greifen, b d : c e.

4) Dem Verhältniss der Abhängigkeit entspricht dasjenige der Geraden zu einer anderen Geraden, welche in ihrer Lage von jener bestimmt ist, a g : a m. Eine wechselseitige Abhängigkeit wird am einfachsten durch das Lageverhältniss zweier Geraden a m und a n veranschaulicht werden können, von denen man voraussetzt, dass sie sich in ihrer Lage wechselseitig bestimmen, so dass bei jeder Bewegung irgend einer von beiden auch die andere eine entsprechende Bewegung erfahren würde.

5) Das Verhältniss eines Begriffs zu seiner Negation pflegt man symbolisch durch das Verhältniss eines Kreises zu der ausserhalb desselben gelegenen Ebene darzustellen. Diese Versinnlichung ist jedoch insofern nicht zutreffend, als der negative Begriff keineswegs alle denkbaren Begriffe, ja nicht einmal alle möglichen Begriffe des betreffenden Begriffsgebietes ausser dem positiven bezeichnen soll, sondern nur irgend einen, der, davon abgesehen, dass er ausserhalb des mit der Negation versehenen Begriffes liegt, unbestimmt gelassen wird. Angemessener würde es also sein, einen Kreis von bestimmter und einen solchen von unbestimmter Lage zu wählen, wobei jedoch beide als einander coordinirt innerhalb eines umfassenderen Kreises

vorauszusetzen wären. Noch angemessener wird sich aber das Verhältniss des positiven Begriffs zu seiner Negation durch zwei von einander getrennte Strecken einer Geraden ausdrücken lassen, von denen die eine eine bestimmte, die andere eine unbestimmte Lage besitzt. Ist im letzteren Fall diejenige Strecke, welche eine bestimmte Lage hat, eine Endstrecke, so wird der negative Begriff zu einer unbestimmt, aber dem entgegengesetzten Ende näher gelegenen Strecke, was offenbar als der allgemeinere Fall zu dem Verhältniss conträrer Begriffe betrachtet werden kann. So wird es anschaulich, dass jener allgemeinere Fall unter gewissen Bedingungen des Sprachgebrauchs leicht in den specielleren übergehen kann. Handelt es sich endlich um Grössenbegriffe, so wird der negative Begriff durch eine Strecke von gleicher Grösse wie der positive dargestellt, und auch die Richtung, in welcher diese Strecke genommen werden soll, bleibt nur so lange unbestimmt, als die Richtung der positiven Strecke nicht bestimmt ist. Hier beschränkt sich also die Unbestimmtheit des negativen Begriffs lediglich darauf, dass derselbe von der Bestimmung des positiven Begriffs abhängig ist. Ist aber der letztere seiner Grösse und Richtung nach gegeben, so ist nun auch der negative Begriff vollständig bestimmt.

6) Da disparate Begriffe kein logisches Verhältniss zu einander erkennen lassen, so müssen sie durch Raumgebilde dargestellt werden, die in kein angebbares Lageverhältniss zu einander gebracht werden können. Da nun aber zwischen wirklichen Figuren im Raum ein Lageverhältniss immer besteht, so könnte hier die symbolische Darstellung nur mittelst hinzugefügter fingirter Bedingungen geschehen. Wir könnten uns z. B. denken, allen Begriffen, die zu irgend einem der bis jetzt besprochenen allgemeinen Verhältnisse gehören, entspräche ein in einer Ebene liegendes System von geraden Linien; dann würde irgend ein disparater Begriff durch eine Gerade, die in einer andern Ebene liegt, dargestellt werden.

Viertes Capitel.

Die Beziehungsformen der Begriffe.

1. Allgemeine Eigenschaften der Begriffsbeziehung.

Den Verhältnissen, die unabhängige Begriffe zu einander darbieten können, stehen diejenigen Beziehungen gegenüber, in welche die Begriffe dann treten, wenn sie unter Hinzutritt einer Beziehungsform eine Verbindung

zu einem complexeren Begriffe eingehen. Eine solche Verbindung erfolgt stets nach dem Gesetz der binären Gliederung: das eine Glied derselben ist der Hauptbegriff, das andere ein Nebenbegriff, der zusammen mit der Beziehungsform jenen näher begrenzt. Beide Begriffe können wir darum als den determinirten und den determinirenden, die stattfindende Beziehung als die Determinationsform bezeichnen. Für unser Denken besitzen die so gebildeten Determinationsproducte denselben Werth wie die Begriffe von ursprünglich einheitlichem Charakter; insbesondere können sie in die nämlichen Relationen wie diese zu andern Begriffen gebracht werden.

Während aber die Relationen getrennter Begriffe der Regel folgen, dass die letzteren einer und derselben Kategorie angehören müssen, um vergleichbar zu sein, gehören die durch eine Beziehungsform verbundenen Begriffe in der Mehrzahl der Fälle verschiedenen Kategorieen an, oder es wird durch die hinzugedachte Beziehungsform die kategoriale Bedeutung des einen der Begriffe in einem Sinne modificirt, welcher der Ueberführung in eine andere Kategorie entspricht. So sehen wir in Begriffsverbindungen wie »guter Mensch«, »schlecht handeln«, »den König morden« u. dergl. unmittelbar Begriffe verschiedener Kategorieen vereinigt. In solchen Beispielen dagegen wie »der Wille des Vaters«, »der Baum im Walde«, »das Haus von Stein« u. dergl. gehören die in Beziehung gesetzten Begriffe zwar beide zu den Gegenstandsbegriffen, aber entweder wird durch die Casusform die kategoriale Function des zweiten Begriffs in solcher Weise verändert, dass die resultirende Bedeutung derjenigen eines Eigenschaftsbegriffes gleich kommt, oder unser Denken ergänzt zu dem determinirenden Gegenstands-einen Verbalbegriff, der dann zunächst mit dem Hauptbegriff logisch verbunden ist, während sich ihm selbst wieder der determinirende Begriff sammt der durch die Präposition ausgedrückten Beziehungsform anschliesst*). So ist der Wille des Vaters äquivalent dem väterlichen Willen, und in den andern Beispielen ergänzen wir: im Walde stehend, aus Stein erbaut u. s. w. Diese Ergänzung ist logisch betrachtet keine Veränderung des Gedankens, sondern der hinzugefügte Begriff liegt ursprünglich schon in der Verbindung, und nur die Sprache verschweigt ihn. Die Casusform des Genitivs ist auf diese Weise unmittelbar logisch gleichwerthig einem Eigenschaftsbegriff, wie sie auch sprachlich wahrscheinlich mit dem Adjectiv nahe zusammenhängt**); diejenigen Casus aber, welche eine äussere Beziehung ausdrücken, oder die ihnen entsprechenden Präpositionen enthalten einen latenten Verbalbegriff: das wo, wohin, woher u. s. w., das in solchen Casussuffixen und Präpositionen zum Ausdruck kommt, erweckt unvermeidlich die Vorstellung eines Zustandes oder einer Bewegung.

*) Nach dem Schema A ⁀ B C Vergl. Abschnitt I. Cap. II. S. 54.

**) Vergl. H. Hübschmann, zur Casuslehre. S. 104 f. München 1875.

Nicht in gleicher Weise jedoch wie in Bezug auf die Gegenstandsbegriffe gilt für die Verbindungen der Eigenschafts- und Verbalbegriffe die Regel der kategorialen Verschiedenheit. Zwar ist auch hier diese Verschiedenheit das häufigere Vorkommen. So kann das Verbum bekanntlich determinirt werden durch ein Adverbium, welches attributive Bedeutung besitzt und häufig aus einem Adjectiv oder einer Casusform von attributiver Bedeutung erstarrt ist, oder unmittelbar durch eine attributive Casusform oder endlich durch den Objectscasus, den Accusativ. Der Verbalbegriff kann also mit einem Eigenschafts- oder mit einem Gegenstandsbegriff sich verbinden. Ausserdem ist aber dem Verbum noch eine dritte Form der Beziehung eigen, indem sich mehrere Verbalformen zur Bildung eines neuen, zusammengesetzten Verbalbegriffs vereinigen können. Dies geschieht überall bei der Anwendung der Hülfszeitwörter, welche sich in unsern modernen Sprachen vollständig gesondert haben, so dass auch für die durch sie bezeichneten Begriffe eine gewisse Selbständigkeit vorausgesetzt werden muss. Die Hülfsbegriffe, die in dieser Weise ergänzend zu dem Verbalbegriff hinzutreten, besitzen nun für diesen offenbar eine ähnliche logische Bedeutung wie für den Substantivbegriff die durch Casussuffixe und Präpositionen ausgedrückten Beziehungsformen. Gleichwohl verleugnet sich auch hier nicht ganz das Streben nach kategorialer Verschiedenheit der verbundenen Begriffe. Es äussert sich darin, dass in den durch Hülfszeitwörter gebildeten Verbalformen das Hülfsverbum das verbale Moment des Begriffs ganz absorbirt, während der ursprüngliche Verbalbegriff in seinem logischen Werth einem Eigenschafts- oder Gegenstandsbegriffe genähert wird. Grammatisch wird dieser Vorgang durch die infinitive oder participiale Form des Hauptzeitworts angedeutet. Der grammatische Ausdruck »Verbalnomina« für diese Formen ist darum auch in logischer Hinsicht bezeichnend. Ausdrücke wie das Geschehen, ein Geschehendes oder Geschehenes sind secundäre Gegenstandsbegriffe, welche aus ursprünglichen Verbalbegriffen entstanden sind. So ist denn auch in Sätzen wie »ich werde handeln« oder »ich habe gehandelt« das Handeln in gewissem Sinne zum Object geworden, welches den im Hülfsverbum liegenden Zustandsbegriff näher bestimmt. Freilich hat dabei die dem Begriff innewohnende Bedeutung an sich keinerlei Aenderung erfahren: das handeln bezeichnet eine Thätigkeit und keinen Gegenstand, wie wir auch seine grammatische Form modificiren mögen. Aber das ist auch der Fall, wenn wir das Verbum handeln in das Substantiv Handlung umsetzen. Bei allen diesen kategorialen Verschiebungen wird nicht die Bedeutung der Begriffe selbst, sondern nur die Stellung geändert, die sie in unserem Denken einnehmen. Der Begriff rückt gleichsam in eine neue Beleuchtung, indem ihn das logische Denken aus der ihm ursprünglich angemessenen Kategorie herausnimmt und in einer andern unterbringt.

Am freiesten bewegt sich unser Denken in der Verbindung der Eigenschaftsbegriffe. Nicht bloss können diese zu Begriffen der beiden andern

Kategorieen bestimmend hinzutreten, sondern sie können auch sich wechselseitig zu einer mittleren Eigenschaft determiniren. In solchem Sinne gebrauchen wir Ausdrücke wie hell tönend, roth-gelb u. dergl., um entweder zusammengesetzte Eigenschaften oder solche Begriffe zu bezeichnen, für die es uns an einem charakteristischen Worte fehlt. Im allgemeinen erscheint dabei der eine der beiden Begriffe wieder als der Hauptbegriff, an welchen der andere sich anlehnt. Mit roth-gelb z. B. bezeichnen wir eine Farbe, in der wir gelb als den vorherrschenden Farbenton empfinden. Gewinnen solche modificirende Eigenschaftsbegriffe eine abstractere Natur, so kann es dann wohl auch kommen, dass sie ihre Selbständigkeit gänzlich verlieren und zu blossen Beziehungsformen des Eigenschaftsbegriffes werden, zu dem sie hinzutreten, wie unsere Steigerungsformen »mehr«, »sehr« u. dergl.

Der Umstand, dass die kategoriale Verschiedenheit der in ein Determinationsverhältniss tretenden Begriffe in erster Linie für die Gegenstandsbegriffe und ihre Verbindungen gilt, enthält gewissermassen schon die logische Erklärung dieser Verschiedenheit. Jeder ursprüngliche Gegenstandsbegriff bildet eine abgeschlossene Einheit, weil das Ding, das ihm objectiv entspricht, als eine Einheit aufgefasst wird. Soll nun ein solcher Begriff irgendwie determinirt werden, so kann dies natürlich nicht durch einen andern von ihm unabhängigen Gegenstand geschehen, sondern allein dadurch, dass irgend ein begriffliches Element oder Merkmal, das dem Gegenstande selbst zukommt, mit ihm in Beziehung gebracht wird. Die Merkmale eines Gegenstands sind aber ihrerseits nicht Gegenstände, sondern Eigenschaften oder unter Umständen veränderliche Zustände.

Den Eigenschaften, welche die Determinationen der Begriffe in Folge der kategorialen Beschaffenheit der letzteren darbieten, stehen nun als wichtigere Unterschiede diejenigen gegenüber, welche von der Beziehungsform herrühren, die zwischen den Begriffen stattfindet. In dieser Hinsicht lassen sich die sämmtlichen hierhergehörigen Begriffsverbindungen in zwei Classen ordnen. Bei der ersten genügt die unmittelbare Aneinanderreihung der Begriffe, um eine Determination des einen durch den andern herzustellen: die Beziehungsform bedarf daher keines besonderen Zeichens oder Wortes zu ihrem Ausdruck. Sie ist zwar als ein logisches Element zu betrachten, welches zu den Begriffen hinzugedacht wird; aber die Beschaffenheit dieses Elementes resultirt unmittelbar aus dem Inhalt der verbundenen Begriffe selbst. Wir wollen daher diese Art der Beziehung als die innere Determination bezeichnen. Bei der zweiten Classe dagegen ist mit den Begriffen, welche auf einander bezogen werden, die Art der Beziehung noch nicht gegeben, da zwischen zwei bestimmten Begriffen verschiedene Formen der Determination gedacht werden können. In diesem Fall muss daher die Form der Beziehung durch ein besonderes Zeichen, sprachlich durch einen besonderen Beziehungsausdruck angegeben

werden. Wir bezeichnen daher die letztere Beziehung als äussere Determination.

2. Die innere Determination der Begriffe.

Die innere Determination lässt zwei Hauptfälle unterscheiden: die attributive und die objective Beziehungsform.

Eine attributive Beziehung vollzieht sich in erster Linie dann, wenn ein Eigenschaftsbegriff zu einem Begriff aus einer der andern Kategorieen hinzutritt. Der Gegenstandsbegriff, ausgedrückt durch das Substantivum, wird hierbei grammatisch mit dem Adjectivum, der Zustands- oder Verbalbegriff mit dem Adverbium verbunden. Logisch sind in dieser Verbindung das Adjectivum und das adjectivisch gebrauchte Adverbium einander gleichwerthig. Es können aber auch Gegenstandsbegriffe zu andern Gegenstandsbegriffen oder zu Verbalbegriffen in eine attributive Beziehung gebracht werden. Der Casus, der in den Flexionssprachen diese Beziehung grammatisch bezeichnet, ist der Genitiv, in welchen der determinirende Begriff zu stehen kommt, und auf dessen logische und sprachliche Verwandtschaft mit dem Adjectivum oben bereits hingewiesen wurde. »Das Haus des Vaters«, »ein Becher Weines«, »einer Schuld anklagen« sind derartige attributive Verbindungen. Unter Umständen kann auch hier durch unmittelbare Zusammenfügung, ohne besondere Casusbezeichnung des determinirenden Begriffs, die nämliche Beziehung ausgedrückt werden, wie in »Vaterhaus«, »Becher Wein« u. dergl. Eine solche Verbindung ist der erste Schritt zur Bildung einer neuen Worteinheit, in welcher dann die beiden verbundenen Begriffe allmälig ihre Selbständigkeit verlieren können. Da aber die Casusbezeichnung auch dann schon verschwinden kann, wenn die Determination der Begriffe noch deutlich empfunden wird, so liegt hierin ein Beweis, dass es auch bei dieser Art der Verbindung lediglich die innere Beziehung der Begriffe ist, welche die attributive Determination hervorbringt.

Besonders in den zuletzt erwähnten Fällen pflegen sich mit der attributiven Beziehung verschiedene Nebengedanken zu verbinden, welche ebenfalls in der Beschaffenheit der verbundenen Begriffe ihre Quelle haben und daher keiner besonderen Ausdrucksmittel bedürfen. So führt eine und dieselbe attributive Beziehungsform z. B. in »das Haus des Vaters« den Nebenbegriff des Eigenthums, in »ein Becher Weines« den des Inhalts, in »ein Stück Holz« den des Stoffs mit sich. Da die Fähigkeit, solche Nebengedanken mit der attributiven Determination zu verbinden, je nach dem Geist der Sprache eine wechselnde ist, so bestehen gerade in Bezug auf die attributive Verbindung des Genitivs grosse Unterschiede. Die griechische Sprache z. B. vermag von der attributiven Determination durch Gegenstandsbegriffe in weit höherem Maasse Gebrauch zu machen als die deutsche oder

irgend eine andere moderne Sprache. Wir sind daher bei der Uebersetzung solcher Ausdrücke häufig genöthigt, die innere in irgend eine Form äusserer Determination umzuwandeln. So z. B., wenn wir einen Ausdruck wie λαμβάνειν τῆς χειρός übersetzen mit »an der Hand fassen«, oder στοχάζομαι τοῦ σκοποῦ mit »ich strebe nach dem Ziel« u. dergl. Offenbar sind solche Uebertragungen in logischem Sinne nicht vollkommen getreu, weil der Grieche hier unmittelbar eine räumliche Nebenvorstellung mit der attributiven Determination des Verbums zu verbinden vermochte, während wir für diese Vorstellung besonderer Ausdrucksmittel bedürfen.

Die objective Beziehung der Begriffe entspringt aus der Verbindung eines Verbalbegriffs mit einem Gegenstandsbegriff. Auch hier geht die Beziehungsform unmittelbar aus den verbundenen Begriffen selbst hervor. Sie bleibt daher erhalten, selbst wenn die Casusendigung des Accusativ, durch welchen grammatisch der in die objective Beziehung gebrachte Gegenstandsbegriff ausgedrückt wird, verloren geht, wie dies in den meisten modernen Sprachen der Fall ist. Aus diesem Grunde ist auch die Casusunterscheidung zwar ein äusseres Hülfsmittel zur Trennung der attributiven von der objectiven Determination des Verbums, aber der eigentliche Grund dieser Trennung muss doch in den verbundenen Begriffen selbst liegen. Attributiv steht der Gegenstandsbegriff bei dem Verbum, wenn er der in dem letzteren ausgedrückten Thätigkeit als eine dieselbe näher bestimmende Eigenschaft beigefügt werden soll; in objectiver Bedeutung wird er verbunden, wenn er seinen ursprünglichen Charakter beibehält, indem er den Gegenstand bezeichnet, auf den sich die Handlung bezieht. Nun giebt es freilich Fälle, wo diese Bedeutungen nahe an einander grenzen, und wo mit einer nur geringen Aenderung des logischen Sinnes die attributive in die objective Beziehung oder umgekehrt diese in jene umgewandelt werden kann. Auch ist der besondere Geist der Sprache auf diesen Wechsel der Beziehungsformen von grosem Einfluss. Immer aber bleibt der Unterschied, dass das Attribut gewissermassen einen Bestandtheil der Handlung selbst ausmacht, während das Object ihr selbständig gegenübertritt. Wo die Sprache ohne Casusbezeichnung die Wörter verbindet, in Ausdrücken wie »Wein trinken«, »Holz fällen« u. dergl., da kann zuweilen beliebig der Gegenstand attributiv oder objectiv verbunden gedacht werden; wo das erstere der Fall ist, wird aber immer zugleich die Verbindung dem Sprachgefühl als eine festere erscheinen, dem Punkte näher stehend, wo die getrennten Begriffe zu einer neuen Begriffseinheit verschmelzen.

Auch in eine äussere Determination kann sich unter Umständen die objective Beziehung verwandeln, oder was der Geist einer bestimmten Sprache in der Form der letzteren denkt, bedarf in einer andern eines äusseren Beziehungsausdrucks. So sind die classischen Sprachen einer umfassenderen Anwendung der objectiven Beziehung fähig als das Deutsche. Wiederum ist in diesem Fall nicht zu übersehen, dass dem Unterschied des Ausdrucks ein logischer Unterschied parallel geht. Romam ire und »nach

Rom gehen« sind nicht ganz dasselbe. Was im Lateinischen als unmittelbare Determination des Verbums durch das Object gedacht wird, das bedarf im Deutschen der äusseren localen Beziehungsform, damit die Verbindung der beiden Begriffe verständlich werde.

Der objectiven Determination sind schliesslich die aus einem Hülfszeitwort und einer Participial- oder Infinitivform gebildeten zusammengesetzten Verbalbegriffe verwandt. In Ausdrücken wie »ich bin gegangen«, »ich werde gehen«, »ich habe geliebt« verhält sich der in der Form des Verbalnomens ausgedrückte Begriff logisch analog dem Object, und die Function des Verbalbegriffs ist an das Hülfszeitwort übergegangen.

3. Die äussere Determination der Begriffe.

Die äussere Determination unterscheidet sich von der inneren dadurch, dass zwischen die verbundenen Begriffe eine Beziehungsform tritt, welche nicht aus dem Inhalt der Begriffe selbst schon resultirt, daher sie eines äusseren Zeichens zu ihrem Ausdruck bedarf. In der Sprache sind die Ausdrucksmittel dieser Beziehungsformen entweder Präpositionen oder gewisse Casussuffixe, welche eine ähnliche Bedeutung wie die Präpositionen besitzen, unter Umständen auch beide vereinigt. Die älteren Formen der indogermanischen Sprachen bedienen sich der Casussuffixe, wo die jüngeren Präpositionen anwenden. Niemals kann aber hier, wenn ein Casussuffix bei der Entwicklung der Sprache verloren geht, die Beziehungsform selbst die äussere Bezeichnung verlieren, sondern es pflegt dann regelmässig eine Präposition an die Stelle zu treten. Hierin liegt ein wesentlicher Unterschied von der inneren Determination, bei der, wie wir gesehen haben, die attributiven und objectiven Casussuffixe ohne Ersatz verloren gehen können.

Allen äusseren Beziehungsformen liegt entweder eine Raumanschauung oder eine Zeitanschauung oder die Vorstellung einer Bedingung zu Grunde; sie zerfallen also in locale, temporale und conditionale. Innerhalb jeder derselben lassen wieder zahlreiche einzelne Beziehungsarten sich unterscheiden, deren Ausbildung jedoch grossentheils von psychologischen Motiven abhängig ist und daher je nach dem Geist der Sprache beträchtlich wechselt. Als logisch bedeutsam müssen aber vier Hauptrichtungen hervorgehoben werden, welche gewissen Grundformen der Anschauung entsprechen, und welchen alle specielleren Beziehungsausdrücke sich unterordnen lassen. Sie sind in der folgenden Uebersicht zusammengestellt, in der wir die Bedeutung der einzelnen durch einige der zu ihrem Ausdruck angewandten Präpositionen andeuten wollen, während der zugehörige allgemeine Beziehungsbegriff in Klammern beigefügt ist.

Raum.	Zeit.	Bedingung.
Von, aus (zurückgelegte Strecke).	Seit (Vergangenheit).	Wegen, aus (Grund).
In, zu, auf (Ort).	In, um (Gegenwart).	Mit (Art und Weise).
Nach (zurückzulegende Strecke).	Bis (Zukunft).	Zu, für (Zweck).
Mit (räumliche Coexistenz).	Mit (Gleichzeitigkeit).	Mit, mittelst (Hülfsmittel).

Jede dieser Beziehungsformen verbindet entweder Begriffe der nämlichen oder verschiedener Kategorie, am häufigsten zwei Gegenstandsbegriffe oder einen Gegenstands- mit einem Verbalbegriff, z. B.: der Vogel auf dem Baume, das Kreuz neben der Kirche, ein Brief mit Geld, mit Begeisterung reden, wegen Beleidigung klagen u. dergl. Wie oben (S. 126) bemerkt wurde, ergänzt unser Denken bei den substantivischen Verbindungen stets zu dem determinirenden Gegenstandsbegriff einen Zustandsbegriff (auf dem Baume sitzen, neben der Kirche stehen u. s. w.). Nicht selten ist es aber auch möglich, den determinirenden Gegenstandsbegriff in einen Eigenschaftsbegriff umzuwandeln. Doch bedingt eine solche Umwandlung stets zugleich eine logische Veränderung. Zwischen einem eisernen Thor und einem Thor aus Eisen besteht ein logischer Unterschied. Hinter der letzteren, der äusseren Determination steht der Gedanke des Entstanden- oder Verfertigtseins aus dem Eisen, der bei der innern Determination verloren gieng.

Die drei oben unterschiedenen Arten der äusseren Determination können sich nun in der Vorstellung in solcher Weise mit einander vereinigen, dass eine bestimmte Beziehungsform gleichzeitig locale, temporale und conditionale Bedeutung besitzen kann. Diese Vermischung entspringt augenscheinlich daraus, dass die Vorstellungen, von welchen jene Beziehungsformen ausgehen, überall innig mit einander verbunden sind. Raumverhältnisse werden in Zeitverhältnisse übertragen, diese werden hinwiederum räumlich versinnlicht, und das Bedingende stellt als ein Neben- oder Miteinander, als ein Hinter- oder Nacheinander in Raum und Zeit sich dar. Für dieses Ineinanderwachsen von Raum, Zeit und Bedingung ist die Verschiebung von Casusformen, von Präpositionen und Conjunctionen aus einer dieser Bedeutungen in die andere ebenso bezeichnend wie die Zweideutigkeit vieler der hierher gehörenden Partikeln im lebendigen Sprachgebrauch. Unser woher kann eine räumliche, eine zeitliche Bewegung und ein ursächliches Verhältniss, unser womit ein Nebeneinander, eine Gleichzeitigkeit und ein bedingendes Hülfsmittel ausdrücken. Ein in oder zu bezeichnet den Ort so gut wie den Zeitmoment, und statt beider vermag es eine Begründung oder einen Zweck anzudeuten. Da es nun kein logisches Denken giebt ohne Anschauung, so bedürfte es kaum der Zeugnisse der Sprachgeschichte, um uns zu überzeugen, dass insbesondere die Beziehungen der Bedingung immer an räumliche oder zeitliche Anschauungsverhältnisse oder an beide zugleich anknüpfen müssen. Unter den letzteren nimmt aber wieder die räumliche Beziehung in diesem Fall den Vorrang ein, da sie allein selbständig bestehen kann, während sich die zeitlichen Formen stets mit räumlichen Bildern

verbinden. In unserer obigen Tafel findet dieses Verhältniss darin seinen Ausdruck, dass die meisten der Präpositionen, durch welche wir die verschiedenen Beziehungen ausdrücken, eine ursprünglich locale Bedeutung besessen haben. Noch bestimmter ausgeprägt ist die dominirende Bedeutung der räumlichen Vorstellung in den älteren Sprachformen, die alle Begriffsbeziehungen, für welche wir Präpositionen verwenden, durch Casussuffixe auszudrücken vermögen. Das Sanskrit hat vier Casus, welche den vier Hauptbeziehungen entsprechen, die wir in Beziehung auf Raum, Zeit und Bedingung unterscheiden können, den Ablativ, Locativ, Dativ und Instrumentalis. Wenn auch im Sanskrit bereits die Bedeutungen dieser Casus sich, wie es scheint, zum Theil zu verwischen begonnen haben, so ist doch die Annahme gerechtfertigt, dass dieselben in einer früheren urindogermanischen Entwicklung schärfer geschieden einander gegenüberstanden: der Ablativ für das Woher, der Locativ für das Wo, der Dativ für das Wohin, der Instrumentalis für das Womit. In dem Maasse als die sichere Unterscheidung einzelner Casusendigungen verloren gieng, wurden einzelne dieser Casus der äusseren Determination vereinigt, ohne dass jedoch desshalb die ihnen zu Grunde liegenden logischen Unterschiede verschwunden wären. Diese lebten fort in den verschmolzenen Casusformen, und sobald die letzteren der logischen Unterscheidung nicht mehr genügten, wurde durch hinzutretende Präpositionen dem Verständniss nachgeholfen *).

Jenes Vorherrschen der räumlichen Grundbedeutung in den Casusformen der äusseren Determination hat nun einzelne Grammatiker zu der Ansicht verführt, die Casusunterscheidung überhaupt sei von räumlichen Unterscheidungen ausgegangen. In Bezug auf die Casus der innern Determination, den Genitiv und Accusativ, ist diese Meinung jetzt wohl allgemein als unhaltbar aufgegeben. Aber in Bezug auf diejenigen der äussern Determination wird sie noch vielfach getheilt, insofern man annimmt, dass die temporalen und conditionalen Beziehungen sich erst allmälig aus den räumlichen heraus entwickelt hätten. Doch ist auch letztere Ansicht vom logischen Gesichtspunkte aus unhaltbar, und die linguistischen Thatsachen, auf die sie sich stützt, dürften sich ebenso gut aus der Voraussetzung erklären, dass dem ursprünglichen Bewusstsein Raum, Zeit und Bedingung ohne scharfe Sonderung in einander flossen, wobei jedoch das Räumliche desshalb einen Vorrang behauptete, weil zwar bei ihm der Gedanke an Zeit und Bedingung völlig zurücktreten konnte, aber nicht umgekehrt die temporalen und conditionalen Beziehungen von ihren räumlichen Bildern zu isoliren waren. Das Räumliche trat also nicht nur für sich selbst ein, sondern es bildete zugleich das gemeinsame Grundschema

*) Vergl. hierzu Pott, etymologische Forschungen, 2. Aufl. I. S. 19 f. Fr. Müller, Grundriss der Sprachwissenschaft, I. S. 112 f. Hübschmann, zur Casuslehre, S. 24 f. Holzweissig, Wahrheit und Irrthum der localistischen Casustheorie. Leipzig 1877.

für die beiden andern Beziehungsformen. Das *dann* ist in der That in unserer Vorstellung stets begleitet von einem *dort*, das *jetzt* von einem *hier*, das instrumentale *womit* von einer räumlichen Coexistenz, aber ein *wo*, *wohin*, *woher* und *zusammen* bedarf nicht nothwendig der Vorstellungen von Zeit und Bedingung. Gleichwohl lässt sich ein logisches Denken nicht annehmen ohne temporale und conditionale Beziehungsformen. Von Anfang an werden daher diese zu den räumlichen Bestimmungen nach Bedürfniss hinzugedacht worden sein.

Bei der *vierten* der Hauptrichtungen, die wir innerhalb der drei Beziehungsformen unterschieden, könnte man zweifeln, ob sie nicht der zweiten zuzurechnen sei, da der Ort eines Objectes an und für sich nur mittelst eines andern Objectes von bekannter Lage angegeben werden kann, jede Ortsbestimmung also Coexistenz in sich schliesst. Dies ist aber doch nur in ähnlichem Sinne der Fall, wie auch das *dorther* einen Ort in sich schliesst. Bei der Coexistenz als solcher werden *beide* Objecte in einem ihnen gemeinsamen Raum vorgestellt. Zwischen Ort und Coexistenz ist also das Verhältniss ein ähnliches wie zwischen Unter- und Nebenordnung. Das nämliche gilt von Gleichzeitigkeit und Gegenwart, von dem Womit und dem Wie. Das Hülfsmittel ist aber ausserdem noch zu dem Zweck in eine Beziehung der Correlation getreten, von welcher in der Aussage über die Art, *wie* etwas geschieht, nichts enthalten ist. Uebrigens ist zu bemerken, dass bei den Determinationen der Begriffe die *zeitlichen* Beziehungsformen überhaupt zurücktreten. Sie gewinnen, wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden, bei der Verbindung der Urtheile eine um so grössere Bedeutung.

Dritter Abschnitt.

Von den Urtheilen.

Erstes Capitel.

Das Wesen und die Eigenschaften des Urtheils.

1. Die Entstehung des Urtheils.

Man pflegt das Urtheil bald als die Form der Verbindung oder Trennung der Begriffe, bald als die Vorstellung einer Einheit oder eines Verhältnisses zwischen zwei verschiedenen Begriffen zu bezeichnen *). Aber keine dieser allgemeinen Definitionen ist zureichend, um das Urtheil von anderen Begriffsverbindungen zu unterscheiden. Auch wird die Unbestimmtheit nicht gehoben, wenn man hinzufügt, bei dieser Verbindung werde nothwendig der eine Begriff zuerst aufgestellt, während der andere zu ihm hinzutrete **). Wer hier nicht von vornherein an das Subject und Prädicat denkt, wird schwerlich in einer solchen Beschreibung das Urtheil wiedererkennen. So hat man sich denn häufig begnügt, dasselbe einfach eine Aussage zu nennen, in welcher ein Begriff von einem andern affirmirt oder negirt werde ***), — eine Bestimmung, die freilich, da die Aussage nur ein synonymer Ausdruck für das Urtheil ist, ungefähr so viel sagt wie: »das Urtheil ist ein Urtheil.«

Da es nicht glücken wollte, die subjective Natur des Urtheilens durch hinreichend sichere Kennzeichen festzustellen, so lag es nahe zu versuchen, ob sich nicht etwa objective Merkmale gewinnen liessen. In diesem Sinne wurde es als eine Denkform bezeichnet, welche der realen Verbindung

*) Vergl. Kant, Logik, herausgeg. von Rosenkranz, Werke, III. S. 282. Drobisch, Logik, 4. Aufl. S. 11. Lotze, Logik, S. 57.

**) Herbart, Logik, Werke. Bd. I. S. 92.

***) Mill, Logik, übers. von Schiel, 2. Aufl. I. S. 21.

der Dinge entspreche*), oder man verlegte das Wesen desselben in das Bewusstsein der objectiven Gültigkeit einer subjectiven Verbindung von Vorstellungen**). Aber so richtig der Gedanke ist, dass wir durch die wirklichen Beziehungen der Dinge angeregt werden zur Ausübung der Urtheilsfunction, so ist damit doch für die Auffassung dieser letzteren selbst noch nichts gewonnen. Giebt man ferner zu, wie es denn doch wohl geschehen muss, dass nicht jeder Urtheilsverbindung objective Wahrheit zukommt, so bleibt man auch hier lediglich bei der alten aristotelischen Definition stehen, das Urtheil sei eine Aussage, welche falsch oder wahr sein könne***), — womit denn abermals nur eine Tautologie vorgebracht ist, der ausserdem die oberflächlichste aller Eintheilungen, nämlich diejenige in wahre und falsche Urtheile beigefügt wird.

So ist denn die Auffassung des Urtheils als einer subjectiven Vorstellungsverbindung zwar im Allgemeinen richtig, aber zu unbestimmt, um damit etwas anfangen zu können; und die Zurückführung der Urtheilsfunction auf objective Verhältnisse ist zwar berechtigt, da die Bedingungen der objectiven Wahrnehmung bei der Entwicklung unseres Denkens betheiligt sind; aber dass die Verbindungen des Urtheils den Verbindungen der wirklichen Dinge entsprechen sollen, bleibt eine grundlose metaphysische Annahme. Vielleicht werden wir darum der richtigen Begriffsbestimmung nahe kommen, wenn wir zunächst beide Auffassungen, die subjective wie die objective, zu ergänzen und zu berichtigen suchen.

Hier ist nun vor allem hervorzuheben, dass es mindestens in Bezug auf die ursprünglichen Aeusserungen der Urtheilsfunction ein nicht völlig zutreffender Ausdruck ist, wenn gesagt wird, das Urtheil verbinde Begriffe oder Vorstellungen. Schon bei der Schilderung der Entwicklung des Denkens haben wir hervorgehoben, und bei der Erörterung der Begriffe sind wir wieder darauf zurückgekommen, dass einfachere wie zusammengesetztere Denkacte aus der Zerlegung von Gesammtvorstellungen in ihre Bestandtheile hervorgehen †). Demnach bringt das Urtheil nicht Begriffe zusammen, die getrennt entstanden waren, sondern es scheidet aus einer einheitlichen Vorstellung Begriffe aus. In solch' primitiven Urtheilsacten, wie »ich gehe«, »ich gebe«, »ich denke«, die ja vielfach auch in der Sprache noch in einer Worteinheit ihren Ausdruck finden, sind nicht die Begriffe des Ich und des Gehens, des Gebens, des Denkens von einander unabhängig entstanden und erst nachträglich an einander herangebracht werden, sondern die Verbindung in eine Vorstellung ist das frühere, die Trennung das spätere. Aber auch in jenen Urtheilen, in denen das Subject ein

*) Schleiermacher, Dialektik, §. 190 f. Trendelenburg, logische Untersuchungen, 2. Aufl. II. S. 210.

**) Ueberweg, Logik, 4. Aufl. S. 154.

***) Aristoteles, de interpret. Cap. 4.

†) Abschnitt I. Cap. II. S. 50 f.

selbständiger Gegenstandsbegriff ist, oder in einen solchen und sein Attribut zerfällt, und in denen weiterhin selbst das Prädicat sich scheidet in Verbum und adverbiale Bestimmungen, Verbum und Object u. s. w., wird immerhin die Zerlegung einer einzigen Gesammtvorstellung in ihre Bestandtheile der Ausgangspunkt des Urtheilens sein. Denn nur unter dieser Voraussetzung wird es begreiflich, dass das Urtheil ein geschlossener Denkact ist und niemals durch fortwährende Apposition neuer Vorstellungen, gleich einer Associationsreihe, ins unbegrenzte verlaufen kann. Treffender als durch die Formel einer Verbindung von Vorstellungen zur Einheit wird also das Urtheil definirt werden als eine Zerlegung einer zusammengesetzten Vorstellung in ihre Bestandtheile.

Nebenbei fällt durch diese Bestimmung sofort eine Verlegenheit hinweg, unter welcher die entgegenstehende Auffassung leidet. Nicht eine unbestimmte Zahl von Vorstellungen kann durch das Urtheil an einander gereiht werden, sondern die Verbindung geschieht nach einem beschränkenden Gesetze, welches zunächst in dem Verhältniss von Subject und Prädicat seinen Ausdruck findet. Demgemäss definirt man auch gewöhnlich das Urtheil als eine Verbindung zweier Begriffe oder Vorstellungen zur Einheit. Aber dieser Bestimmung widersprechen alle Urtheile, in denen das Subject oder Prädicat oder beide aus mehreren Begriffen bestehen. Man giebt also stillschweigend zu, dass trotz der äusserlichen Zerlegung in mehrere Theile Subject und Prädicat nur je eine Vorstellung constituiren, d. h. dass jene Gliederungen nachträgliche sind, denen die einheitliche Existenz der Subjects- und der Prädicatsvorstellung vorangeht. Nun ist es aber augenfällig, dass sich hier die Bestandtheile zum Ganzen nicht anders verhalten, als bei dem Urtheil selbst. Nehmen doch Nomen und Attribut, Verbum und Object u. s. w. immer, wenn sie in ihrer Verbindung als isolirte Denkacte dargestellt werden, die Form des prädicativen Verhältnisses an, und in vielen Fällen ist es überdies deutlich genug, dass geradezu im Interesse der Verkürzung des Denkens ein ursprünglich selbständiges Urtheil in der Form eines attributiven Verhältnisses in ein zusammengesetztes Urtheil eingefügt worden ist.

Mit dieser Entstehung des Urtheils aus der Zerlegung einer zusammengesetzten Vorstellung in ihre Bestandtheile steht nun zugleich die objective Begründung der Urtheilsfunction in unmittelbarem Zusammenhange. Was sich in unserer sinnlichen Vorstellung in Bestandtheile trennt, das zerlegen wir auch in unserem Urtheil. Wir unterscheiden die Gegenstände von ihren Eigenschaften und diese wieder als ein relativ dauerndes von den wechselnden Ereignissen. So finden jene drei Kategorieen, in die unsere Begriffe auseinandertreten, an den Unterschieden des Wahrgenommenen ihren äusseren Halt. Indem die Gegenstände sich verändern, und indem verschiedene Gegenstände, die Theile einer Wahrnehmung ausmachen, in Beziehung zu einander treten, findet dieser Vorgang sein Abbild in jener Gliederung der Vorstellungen, die das Urtheil ausführt. Das Einfachere unter jenen Formen der Wahrnehmung ist natürlich die Auffassung eines

Gegenstandes und seiner Veränderung; ein Verwickelteres ist schon die Beziehung verschiedener Gegenstände zu einander. Die ursprüngliche Form des Urtheilens ist darum zweifellos die, dass ein wirklicher Gegenstandsbegriff, dem zuweilen noch eine bestimmte Eigenschaft als Attribut beigelegt wird, als Subject auftritt, und dass das Prädicat ein Geschehen oder einen vorübergehenden Zustand schildert. Ein einfacheres Denken, wie es in der Sprache des Kindes oder selbst in frühen Erzeugnissen der Literatur sich ausprägt, kennt darum kaum andere Subjecte des Urtheilens als Personen oder Dinge, und ein Verbum mit concreter Bedeutung ist das vorherrschende Prädicat. In Folge jener Verschiebung der Kategorieen, in welcher das abstracter werdende Denken immer geübter wird, ändert sich erst dieses Verhältniss. Wie die andern Begriffsformen ohne Schwierigkeit in Gegenstandsbegriffe umgewandelt werden können, so kann nun auch jeder beliebige Begriff als Subject eines Urtheils functioniren. Indem ferner Gegenstände und ihre Eigenschaften zu einander in Beziehung gesetzt werden, wird auch das Verbum aus seiner herrschenden Stellung als Prädicat verdrängt.

So entfernt sich denn die Urtheilsfunction allmälig von ihren ursprünglichen objectiven Bedingungen. Bei Urtheilen wie »Gerechtigkeit ist eine Tugend« oder »gute Handlungen machen glücklich« kann von einer Wahrnehmung, die sich in Bestandtheile sondert, nicht mehr die Rede sein. Gleichwohl werden hier ebenso wenig wie bei den ursprünglichen Wahrnehmungsurtheilen die Begriffe äusserlich an einander herangebracht. Nicht ziellos stelle ich den Begriff »Gerechtigkeit« hin, um nachher den zufällig aufgefundenen Begriff »Tugend« daran zu heften, sondern zunächst ist der Gedanke ein Ganzes, und dann erst tritt die Trennung in seine Bestandtheile ein. Die oben für die ursprünglichen Wahrnehmungsurtheile gegebene Formel bedarf also nur insofern einer Berichtigung, als es erforderlich wird, sie auch auf solche Urtheilsinhalte auszudehnen, die erst durch die Entwickelung des abstracten Denkens entstanden sind, und dies geschieht, wenn wir das Urtheil allgemein bezeichnen als die Zerlegung eines Gedankens in seine begrifflichen Bestandtheile. Die Grundlage, von welcher diese Begriffsbestimmung ausgeht, besteht in der aus dem Princip der Zweigliederung abgeleiteten Voraussetzung, dass der Inhalt des Urtheils, wenn auch in unbestimmter Form, als Ganzes gegeben ist, ehe er in seine Theile sich trennt. In diesem Sinne kann man alles Urtheilen eine analytische Function nennen. Das Urtheil ist Darstellung des Gedankens, und zum Zweck dieser Darstellung zerlegt es den Gedanken in seine Elemente, die Begriffe. Nicht aus Begriffen setzt demnach das Urtheil Gedanken zusammen, sondern Gedanken löst es in Begriffe auf.

Sind nun aber die Bedingungen der objectiven Wahrnehmung, die sich in unsern primitiven Urtheilen spiegeln, nicht unerlässlich für jedes Urtheil, so kann man überhaupt aus ihnen nicht erklären wollen, dass unser Denken die Form des Urtheils annimmt. Hierzu kommt, dass uns die Bedingungen der Wahrnehmung zwar im allgemeinen eine Gliederung

des Gedankens, der die Wahrnehmung spiegelt, nahe legen, dass sie aber die besondere Form, welche diese Gliederung annimmt, nicht erklären. Denn niemals wird aus dem objectiven Inhalt der Wahrnehmung begreiflich, warum der Gegenstand als Subject des Urtheils die veränderliche Erscheinung als Prädicat zu sich nehmen soll, um, wenn etwa an dem Gegenstand auch noch eine dauerndere Eigenschaft, an der Handlung eine nähere Bestimmung oder ein Object zu unterscheiden ist, diese Unterscheidungen erst als secundäre Gliederungen zuzulassen. Mit einem Wort: die Zerlegung des Urtheils nach dem Princip der Zweigliederung wird nicht aus objectiven, sondern nur aus jenen subjectiven Bedingungen des Denkens verständlich, die wir früher als discursive Beschaffenheit desselben bezeichnet haben*). Dieselbe entspringt aus der simultanen Einheit der Apperception auf der einen und dem stetigen Zusammenhange der successiven Apperceptionsacte auf der andern Seite. Discursiv nennt man das Denken eben desshalb, weil es nie gleichzeitig mehrere Verbindungen vollzieht, sondern in einem einzigen Acte immer nur von einer bestimmten Vorstellung zu einer einzigen andern fortschreiten kann. So stellt es das Netz seiner Beziehungen immer nur von einem Punkte zum andern hin- und herlaufend her.

Doch dieser ungetheilte Verlauf gilt für alle Apperceptionsacte, für eine Associationsreihe so gut wie für das logische Denken. Der Verlauf des letztern gewinnt erst seine nähere Bestimmung, indem zu dem einheitlichen Fortschritt der Apperception noch die fundamentalen Unterscheidungen der Gegenstände und ihrer Veränderungen hinzutreten, welche ebenfalls in der Apperception ihre Quelle haben. Das Selbstbewusstsein sondert sich von den wechselnden Vorgängen, die sich in ihm ereignen. Diese Handlung vollzieht sich aber nicht etwa so, dass zuerst das Ich vorhanden wäre, welchem dann die Vorstellung als ein Aeusserliches gegenübergestellt würde, sondern das Selbstbewusstsein und sein Inhalt ist zunächst als ein Ganzes gegeben, das sich dann erst in seine Glieder trennt.

Die nämliche Gegenüberstellung, die sich vermöge der Unterscheidung des Actes der Apperception von ihrem Inhalt in unserm Selbstbewusstsein vollzieht, erneuert sich nun fortwährend an diesem Inhalte selbst. Denn, wie sich die Apperception als eine constante Thätigkeit abhebt von dem wechselnden Inhalt des Appercipirten, so sondert sich an unsern Vorstellungen von den wechselnden Vorgängen der bleibende Gegenstand, auf den wir diese Vorgänge beziehen. Und hier kommt nun jene Beschaffenheit der Wahrnehmung zu ihrer Geltung, vermöge deren diese zwar nicht zwingender Grund, aber äusserer Anlass zu einer Unterscheidung wird, in der sich fortsetzt was in unserem Selbstbewusstsein begonnen hat. Von

*) Abschnitt I. Cap. II. S. 58.

den wechselnden Bestandtheilen der Wahrnehmung hebt sich fortwährend ein constanterer Hintergrund ab, der zwar dem Wechsel nicht völlig entzogen ist, aber doch als ein relativ beharrendes der Veränderung sich gegenüberstellt. Wie sich die kategorialen Begriffsformen wechselseitig bedingen, so bedingen sich daher anderseits auch Urtheilsfunction und kategoriale Unterscheidung. Von den drei Kategorieen stehen aber die zweite und dritte, die der Eigenschafts- und Zustandsbegriffe, in näherem Zusammenhang. Sie entsprechen dem veränderlichen Inhalt der Wahrnehmung oder, wenn wir auf den inneren Grund der Urtheilsfunction zurückgehen, dem einzelnen Vorstellungsinhalt des Selbstbewusstseins. Von ihnen stehen die Eigenschaftsbegriffe der ersten Kategorie insofern wiederum näher, als die Unterscheidung bleibender Eigenschaften und wechselnder Vorgänge zweifellos den äusseren Anlass zur Bildung der Gegenstandsbegriffe geboten hat. Hieraus wird es erklärlich, dass ein primitives Urtheilen sich vorzugsweise zwischen Gegenständen und den Veränderungen bewegt, die sich an ihnen ereignen, oder, grammatisch ausgedrückt, zu Subjecten Substantive von gegenständlicher Bedeutung und zu Prädicaten Verben wählt. Hieraus schliessen zu wollen, dass die Eigenschaftsbegriffe selbst sich erst allmälig aus Verbalbegriffen entwickelt hätten, würde jedoch übereilt sein. Einem Denken, das Gegenstände und Ereignisse unterscheidet, kann auch die dauernde Eigenschaft nicht verborgen bleiben, denn sie ist es eben, welche überhaupt erst jene Unterscheidung veranlasst. Aber in der sprachlichen Aeusserung verbirgt sich begreiflicher Weise die Eigenschaft hinter dem Gegenstand; sie wird als ein selbstverständliches zu ihm hinzugedacht, während die momentane Veränderung dazu herausfordert, sie in ihrer Beziehung auf Gegenstände aufzufassen. In dem entwickelteren Denken functioniren dann aber gleicher Weise Eigenschafts- und Zustandsbegriffe als Prädicate des Urtheils, während der Gegenstandsbegriff seine abweichende Bedeutung darin zu erkennen giebt, dass ihm von Anfang an die Stellung des Subjects zukommt. Erst nachdem in Folge jener Verschiebung der Kategorieen, welche das abstracter werdende Denken ausführt, mannigfach Eigenschafts- und Zustandsbegriffe in Gegenstandsbegriffe umgewandelt sind, um als solche Subjecte des Urtheils zu bilden, gehen umgekehrt auch Gegenstandsbegriffe in das Prädicat über. So vor allem in jenen Urtheilen, in denen ein speciellerer einem umfassenderen Gattungsbegriff subsumirt wird. Diese Form des Urtheils, welche die formale Logik als die regelmässige hinstellt, in welche sie alle andern umzuwandeln sucht, ist daher in der wirklichen Entwicklung der Urtheilsfunction die späteste, und es ist hieraus schon ersichtlich, dass sie nur einen kleinen Theil der Bedürfnisse decken kann, die das Urtheil befriedigen soll.

2. Die Bestandtheile des Urtheils.

a. Subject und Prädicat.

Indem das Urtheil hervorgeht aus der Gliederung einer Gesammtvorstellung, zerlegt der einheitliche Apperceptionsact jene Gesammtvorstellung zunächst in *zwei Hälften*: in die Vorstellung des Gegenstandes und in die Vorstellung irgend einer Eigenschaft oder eines Vorganges, die an ihm wahrgenommen werden. Der Gegenstand ist das *Subject*; die Eigenschaft oder der Vorgang bilden das *Prädicat*.

An dem Gegenstandsbegriff, welcher Subject des Urtheils ist, kann nun unter Umständen eine einzelne Eigenschaft noch besonders hervorgehoben, dem prädicativen Zustandsbegriff kann eine nähere Bestimmung oder ein Object beigefügt werden. So entstehen jene determinativen Begriffsverbindungen, welche dann die Unterglieder des Urtheils bilden. Die Grundbestandtheile des Wahrnehmungsurtheils bleiben aber immer der als Subject hingestellte Gegenstand und der ihm als Prädicat beigelegte Zustand. Mit Rücksicht hierauf lassen sich die Kategorieen der Gegenstands- und der Zustandsbegriffe als die beiden *Hauptkategorieen des Urtheils* bezeichnen. Der ersten gehört in den ursprünglichen Wahrnehmungsurtheilen das Subject, der zweiten das Prädicat an. Die Kategorie der Eigenschaftsbegriffe kommt erst bei den Untergliederungen zur Geltung, indem sie hier für das allgemeinste Determinationsverhältniss der Begriffe, für das attributive, in bevorzugter Weise eintritt.

Durch die Entwicklung des Denkens treten nun aber in der kategorialen Bedeutung der Hauptbestandtheile des Urtheils Veränderungen ein, obgleich der Grundcharakter des ursprünglichen Urtheils darin immer erhalten bleibt, dass das Object irgend einen *Gegenstand des Denkens* bezeichnet, dem in dem Prädicat ein *variablerer Bestandtheil des Gedankens* gegenübertritt. In solchen Urtheilen wie »Friedrich II. war der grösste Feldherr seiner Zeit« oder »die Tugend ist das höchste Gut« kann freilich nicht mehr davon die Rede sein, dass ich von einem Gegenstand einen Zustand oder Vorgang, den ich wahrnehme, aussage. Gleichwohl ist auch hier das Subject der constanter gedachte Begriff, und das Prädicat bleibt, wenigstens für mein Denken, eine veränderlichere Vorstellung. Bin ich mir doch bewusst, dass ich von Friedrich II. noch viele andere Eigenschaften aussagen könnte, und dass ich die Tugend nur von einer bestimmten Seite aufgefasst habe, wenn ich sie das höchste Gut nenne. Diese grössere Constanz, die der Subjectbegriff fortan behauptet, und vermöge deren immer seine Verbindung noch mit andern Prädicaten als dem gegenwärtigen vollziehbar erscheint, bestätigt sich ausserdem darin, dass der sprachliche Ausdruck dem Ursprung der Urtheilsfunction treu bleibt, indem er dem Object die substantivische, dem Prädicat aber die verbale

Form giebt, wenn auch die letztere ganz in das verbum substantivum »sein« verlegt sein sollte, in welchem jeder concrete Inhalt des Verbalbegriffs verloren gegangen ist.

Zwei Hand in Hand gehende Processe sind es, welche das Urtheil von jener Stufe, wo es einen Wahrnehmungsinhalt in einen gedachten Gegenstand und seinen veränderlichen Zustand zerlegte, allmälig erheben und es schliesslich geeignet machen, jeden beliebigen Gedankeninhalt in seine Theile zu trennen. Der eine dieser Processe besteht in der früher geschilderten kategorialen Verschiebung, vermöge deren namentlich Eigenschafts- und Zustands- in Gegenstandsbegriffe umgewandelt und damit befähigt werden, als Subjecte des Urtheils zu dienen. Unschwer erkennen wir nun gerade in der Urtheilsfunction den treibenden Grund, welcher als die vorherrschende Richtung jener Verschiebung die Umwandlung in Gegenstandsbegriffe herbeiführt. Schon oben wurde als der Zweck dieser Veränderung die Erhebung beliebiger Gedankeninhalte zu Objecten des Denkens bezeichnet *). Die Objecte des Denkens sind aber die Subjecte des Urtheilens.

Der zweite Process besteht darin, dass die prädicativen Zustandsbegriffe in Bestandtheile zerlegt werden, deren einer ein Gegenstands- oder Eigenschaftsbegriff ist, während in dem andern allein der Verbalbegriff erhalten blieb. Es vollzieht sich also dieser Process in der Form von Untergliederungen des Urtheils. Je abstracter das Denken wird, um so geneigter wird es zu solchen Untergliederungen, welche theils dem Subject ein Attribut zugesellen, theils dem verbalen Prädicat Begriffe anderer Kategorieen gegenüberstellen. Die Sprache auf einer anschaulichen Stufe drückt daher nicht selten durch einen einzigen Verbalbegriff aus, was ein abstracteres Denken in der angegebenen Weise zerlegt. Wenn wir den griechischen Satz „Κῦρος ἐβασιλεύε“ mit »Kyros war König« übersetzen, so ist zwar der Gedankeninhalt derselbe geblieben, aber im Griechischen ist als ein einziger Zustandsbegriff gedacht, was im Deutschen in einen Gegenstandsbegriff und in eine Verbalform zerlegt wird, die von dem ganzen Inhalt des ursprünglichen Verbalbegriffs nur noch die Andeutung enthält, dass der hinzugefügte Begriff Prädicat, und dass er in der Vergangenheit zu denken sei. Nur ein Schritt könnte noch geschehen, um das Verbum, welches hier die ursprünglich verbale Natur des Prädicats vertritt, noch mehr alles Inhalts zu entleeren. Dies würde dann der Fall sein, wenn sogar die Beziehung auf die Vergangenheit daraus entfernt würde, wenn wir also dem Satz »Kyros war König« den andern »Kyros ist gewesener König« substituirten. Hier ist die Beziehung auf die Vergangenheit als eine attributive Bestimmung zu dem prädicativen Gegenstandsbegriff hinübergewandert, und die Verbalform »ist« hat einzig und allein die Function behalten auszusagen, dass

*) Abschnitt II. Cap. II. S. 108.

der hinzugefügte Begriff Prädicat sei. In diesem Sinne bezeichnet die Logik das verbum substantivum »sein« in seinen Präsensformen als die Copula des Urtheils.

b. Die Copula.

Manche Logiker bezeichnen die Copula neben Subject und Prädicat als einen dritten Bestandtheil des Urtheils. Dies ist in doppelter Hinsicht falsch. Erstens ist die Copula keineswegs ein nothwendiger Bestandtheil des Urtheils, ja sie ist ein ziemlich spätes Product unseres Denkens, wie schon der Umstand bezeugt, dass die sprachlichen Formen der Copula ursprünglich eine inhaltvollere Bedeutung besessen haben. Zweitens aber gehört die Copula ihrer ganzen Entwicklung nach dem Prädicat an. Sie bleibt als der letzte Rest jener verbalen Bedeutung zurück, welche ursprünglich das ganze Prädicat besessen hat; sie gehört aber auch insofern schon zum Prädicat, als sie es eben ist, welche anzeigt, dass der mit ihr verbundene Begriff in prädicativem Sinne gedacht werden soll.

Nachdem sich die Copula in ihrer abstracten Bedeutung losgelöst hat, wird sie nun ein wichtiges Hülfsmittel unseres Denkens. Sie ermöglicht es uns, mit gegebenen Subjecten des Urtheils auch solche Begriffe in Verbindung zu bringen, die an sich zu einem prädicativen Gebrauch nicht geeignet wären. Die Tempora und Modi des verbum substantivum »sein«, die in dieser Beziehung alle der Präsensform oder eigentlichen Copula gleichwerthig sind, gestatten es uns beliebig zwischen zwei Gegenstandsbegriffen oder zwischen einem Gegenstands- und Eigenschaftsbegriff die Urtheilsverbindung herzustellen. Hierauf beschränkt sich aber auch ganz die Bedeutung, welche für das natürliche Denken die Entwickelung dieser abstracten Verbalform besitzt. Für die Logik dagegen kommt noch als ein zweiter Gesichtspunkt, der sie veranlasste, speciell der Präsensform den Vorzug einzuräumen, der in Rücksicht, dass die so reducirte Verbalform nunmehr nur noch die Function des Prädicirens besitzt. Die Copula in dieser reducirten Bedeutung kommt in den Urtheilen unseres natürlichen Denkens verhältnismässig selten vor. Gleichwohl hat die Logik, seit ihrer wissenschaftlichen Begründung durch Aristoteles, immer dahin gestrebt, möglichst alle Urtheile in einer Form darzustellen, in welcher die Copula aus dem Prädicat abgesondert ist. Wenn auch Aristoteles selbst noch zwei Arten der Urtheile unterschied, solche, die nur aus Subject und Prädicat bestehen, und solche, bei denen als dritter Bestandtheil noch die Copula hinzutrete*), so hat doch die Schullogik mindestens seit Boëthius begonnen, Subject, Prädicat und Copula als die drei wesentlichen Bestandtheile des Urtheils hinzustellen**).

*) Aristoteles, de interpret. Cap. 10.

**) Vergl. Prantl, Geschichte der Logik, I. S. 96 Anm. 124, II. S. 196 und 266.

Welches Interesse hat nun die Logik daran, selbst da eine Copula von dem übrigen Prädicat abzusondern, wo dies nur mit dem grössten Zwang gegen Ausdruck und Gedanken geschehen kann? Gewöhnlich sieht man dieses Interesse darin, dass die Copula der reine Ausdruck der Beziehung zwischen Subject und Prädicat sei, losgelöst von allem materiellen Inhalt. Das »est« und »non est« ist, wie schon Boëthius sich ausdrückt, die blosse »significatio qualitatis« und selbst kein Terminus des Urtheils, und damit übereinstimmend bezeichnet Kant die Copula als »die Form, durch welche das Verhältniss zwischen Subject und Prädicat ausgedrückt werde«*), eine Definition, welche im Wesentlichen unverändert in die meisten neueren Darstellungen der Logik übergegangen ist**). Aber hinreichende Rechenschaft über den logischen Grund dieses Gebildes ist damit doch keineswegs gegeben. Man sollte meinen, dass es für unser Denken ziemlich gleichgültig sei, ob die Function des Prädicirens in dem verbalen Prädicate mit enthalten ist oder durch einen abgesonderten Bestandtheil des Urtheils ausgedrückt wird. Offenbar ist es auch ein anderer Gesichtspunkt, der die Logik, fast unbewusst, dahin getrieben hat möglichst alle Urtheile auf die gleichförmige Verbindungsform durch die Copula zurückzuführen. Regelmässig nämlich wird durch die Herstellung dieser Form das Prädicat, wenn es nicht schon von selbst ein Gegenstands- oder Eigenschaftsbegriff ist, in einen solchen verwandelt; das verbale Prädicat wird zerstört, indem man die für das Urtheil unerlässliche verbale Function desselben in die Copula herüber nimmt. Nun sind aber die Gegenstands- und Eigenschaftsbegriffe einer übereinstimmenden Behandlung zugänglich, indem auch die letzteren, durch Hinzudenken eines bestimmten oder unbestimmten Gegenstands, an welchem die Eigenschaft haftet, in Gegenstandsbegriffe verwandelt werden. Meistens gesteht man dies zwar nicht ausdrücklich ein, da man in dem Satze, der das Urtheil ausspricht, dem Eigenschaftsprädicat die adjectivische Form lässt, ohne auch im Prädicat ein Substantiv hinzuzufügen. Ohnehin liegt ja in der grammatischen Rückbeziehung des Adjectivs auf das Subject, wie sie in vielen Sprachen durch das übereinstimmende Geschlecht ausgedrückt wird, diese Ergänzung schon angedeutet. In dem vielgebrauchten scholastischen Beispiel »homo est justus« brauchen wir freilich das Prädicat nicht zu einem »justus homo« zu ergänzen, da das justus von selbst schon darauf hinweist, es sei das Subject homo noch einmal zu ihm hinzuzudenken. Der eigentliche Grund jener Umwandlung, welche das Prädicat durch die Aussonderung der Copula erfährt, liegt also darin, dass der Prädicatbegriff jetzt stets als ein Gegenstandsbegriff gedacht werden kann und daher zur nämlichen Kategorie gehört wie der Subjectbegriff. Nun haben wir aber früher gesehen, dass an und für sich nur solche Begriffe, die derselben Kategorie angehören, vergleichbar sind, und

*) Kant, Logik (Werke Bd. III.) S. 287.

**) Vergl. z. B. Lotze, Logik, S. 59.

dass insbesondere die Kategorie der Gegenstandsbegriffe diejenige ist, in welche wir alle andern Begriffe überführen müssen, wenn wir ein gemeinsames Maass der Vergleichung für dieselben herstellen wollen. Dies war denn auch der latente Zweck, welchen die Logik bei jener Umwandlung der Urtheile verfolgt hat. Sie wurde zu der letzteren getrieben, indem sie sich, dem einseitigen Standpunkte der Aristotelisch-scholastischen Logik gemäss, bestrebte, alles Urtheilen auf das Schema der Subsumtion des Subjects unter das Prädicat zurückzuführen. In das Verhältniss von Gattung und Art lassen sich aber selbstverständlich nur Begriffe der nämlichen Kategorie bringen, und vor allem die Gegenstandsbegriffe sind es, die zu einer solchen Unterordnung herausfordern.

Da nun die Technik der Subsumtion mit den Verfahrungsweisen unseres Denkens nur zu einem kleinen Theile sich deckt, so könnte man fragen, ob denn die Logik jenes Streben, alle Urtheile durch die Aussonderung der Copula auf eine gleiche Form zurückzuführen, nicht überhaupt aufzugeben habe, um so mehr, da in solchen Fällen, wo es um eine wirkliche Unterordnung einer Art unter ihre Gattung sich handelt, der Prädicatbegriff an und für sich schon als ein Gegenstandsbegriff uns gegeben ist, die ganze Umwandlung also überflüssig wird. Aber die Regel, dass nur Begriffe gleicher Kategorie vergleichbar sind, und dass die Gegenstandsbegriffe vor andern zur Vergleichung sich eignen, weil vermöge der natürlichen Richtung unseres Denkens alle andern Begriffe in Gegenstandsbegriffe umgewandelt werden können, nicht umgekehrt, — diese Regel gilt nicht bloss für die subsumirende Vergleichung, sondern für jedes der im vorigen Capitel aufgeführten Begriffsverhältnisse. Wo es sich also darum handelt, verschiedene Urtheile in dem Sinne zu vergleichen, dass man sie alle auf das Verhältniss prüft, in welchem in ihnen Subject- und Prädicatbegriff zu einander stehen, da wird auch die Reduction auf eine gleiche Urtheilsform und die Ueberführung der beiden Begriffe in die nämliche Kategorie fortan ihren Werth besitzen. Dies ist aber vorzugsweise der Fall im Gebiet jener Urtheile, bei denen es von Anfang an darauf abgesehen ist, das Verhältniss zweier Begriffe zu einander festzustellen. Es sind dies vorzugsweise solche Urtheile, in denen allgemeingültige Erkenntnissresultate niedergelegt sind. Unabhängig von zeitlichen Bedingungen, eignen sie sich unmittelbar zu der Verknüpfung von Subject und Prädicat durch die Präsensform des verbum substantivum. Zahlreiche derartige Urtheile nehmen daher von selbst schon in unserem Denken diese Form als die ihnen angemessenste an. So verwenden wir namentlich durchgängig die Copula theils in definirenden Urtheilen, in denen der im Subject aufgestellte Begriff im Prädicat in seine Elemente zergliedert wird, theils in subsumirenden Urtheilen. Schon die Verhältnisse der Coordination und der Abhängigkeit bedürfen dagegen einer dem Prädicat hinzugefügten Bestimmung, welche eben die Thatsache, dass der eine Begriff dem andern irgendwie coordinirt oder von ihm abhängig gedacht werden soll, ausdrückt. In allen Fällen endlich, in denen das Prädicat

ein Geschehen enthält, besonders aber dann, wenn dieses Geschehen an bestimmte zeitliche Bedingungen geknüpft ist, z. B. als ein in der Vergangenheit oder Zukunft liegendes vorgestellt werden soll, — in allen diesen Fällen wird die Verbindung von Subject und Prädicat durch die Copula zu einer gezwungenen Denkform. Kaum jemals wird sich aber auch hier das Bedürfniss fühlbar machen, das Urtheil in jene Form umzuwandeln, weil es bei derartigen Urtheilen auf eine Vergleichung des Subject- und Prädicatbegriffes gar nicht abgesehen wird.

Uebrigens ist bei denjenigen Urtheilen, in welchen die Copula das Gebiet ihrer rechtmässigen Verwendung findet, wohl zu beachten, dass ihr gleichförmiger Ausdruck logische Verschiedenheiten verdeckt, die thatsächlich vorhanden sind. Wenn man es als einen Dienst preist, den die Copula dem Denken leiste, dass sie weiter gar nichts als die Function des Prädicirens erfülle, allen Inhalt des Urtheils aber in Subject und Prädicat verweise, so übersieht man, dass dieses Prädiciren selbst verschiedene Functionen in sich schliesst. Offenbar würde die Copula bessere Dienste leisten, wenn sie diese Unterschiede erkennen liesse. Theils aber deckt in ihr der nämliche Ausdruck verschiedenes, theils nöthigt sie, dem Prädicatbegriff beizufügen, was dem Act des Prädicirens zugehört. A ist B kann bedeuten, dass A gleich B, dass es dem B untergeordnet, oder dass B ein Element des Begriffes A ist. Andere Verhältnisse müssen wir ausdrücken durch Urtheile wie: A ist B coordinirt, A ist von B abhängig oder A ist eine Function von B, — Fälle, in denen wir dem Prädicat zuweisen, was der allgemeinen Beziehungsform zwischen Subject und Prädicat, deren Stelle die Copula einnimmt, zuzurechnen wäre. Eine exactere Untersuchung der Urtheilsformen muss sich nothwendig über diese Unterschiede Rechenschaft geben, und eine wesentliche Aufgabe eines künstlichen Zeichensystems wird es sein, die in der Copula verborgenen Unterschiede auch durch verschiedene Operationszeichen zum Ausdruck zu bringen.

3. Die zusammengesetzten Urtheile.

In den einfachen Urtheilen sind Subject und Prädicat je ein einziger Begriff. Zusammengesetzte Urtheile entstehen, wenn einer dieser Hauptbestandtheile oder beide mehrere Begriffe enthalten. Dabei bilden diese Begriffe, die nach dem Gesetz der Zweigliederung sich zu je zweien verbinden, einen zusammengesetzten Begriff, dessen Bestandtheile in irgend einem der früher (Abschnitt II, Cap. IV) aufgeführten Determinationsverhältnisse zu einander stehen. So entstehen die Untergliederungen des Urtheils, welchen die bekannten grammatischen Unterscheidungen von Nomen und Attribut, Verbum und Object u. s. w. entsprechen. Alle diese Unterglieder bilden, wenn sie isolirt gedacht werden, einfache Urtheile. Das zusammengesetzte Urtheil lässt sich daher unter einem doppelten Gesichtspunkte be-

trachten: einerseits als ein Urtheil, dessen Hauptglieder zusammengesetzte Begriffe sind, anderseits als ein Urtheil, welches aus mehreren einfachen Urtheilen besteht. Da aber diese einfachen Urtheile in eine sie alle umfassende Urtheilsverbindung gebracht sind, so werden sie nur in verkürzter Form gedacht, indem ihnen gerade derjenige Bestandtheil fehlt, welchem die Function des Prädicirens im Urtheil zukommt, die Copula. Hieraus ist schon ersichtlich, dass die logische Bedeutung der Copula unmittelbar den Beziehungsformen der Begriffe sich anschliesst. Sie ist diejenige Beziehungsform, welche das Verhältniss zweier Begriffe zu einem prädicativen erhebt: die beiden Begriffe, die sie verbindet, sind nicht mehr Bestandtheile eines zusammengesetzteren Begriffes sondern eines selbständigen Denkactes, eines Urtheils. Alle übrigen Beziehungsformen können aber desshalb in die prädicative umgewandelt werden, weil die Glieder eines zusammengesetzten Begriffes immer in einer gegenseitigen Beziehung stehen, die zum Gegenstand einer besonderen Aussage gemacht werden kann, einer Aussage, die natürlich das Determinationsverhältniss, in welchem jene Begriffe in das zusammengesetzte Urtheil eingehen, für sich isolirt darstellt. (Vergl. S. 55.)

Wie nun die Copula zwar bei allen Urtheilen von dem übrigen Prädicat isolirt werden kann, dabei aber theils verschiedene Bedeutungen einschliesst, theils ergänzende Bestimmungen fordert, die dem Prädicat beigefügt werden müssen, so sind auch die einzelnen Determinationsverhältnisse, welche in den Untergliedern des Urtheils vorkommen, in sehr verschiedener Weise einer Verbindung durch die Copula fähig. Am unmittelbarsten ist die attributive Beziehung der Umwandlung in die prädicative Form zugänglich. Zwischen Nomen und Attribut bedarf es daher nur der Interpolation der Copula, um sie herzustellen. Entstehen hierbei auch, wenn das Attribut ein substantivisches ist, unter Umständen sprachlich ungelenke Formen, so sind doch solche Urtheile wie »das Haus ist des Vaters«, die »Tugend ist des Bürgers« u. dergl. an sich völlig unzweideutig, und die Möglichkeit sie zu gebrauchen hält gleichen Schritt mit der sprachlichen Gewohnheit, die betreffende substantivische Form in attributiver Bedeutung zu benutzen. Ebenso genügt bei der attributiven Determination des Verbums die Einschaltung der Copula; nur muss hier zuvor, um ein selbständiges Urtheil möglich zu machen, das Verbum in eine substantivische und das Adverbium in die zugehörige adjectivische Form umgewandelt werden. Dagegen fordert schon das objective Determinationsverhältniss zunächst die Umwandlung des Objectes in das Subject, grammatisch also in den Nominativ, und sodann muss, soll die Copula anwendbar sein, das Verbum in eine participiale, also eigentlich nominale Form umgestaltet werden. Wenn ich in dem Urtheile »ich lese dies Buch« die Objectsbeziehung verselbständigen und zugleich die Copula anwenden will, so entsteht das Urtheil: »dies Buch ist das gelesene.« Die äusseren Determinationsverhältnisse endlich fordern, wie nicht näher ausgeführt zu werden

braucht, die Hinzufügung der äusseren Beziehungsform zum Prädicate. Auch bei ihnen lässt sich die Verbindung durch die Copula darstellen, freilich, wie bei allen Urtheilen, häufig nicht ohne dem Gedanken Zwang anzuthun. Die Herstellung der übereinstimmenden Form kann überhaupt nur dazu dienen deutlich zu machen, wie alle Determinationsverhältnisse der Begriffe in das Urtheil eingehen als untergeordnete Denkacte, die, sobald sie isolirt gedacht werden, nothwendig die Form selbständiger Denkacte, d. h. die Urtheilsform annehmen müssen.

Da hiernach jedes Determinationsverhältniss ein Urtheil in sich schliesst, so steht es unserm Denken frei, dieser Thatsache auch in der Form des Urtheils Ausdruck zu geben. Nur muss, weil es sich hierbei nicht um selbständige Urtheile handelt, gleichzeitig dem Zusammenhang mit andern Denkacten, durch den erst ein selbständiges Urtheil zu Stande kommt, Ausdruck gegeben werden. Hierzu bedienen wir uns in der Sprache theils der Relativpronomina, theils der Conjunctionen. Ihre Function ist es eine Verbindung verschiedener von einander abhängiger Urtheile zu einem einzigen zusammengesetzten Urtheil zu bewirken. Da aber die durch Relativpronomina und Conjunctionen hergestellten untergeordneten Urtheile stets einer Verbindung zweier Begriffe mit hinzugedachtem Determinationsverhältniss gleichwerthig sind, so lassen sich aus jedem zusammengesetzten Urtheil die untergeordneten Urtheile eliminiren, indem man das in ihnen ausgedrückte prädicative Verhältniss in ein Determinationsverhältniss umwandelt. Den Sätzen »wenn ein Körper sich bewegt, durchläuft er einen Raum«, »wenn der Luftdruck zunimmt, steigt das Barometer«, »als die Schlacht geschlagen war, zog sich das Heer zurück«, sind vollständig gleichwerthig die andern: »ein sich bewegender Körper durchläuft einen Raum«, »das Barometer steigt bei zunehmendem Luftdruck«, »das Heer zog sich zurück nach geschlagener Schlacht«. Es ist darum auch nicht angemessen, wenn, wie es gewöhnlich geschieht, bloss jene Urtheile, welche aus mehreren untergeordneten bestehen, als zusammengesetzte bezeichnet werden, da man in diesem Fall logisch völlig gleichwerthige Urtheile von einander trennt. Vielmehr werden alle diejenigen Urtheile zusammengesetzte genannt werden können, in denen das Subject oder Prädicat oder beide aus zusammengesetzten Begriffen bestehen, zwischen deren Gliedern ein Determinationsverhältniss stattfindet, mag nun dieses letztere in die prädicative Form aufgelöst sein oder nicht. Natürlich verfolgt unser Denken bei dieser Auflösung stets einen bestimmten Zweck. Namentlich pflegen wir dann das Determinationsverhältniss in die prädicative Form überzuführen, wenn es sich darum handelt, die Art der Determination näher zu bezeichnen, als dies durch die attributive oder äussere Beziehungsform an und für sich schon geschieht.

4. Analytische und synthetische Urtheile.

Die Auffassung des Urtheils als einer durchgängig analytischen Function, zu welcher wir oben (S. 138) geführt worden sind, steht in keiner Beziehung zu der durch Kant eingeführten Unterscheidung aller Urtheile in analytische und synthetische. Denn diese Unterscheidung bezieht sich überhaupt nicht auf die Entstehung des Urtheils, sondern einzig und allein auf das Verhältniss des Prädicatbegriffs zum Subjectbegriff. Analytisch nennt Kant solche Urtheile, bei denen das Prädicat im Subject versteckter Weise schon enthalten sei, synthetisch jene, in denen der Subjectbegriff in dem Prädicat zu einem neuen Begriff, der in ihm noch nicht mitgedacht ist, in Beziehung gesetzt werde. Analytische Urtheile sind darum nach ihm immer Urtheile a priori: es bedarf nicht der Erfahrung, um das im Subjectbegriff versteckte Prädicat zu entwickeln. Erfahrungsurtheile sind stets synthetisch; aber nicht alle synthetischen Urtheile sind Erfahrungsurtheile. Vielmehr sind nach Kant alle unmittelbar evidenten Sätze der reinen Anschauung synthetische Urtheile a priori, so z. B. das Urtheil, dass $7 + 5 = 12$, oder der Satz, dass die gerade Linie der kürzeste Weg ist zwischen zwei Punkten *).

Es ist klar, dass auf diese Unterscheidung die Frage, ob das Urtheil sich im Bewusstsein erst zusammensetze, oder ob uns zunächst sein Inhalt als ein Ganzes gegeben sei, das sich erst in unserm discursiven Denken in seine Theile zerlegt, gar keinen Bezug hat. Auch das synthetische Urtheil wird als die Entwicklung eines fertigen Gedankens angesehen werden können, denn es wird, wie schon von Sigwart mit Recht hervorgehoben wurde, vorauszusetzen sein, dass die Synthese der Begriffe früher ist als die Bildung des Urtheils **). Dieses letztere will auch hier nur den Gedanken entwickeln, der sich gebildet haben muss, ehe das Urtheil in Bewegung kommt.

Gegen Kant's Unterscheidung hat zuerst Schleiermacher eingewandt, dass sie als eine fliessende und relative sich darstelle ***). Wenn Kant dem Satz »alle Körper sind ausgedehnt«, als einem analytischen Urtheil, den andern »alle Körper sind schwer« als Beispiel eines synthetischen entgegenstelle, so bleibe dieser Gegensatz nur so lange wahr, als der Urtheilende nicht auch schon die Schwere als eine Eigenschaft in dem Begriff des Körpers mitgedacht habe. Schleiermacher ist daher der Ansicht, dass sich vermöge der Entwicklungsfähigkeit der Begriffe schliesslich alle unsere Urtheile in analytische verwandeln müssen. Wenn es aber

*) Kant, Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl. Einl. S. 10 f.

**) Sigwart, Logik I. S. 112.

***) Schleiermacher, Dialektik, S. 264 u. 563.

wirklich eine Stufe metaphysischer Erkenntniss gäbe, auf der es nur nöthig wäre, einen Begriff zu denken, um sofort alle Prädicate, die ihm möglicher Weise beigelegt werden können, mitzudenken, so würde jedes Motiv zur Urtheilsbildung hinwegfallen. Denn auf diesem idealen Standpunkt metaphysischer Einsicht würden alle Urtheile so selbstverständlich erscheinen wie der Satz, dass alle Dreiecke drei Ecken haben.

Liess man nun diese metaphysische Entwicklungsfähigkeit der Begriffe auf sich beruhen, so legte die Erwägung, dass der Unterschied analytischer und synthetischer Urtheile ein fliessender sei, den Gedanken nahe, jedes Urtheil könne ebenso gut als ein analytisches wie als ein synthetisches betrachtet werden *). Diese Ansicht beruht aber auf einer Vermengung des Kantischen Eintheilungsgrundes mit dem Entstehungsgrund des Urtheils. Das Urtheil ist stets Gliederung eines Gedankens und lässt sich insofern freilich immer als ein analytischer Vorgang bezeichnen. Die Kantische Frage lautet aber nicht, ob, bevor das Urtheil vollzogen werden kann, Subject und Prädicat schon zusammen gedacht sein müssen, sondern sie geht dahin, ob in dem Subject das Prädicat bereits gedacht werde oder nicht. Auch hat Kant sicherlich nicht übersehen, dass gelegentlich ein Merkmal wie die Schwere in dem Begriff des Körpers ebenfalls mitgedacht werden könne. Als analytische Urtheile wollte er aber nur solche betrachtet wissen, in deren Subject der Prädicatbegriff nothwendig mitzudenken sei. Einen Körper ohne Ausdehnung vorzustellen ist unmöglich, dagegen brauche ich nicht nothwendig bei der Vorstellung eines Körpers an seine Schwere zu denken. Wollte man also nach Sigwart's Vorschlag solche Urtheile analytische nennen, in denen das Prädicat den Inhalt des Subjectbegriffes explicirt, solche dagegen synthetische, in denen verschiedene Objecte der Anschauung in Relation zu einander gebracht werden **), so würde sich diese Unterscheidung mit der Kantischen jedenfalls nicht decken. Im wesentlichsten zusammenfallend mit der Unterscheidung erklärender Urtheile bezeichnet sie allerdings eine wichtige Richtung der Urtheilsfunction, ob es aber angemessen ist, dieselbe mit den Unterschieden des analytischen und synthetischen Verfahrens identisch zu setzen, dürfte zweifelhaft sein. Denn auch das erklärende Urtheil kann immer dann synthetisch genannt werden, wenn es den zu erklärenden Begriff mit andern selbständigen Begriffen in Beziehung bringt, und jede Erklärung, die mehr sein will als eine tautologische Umschreibung des Begriffs ist genöthigt dies zu thun. Wenn wir von dem Quecksilber sagen, es sei von hohem specifischem Gewicht und das einzige bei gewöhnlicher Temperatur flüssige Metall, so ist dies gewiss ein erklärendes Urtheil, aber es setzt den zu erklärenden Gegenstand in synthetische Beziehung zu andern Objecten, zu andern Körpern in der Aussage über sein

*) Trendelenburg, logische Untersuchungen, 2. Aufl. II. S. 241 f. Sigwart, Logik, I. S. 111.

**) Sigwart, a. a. O. S. 112.

specifisches Gewicht, zu andern Metallen in der Aussage über seinen Aggregatzustand. Die Unterscheidung Sigwart's ist den zusammengesetzten wissenschaftlichen Verfahrungsweisen der Analyse und Synthese entnommen; eben darum ist aber diese Unterscheidung nicht geeignet für das einzelne Urtheil, denn das analytische Verfahren operirt fortwährend mit solchen Urtheilen, die für sich betrachtet synthetischer Natur sind. Bleiben wir nun bei dem ursprünglichen Sinn der Kantischen Unterscheidung, verstehen wir also unter analytischen Urtheilen nur solche, bei denen das Prädicat in dem Subjecte mitgedacht werden muss, so ist es klar, dass die analytischen Urtheile völlig werthlos sein würden, wenn es sich in ihnen nur darum handelte, in dem Prädicat dasselbe noch einmal zu sagen, was im Subjecte schon ausgedrückt ist. Vielmehr wird es sich vernünftiger Weise nur dann um die besondere Hervorhebung eines schon im Subjecte nothwendig gelegenen Begriffselementes handeln können, wenn auf dieses letztere besonders hingewiesen werden soll, etwa als auf einen solchen Bestandtheil des Begriffs, der in einer sich anschliessenden Gedankenreihe von hervorragendem Werthe ist. Ein tautologisches Urtheil, wie »alle Dreiecke haben drei Ecken«, würde in diesem Sinne kaum ein analytisches sein; der analytische Vorgang, der aus dem Subjectbegriff ein in ihm mitgedachtes etwa vorzugsweise zu betonendes Element aussondert, fehlt hier vollständig. Das Urtheil »alle Körper sind ausgedehnt« ist dagegen ein analytisches, obgleich ich voraussetze, dass mit der räumlichen Ausdehnung die begriffliche Natur eines Körpers noch nicht zureichend bestimmt ist. Möglicher Weise kann es gerade darauf ankommen, an die Ausdehnung als eine allgemeine Eigenschaft der Körper weitere Erörterungen anzuknüpfen. Auch hier darf übrigens wieder das objective Verhältniss der zwei Hauptbegriffe des Urtheils nicht mit der Entstehungsweise des Gedankens, aus welchem es entspringt, verwechselt werden. Wie das Urtheil selbst eine analytische Function ist, so ist der Gedanke, in dessen Zergliederung es besteht, auch bei dem nach dem objectiven Verhältniss der Hauptbegriffe analytisch zu nennenden Urtheil aus einem synthetischen Process hervorgegangen. Wo selbst das Prädicat im Subject nothwendig mitgedacht werden muss, da bedarf es doch einer gesonderten Auffassung und synthetischen Verknüpfung beider Begriffe, damit sich die analytische Urtheilsfunction in Bewegung setze. Fassen wir das Resultat dieser Erörterung zusammen, so können demnach allgemein die Ausdrücke analytisch und synthetisch in doppeltem Sinne verstanden werden. Wendet man sie auf die Entstehung des Urtheils an, so ist der Gedanke, den das Urtheil enthält, stets synthetisch entstanden, das Urtheil selbst aber besteht in der analytischen Zerlegung dieses Gedankens. Wendet man sie auf das Verhältniss von Subject und Prädicat im fertigen Urtheil an, so sind analytisch nur diejenigen Urtheile, in denen ein Element oder einige Elemente, die im Subject nothwendig schon mitgedacht werden müssen, zu irgend einem Zweck im Prädicat besonders hervorgehoben worden; alle übrigen Urtheile sind synthetisch. Dass wir

uns im letzteren Sinne der analytischen Urtheile selten bedienen, und dass ihr logischer Werth ein geringer ist, bedarf übrigens kaum der Bemerkung.

Zweites Capitel.

Die Formen der Urtheile.

Indem die scholastische Logik alles Urtheilen unter den Gesichtspunkt der Subsumtion der Begriffe bringt, ergeben sich aus diesem ohne weiteres die beiden Principien, deren sie sich bei der Classification der Urtheile bedient. Zuerst frägt es sich, ob eine Subsumtion überhaupt ausgeführt werden solle oder nicht: so entsteht das bejahende und verneinende Urtheil; dann handelt es sich darum, ob die Subsumtion eine vollständige sei oder eine bloss theilweise: im ersten Fall ist das Urtheil allgemein, im zweiten particular. Neben der so gewonnenen Haupteintheilung in allgemein bejahende und particular bejahende, allgemein verneinende und particular verneinende Formen geht sodann noch der aus der Aristotelischen Urtheilslehre herübergenommene Gesichtspunkt der Möglichkeit, Zufälligkeit, Nothwendigkeit und ihrer Gegensätze einher, wozu endlich als dritter Bestandtheil die seit der ersten Verbindung logischer und grammatischer Studien allgemein angenommene Unterscheidung der hypothetischen und disjunctiven von den einfachen kategorischen Urtheilen hinzukommt. Diese disjecta membra sind von Kant vereinigt worden in seiner Tafel der Urtheilsformen, deren architektonisches Aeussere uns nicht verleiten darf zu glauben, dass sie nach einem systematischen Princip abgeleitet sei *). Geht man, wie es noch bei Kant geschieht, von dem Gesichtspunkt der Subsumtion aus, so liegt allerdings ein fundamentaler Unterschied darin, ob diese Subsumtion eine vollständige oder nur eine theilweise ist. Aber eine dritte Stufe im Grad der Subsumtion giebt es nicht; wenn daher Kant unter der Kategorie der Quantität den allgemeinen und besonderen noch Einzelurtheile anreiht, so entspricht dieses dritte Glied der Hereinmengung eines fremden Gesichtspunktes, nämlich der blossen Erwägung der Ausdehnung des Subjectbegriffes, ganz unabhängig davon, welches seine Relation zum Prädicat sei **). Mit Rücksicht auf die Subsumtion giebt es bloss allgemeine und particulare Urtheile; die Einzelurtheile sind in dieser Beziehung den allgemeinen gleichwerthig. Die unter der Kategorie der Qualität eingeführte Unterscheidung bejahender und verneinender Urtheile bildet vom Standpunkte der Sub-

*) Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl. S. 95.

**) Vergl. Kant's Logik S. 283.

sumtion aus insofern die Ergänzung zu den quantitativen Unterscheidungen, als bei dem verneinenden Urtheil die Subsumtion als eine überhaupt nicht vollziehbare hingestellt wird. Die Aufstellung der unendlichen Urtheile dagegen beruht auf einer unhaltbaren Unterscheidung. Das Urtheil A ist non-B (z. B. die menschliche Seele ist nicht-sterblich) unterscheidet sich nach Kant von dem andern A ist nicht B (die menschliche Seele ist nicht sterblich) dadurch, dass im letzteren Fall B in Bezug auf A schlechthin nur verneint, im ersteren dagegen irgendwohin in die unendliche Sphäre ausserhalb A verlegt werde. Nun ist aber gerade das letztere die Definition der Verneinung, und damit verschwindet also die ganze Unterscheidung*).

Völlig neue Gesichtspunkte bringt die Kategorie der Relation herbei. Der einfachen Subsumtion, welche Kant im kategorischen Urtheil voraussetzt, treten hier gegenüber das Verhältniss von Grund und Folge im hypothetischen, von Theil und Ganzem im disjunctiven Urtheil. Von der Unterscheidung dieser freilich wichtigen, aber aus keinem bestimmten Eintheilungsprincip abgeleiteten Urtheilsformen springt dann das Verzeichniss plötzlich auf die Modalität über, indem es problematische, assertorische und apodiktische Urtheile unterscheidet, als diejenigen Formen, welche die verschiedenen Grade der Sicherheit des Urtheils bezeichnen sollen**).

Wenn diese Eintheilung unverkennbar den Charakter einer gewissen Zufälligkeit an sich trägt, so dürfte dies vor allem daraus entspringen, dass sie nicht von dem Wesen des Urtheils selber ausgeht, sondern verschiedene Gesichtspunkte an die Prüfung desselben von aussen heranbringt. Nun besteht das Urtheil in der Gliederung eines Gedankens in seine beiden Hauptbestandtheile, Subject und Prädicat. Drei Momente können daher bestimmend sein für die Verschiedenheit der Urtheilsform: 1) die wechselnde Beschaffenheit des Subjectbegriffs, 2) die wechselnde Beschaffenheit des Prädicatbegriffs und 3) das wechselnde Verhältniss (die Relation), welches zwischen diesen beiden Begriffen stattfindet. Von vornherein werden wir vermuthen dürfen, dass diejenigen Unterschiede des Urtheils, welche aus dem wechselnden Verhältniss zwischen Subject und Prädicat hervorgehen, die wichtigsten sind. Immerhin bezeichnen aber auch die verschiedenen Eigenschaften des Subject- und Prädicatbegriffs charakteristische Unterschiede der Urtheilsfunction. Wir gewinnen so drei Classen von Urtheilsformen. Ein gegebenes Urtheil kann jeder dieser drei Classen zugehören, da im allgemeinen ein jedes Urtheil in Bezug auf die Beschaffenheit seines

*) Dass auch für Formen wie „unsterblich", „unglücklich" Kant's Definition der unendlichen Urtheile nicht zutreffen würde, bedarf wohl kaum mehr der Erinnerung, nachdem wir auf S. 121 gesehen haben, dass dieselben durchaus nur positive Begriffe bedeuten, dass also z. B. das logische Verhältniss von glücklich und unglücklich durchaus kein anderes ist als das von gut und böse.

**) Ueber die Bedeutung dieser Modalitätsformen vergl. den Schluss des vorliegenden Capitels.

Subjectes, seines Prädicates und in Bezug auf das Verhältniss beider zu einander untersucht werden kann. Wir werden daher die Subjectsform, die Prädicatsform und die Relationsform eines gegebenen Urtheils unterscheiden können. Dabei kommt aber in Betracht, dass aus früher angegebenen Gründen das Verhältniss zwischen Subject und Prädicat nur dann sich bestimmen lässt, wenn beide der nämlichen Kategorie angehören, daher, wo dies nicht der Fall ist, die Feststellung der Relationsform eines Urtheils stets die Ueberführung des Prädicatbegriffs in einen Gegenstandsbegriff, beziehungsweise die Hinzufügung eines solchen zu dem adjectivischen Prädicate voraussetzt. Selbst wenn diese Voraussetzung erfüllt ist, entspricht jedoch nicht immer einer bestimmten Subjects- und Prädicatsform ein bestimmtes Verhältniss zwischen diesen beiden Hauptbestandtheilen, sondern es kann der Ausdruck des Urtheils die nähere Beschaffenheit der Relationsform unbestimmt lassen. Es muss daher zwar jedes Urtheil eine der unten aufzuzählenden Subjects- und Prädicatsformen besitzen, die Relationsform dagegen kann entweder unbestimmt bleiben oder, wegen der kategorialen Verschiedenheit der Begriffe, ganz fehlen. Daher werden wir im letzteren Fall von Subjects- und Prädicatsformen im engeren Sinne reden können, während überall da, wo diese beiden Hauptbegriffe in eine der früher bestimmten allgemeinen Begriffsrelationen zu bringen sind, die Relationsform die vorwiegende Bedeutung gewinnt. Hier hat dann die verschiedene Form des Subjects und Prädicats meistens nur die Aufgabe, eine bestimmte Relation zum Ausdruck zu bringen. So hat z. B. in dem Urtheil »alle S sind P« das Mehrheitsattribut »alle« lediglich die Bedeutung einer Unterordnung aller einzelnen S unter P. Würde diese bestimmte Relationsform verschwinden, so würde jenes Urtheil die unbestimmte Form »viele S sind P« annehmen müssen. Demgemäss werden wir in beiden ersten Classen vorzugsweise die reinen Subjects- und Prädicatsformen berücksichtigen.

1. Die Subjectsformen des Urtheils.

Da das Subject des Urtheils stets ein Gegenstandsbegriff ist, mag nun derselbe ursprünglich gegeben oder erst durch kategoriale Umwandlung entstanden sein, so bleiben die einzigen Gesichtspunkte, nach denen verschiedene Subjectsformen unterschieden werden können, diese: ob das Subject ein bestimmter Gegenstandsbegriff ist oder nicht, und ob es ein einziger Begriff oder aus einer Mehrheit von Begriffen zusammengesetzt ist. Hiernach unterscheiden wir 1) das unbestimmte Urtheil, in welchem der Subjectbegriff unbestimmt gelassen wird, 2) das Einzelurtheil, in welchem das Subject aus einem einzelnen Begriff besteht, und 3) das Mehrheitsurtheil, in welchem das Subject aus mehreren Begriffen zusammengesetzt ist.

a. Das unbestimmte Urtheil.

Das Subject des unbestimmten Urtheils pflegt grammatisch durch das Neutrum des Pronomens der dritten Person, es, il, it u. dergl., oder in Sprachen mit lebendiger erhaltener Flexion, wie im Griechischen und Lateinischen, durch das Flexionssuffix der dritten Person des Singulars angedeutet zu werden. Man hat derartige Urtheile, wie »es blitzt«, »es regnet«, »es wurde geschossen«, als subjectslose Urtheile bezeichnet. Dieser Name ist aber offenbar unrichtig; denn es fehlt jenen Urtheilen keineswegs das Subject, sondern dieses ist nur unbestimmt gelassen. Gerade zum Ausdruck eines unbestimmten Subjects ist aber das neutrale Demonstrativpronomen oder das ihm äquivalente Flexionssuffix der geeignete Ausdruck: es kann auf jeden möglichen Gegenstand, also auch auf einen solchen hinweisen, den wir nicht kennen und darum unbestimmt lassen müssen. Die Unkenntniss des Subjects, dem ein Prädicat beigelegt wird, ist denn auch im allgemeinen der Grund der unbestimmten Urtheile. Jede Modification im Ausdruck des unbestimmten »es«, welche auf eine noch so ungefähre Kenntniss des Subjects hinweist, hebt auch das unbestimmte Urtheil auf: so wenn an die Stelle des Neutrum ein Masculinum oder Femininum, oder wenn an die Stelle des Singular der Plural tritt. In solchen Fällen vertritt regelmässig das Demonstrativpronomen ein bestimmtes Subject, welches entweder in vorausgegangenen Urtheilen bezeichnet oder von dem Urtheilenden hinzugedacht wird.

Wir lassen vorzugsweise das Subject dann unbestimmt, wenn das zugehörige Prädicat ein Verbalbegriff ist, der eine vorübergehende oder wechselnde Erscheinung bezeichnet. Dies ist begreiflich genug: der wechselnde Vorgang zieht die Aufmerksamkeit auf sich, während sich doch das handelnde Subject der Beobachtung gänzlich entziehen kann. Eine dauernde Eigenschaft werden wir dagegen kaum denken, ohne sie an einen bestimmten Gegenstand zu binden, und ein Gegenstandsbegriff wird als Prädicat ebenfalls nur einem Subject beigelegt werden, das zuvor schon als Gegenstand gedacht ist. Nicht alle unpersönlichen Sätze sind daher unbestimmte Urtheile, sondern häufig versteckt sich hinter dem scheinbar unbestimmten Demonstrativpronomen eine bestimmte Vorstellung. Nicht in demselben Sinne, in welchem wir urtheilen »es blitzt«, »es regnet«, »es wurde geschossen«, sagen wir: »es ist roth«, »es ist Johann« oder »es war eine gute Handlung«. Das »es« steht hier nicht mehr in völlig unbestimmter Bedeutung, sondern es weist auf eine bestimmte Vorstellung hin, welche aber im Prädicat erst näher bezeichnet werden soll. Dies fühlt auch die Sprache, die es in solchen Fällen angemessener findet, an die Stelle des unbestimmten »es« das bestimmter hinweisende Demonstrativpronomen »dies« zu setzen, welches, eben wegen seiner bestimmteren Bedeutung, für die wirklich unbestimmten Urtheile seltener Anwendung findet. Es wird

hier höchstens dann gebraucht, wenn auf die Beschaffenheit der Prädicatvorstellung sehr energisch hingewiesen werden soll.

Indem man die Thatsache, dass das unbestimmte Urtheil im Prädicat einen Verbalbegriff fordert, mit der aus der Entwicklungsgeschichte der Sprache erschlossenen Voraussetzung zusammennahm, dass die ursprünglichen Begriffe überhaupt Verbalbegriffe gewesen seien, die dann erst allmälig zur Bezeichnung von Gegenständen und Eigenschaften verwendet wurden, lag es nahe in dem unbestimmten Urtheil gewissermassen die embryonale Form alles Urtheilens zu sehen *). Doch, selbst wenn wir die Richtigkeit jener Vordersätze zugeben, so folgt aus ihnen nicht das Behauptete. Man übersieht, dass es zahlreiche Urtheile giebt, deren Subjecte nicht bestimmt bezeichnet sind, ohne desshalb im logischen Sinne unbestimmt zu sein. Hierher gehören nicht nur alle jene unpersönlichen Sätze, in denen gleichwohl das Demonstrativpronomen auf eine bestimmte Vorstellung hinweist, sondern vor allem alle jene Urtheile, in die persönliche und hinweisende Pronomina von nicht neutraler Natur als Subjecte eingehen. Das ich und du, das er und sie, sowie die Pluralformen dieser Pronomina, gehören zu den bestimmtesten Subjecten unseres Denkens. Höchstens kann man also vermuthen, dass in unsern ursprünglichen Urtheilen die Prädicate verbaler, die Subjecte pronominaler Natur gewesen seien. In der That wird nun diese letztere Annahme durch die Analyse der Sprache wahrscheinlich gemacht, da nach ihr alle inhaltreicheren Sprachwurzeln eine ursprünglich verbale Bedeutung besitzen, während neben ihnen nur die Pronominalwurzeln vom gleichen Alter zu sein scheinen **).

b. Das Einzelurtheil.

Alle diejenigen Urtheile, in denen das Subject ein bestimmter einzelner Begriff ist, bezeichnen wir als Einzelurtheile. Vermöge der Entwicklung der Urtheilsfunction sind aber hier zwei Fälle möglich. Das Subject kann erstens ein primärer Gegenstandsbegriff sein: dann entsteht das concrete Einzelurtheil, welches zu seinem Subject einen einzelnen Gegenstand der äussern oder innern Erfahrung hat. Urtheile wie »ich gehe spazieren«, »dieser Tisch ist rund«, »Karl der Grosse starb im Jahr 814« sind demnach zu den concreten Einzelurtheilen zu rechnen. Das Subject kann aber auch zweitens ein secundärer Gegenstandsbegriff sein, der erst aus der kategorialen Umwandlung einer andern Begriffsform hervorgegangen ist und weiterhin eine Bedeutungsentwicklung erfahren haben kann, die ihn mehr oder weniger weit von der concreten Vorstellung entfernt: so entsteht das abstracte Einzelurtheil, dessen Subject ein einzelner mehr oder weniger

*) Trendelenburg, logische Untersuchungen, 2. Aufl. II. S. 213.

**) Vergl. E. Windisch, Untersuchungen über den Ursprung des Relativpronomens, in Curtius' Studien, II. S. 402.

abstracter Gegenstandsbegriff ist. Hierher gehören Urtheile wie »der Kampf beginnt«, »die Gabe ehrt den Geber«, »die Tugend macht glücklich«, »die Causalität ist das allgemeinste Naturgesetz« u. dergl. Meistens rechnet man nur die erste dieser Formen, wo also das Subject in einer einzelnen Vorstellung verkörpert gedacht werden kann, zu den Einzelurtheilen. Aber logisch ist zwischen der ersten und zweiten Form kein Unterschied. Auch bei dieser ist das Subject ein einzelner Gegenstand des Denkens. Genetisch waltet allerdings der bedeutende Unterschied ob, dass ein ursprüngliches Denken nur concrete Einzelurtheile kennt, da die abstracten selbstverständlich erst mit der an die kategorialen Umwandlungen sich anschliessenden Entwicklung der abstracten Begriffe möglich werden.

c. Das Mehrheitsurtheil.

Die Mehrheitsurtheile unterscheiden sich von den Einzelurtheilen dadurch, dass sie zum Subject entweder eine Mehrheit einzelner Begriffe oder den Begriff einer Mehrheit einzelner Gegenstände des Denkens haben. Aus dieser Definition geht schon hervor, dass auch hier wieder zwei Fälle zu unterscheiden sind, nämlich erstens Urtheile mit mehreren Subjecten und zweitens Urtheile mit einem Mehrheitssubject*). Im ersten Fall sind die Begriffe, welche das Subject bilden, von einander verschieden und können daher auch nicht unter einen gemeinsamen Ausdruck gebracht werden. Diese Urtheile haben daher die allgemeine Form: S_1 und S_2 und S_3 u. s. w. sind P, z. B.: »die Moose, Flechten und Algen gehören zu den blattlosen Kryptogamen«, »Präpositionen, Conjunctionen und Adverbien erfahren keine Flexion« u. dergl. Solche Urtheile mit mehreren Subjecten bezeichnen entweder eine zum Zweck der Abkürzung des Denkens für mehrere verwandte Begriffe gleichzeitig vollzogene Verbindung mit einem für sie alle gültigen Prädicate, oder sie bilden die Vorbereitung zu einer inductiven Generalisation. So benützt man das Urtheil, dass gewisse Wörter keine Flexion erfahren, um eine grammatische Kategorie, die der Partikeln, aus ihnen zu bilden. Die Gliederung des Subjectbegriffs ist in allen diesen Fällen keine logische, sondern durch associative Verbindung mehrerer Begriffe entstanden. Die Zahl der Glieder ist daher auch eine völlig unbestimmte. Der Charakter dieser Verbindung schliesst aber nicht aus, dass nicht logische Motive bei ihr mitgewirkt haben können. Solche pflegen in der That gerade bei den inductiven Generalisationen regelmässig der Association vorauszugehen. Die logische Zerlegung der einzelnen Begriffe liefert die Merkmale, nach denen dieselben sodann durch Association verknüpft werden.

*) Auch Sigwart hat diese beiden Formen als plurale Urtheile behandelt und die erste als copulatives, die zweite als plurales Urtheil im engeren Sinne unterschieden. (Logik I. S. 166.)

Die zweite Form der Mehrheitsurtheile, das Urtheil mit einem pluralen Subject, entsteht aus der ersten, wenn die mehreren Subjecte S_1, S_2, S_3 u. s. w. als identisch erkannt werden. Das mehrfache S wird dann als solches entweder durch einen bestimmten Zahlenausdruck oder durch ein unbestimmtes Mehrheitsattribut, einige, mehrere, viele, von dem einfachen Subjecte S unterschieden. So lange es sich um reine Subjectsformen des Urtheils handelt, dürfen aber die unbestimmten Mehrheitsattribute nicht in dem Sinne verstanden werden, als ob in ihnen irgend etwas über das Verhältniss zwischen Subject und Prädicat ausgesagt sei. Der sprachliche Ausdruck lässt dies zweifelhaft. Das Urtheil »einige S sind P« kann bedeuten, dass mindestens einigen S das Prädicat P zukomme und es dahingestellt bleibe, ob das nämliche noch mit andern, ja vielleicht mit allen S der Fall sei; in diesem Sinne handelt es sich um eine blosse Subjectsform des Urtheils. Der Ausdruck kann aber auch meinen, dass nur einigen S das Prädicat P, andern S aber dasselbe nicht zukomme: dann bezeichnet er zugleich eine Relationsform, und zwar speciell das Verhältniss der Interferenz oder Kreuzung des Subject- und Prädicatbegriffs. In der That schwankt nun auch die Auffassung der Logiker zwischen diesen beiden Deutungen, wenn auch die Mehrzahl, gemäss dem Streben alles Urtheilen als ein vollständiges oder unvollständiges Subsumiren anzusehen, das Urtheil »einige S sind P« als Relationsform anzusehen pflegt. Wir werden aber nothwendig beide Bedeutungen von einander scheiden müssen, da jede ihre Berechtigung hat und eine bestimmte logische Function erfüllt. Es sei also die reine Subjectsform oder das Urtheil mit einem pluralen Subject ausgedrückt durch: »mindestens einige S sind P«, die Relationsform aber oder das Kreuzungsurtheil, auf das wir unten zurückkommen werden, durch: »nur einige S sind P«.

Das Urtheil mit einem pluralen Subjecte oder das plurale Urtheil hat nun, ähnlich wie meistens das Urtheil mit mehreren Subjecten, die Function eine inductive Generalisation vorzubereiten. Sobald wir finden, dass einem Gegenstande S in mehreren Fällen ein Prädicat P zukommt, entsteht die Frage, ob ihm dieses Prädicat nicht in allen Fällen zukomme, oder welche Umstände vorhanden sein müssen, um ihm dasselbe zu sichern. Unser Denken strebt daher, das Urtheil »mindestens einige S sind P« in dieser rein pluralen Form nicht bestehen zu lassen, sondern die Entscheidung zwischen den zwei möglichen Fällen, die hier offen bleiben, zu treffen, indem es entweder die angefangene Generalisation widerstandslos vollendet und so zu dem allgemeinen Urtheil gelangt: »alle S sind P«, oder indem es diese Generalisation als eine nicht völlig vollziehbare zurückweist in dem particularen Urtheil: »nur einige S sind P«. Wie das letztere, so gehört aber auch das allgemeine Urtheil niemals zu den blossen Subjectsformen, sondern es ist ein Relationsurtheil, welches das Verhältniss der vollständigen Unterordnung des Subjects unter das Prädicat bezeichnet. Das plurale Urtheil steht somit genetisch zwischen diesen beiden Relations-

formen in der Mitte, indem es fortwährend in eine derselben überzugehen strebt, logisch aber gehört es selbst gerade darum nicht zu den Relationsformen, weil es völlig unentschieden lässt, welche der beiden möglichen Relationen, ob die vollständige oder die theilweise Subsumtion, vollziehbar sei.

Besteht hiernach eine wichtige Function der beiden Formen der Mehrheitsurtheile in der Vorbereitung einer Generalisation, so bezeichnet aber zugleich jede dieser Formen wieder eine andere Richtung derselben. Indem sich bei dem pluralen Urtheil die Generalisation an einem einzigen, aber in der Mehrzahl gegebenen Denkobjecte vollzieht, handelt es sich bei ihm lediglich darum, Data zu sammeln, welche die Frage, ob die Relation zu dem gegebenen Prädicatbegriff eine constante sei oder nicht, schliesslich entscheiden sollen. Am deutlichsten tritt diese Sammlung einzelner Data dann hervor, wenn zu dem Object nicht ein unbestimmtes Mehrheitsattribut, sondern ein bestimmter Zahlausdruck hinzutritt. Wo das plurale Urtheil in der Wirklichkeit zum Zweck des Ausdrucks theilweiser Generalisation angewandt wird, da sind solche Zahlbestimmungen ein nützliches Hülfsmittel, um ermessen zu lassen, wie weit die Sammlung von Thatsachen, die zur Generalisation führen soll, fortgeschritten ist. So soll denn auch der unbestimmte Ausdruck »mindestens einige S sind P« nur der gemeinschaftliche Repräsentant für alle jene bestimmteren Fälle pluraler Urtheile sein, die, wenn die Generalisation als eine zureichend vollständige angesehen werden kann, sämmtlich in dem generellen Urtheil: »alle S sind P« endigen. Wann aber dieses als vollziehbar gelten soll, dies zu entscheiden hängt von erkenntnisstheoretischen Bedingungen ab, auf die wir erst später eingehen können. Anders beschaffen ist der Entwicklungsgang des Urtheils mit mehreren Subjecten. Die Generalisation, zu deren Vorbereitung es dienen kann, ist hier vermöge der Verschiedenheit der zusammengefassten Subjecte immer so beschaffen, dass das Prädicat als ein Gattungsbegriff hingestellt wird, welcher die einzelnen Subjecte als seine Arten umfasst. Die Generalisation, zu deren Vorbereitung diese Urtheilsform dient, besteht also speciell in der Bildung allgemeiner Gattungs- oder Classenbegriffe. So bilden wir aus den Moosen, Flechten, Algen, Pilzen die botanische Classe der blattlosen Kryptogamen, so aus den Adverbien, Präpositionen und Conjunctionen vermöge der an ihnen allen vorgefundenen Unfähigkeit der Flexion die grammatische Classe der Partikeln. Indem das Urtheil mit mehreren Subjecten in dieser Weise auf einen allgemeinen Gattungs- oder Classenbegriff zusteuert, bildet es zugleich die Vorbereitung zu einer Classification. Die Subjecte des Mehrheitsurtheils sind Untergattungen der allgemeinen Gattung, die im Prädicatbegriff bezeichnet wird. Aber an und für sich will auch hier das Mehrheitsurtheil, so lange es blosse Subjectsform bleibt, über das Verhältniss des Subjects zum Prädicat nichts bestimmtes aussagen. Diese Unbestimmtheit findet darin ihren Ausdruck, dass wir dem Urtheil die Form geben: »S_1, S_2 und S_3 gehören zu P«, wobei der Aus-

druck der Zugehörigkeit unentschieden lässt, ob es noch weitere Glieder giebt, die zur Classe P gerechnet werden müssen. Sind wir sicher, wirklich alle Glieder der Classe P aufgezählt zu haben, so geht auch hier das Urtheil in ein Relationsurtheil über. Das letztere ist aber in diesem Fall nicht bloss ein allgemeines Subsumtionsurtheil, sondern es enthält neben der Subsumtion zugleich eine Coordination der untergeordneten Begriffe. Solchen Urtheilen kann man nicht mehr die Form geben: »S_1, S_2, S_3 u. s. w. gehören zu P«, da diese Form unbestimmt lässt, ob auch wirklich alle Glieder des allgemeinen Gattungsbegriffs P aufgezählt sind. Man tauscht daher die Stellen von Subject und Prädicat und gewinnt so die Form des eintheilenden oder disjunctiven Urtheils: »S zerfällt in P_1, P_2, P_3 u. s. w.« Das disjunctive gehört aber, gleich dem generellen, zu den unten zu besprechenden Relationsformen der Urtheile.

Wenn so die Mehrheitsurtheile in vielen Fällen nur die Vorbereitung zu bestimmten Relationsformen bilden, so ist dies aber keineswegs immer zutreffend, sondern nur dann, wenn von vornherein schon in dem Mehrheitsurtheil eine bestimmte Relationsform als eine möglicher Weise vollziehbare in Aussicht genommen ist. Nur desshalb können in der That diese vorbereitenden Mehrheitsurtheile den reinen Subjectsformen der Urtheile zugerechnet werden, weil bei ihnen die Art der Relation noch unbestimmt bleibt, so dass sich das Urtheil darauf beschränkt, lediglich einer gewissen Zahl von Subjecten ein Prädicat zuzuerkennen, davon absehend, welches die allgemeine Relation sei, die zwischen Subject und Prädicat festgestellt werden kann. Daneben existiren aber andere Mehrheitsurtheile, bei denen von vornherein gar nicht die Absicht existirt, durch die Erstreckung des Urtheils über eine Vielzahl von Subjecten ein allgemeines Relationsurtheil vorzubereiten. Solche Absicht ist vor allem immer dann ausgeschlossen, wenn das Urtheil eine einmalige, zu einer bestimmten Zeit geschehene oder geschehende Thatsache berichtet, bei der schon wegen der Beziehung auf ein bestimmtes, vereinzeltes Ereigniss an eine allgemeingültige Relation zwischen Subject- und Prädicatbegriff gar nicht zu denken ist. In allen erzählenden Urtheilen ist also die Mehrheit blosse Subjectsform. In solchen Urtheilen wie »Octavian, Antonius und Lepidus theilten sich in die Herrschaft« oder »drei Reiter ritten zum Thore hinaus« wird weder an eine Eintheilung unter einen übergeordneten Begriff noch an eine Subsumtion gedacht, sondern es soll einfach von mehreren Subjecten eine Thatsache prädicirt werden. Anders verhält es sich schon in denjenigen Fällen, in denen das mehreren Subjecten beigelegte Prädicat ein Eigenschaftsbegriff ist, also bei den beschreibenden Urtheilen. Hier kann unter geeigneten Umständen das gemeinsame Merkmal dazu dienen, einen allgemeinen Gattungsbegriff zu bilden, unter den die Subjecte entweder generell oder in coordinirter Form geordnet werden; namentlich ist dies dann der Fall, wenn das Prädicat mehrere Eigenschaften als gemeinsame aufzählt. Aber ehe solch' ein beschreibendes Mehrheitsurtheil in ein wirkliches Relations-

urtheil übergeht, sei es in eine generelle Unterordnung, sei es in eine Eintheilung, muss stets das Prädicat in einen Gegenstandsbegriff umgewandelt, oder es muss an die Stelle der prädicirten Eigenschaft ein allgemeiner Gegenstandsbegriff gesetzt werden: Subject und Prädicat müssen also auf gleiche Kategorie gebracht sein. Daraus ist zu ersehen, dass von vornherein diejenigen Mehrheitsurtheile am meisten dem Uebergang in Relationsurtheile zustreben, bei denen schon ursprünglich das Prädicat in einem Gegenstandsbegriffe besteht. Dies sind jene Urtheile, welche wir unten als erklärende kennen lernen werden. So sind demnach diese Verhältnisse unmittelbar an Eigenthümlichkeiten der Urtheile gebunden, welche auf der verschiedenen Beschaffenheit des Prädicats beruhen.

2. Die Prädicatsformen des Urtheils.

Während das Subject des Urtheils stets ein ursprünglicher oder durch kategoriale Verwandlung entstandener Gegenstandsbegriff ist, kann das Prädicat jeder der drei Kategorieen angehören. Hiernach lassen sich drei Prädicatsformen des Urtheils unterscheiden, welche zugleich die drei allgemeinsten Richtungen der Urtheilsfunction bezeichnen. Ist das Prädicat ein Zustandsbegriff, so entsteht das erzählende Urtheil; ist es ein Eigenschaftsbegriff, so entsteht das beschreibende Urtheil; ist es endlich ein Gegenstandsbegriff, so kommt es zum erklärenden Urtheil. Alles was in dem Prädicat überhaupt ausgedrückt werden kann, lässt sich auf eine dieser Hauptfunctionen, Erzählung, Beschreibung oder Erklärung, zurückführen.

a. Das erzählende Urtheil.

Das erzählende Urtheil enthält in seinem Prädicat eine Aussage über ein Ereigniss, einen Zustand, oder über eine Reihe von Ereignissen, die als vorübergegangen, gegenwärtig oder zukünftig, oder auch als dauernd, eintretend oder vollendet vorgestellt werden. Das Subject, auf welches das erzählende Prädicat bezogen wird, kann ein unbestimmter oder bestimmter Gegenstand oder eine Mehrheit von Gegenständen sein. Das Prädicat des erzählenden Urtheils ist stets eine Verbalform mit bestimmter Zeitbeziehung, oder es besteht, wenn mehrere Ereignisse von einem und demselben Subject erzählt werden, aus mehreren entweder unmittelbar oder durch die Conjunction »und« verbundenen Verbalformen. Es lässt sich aber ein in dieser Weise aus mehreren Prädicaten bestehendes Urtheil stets als eine associative Verbindung mehrerer Urtheile mit gemeinsamem Subjecte betrachten. Das Urtheil »Cäsar gieng über den Rubico und rückte gegen Rom vor« ist eine associative Verbindung der beiden Urtheile »Cäsar gieng über den Rubico«, »Cäsar rückte gegen Rom vor«. Die Conjunction »und«, als Ausdruck der associativen Verbindung, hat in dem erzählenden Urtheil einen

zweideutigen Sinn: sie kann Gleichzeitigkeit oder Aufeinanderfolge bezeichnen, den beiden Formen der mittelbaren Association entsprechend. Bedeutet sie Gleichzeitigkeit, so gilt als Regel, dass das wichtigere Ereigniss voransteht; bedeutet sie Aufeinanderfolge, so hat selbstverständlich das frühere Ereigniss den Vortritt, denn die Erzählung reproducirt im allgemeinen in ihrer eigenen Aufeinanderfolge die Aufeinanderfolge der erzählten Begebenheiten. Soll die in der blossen Aneinanderreihung gelegene Zweideutigkeit vermieden werden, so wird entweder dem betreffenden Gliede eine adverbiale Zeitbestimmung, wie dann, nachher u. dergl., beigefügt oder das Urtheil in ein zusammengesetztes mit Vorder- und Nachsatz aufgelöst, wobei Conjunctionen, wie »nachdem, als, worauf, während«, und nöthigenfalls Tempusunterschiede des Verbums zur näheren Bezeichnung dienen.

Nie hat sich bei diesen Urtheilen die Copula aus dem verbalen Prädicate abgesondert. Schon oben wurde bemerkt, dass Urtheile mit unbestimmtem Subject, wie »es blitzt«, »es regnet« u. dergl., immer erzählender Art sind. Die einfachen mit einem Personalpronomen verbundenen Verbalformen des Indicativs sind an und für sich erzählende Urtheile, im Singular mit einem einzelnen, im Plural mit einem pluralen Subjecte.

Ein wesentliches Kriterium des erzählenden Urtheils ist die Zeitbestimmung des Prädicates. Sie kann nach der treffenden Unterscheidung von G. Curtius in einer doppelten Form vorkommen: als Bestimmung der Zeitstufe, indem der erzählte Vorgang in die Gegenwart, in die Vergangenheit oder in die Zukunft verlegt wird, und als Bestimmung der Zeitart, indem der Vorgang als ein dauernder, als ein eintretender oder als ein vollendeter dargestellt wird*). Unsere neueren Sprachen drücken im allgemeinen in der Verbalform selbst nur die Zeitstufe aus und lassen entweder die Zeitart unbestimmt oder deuten sie durch adverbiale Zusätze an. Es entspricht dies offenbar einer Denkweise, welche auf den Zeitmoment, in welchem sich ein Ereigniss vollzieht, vor allem Werth legt und daher in der Verbalform selbst nur hierauf, nicht aber auf die Dauer des Ereignisses Rücksicht nimmt. Es giebt aber noch eine entgegengesetzte Denkweise — und sie wird beispielsweise durch die semitischen Sprachen vertreten — bei der vor allem feste Ausdrucksformen für die Dauer der Handlung geschaffen werden. Auch ältere Schwestersprachen des Deutschen, wie das Griechische und Sanskrit, berücksichtigen wenigstens in gewissem Maasse neben der Zeitstufe die Zeitart, und es ist daher die Vermuthung nicht ungerechtfertigt, dass unser neueres Zeitbewusstsein, welches beim Erzählen einer Handlung vor allem Gewicht legt auf die Zeit, zu welcher sie geschehen ist, allmälig sich aus einer älteren Form desselben hervorentwickelt hat, welches die Hauptunterschiede des Geschehens darin sah, ob eine Handlung vollendet ist, ob sie noch andauert oder erst eintritt.

*) Curtius, Erläuterungen zu seiner griechischen Schulgrammatik. 3. Aufl. S. 179. Prag 1875.

Eine derartige Umwandlung des Zeitbewusstseins, welche auch auf die Beschaffenheit des erzählenden Urtheils Einfluss hat, ist psychologisch wohl verständlich. Wie der veränderliche Zustand früher das Bewusstsein fesselt als die dauernde Eigenschaft und daher überhaupt das erzählende Urtheil zweifellos die älteste Urtheilsform ist, so richtet sich hinwiederum auf die zeitliche Beschaffenheit des erzählten Ereignisses früher die Aufmerksamkeit als auf den Zeitpunkt, zu welchem es geschehen ist. Der Naturmensch, ohnehin wenig haushälterisch mit seiner Zeit, beachtet kaum, ob zwischen dem Vorgang und seiner Erzählung eine kürzere oder längere Zeit liegt; die Phantasie macht dem Erzähler Vergangenheit und Zukunft zur Gegenwart. Aus der Beobachtung des objectiven Geschehens entwickelt sich allmälig erst jenes subjective Zeitmaass, das alle Ereignisse nach der Entfernung misst, in denen sie sich von dem momentanen Zeitbewusstsein des Erzählers befinden. So ist jene Unterscheidung nach den drei Zeiten der Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft, die gegenwärtig alle unsere erzählenden Urtheile beherrscht, erst das Erzeugniss eines abstracteren Zeitbewusstseins, für welches die Zeitvorstellung nicht mehr völlig mit dem concreten Geschehen verschmilzt, sondern welches eine unabhängig gedachte Zeitanschauung gleichsam von aussen an die Ereignisse heranbringt, um diesen nun ihre Stelle in einer solchen abstracten Zeit anzuweisen.

Auch das Subject des erzählenden Urtheils erfährt mit dem abstracter werdenden Denken Veränderungen, indem an Stelle der ursprünglichen Gegenstandsbegriffe andere eintreten, die erst durch kategoriale Verwandlung entstanden sind. So bilden sich Urtheile, die zwar noch die erzählende Form besitzen, aber vielfach, insofern sie in der Präsensform des Verbums nicht ein gegenwärtiges Ereigniss, sondern eine allgemein gültige Beziehung aussprechen, in ihrer Function den Urtheilen der dritten Prädicatsform, den erklärenden, sich nähern: so z. B. Urtheile wie »die Tugend beglückt«, »das Gute wird belohnt«, »das Verbrechen findet seine Strafe«, »Gleiches zu Gleichem giebt Gleiches« u. dergl. Man kann solche Urtheile als eine Uebergangsform von den erzählenden zu den erklärenden ansehen: sie erzählen ein Ereigniss, das stets mit dem Vorhandensein des Subjectbegriffs verbunden ist und auf diese Weise eine allgemeingültige Bestimmung desselben abgiebt. Wo es sprachliche Gewohnheiten erlauben, da gestatten daher diese Urtheile ohne Aenderung des Sinnes die Aussonderung der Copula, womit dann das Prädicat in einen Gegenstandsbegriff und das ganze Urtheil vollständig in ein erklärendes übergeht. So würden wir z. B. ohne Veränderung des Sinnes sagen können: »die Tugend ist ein beglückender Seelenzustand«, »die Summe von Gleichem und Gleichem ist Gleiches« u. s. w.

b. Das beschreibende Urtheil.

Das beschreibende Urtheil legt einem oder mehreren Gegenständen eine Eigenschaft oder eine Mehrheit von Eigenschaften bei. Das Subject ist stets ein bestimmter Gegenstand oder eine Anzahl bestimmter Gegenstände, wenn es auch nur durch ein hinweisendes Fürwort bezeichnet sein sollte. Das Prädicat ist eine Eigenschaft oder eine Mehrheit von Eigenschaften. Wie für das Prädicat des erzählenden Urtheils das Verbum, so ist daher für dasjenige des beschreibenden das Adjectivum die charakteristische grammatische Form. Wenn eine Mehrheit von Eigenschaften einem Subject zugeschrieben werden soll, so bilden die entsprechenden Adjective einfach an einander gereiht oder durch die Conjunction »und« verbunden das Prädicat. Auch hier sind solche zusammengesetzte Urtheile associative Verbindungen, die sich in ebenso viele einfache Urtheile auflösen lassen, als das Prädicat Glieder enthält. Die Reihenfolge, in welcher diese an einander gereiht werden, ist hier eine weniger fest bestimmte als beim erzählenden Urtheil, weil bloss die räumliche Association die Quelle der Verbindung ist; im allgemeinen gilt die Regel, dass die wichtigere Eigenschaft der unwichtigeren voransteht; welche aber die wichtigere Eigenschaft sei, ob bloss die sinnenfälligere oder diejenige, die für den Gesammtbegriff des Gegenstands entscheidender ist, dies hängt von dem Standpunkte ab, auf welchem das beschreibende Urtheil steht und von dem Zweck, welchen es hat. Regelmässig ist in dem beschreibenden Urtheil das verbum substantivum »sein« in seinen verschiedenen Temporalformen als der einzige verbale Bestandtheil des Prädicats übrig geblieben. Nicht in allen beschreibenden Urtheilen ist aber eine eigentliche Copula zu finden. Selbst die Präsensform »ist« kann in ihnen zuweilen noch eine zeitliche Beziehung enthalten, indem die Eigenschaft nur als eine gegenwärtig dem Gegenstande zukommende aufgefasst wird, so z. B. meistens in Urtheilen wie »er ist müde«, »er ist bereit etwas zu thun« u. dergl. Freilich hat man hier durchgängig Urtheile vor sich, die nur scheinbar beschreibender Art sind. Wenn die Eigenschaft als eine nur gegenwärtig vorhandene und also vorübergehende gedacht wird, so ist sie eben ein Zustand, daher auch in solchen Fällen immer dem Prädicat eine verbale Form gegeben werden kann, wie z. B. »er ist ermüdet«, »er hat sich bereit erklärt«, wodurch dann von selbst das Urtheil zu einem erzählenden wird. Wenn wir einem gegenwärtigen Object eine Eigenschaft zuschreiben, so pflegen wir nicht daran zu denken, ob diese Eigenschaft eine bleibende sei oder nicht, und der Ausdruck wird daher hier kein anderer als dort, wo wir die Eigenschaft als eine solche bezeichnen wollen, die in allgemeingültiger Weise dem Gegenstand zugehört. Hat das beschreibende Urtheil die Form »A ist B«, so kann daher dieses »ist« stets als die wirkliche Copula angesehen werden. Wir können aber einem Gegenstand auch eine Eigenschaft zuschreiben, wenn entweder er selbst nicht in der Gegenwart existirt, oder wenn die

Eigenschaft als eine vorübergegangene oder zukünftige dargestellt werden soll. In diesen Fällen haben wir es mit einem gemischten Urtheil zu thun, das beschreibend und erzählend zugleich ist: beschreibend, insofern es einem Gegenstand eine Eigenschaft beilegt, und erzählend, insofern es damit eine zeitliche Bestimmung verbindet. So sind Urtheile wie »der Himmel ist blau«, »diese Farbe ist roth«, »der Tisch ist lang« beschreibend; die Urtheile »der Himmel war blau«, »diese Farbe war roth«, »der Tisch wird lang sein« sind beschreibend und erzählend zugleich.

Rechnen wir Urtheile, die den Zweck der Beschreibung und Erzählung verbinden, nicht den beschreibenden Urtheilen im eigentlichen Sinne zu, so bleiben als solche nur diejenigen übrig, die einem Gegenstand eine Eigenschaft ohne Rücksicht auf zeitliche Bedingungen beilegen. Daher dient denn auch das beschreibende Urtheil vorzugsweise dazu, um von einem Gegenstand solche Eigenschaften auszusagen, die ihm in allgemeingültiger Weise zukommen, und in dieser Verwendung ist es z. B. die wissenschaftliche Ausdrucksform der beschreibenden Definition.

Wie das erzählende Urtheil, so bezieht sich auch das beschreibende vorzugsweise auf wirkliche Gegenstände der Anschauung. Es kann dann aber auch übergehen auf Objectbegriffe des abstracten Denkens, um von diesen in allgemeingültiger Weise Eigenschaften auszusagen: immer sind hier zugleich die Eigenschaftsbegriffe selbst von abstracterer Natur, so z. B. in den Urtheilen: »Strafen sind nützlich«, »aller Anfang ist schwer«, »Gründe sind wohlfeil«. Indem aber das beschreibende Urtheil so seiner ursprünglichen Function entfremdet wird, nähert es sich in seiner Bedeutung ebenfalls, wie dies schon bei dem erzählenden der Fall war, einem erklärenden Urtheil. Aussagen wie die obigen haben zwar die Form der Beschreibung, in Wahrheit aber enthält der Prädicatbegriff gar keine eigentliche Eigenschaft des Subjects, da von solchen abstracten Subjectbegriffen Eigenschaften, an denen sie etwa wiederzuerkennen wären, gar nicht aufgezeigt werden können. Wie von einem abstracten Begriff nichts erzählt werden kann, so kann er auch nicht beschrieben werden. Die einzige Function, die ihm gegenüber das Urtheil noch erfüllen kann, ist die, dass es eine Erklärung entweder von ihm giebt oder über ihn, bez. über sein Verhältniss zu andern Begriffen, abgiebt. Für ein erklärendes Urtheil ist nun, wie wir sogleich sehen werden, die normale Form eine solche, dass Subject und Prädicat beide zu den Gegenstandsbegriffen gehören. So wird denn auch der logische Sinn solcher Eigenschaftsurtheile wie der obigen besser getroffen, wenn man zu dem Eigenschaftsprädicat einen Gegenstandsbegriff ergänzt denkt: »Strafen sind nützliche Einrichtungen«, »aller Anfang ist ein schweres Unternehmen«, »Gründe sind wohlfeile Auskunftsmittel«. In Wahrheit denken wir uns bei jenen Urtheilen an und für sich schon in unbestimmterer Weise einen derartigen Begriff hinzu; wir denken sie also gar nicht als beschreibende, sondern von vornherein als erklärende Urtheile.

Auch in denjenigen Fällen, in denen die beschreibenden Urtheile

sich auf wirkliche Gegenstände der Anschauung beziehen und also die ursprüngliche Function der Beschreibung bewahrt haben, sind sie immer leichter, als es bei den erzählenden Urtheilen der Fall ist, in die erklärende Form überzuführen. Auch hier erfährt freilich der Sinn des Urtheils eine Verschiebung: die Beschreibung verwandelt sich eben in eine Erklärung über das Verhältniss des Gegenstandes zu einem andern als bekannt vorausgesetzten, zu dem er Beziehungen darbietet; immerhin ist diese Veränderung im vorliegenden Fall eine minder gewaltsame als bei dem erzählenden Urtheil. Das Mittel der Umwandlung besteht aber wiederum darin, dass das Prädicat in einen Gegenstandsbegriff übergeführt oder zu einem Gegenstandsbegriff ergänzt wird. So verwandeln sich die beschreibenden Urtheile »der Wasserstoff ist elektropositiv«, »der Diamant ist stark lichtbrechend« in die erklärenden: »der Wasserstoff ist ein elektropositives Element«, »der Diamant ist ein stark lichtbrechender Krystall«. Auf diese Weise bildet die dritte Prädicatsform der Urtheile, zu der wir nunmehr übergehen, die allgemeinste; die andern können nöthigenfalls sämmtlich in sie übergeführt werden. Die beschreibenden Urtheile nehmen aber genetisch zwischen der primitivsten Form, der erzählenden, und der logisch entwickeltsten, der erklärenden, eine mittlere Stelle ein, denn die Unterscheidung bleibender Eigenschaften an Gegenständen setzt eine dauerndere Beschäftigung der Aufmerksamkeit voraus als die Auffassung der momentanen Veränderung oder des augenblicklichen Zustandes; anderseits weist sie auf eine minder verwickelte logische Reflexion hin, als sie einer Erklärung über das Verhältniss eines gegebenen Gegenstandes zu andern vorausgehen muss.

c. Das erklärende Urtheil.

Wir nennen ein Urtheil ein erklärendes, wenn es irgend einen Gegenstand oder eine Mehrheit von Gegenständen des Denkens auf andere bereits bekannte Gegenstandsbegriffe zurückführt. Das erklärende Urtheil unterscheidet sich daher von den beiden vorangegangenen Formen dadurch, dass in ihm Subject und Prädicat der nämlichen Kategorie, derjenigen der Gegenstandsbegriffe, angehören. In seiner einfachsten Form enthält das erklärende Urtheil nur einen Subject- und einen Prädicatbegriff, die von einfacher oder zusammengesetzter Beschaffenheit sein können. Derartige einfachste Erklärungsurtheile wie »dies ist der König«, »jenes Buch ist ein Roman«, »Thukydides ist der grösste griechische Historiker« dienen entweder der Benennung eines als unbekannt vorausgesetzten Subjectes, oder sie zeigen den wesentlichen Inhalt des Subjectbegriffes an. Eine zusammengesetztere Beschaffenheit kann das erklärende Urtheil theils dadurch gewinnen, dass es mehrere Subjecte enthält, theils dadurch, dass das Prädicat in mehrere coordinirte oder auch von einander abhängige Begriffe zerlegt ist. Eine derartige Zerlegung des Prädicates tritt namentlich regelmässig bei denjenigen

Urtheilen ein, in denen eine erschöpfende Erklärung über den Inhalt des Subjectbegriffes versucht wird: sie bildet daher die regelmässige Form der wissenschaftlichen Definition und der Analyse eines Begriffs in die ihn constituirenden Elemente. So z. B. ist der Satz »die sociale Association ist eine freiwillige Vereinigung von Individuen, welche entweder egoistische oder allgemeine, politische, kirchliche oder humane Zwecke verfolgen kann« ein erklärendes Urtheil, welches, um den Inhalt des Subjectbegriffes auseinanderzusetzen, zahlreiche als bekannt angenommene Begriffe in das Prädicat aufnimmt. Ein in dieser Weise zusammengesetztes Urtheil lässt sich nun zwar immer in eine Mehrheit einfacher Urtheile zerlegen, und in der That setzt es ja auch immer viele gesonderte Denkacte voraus, die erst vereinigt werden mussten. Nichts desto weniger entspricht die Vereinigung aller dieser Prädicatbegriffe einem logischen Bedürfnisse, denn die Aufklärung, die wir über die Natur eines Begriffes empfangen, ist um so vollständiger, je mehr es uns gelingt, die Hauptbestimmungen desselben in einem Denkacte zusammenzufassen.

In dem erklärenden Urtheil hat die Copula in ihrer eigentlichen Bedeutung vorzugsweise ihre Stelle. Wo sie daher ursprünglich in demselben nicht vorhanden ist, da kann sie leicht nicht nur ohne Veränderung des logischen Sinnes hergestellt werden, sondern es erhält im Gegentheil hierdurch das Urtheil in höherem Grade den erklärenden Charakter, als es zuvor der Fall war. Namentlich in erklärenden Urtheilen von zusammengesetzterer Beschaffenheit kommt es nicht selten vor, dass wenigstens einige Theile des Urtheils beschreibender Art sind, andere die erzählende Form besitzen. Viele Definitionen z. B. zeigen äusserlich durchaus nicht jene reguläre Form »A ist B, C, D«, wo B, C, D eine Reihe von Gegenstandsbegriffen bedeutet, mit denen A in Relation gebracht ist. Aber immer lässt sich in diesen Fällen die Definition leicht in eine solche Form umwandeln, und eine derartige Umwandlung gewährt, auch wenn sie zuweilen den sprachlichen Ausdruck unbequem macht, stets zugleich den Vortheil, dass sie das Verhältniss der einzelnen Prädicatbegriffe zum Subjectbegriff verdeutlicht und für alle erklärenden Urtheile eine übereinstimmende Form herstellt. So haben z. B. die Sätze: »der Kalkspath ist ein vorwiegend aus kohlensaurem Kalk bestehendes Mineral, er ist farblos oder weiss, krystallisirt in Rhomboëdern und bricht das Licht doppelt« zweifellos die Bestimmung einer Erklärung. Aber nur der erste Theil, welcher die chemische Classification angiebt, verbindet Gegenstands- mit Gegenstandsbegriff durch die Copula, der zweite ist ein beschreibendes Urtheil, und die beiden letzten haben sogar die Form der Erzählung. Besonders beschreibende Urtheile werden in dieser Weise sehr häufig als Bestandtheile zusammengesetzter Erklärungen verwendet. Gleichwohl haben dieselben in dieser Verbindung eine etwas andere logische Bedeutung, als wenn sie für sich allein auftreten, und dies verräth sich darin, dass der Sinn der beschreibenden Prädicate dort nicht verändert, sondern im Gegentheil erst in das

richtige Licht gestellt wird, wenn man dem Eigenschaftswort einen ergänzenden Gegenstandsbegriff beifügt. Wenn ich statt des einfach beschreibenden Urtheils: »dieser Berg ist hoch und steil« sage: »dieser Berg ist ein hoher und steiler Berg«, so habe ich durch die Wiederholung des Gegenstandsbegriffes etwas hinzugefügt, was zwar die Richtigkeit des Urtheils nicht verändern kann, aber woran doch in der einfachen Beschreibung nicht gedacht war, denn diese beabsichtigte keineswegs den gegebenen Berg unter eine allgemeine Classe von Bergen zu subsumiren. Wenn ich dagegen in der Definition des Kalkspaths sage, er sei ein weisses oder farbloses Mineral, so entspricht das dem Zweck der Definition, die dem Kalkspath jene Eigenschaft nicht an und für sich, sondern lediglich als Unterscheidungsmerkmal von andern Mineralien zuschreiben will. Dass endlich solche Urtheile wie: »er krystallisirt in Rhomboëdern« nur desshalb eine erzählende Form besitzen, weil sie eine Eigenschaft aussagen, die als Resultat eines Vorgangs angesehen werden kann, wurde schon hervorgehoben; wir haben sie darum bereits als Zwischenformen zwischen den erzählenden und beschreibenden Urtheilen bezeichnet, bei denen aber der wirkliche Zweck die Beschreibung ist, daher ihr eigentlicher Sinn besser getroffen wird, wenn man sie geradezu mittelst Ersetzung des Verbums durch die Copula und ein Verbalnomen vollständig in die beschreibende Form überführt. Im gegenwärtigen Fall unterliegen aber ausserdem diese in erzählender Form beschreibenden Urtheile der nämlichen Bemerkung wie die beschreibenden Urtheile überhaupt: durch die Ueberführung in die erklärende Form, d. h. durch die Ergänzung eines geeigneten Gegenstandsbegriffs, wird ihre Function nicht verändert, sondern deutlicher dargestellt.

Dass übrigens auch solche Urtheile, deren Zweck nicht in einer Erklärung, sondern in einer Beschreibung oder Erzählung besteht, durch kategoriale Verwandlung des Prädicatbegriffs oder durch ergänzende Hinzufügung eines Gegenstandsbegriffs in erklärende Urtheile übergeführt werden können, wurde schon hervorgehoben. So verwandelt sich das erzählende Urtheil: »Krösus war König von Lydien« in das erklärende: »Krösus ist ein gewesener König von Lydien«, so das beschreibende: »die Wiese ist grün« in das erklärende: »die Wiese ist eine grüne Fläche,« u. dergl. Diese Fähigkeit des erklärenden Urtheils, dass es seine Form allem aufzuprägen vermag, was überhaupt Gegenstand eines Denkactes sein kann, beruht darauf, dass der Standpunkt der Erklärung wirklich der allgemeinste ist, den unser Denken den Gegenständen gegenüber einnimmt. Darum können wir ein historisches Ereigniss definiren und die Eigenschaften eines Gegenstandes zu einer erklärenden Begriffsbestimmung benützen, während wir einer Erklärung nur in den besonderen Fällen die Form der Erzählung oder Beschreibung zu geben vermögen, wo wirklich ein Geschehen oder Eigenschaften, die sich beschreiben lassen, zu Grunde liegen. Diese allgemeine Anwendbarkeit des erklärenden Urtheils darf aber nicht verführen, in demselben die allgemeingültige Form zu sehen, welche die Logik an

Stelle aller andern Urtheilsformen zu setzen habe. Unbewusst ist dies geschehen, indem man die Copula als einen allgemeinen Bestandtheil der Urtheile, und indem man jede Verknüpfung einer Eigenschaft mit einem Gegenstand als eine Subsumtion des letzteren unter einen allgemeineren Begriff ansah. Dieser allgemeinere Begriff musste dabei nothwendig wieder als Gegenstandsbegriff gedacht werden, da Gegenstände nicht Eigenschaften untergeordnet werden können. Erzählende und beschreibende Urtheile ändern ihren Sinn durch die Umwandlung in die erklärende Form: sie verwandeln sich in Erklärungen über das Geschehene und in Urtheile über das Verhältniss eines Gegenstandes zu einem allgemeineren Gegenstandsbegriff von übereinstimmender Eigenschaft. Begreiflich ist gleichwohl jene Bevorzugung, welche die Logik dem erklärenden Urtheil angedeihen liess. Ueberall, wo es sich darum handelt, das erworbene Wissen in zusammenhängenden Sätzen niederzulegen, da hat jenes Urtheil das unbeschränkte Gebiet seiner Anwendung. Sobald eine theoretische Wissenschaft insoweit zu einem Abschlusse gelangt ist, dass sie auf gewissen allgemein anerkannten Grundsätzen ihr System aufzubauen vermag, spielt daher die erklärende Urtheilsform die Hauptrolle. Aber auch hier erinnert noch häufig genug die Aufnahme solcher Bestandtheile, die in erzählender oder beschreibender Form einen bestimmten Gedankeninhalt vortragen, daran, dass die Erklärung stets auf die Beobachtung des Geschehens und der Eigenschaften der Dinge sich stützen muss. Auch die theoretische Wissenschaft bedarf der Erzählung und Beschreibung, um erklärende Sätze vorzubereiten. Selbst die Arithmetik und Geometrie erörtern die Eigenschaften der Zahlen- und Raumgebilde in beschreibenden oder, indem sie auf die Erzeugungsweise der Grössen zurückgehen, in erzählenden Urtheilen, während freilich das gewonnene Resultat nothwendig immer die Form des erklärenden Urtheils annimmt, daher die allgemeine Form, in der auf mathematischem Gebiete stets bestimmte Resultate dargestellt werden, die Gleichung, in allen Fällen die Bedeutung eines erklärenden Urtheils besitzt. Zu dem oft gegen die Logik erhobenen Vorwurf, dass sie nur geeignet sei ein fertiges Wissen darzustellen, nicht aber zu lehren, wie man Erkenntniss erlangen könne, hat in hervorragender Weise auch jenes Einzwängen aller Urtheile in die übereinstimmende Form des erklärenden Urtheils beigetragen. Immerhin bleibt dieser Form, abgesehen von der Function, welche die Erklärung an sich für unser Wissen besitzt, die grosse Bedeutung, dass sie die einzige ist, in welcher Subject und Prädicat unmittelbar vergleichbar gemacht sind und daher in Bezug auf ihr gegenseitiges Verhältniss geprüft werden können. Darum ist es die Form der erklärenden Urtheile allein, welche die ganze dritte Classe von Urtheilsformen, die Relationsformen, aus sich hervorgehen lässt.

3. Die Relationsformen des Urtheils.

Zwischen je zwei Begriffen lässt sich nur dann eine bestimmte Relation herstellen, wenn die Begriffe vergleichbar sind. Die allgemeine Bedingung ihrer Vergleichbarkeit besteht aber darin, dass sie der nämlichen Kategorie angehören. Nun ist das Subject eines Urtheils stets ein unmittelbarer oder durch kategoriale Verwandlung entstandener Gegenstandsbegriff; folglich muss auch das Prädicat der Relationsurtheile ein Gegenstandsbegriff sein. Wo es dies nicht an und für sich schon ist, da wird daher erst durch die entsprechende Umwandlung des Prädicatbegriffs das Urtheil in ein Relationsurtheil übergeführt. Da eine solche Umwandlung bei allen Begriffen geschehen kann, so können nöthigenfalls alle Urtheile in Relationsurtheile übergehen, wobei dann das erzählende oder beschreibende in ein erklärendes Urtheil übergeht. Die prädicirende Function besitzt daher in den Relationsurtheilen stets die Copula.

So viel Verhältnisse zwischen je zwei mit einander verglichenen Begriffen möglich sind, so viele Relationsformen der Urtheile lassen sich unterscheiden. Die einzelnen Urtheilsformen können darum hier unmittelbar aus den im vorigen Abschnitt (S. 113 f.) entwickelten Begriffsverhältnissen gewonnen werden. Demgemäss unterscheiden wir vier bestimmte und zwei unbestimmte Arten dieser Urtheile; als bestimmte Arten: 1) die Identitätsurtheile, 2) die Urtheile der Ueber- und Unterordnung, 3) die coordinirenden Urtheile, 4) die Abhängigkeitsurtheile; als unbestimmte Arten: 5) die negativ prädicirenden Urtheile, 6) die negativ entgegensetzenden Urtheile.

I. Die Identitätsurtheile.

Sie entsprechen dem Verhältniss der Identität der Begriffe. Wie es eine doppelte Art der Identität der Begriffe giebt, so können wir auch zweierlei Identitätsurtheile unterscheiden: 1) Das formal identische Urtheil, »A ist A«, »der Mensch ist Mensch« u. dgl., und 2) das real identische Urtheil, »Aristoteles ist der Begründer der Logik«, »$a^2 = b^2 + c^2$« u. s. w. Bei dem formal identischen Urtheil besitzen Subject und Prädicat eine identische Form, bei dem real identischen ist der Ausdruck beider Begriffe ein verschiedener, aber diese werden wegen ihres übereinstimmenden Inhaltes identisch gesetzt.

Die formal identischen Urtheile finden da ihre Anwendung, wo es sich um die ausdrückliche Bekräftigung der Identität eines Begriffs mit sich selber handelt, wie solches z. B. bei dem Satze $A = A$ der Fall ist, der als Symbol des logischen Identitätsgesetzes gebraucht wird. Abgesehen von diesem einen Specialfall pflegen wir aber eine solche Identität vorzugsweise dann zu betonen, wenn es sich darum handelt, in dem

Prädicat Seiten des Begriffes hervorzuheben, welche etwa in dem Subject übersehen sein möchten. Wenn ich z. B. sage »der Mensch ist Mensch«, so will ich vielleicht in dem Prädicat die menschlichen Fehler und Schwächen angedeutet wissen. Bei Urtheilen wie »die Aerzte sind Aerzte«, »die Advocaten sind Advocaten« soll das Prädicat an irgend eine, meistens nicht rühmliche Eigenschaft dieser Berufsclassen erinnern. In den formal identischen Urtheilen sind also Subject und Prädicat in der Regel in verschiedener Bedeutung gebraucht. Das Subject nimmt den Begriff unbestimmter oder allgemeiner; in dem Prädicat wird an eine besondere Eigenschaft desselben gedacht, und die formale Identität dient wesentlich nur dazu die Allgemeinheit dieser Eigenschaft hervorzuheben. Sie ist ein sehr kräftiger Ausdruck dieser Allgemeinheit, denn sie deutet an, die betreffende Eigenschaft sei in solchem Grade specifisch für das Subject, dass es genüge den Namen des letzteren zu nennen, um sofort auch an jene Eigenschaft erinnert zu werden. Identitätsurtheile dieser Art haben ihren Ursprung in der verschiedenen Bedeutung, welche die Sprache den Wörtern beilegen kann. Das Wort »Mensch« bezeichnet zunächst die Gattung Mensch, es kann aber möglicher Weise auch der Begriff eines mit menschlicher Schwäche behafteten Wesens dadurch ausgedrückt werden. Advocat bezeichnet eine bestimmte Berufsclasse; aber in einem andern Sinne, in dem eines disputirsüchtigen oder zu Rechtsstreitigkeiten geneigten Subjects, können wir es auch von Jemanden gebrauchen, der dieser Berufsclasse gar nicht angehört. So kommt es denn, dass Urtheile dieser Art schliesslich nur formal identisch sind, weil in ihnen das Prädicat vom Subject real verschieden gedacht wird. Ihrer logischen Bedeutung nach gehört diese Art der Urtheile zu den subsumirenden: das Subject wird einer allgemeineren Classe untergeordnet, welche die betreffende Eigenschaft besitzt, also etwa in dem einen Beispiel der Mensch den schwachen und irrenden Wesen, in dem andern die Advocaten den disputirsüchtigen Menschen.

Die real identischen Urtheile bilden in gewisser Weise zu diesen nur formal identischen einen vollständigen Gegensatz. Der Form nach sind bei ihnen Subject und Prädicat verschieden; nichtsdestoweniger soll gerade durch das Urtheil ausgedrückt werden, dass sie identisch sind. Von ganz untergeordneter Bedeutung ist hier der Fall der Gleichsetzung synonymer Ausdrücke für dasselbe Subject, auf die sich die herkömmliche Logik zu beschränken pflegt. Die wissenschaftlich wichtigen Identitätsurtheile werden dabei gerade übersehen. Es sind diejenigen, welche zwischen einem Begriff und einer bestimmten Verbindung von Begriffen oder aber zwischen zwei Begriffsverbindungen eine Gleichsetzung ausdrücken. Jede gute wissenschaftliche Definition ist ein solches Identitätsurtheil. Speciell ist die Definition dadurch charakterisirt, dass das Subject nur ein Begriff, das Prädicat aber eine Begriffsverbindung irgend welcher Art ist. Solche Identitätsurtheile sind z. B. die Sätze: »der Kreis ist diejenige Linie, welche von einem einzigen Punkte, ihrem Mittelpunkt, überall gleich weit entfernt

ist«, »der Wasserstoff ist das Element vom kleinsten Atomgewicht«, »der Lohn ist die als Aequivalent der Arbeit gewährte Leistung an Geld oder Werthobjecten«. In andern Fällen dient das Identitätsurtheil nicht sowohl zur Definition des Subjectbegriffs als zur Feststellung der Gleichheit zweier Begriffe oder Begriffsverbindungen. Identitätsurtheile dieser Art sind alle mathematischen Gleichungen. Was zu beiden Seiten des Gleichheitszeichens steht, wird identisch gesetzt. Nichts desto weniger wäre es irrig, wenn man bei den real identischen Urtheilen die Identität von Subject und Prädicat als eine absolute ansehen wollte. Wäre dies der Fall, so müssten sie eben auch formal identisch sein. Es giebt darum nur ein einziges Urtheil, welches in der That absolute Identität ausdrückt: dies ist der logische Satz der Identität selber, symbolisirt in der Formel $A = A$, weil wir bei ihm die formale mit der realen Identität verbunden denken, während wir bei allen andern formal identischen Urtheilen in Wahrheit bei Subject und Prädicat verschiedene Begriffe im Sinne haben. Anderseits ist aber bei den real identischen Urtheilen die formale Verschiedenheit immer zugleich ein Zeichen, dass zwischen den Begriffen noch eine reale Verschiedenheit existirt. Die Gleichsetzung bedeutet jedoch, dass wir von dieser Verschiedenheit absehen und für den uns gegebenen Erkenntniszweck nur diejenige Seite der Begriffe im Auge behalten wollen, vermöge deren sie identisch sind. So sind in dem Urtheil »der Wasserstoff ist das Element vom kleinsten Atomgewicht« in Wirklichkeit Subject und Prädicat nicht identisch, denn der Wasserstoff besitzt noch viele andere Eigenschaften als die das kleinste Atomgewicht zu haben. Aber die Gleichsetzung bedeutet, dass für den vorliegenden Fall die beiden Begriffe nur mit Rücksicht auf diesen Punkt der Identität betrachtet werden sollen. Oder wenn man für den Pythagoräischen Lehrsatz die Gleichung $a^2 = b^2 + c^2$ aufstellt, so bedeutet dieselbe keineswegs, dass in allen Beziehungen das Quadrat der Hypothenuse den Quadraten der beiden Katheten identisch ist, sondern sie bedeutet nur, dass in der Rücksicht, in welcher beide hier ins Auge gefasst werden, nämlich in Bezug auf die Flächengrösse, eine Identität besteht.

II. Die Urtheile der Ueber- und Unterordnung.

a. Das Subsumtionsurtheil.

Wo ein Verhältniss vollständiger Ueber- und Unterordnung zwischen zwei Begriffen besteht, wählen wir in der Regel den untergeordneten Begriff als Subject, den übergeordneten als Prädicat des Urtheils. Die gewöhnliche Form, in der dieses Verhältniss seinen Ausdruck findet, ist daher die des subsumirenden Urtheils. Hierdurch hat sich die sprachliche Gewohnheit festgestellt, dass die Copula für sich schon genügt, um eine Unterordnung auszudrücken, dass man sie aber nie allein anwenden kann, um Ueberordnung des Subjectbegriffs anzuzeigen. Diese Gewohnheit

hat offenbar darin ihren Grund, dass unser logisches Interesse es häufiger verlangt, einen gegebenen Gegenstand des Denkens in Bezug auf die Gattung, zu der er gehört, zu bestimmen, als umgekehrt aus einer Gattung einen Einzelbegriff hervorzuheben. Letzteres kommt nur dann vor, wenn wir eine Gattung in die sämmtlichen Einzelbegriffe, welche ihren Umfang bilden, zerlegen wollen: in diesem Falle zerfällt aber das Prädicat in mehrere Glieder, und das Urtheil geht in ein coordinirendes Identitätsurtheil über. Demnach können wir das einfache Urtheil der Unter- und Ueberordnung, jener gewöhnlichen Form gemäss, schlechthin als Subsumtionsurtheil bezeichnen.

Das Subsumtionsurtheil giebt zu einem bestimmten Gegenstandsbegriff die allgemeinere Gattung an, in welche er gehört. Es dient daher dem Bedürfniss nach Ordnung unserer Begriffe, welches in Bezug auf einen einzelnen Gegenstand des Denkens vorläufig befriedigt wird, wenn wir die allgemeinere Begriffsregion kennen, in welche er zu stellen ist. Doch macht sich bei den verschiedenen Begriffen ein solches Bedürfniss in verschiedenem Maasse geltend. Am meisten ist es vorhanden bei wirklichen Gegenstandsbegriffen. Schon das natürliche Denken stellt hier das Aehnliche zusammen und trennt das Verschiedene. Aus den übereinstimmenden Eigenschaften wird dann der Gattungsbegriff gebildet, dem sich das Einzelne unterordnet. Dieses Streben, die einzelnen Gegenstände unter Gattungen und dann wo möglich die Gattungen abermals unter höhere Classen zu ordnen, setzt sich aus dem natürlichen Denken fort in die systematische Wissenschaft, welche nur nach festeren Principien und in einer reicher gegliederten Stufenfolge das nämliche Ziel zu erreichen sucht. Da der wissenschaftlichen Classification, ebenso wie dem natürlichen Denken bei seinen ungeregelteren Subsumtionen, immer nur die einzelnen Gegenstände in der Erfahrung wirklich gegeben sind, so werden bei allen solchen Unterordnungen unter Gattungsbegriffe die letzteren selbst, also die Prädicate unserer subsumirenden Urtheile, erst durch das Denken hervorgebracht. Wenn wir urtheilen »dies ist ein Haus«, »der Wolf ist ein Raubthier«, »die Sonne ist ein Fixstern«, so existiren weder Haus noch Raubthier noch Fixstern als unmittelbare Gegenstände unserer Erfahrung, sondern sie sind Begriffe, die wir gebildet haben, um eine Vielheit von Gegenständen mit übereinstimmenden Eigenschaften zu bezeichnen. Die Sprache unterstützt, da alle ihre Wörter auf vieles Einzelne gehen, fortwährend dieses Ordnungsbedürfniss unseres Denkens. Sie macht es uns möglich, den Gattungsbegriff von neuem zum Subject eines subsumirenden Urtheils zu machen, dessen Prädicat nun ein allgemeinerer Gattungsbegriff wird. Ja noch mehr, die Sprache macht es, vermöge jener nothwendigen Oekonomie, die ihr verbietet für die einzelnen Vorstellungen gesonderte Zeichen zu schaffen, nur in der Weise möglich das Einzelne zu denken, dass wir zu dem allgemeineren Zeichen etwas hinzudenken, was seine Allgemeinheit wieder aufhebt.

In der Unterordnung der Gattungsbegriffe unter allgemeinere Gattungen

hat sich nun schon ein Vorgang vollzogen, der zur Anwendung des nämlichen Verfahrens auf jedes mögliche Begriffsgebilde vorbereitet. Wie die Gegenstände unserer Erfahrung, so können wir die Begriffe selbst zu ordnen suchen, auch wenn dieselben gar keine Gegenstände zu ihrer unmittelbaren Grundlage haben, sondern erst aus mannigfachen Beziehungen, die das Denken zwischen den Gegenständen, ihren Eigenschaften und Veränderungen herstellt, hervorgegangen sind. So subsumiren wir die Gerechtigkeit den Tugenden oder den Staat den Rechtsordnungen gerade so wie den Wolf den Raubthieren. Die Ordnung der primären Gegenstandsbegriffe nimmt nun, obgleich sie fortan eine besondere Wichtigkeit beansprucht, doch nur ein besonderes Gebiet innerhalb der Begriffsordnung überhaupt ein.

Eine fernere Ausdehnung gewinnt das subsumirende Urtheil, indem es auf solche Denkacte angewandt wird, die ursprünglich nicht im Sinne einer Unter- und Ueberordnung gemeint sind. So fügt sich das beschreibende Urtheil dem Schema der Subsumtion, indem zu dem Eigenschaftsbegriff des Prädicates ein Gegenstandsbegriff entweder ausdrücklich hinzugefügt oder stillschweigend hinzugedacht wird, und selbst das erzählende Urtheil lässt sich mittelst einer Aussonderung der Copula aus dem Verbum in die subsumirende Form bringen *). Der Werth, der unter Umständen diesen Umwandlungen zukommen kann, liegt darin, dass auf diese Weise eine durchgängige Vergleichung der Urtheile und eine Feststellung des Verhältnisses von Subject- und Prädicatbegriff stattfinden kann. Anderseits wird aber dadurch die Herrschaft des subsumirenden Urtheils in einer Weise erweitert, die den thatsächlichen Forderungen unseres Denkens nicht entspricht. Erst durch diese Umwandlung von Urtheilen, deren Zweck ursprünglich gar nicht Ueber- und Unterordnung von Begriffen war, gewinnt das subsumirende Urtheil eine so ungeheure Ausdehnung, dass es die Mehrzahl unserer Urtheile umfasst. Gerade in dieser Ausdehnung erfüllt es aber seinen ursprünglichen Zweck, Ordnung in unsere Begriffe zu bringen, nicht mehr. Wenn ich successiv das Gold zuerst unter die gelben Gegenstände, dann unter die ductilen Metalle, dann unter die schmelzbaren Körper ordne u. s. w., so entsteht eine Menge sich durchkreuzender Subsumtionen, die eine wirkliche Ordnung unter umfassendere Begriffe eher hindern als fördern. Zudem begünstigt diese Herrschaft des subsumirenden Urtheils die Vorstellung, als wenn wirklich dem Ordnungsbedürfniss unseres Denkens vollständig Genüge geschehen wäre, wenn wir nur jeden Begriff in die angemessenen Gattungen gestellt hätten. Eine solche Ordnung ist aber nur einseitiger Art, und sie dient in vielen Fällen nur der oberflächlichen Orientirung über ein Begriffsgebiet. Von mindestens ebenso hohem Werthe ist es, die Beziehungen der A b h ä n g i g k e i t festzustellen, in denen sich unsere Begriffe von einander befinden. Man muss daher stets das primäre Subsumtionsurtheil von solchen Urtheilen unterscheiden, denen bloss für

*) Vergl. oben S. 168.

vorübergehende logische Zwecke die Form der Subsumtion gegeben wurde, und die man, wenn diese Zwecke erfüllt sind, immer wieder in ihre ursprüngliche Bedeutung zurückübersetzen sollte.

b. Das theilweise Subsumtions- oder Kreuzungsurtheil.

Das Urtheil der theilweisen Ueber- und Unterordnung oder das Kreuzungsurtheil, wie wir es wegen des zu Grunde liegenden Verhältnisses der Begriffskreuzung nennen wollen, wird gewöhnlich mit dem früher (S. 158) besprochenen unbestimmten Mehrheitsurtheil unter der Bezeichnung particulares Urtheil zusammengefasst. Wir haben bereits alle particularen Urtheile, in denen die Relation unbestimmt gelassen ist, den Subjectsformen zugewiesen, und es bleibt uns darum hier nur die bestimmtere Form dieser Urtheile, welche in dem Satz »nur einige A sind B« ihren Ausdruck findet, zu betrachten übrig. Dieses Urtheil nimmt, gleich dem ihm entsprechenden Begriffsverhältniss, zwischen Subordination und Coordination eine mittlere Stellung ein. Zwar wird in demselben ein Theil eines Begriffs einem andern Begriff untergeordnet, aber ebenso kann auch dieser andere Begriff dem ersten theilweise untergeordnet werden. Wie bei der vollständigen Subsumtion, so nimmt man auch hier den unterzuordnenden Begriff zum Subjecte; aber das particulare Urtheil unterscheidet sich von dem subsumirenden wesentlich dadurch, dass sich bei dem letzteren sofort die Unter- in eine Ueberordnung verwandelt, wenn Subject und Prädicat ihre Stellen tauschen, während bei dem ersteren in diesem Fall das Urtheil den Charakter der theilweisen Subsumtion beibehält. Das Urtheil »es giebt Parallelogramme, welche rechtwinklige Figuren sind« und seine Umkehrung »es giebt rechtwinklige Figuren, welche Parallelogramme sind« enthalten beide die nämliche Relationsform der theilweisen Unterordnung. Dies hat eben darin seinen Grund, dass das Verhältniss der Interferenz der Begriffe, welches in solchen Urtheilen seinen Ausdruck findet, Unterordnung und Coordination in sich vereinigt. Jeder der beiden Begriffe kann als der untergeordnete betrachtet werden, denn er nimmt nur einen Theil der Ausdehnung des andern Begriffes ein, jeder aber auch als der übergeordnete, denn seine eigene Ausdehnung ist grösser als das in ihn hereinreichende andere Begriffsgebiet. Welcher Begriff in einem gegebenen Fall als der untergeordnete behandelt wird, dies hängt stets von den besonderen Bedingungen des Denkens ab.

Die logische Bedeutung des Kreuzungsurtheils ist aus nahe liegenden Gründen eine geringere als die des subsumirenden. Es vermag höchstens entweder die vollständige Unterordnung abzuwehren, wo zu einer solchen etwa die Versuchung nahe gelegt sein sollte, oder auf eine Beziehung zwischen zwei Begriffen hinzuweisen, die sich vorläufig in einer theilweisen Deckung derselben verräth. Noch mehr aber als vom subsumirenden Urtheil gilt von dieser letzteren, der einzig positiven Bedeutung des particularen

Urtheils, dass sie die Erkenntniss tieferer Beziehungen zwischen den Begriffen vorbereitet, die dann in andern, vor allem in Abhängigkeitsurtheilen, ihren Ausdruck finden.

III. Die Urtheile der Coordination.

Ein coordinirendes Urtheil ist in doppelter Form möglich. Es kann 1) die Nebenordnung selbst Gegenstand des Urtheils sein: es entsteht so das coordinirende Urtheil im engeren Sinne, welches die Form hat: »A ist B coordinirt«. Dabei kann natürlich jede der früher unterschiedenen Coordinationsformen Gegenstand des Urtheils sein und auch in demselben ausgedrückt werden: »A ist zu B disjunct, correlat, conträr, contingent«. Coordinirende Urtheile dieser Art sind von beschränkter Bedeutung; in der Regel dienen sie nur dazu, ein Urtheil der folgenden Art vorzubereiten.

Diese besteht darin, dass 2) mit der Coordination zugleich Unterordnung unter einen allgemeineren Begriff verbunden wird. Solche Urtheile sind an und für sich wieder in einer doppelten Form möglich: es kann nämlich entweder im Subject oder im Prädicat eine Coordination von Begriffen stattfinden. Es wurde aber schon früher (S. 159 f.) bemerkt, dass wir die coordinirten Begriffe hauptsächlich dann in das Subject eines Urtheils zu stellen pflegen, wenn dahingestellt bleibt, ob es sich um irgend eine andere Art gemeinsamer Aussage oder um eine Subsumtion handelt, und im letzteren Fall, ob die Begriffe die ganze Ausdehnung des Subjectes erschöpfen oder nicht. Da demnach hier die Relationsform eine mehr oder weniger unbestimmte ist, so müssen diese im Subject coordinirenden Urtheile auch dann, wenn sie subsumirender Art sind, doch den reinen Subjectsformen zugerechnet werden, sobald nur durch die mehreren Subjecte in der Art der Subsumtion kein Unterschied von den sonstigen subsumirenden Urtheilen entsteht. In Urtheilen wie »Roth und Grün sind Grundfarben« oder »Schwarz und Weiss sind Lichtunterschiede« handelt es sich also, obgleich im ersten Fall die Begriffe disjunct, im zweiten conträr sind, doch insofern um eine blosse Subjectsform, als diese Coordination der Begriffe auf die zwischen Subject und Prädicat stattfindende Relation gar keinen Einfluss hat. Die beiden obigen Urtheile sind zwar Subsumtionsurtheile, aber in der Art der Subsumtion unterscheiden sie sich durchaus nicht von den einfachen Urtheilen »Roth ist eine Grundfarbe«, »Weiss ist ein Lichteindruck«. In dieser Weise bleibt das coordinirende Urtheil so lange eine blosse Subjectsform, als die einzelnen Glieder des Subjectes zusammengenommen nicht die vollständige Ausdehnung des Prädicates erschöpfen. Sobald aber das letztere der Fall ist, bleibt die Relationsform des Urtheils nicht mehr unberührt von der Coordination der Begriffe, sondern, während jeder einzelne unter den coordinirten Begriffen in dem Verhältniss der Subsumtion verbleibt, geht das ganze Urtheil aus einem Urtheil

der Ueber- und Unterordnung in ein Identitätsurtheil über: die coordinirten Begriffe alle zusammen sind gleichwerthig dem allgemeineren Begriff, unter den sie geordnet werden. Es ändert dann aber auch das Urtheil insofern leicht seine äussere Form, als der übergeordnete Begriff nunmehr zum Subject genommen wird, während die ihm untergeordneten coordinirten Begriffe die Stelle des Prädicates erhalten. Diese Umstellung ist zwar keineswegs nothwendig; aber sie erscheint uns offenbar naturgemäss, wie sich darin verräth, dass, wo wir die Umstellung unterlassen, ohne Hinzufügung einer die Vollständigkeit der Aufzählung andeutenden Bezeichnung, bestände diese auch nur in dem bestimmten Artikel, der Ausdruck zweifelhaft bleiben kann. So wandelt sich das erste der obigen Beispiele aus der blossen Subjectsform in die Relationsform um, wenn wir sagen: »Roth, Grün und Violett sind die Grundfarben«. Der Artikel unterscheidet hier die Identität der beiden Seiten des Urtheils von der blossen Subsumtion. Kehren wir jedoch um, so erweckt, selbst wenn der Artikel wegbleibt, die Voranstellung des allgemeinen Begriffs die Vorstellung, dass die Eintheilung eine vollständige sein werde: »Grundfarben sind Roth, Grün und Violett«. Das Motiv zu dieser Unterscheidung der Relationsform von der blossen Subjectsform des coordinirenden Urtheils liegt augenscheinlich darin, dass das letztere eben erst dann zur Relationsform wird, wenn es die Eintheilung eines Begriffs enthält. Die Eintheilung geht aber angemessen von dem einzutheilenden Ganzen aus.

Vermöge dieser Beschränkung der Relationsformen coordinirender Urtheile auf die vollständige Eintheilung eines Begriffs sind es unter den vier Formen eigentlicher Coordination, die wir früher kennen lernten, allein zwei, die zur Bildung besonderer Urtheilsformen Veranlassung geben, nämlich 1) das Verhältniss der disjuncten Begriffe, welches dem disjunctiven Urtheil, und 2) das Verhältniss der correlaten Begriffe, welches dem alternativen Urtheil entspricht. Die Contingenz der Begriffe bietet desshalb zu keiner besonderen Urtheilsform Gelegenheit, weil das disjunctive Urtheil an und für sich nur dann eine bestimmte Relation zwischen Subject und Prädicat herzustellen vermag, wenn die Glieder des Prädicates die ganze Ausdehnung des Subjectbegriffs erschöpfen; dann aber wird es in der Regel zugleich der Ordnung halber geboten sein, dass die Begriffe in der Reihenfolge, in der sie einander berühren, im Prädicat aufgezählt werden. Aus demselben Grunde würde auch das conträre Verhältniss nur dann eine anwendungsfähige Relationsform abgeben können, wenn die beiden conträren Begriffe unmittelbar an einander grenzten. Dieser Fall, den das conträre Verhältniss an und für sich ausschliesst, ist bei den correlaten Begriffen verwirklicht, welche darum auch zu einer besonderen Urtheilsform, der alternativen, führen.

a. Das disjunctive Urtheil.

Das disjunctive oder eintheilende Urtheil ist der Ausdruck einer jeden vollständigen Eintheilung eines Begriffes; es ist daher die logische Form, in der die wissenschaftliche Eintheilung und Classification zur Ausführung gelangen. Der einzutheilende Begriff bildet das Subject, die Eintheilungsglieder bilden copulativ verbunden das Prädicat. Die Verbindung der Eintheilungsglieder kann hierbei in zwei verschiedenen Formen stattfinden, nämlich 1) durch die Conjunction »und« oder auch durch blosse Aneinanderreihung, und 2) durch die Conjunctionen »entweder—oder«. Beide Formen der Verbindung, die wir als die conjunctive und die disjunctive unterscheiden können, haben wieder eine verschiedene logische Bedeutung.

Werden die Begriffe conjunctiv verbunden, wie z. B. in dem Satz: »die Kegelschnitte sind Kreis, Ellipse, Parabel und Hyperbel«, so ist lediglich eine Eintheilung des Subjectbegriffes beabsichtigt. Die disjunctive Verbindung dagegen erweckt den Nebengedanken, dass es sich um die Benützung einer gegebenen Eintheilung zum Zweck einer bestimmten Unterscheidung handelt, etwa um zu ermitteln, welcher Species innerhalb einer allgemeineren Classe ein bestimmter Gegenstand angehört. So kann überhaupt das disjunctive Urtheil zwei Functionen erfüllen: Eintheilung und Unterscheidung, und für die erstere ist die conjunctive Verbindung der Glieder, für die letztere die disjunctive die angemessenere Form. Eintheilung und Unterscheidung setzen aber einander wechselseitig voraus. Die Eintheilung gründet sich auf die Unterscheidung der disjuncten Begriffe; die Unterscheidung eines gegebenen Objects dagegen stützt sich hinwiederum auf die Eintheilung des allgemeinen Begriffs, welchem das Object subsumirt wird. Die blattlosen Kryptogamen hat man auf bestimmte Unterschiede hin in Algen, Pilze und Flechten eingetheilt; um aber ein gegebenes Pflanzenindividuum zu unterscheiden, muss man sich wiederum jene Eintheilung vor Augen halten. Darum unterscheiden sich, abgesehen von der conjunctiven und disjunctiven Verbindungsform, die eintheilende und unterscheidende Form des disjunctiven Urtheils auch noch dadurch, dass bei der ersteren das Subject in der Regel eine plurale, bei der letzteren aber eine singulare Form hat. Wir theilen also z. B. ein: »die blattlosen Kryptogamen sind Algen, Pilze und Flechten«, wir urtheilen dagegen unterscheidend: »diese blattlose kryptogamische Pflanze ist entweder eine Alge oder ein Pilz oder eine Flechte.« Im letzteren Fall bereitet dann das disjunctive Urtheil nur die bestimmte Subsumtion unter eine dieser Ordnungen vor, indem es auf die genauere Untersuchung der unterscheidenden Merkmale hinweist.

b. Das alternative Urtheil.

Das alternative Urtheil ist eine Specialform des disjunctiven, welche dann entsteht, wenn nur zwei Eintheilungsglieder gegeben sind. Dieser Fall liegt zunächst immer bei dem Verhältniss correlater Begriffe

vor, für welches daher die Alternation die einzig mögliche Form der Disjunction ist. Ausserdem findet aber diese Urtheilsform überall da ihre Anwendung, wo zwar innerhalb des allgemeineren Begriffs eine grössere Zahl disjuncter Glieder gegeben ist, aber für den besonderen Fall des Urtheils nur zwischen zweien derselben die Entscheidung schwanken kann. Das alternative Urtheil wird so zur allgemeinen Ausdrucksform einer zwischen zwei Gliedern schwebenden Unterscheidung. Während bei dem disjunctiven Urtheil im allgemeinen unter den beiden Functionen die Eintheilung die vorwiegende ist, dient dagegen das alternative Urtheil hauptsächlich der Unterscheidung. Nur in den wenigen Fällen, wo ein Begriff in zwei correlate Glieder zerfällt, kann es zur Eintheilung verwendet werden. Demgemäss ist denn auch bei dem alternativen Urtheil die disjunctive Verbindung häufiger als die conjunctive. Das »entweder—oder« bezieht sich an und für sich nur auf die Unterscheidung von zwei Gliedern und ist erst durch die Wiederholung des »oder« auf mehrgliedrige Disjunctionen anwendbar gemacht worden. Wir benützen daher die disjunctive Verbindungsform bei dem alternativen Urtheil häufig auch in solchen Fällen, wo es sich in Wahrheit um eine Eintheilung handelt. Freilich kommt dabei zugleich in Betracht, dass zweigliedrige Eintheilungen schon desshalb einigermassen den Charakter der Unterscheidung an sich tragen, weil jede Unterscheidung zunächst zwischen zwei Gliedern ausgeführt wird, um dann erst eventuell vom einen derselben auf ein weiteres Glied überzugehen. Leicht lässt sich diese mittlere Stellung des alternativen Urtheils zwischen Eintheilung und Unterscheidung an den folgenden Beispielen erkennen: »Dreiecke sind entweder gleichseitig oder ungleichseitig«, »die Kieselsäure ist entweder amorph oder krystallinisch«, »die Gebirge können entweder durch verticale Erhebung oder durch horizontale Faltung der Erdoberfläche entstehen«, »das Personalpronomen bezeichnet entweder eine einzelne Person oder eine Mehrheit«. Der unterscheidende Charakter tritt bestimmter hervor, wenn das Subject einen einzelnen Gegenstand bezeichnet, z. B. »der Uranus reflectirt entweder bloss Sonnenlicht oder er ist zugleich in geringem Grade selbstleuchtend«. Ist dagegen das Subject ein allgemeiner Begriff, so wird durch die conjunctive Verbindung der Glieder auch hier das Urtheil zu einem vollständig eintheilenden, z. B. »die Dreiecke sind theils gleichseitig, theils ungleichseitig«, »die Hauptunterschiede der Erdoberfläche sind Land und Meer«*).

IV. Die Abhängigkeits- und Bedingungsurtheile.

Das Verhältniss der Abhängigkeit zwischen verschiedenen Begriffen wird durch Urtheile dargestellt, welche wir nach ihrer allgemeinsten Function als Abhängigkeitsurtheile, nach ihrer vorherrschenden Form aber

*) Ueber diejenige Form alternativer Urtheile, deren eines Glied negativ ist, vergl. unten V. c.

als Bedingungsurtheile (hypothetische Urtheile) bezeichnen. Schon bei der Erörterung der Begriffsverhältnisse wurde hervorgehoben, dass eine derartige Abhängigkeit kaum jemals als ein Verhältniss zwischen bloss zwei Begriffen sich darstellt, sondern dass regelmässig ein gegebener Begriff zu mehreren andern, die zugleich in bestimmten wechselseitigen Beziehungen gedacht werden müssen, in einem Abhängigkeitsverhältnisse steht. So lässt sich z. B. die Bewegung als ein vom Raume abhängiger Begriff nur darstellen, wenn man gleichzeitig den Begriff der Zeit oder der zeitlichen Veränderung eines Gegenstandes hinzunimmt. Ohne diese Hinzunahme der Zeit würde sich höchstens das dürftige Urtheil bilden lassen: »die Bewegung ist vom Raume abhängig«, ein Urtheil, welches uns über die Art der Abhängigkeit ganz im Dunkeln lässt. Das Abhängigkeitsurtheil hat aber gerade die Function, die Art der Abhängigkeit, die zwischen verschiedenen Begriffen existirt, zum Ausdruck zu bringen.

Dieser Umstand nun, dass unsere Begriffe durchgehends in mehrfachen Beziehungen der Abhängigkeit stehen, ist hier auf die Form der Urtheile von wesentlichem Einfluss. Mindestens eines der beiden Hauptglieder des Urtheils, Subject oder Prädicat, muss aus mehreren Begriffen zusammengesetzt sein, und in den meisten Fällen wird es überdies wünschenswerth, die Art der Abhängigkeit durch einen besonderen Beziehungsausdruck anzudeuten. So erhalten wir z. B. eine befriedigendere Relation zwischen den Begriffen Raum und Bewegung als die obige, wenn wir urtheilen: »die Bewegung ist die Ortsveränderung eines Gegenstandes im Raum«. Für eine Definition würde es uns aber noch treffender erscheinen zu sagen: »wenn ein Gegenstand seinen Ort im Raume verändert, so bewegt er sich«, und zwar desshalb, weil hier der Beziehungsausdruck »wenn« die Ortsveränderung im Raume als die Bedingung hinstellt, unter welcher die Vorstellung der Bewegung entsteht. Die Wahl eines zusammengesetzten Urtheils für das Verhältniss der Abhängigkeit der Begriffe wird, wie dies Beispiel schon andeutet, ausserdem noch dadurch veranlasst, dass neben dem im Vordergrund stehenden Abhängigkeitsverhältniss, welches durch das Urtheil festgestellt werden soll, untergeordnete Abhängigkeitsverhältnisse in das Urtheil aufgenommen werden müssen, indem Subject und Prädicat meistens in der Weise zusammengesetzt sind, dass die sie constituirenden Begriffe selbst wieder in einem bestimmten Abhängigkeitsverhältniss von einander stehen. Da nun ein solches vorzugsweise in der prädicativen Form, d. h. so dass der eine Begriff zum Subject, der andere zum Prädicat eines Urtheils genommen wird, seinen Ausdruck findet, so geschieht es, dass das ganze Abhängigkeitsurtheil in zwei oder mehrere mit einander verbundene Urtheile sich gliedert. So bilden demnach die Abhängigkeitsurtheile jene Urtheilsform, welche man nach ihrer äusseren grammatischen Beschaffenheit als die zusammengesetzte bezeichnet. Nichts desto weniger ist es ungeeignet, diese Bezeichnung für die logische Unterscheidung zu verwenden, wie es bisweilen geschehen ist, und also

etwa alle Urtheile in einfache und zusammengesetzte einzutheilen. Diese grammatische Aussenseite der Abhängigkeitsurtheile ist zwar höchst charakteristisch für dieselben, aber doch nur eine Folge ihres logischen Wesens, auf welche es bei einer logischen Classification zunächst ankommt. (Vergl. S. 146 f.)

Das Abhängigkeitsurtheil in seiner gewöhnlichen Form zerfällt wie jedes Urtheil in zwei Hauptglieder, aber diese Glieder sind nicht einfache oder zusammengesetze Begriffe, sondern Unterurtheile, deren jedes ein Begriffsverhältniss ausdrückt, und deren eines in der ganzen Abhängigkeitsbeziehung als das bestimmende, das andere als das bestimmte auftritt. Bald kann das bestimmende, bald das abhängige Unterurtheil vorangehen; der erstere Fall ist der logisch regelmässigere, weil er dem Fortschreiten des Denkens vom Grund zur Folge entspricht. Freilich kommt dadurch derjenige Begriff, dessen Abhängigkeitsverhältnisse bestimmt werden sollen, in das zweite Unterurtheil zu stehen, wie solches z. B. in der obigen Definition der Fall ist. Aus diesem Grunde ist denn auch am häufigsten bei Definitionen die Reihenfolge die umgekehrte: »ein Gegenstand bewegt sich, wenn er seinen Ort im Raum verändert«. Ob, wie in diesem Beispiel, in beiden Unterurtheilen das nämliche Subject vorkommt, oder ob dasselbe wechselt, ist von untergeordneter Bedeutung und hängt hauptsächlich von der Zahl der Begriffe ab, die in ein Abhängigkeitsverhältniss gebracht werden müssen.

Der Beziehungsausdruck, welcher die Art der Abhängigkeit bestimmt, ist bei dem in zwei Unterurtheile zerfallenden Abhängigkeitsurtheil stets eine Conjunction. Diese hat hier in Bezug auf die Verbindung der beiden Unterurtheile die nämliche Function, wie sie der Präposition bei der Verbindung zweier Begriffe zu einem äusseren Determinationsverhältnisse zukommt (S. 131). Auch von den beiden Unterurtheilen kann das eine, und zwar dasjenige, welchem die Conjunction vorgesetzt ist, als das determinirende, das andere als das determinirte bezeichnet werden. In Bezug auf die Art der Abhängigkeit, welche Conjunctionen ausdrücken können, zerfallen aber dieselben in die nämlichen drei Classen wie die zum Ausdruck äusserer Beziehungsformen gebrauchten Präpositionen: sie sind localer, temporaler oder conditionaler Natur, und innerhalb jeder dieser Classen lassen sich wieder vier Unterarten unterscheiden, innerhalb deren die drei Beziehungsformen mannigfach in einander fliessen, was sich auch daran zu erkennen giebt, dass eine und dieselbe Conjunction oft in zwei- oder selbst dreideutigem Sinne gebraucht werden kann. Die folgende Uebersicht deutet die wichtigsten der im Abhängigkeitsurtheil vorkommenden Beziehungsformen in einigen ihrer hauptsächlichsten Repräsentanten an.

Raum.	Zeit.	Bedingung.
Woher, woraus.	Nachdem.	Wenn, warum, weil.
Wo.	Als, wann.	Wie, dass, ob.
Wohin.	Worauf.	Wozu, wofür.
Wobei.	Während.	Womit, damit.

Am schärfsten sondern sich auch hier diese Beziehungsformen bei der Zeit in solche der Vergangenheit, Gegenwart, Zukunft und des Zugleichseins. Jenen entsprechen die räumlichen der zurückgelegten Strecke, des Ortes, des bevorstehenden Weges und des Nebeneinander, sowie die conditionalen von Grund oder Ursache, Art und Weise, Zweck und Hülfsmittel. Etwas schärfer als bei den Präpositionen haben sich zwar die Ausdrucksformen nach den drei Classen gesondert; immerhin sind auch hier Vertauschungen keineswegs ausgeschlossen: ein »woher« und selbst ein »nachdem« kann causale Bedeutung annehmen, und bei einigen Conjunctionen der Bedingung, warum, wenn, weil, wozu, damit, ist es deutlich, dass sie einst theils locale, theils temporale Beziehungen ausgedrückt haben, denen sie nur durch den Sprachgebrauch allmälig entfremdet worden sind. Wie dieser unter Umständen dem Bedürfniss nach Unterscheidung Abhülfe schafft, zeigen besonders das »wann« und das »wenn«, die sich im Deutschen kaum seit einem Jahrhundert von einander getrennt haben.

Nach den drei Formen der Beziehung, die zwischen den beiden Unterurtheilen des zusammengesetzten Abhängigkeitsurtheils möglich sind, können wir drei Hauptformen des letzteren unterscheiden, nämlich:

1) Das Urtheil der Raumbeziehung: »Wo die Alpenflora beginnt, da gedeihen keine Waldbäume mehr«; »er eilte dahin, woher der Hülferuf kam«, u. s. w.

2) Das Urtheil der Zeitbeziehung: »Nachdem die Schlacht geschlagen war, zog sich das Heer zurück«; »sobald der Frühling anfängt, kommen die Schwalben«, u. s. w.

3) Das Urtheil der Bedingung. Die vier Unterformen, in die es zerfällt, sind von etwas grösserer Wichtigkeit als bei den Urtheilen der Raum- und Zeitbeziehung, daher sie mit besonderen Namen bezeichnet werden mögen:

a) Das Begründungsurtheil: »Wenn Dreiecke gleiche Höhe und gleiche Grundlinie haben, so haben sie gleichen Flächeninhalt«; »weil der Weltraum von einem materiellen Medium erfüllt ist, so kann sich das Licht fortpflanzen zwischen den Gestirnen«. Das erste Beispiel enthält die allgemeinere Beziehung des logischen Grundes, das zweite die speciellere der Causalität; das Causalitätsurtheil kann aber, insofern wir die Ursache dem Grunde unterordnen, als eine specielle Form des Begründungsurtheils angesehen werden.

b) Das Beschaffenheitsurtheil: »wie der Herr, so der Diener«; »es ist wahrscheinlich, dass die meisten chemischen Elemente zusammengesetzt sind«.

c) Das Zweckurtheil: »Wozu wir bestimmt sind, ist uns unbekannt«.

d) Das Urtheil des Hülfsmittels: »Er weiss nicht, womit er sich Anerkennung erwerben soll«.

Nicht immer lässt sich ein gegebenes Urtheil einer bestimmten unter

diesen Classen einreihen. Wie die Ausdrucksformen, so kann auch der Gedanke zweideutig sein. In dem Urtheil »der Mensch bedarf der Nahrung, damit er lebe« kann die Beziehung gleichzeitig als Hülfsmittel und als Zweck gedacht sein. Immerhin wird in solchen Fällen in der Regel auf eine Beziehungsform der Nachdruck gelegt sein und durch sie dann die Wahl der Conjunction bestimmt werden.

Die Verwandtschaft, in welcher in allen diesen Fällen die Conjunctionen als Ausdrucksmittel der Beziehungsformen in den zusammengesetzten Abhängigkeitsurtheilen zu den Präpositionen, den Ausdrucksmitteln für die Determinationsverhältnisse der Begriffe, stehen, tritt, wie schon früher bemerkt, darin hervor, dass die Conjunction sofort in eine Präposition von entsprechender Bedeutung überzugehen pflegt, wenn man durch Aenderung der grammatischen Construction die Unterurtheile beseitigt. (Vergl. S. 148.) Es tritt aber dabei noch eine Erscheinung auf, welche auf einen charakteristischen Unterschied zwischen den Determinationsverhältnissen der Begriffe und denjenigen von einander abhängiger Urtheile hinweist. Sehr häufig geht nämlich eine Conjunction, die nur noch in conditionalem Sinne gebraucht wird, in eine Präposition über, welche noch eine deutlich erhaltene locale Bedeutung besitzt. So verwandeln wir den Satz: »wenn der Luftdruck zunimmt, steigt das Barometer« in den andern: »bei zunehmendem Luftdruck steigt das Barometer«, oder den Satz: »der Mensch bedarf der Nahrung, damit er lebe« in den andern: »der Mensch bedarf der Nahrung zum Leben« u. s. w. Während daher bei den Determinationsverhältnissen der Begriffe das Räumliche die Grundvorstellung bleibt, welche alle andern Beziehungen in gewissem Grade begleitet, tritt bei der Abhängigkeit der Urtheile von einander die Raumanschauung zurück, um zunächst der zeitlichen Beziehung und dann dem Gedanken der logischen Bedingung den Vorrang zu lassen. Seinen psychologischen Grund hat dieser bemerkenswerthe Unterschied offenbar darin, dass zwei Begriffe durch ein äusseres Determinationsverhältniss stets zu einem neuen einheitlichen Begriff verbunden werden, dessen Glieder wir, da wir sie zugleich denken, auch geneigt sind, in irgend ein Verhältniss räumlicher Coexistenz zu bringen. So wird hier die Zeitfolge zu einem räumlichen Hintereinander, Grund und Bedingung verwandeln sich ebenfalls in diese Vorstellung oder in die einer localen Begleitung, u. s. w. Anders, wenn wir zwei Urtheile durch ein äusseres Determinationsverhältniss vereinigen. Wohl treten auch hier die beiden Unterurtheile zu einem neuen Urtheil zusammen. Aber indem jedes Urtheil einen merkbaren zeitlichen Verlauf besitzt, liegt es nahe auch die Inhalte der zeitlich getrennten Denkacte in ein gewisses Zeitverhältniss zu bringen. So ist hier zunächst die temporale Beziehungsform die vorherrschende. Da nun aber weiterhin die beiden Unterurtheile stets in einem Verhältniss der Abhängigkeit stehen, so erwächst hieraus unserem logischen Denken die Tendenz, diese Abhängigkeit in ihrer logisch allgemeinsten Form, in derjenigen der logischen Bedingung aufzufassen, die

nun als die Grundform erscheint, welche die locale und temporale Abhängigkeit lediglich als Unterformen umfasst, die durch die Anschauung modificirt sind. Diesem Entwicklungsgange gemäss haben die vorherrschend von uns in den zusammengesetzten Abhängigkeitsurtheilen gebrauchten Conjunctionen ursprünglich eine temporale Beziehung ausgedrückt, welche dann durch eine von dem logischen Denken angeregte Bedeutungsentwicklung sich allmälig in eine conditionale umgewandelt hat.

Unter den conditionalen Beziehungsformen hat nun wieder eine die Herrschaft über alle übrigen erlangt: die Form der logischen Begründung, welche in dem durch die Conjunction »wenn« gebildeten so genannten hypothetischen Urtheil ihren Ausdruck findet. Dies hat sein begreifliches Motiv darin, dass wir nicht nur die meisten übrigen Abhängigkeitsverhältnisse sondern auch das causale als Unterarten des logischen Verhältnisses von Grund und Folge anzusehen geneigt sind. Allerdings findet aber diese Anwendung der hypothetischen oder, wie sie besser genannt wird, der logischen Begründungsform des Urtheils zwei Schranken. Zunächst kann, wo eine bestimmte locale oder temporale Beziehung in dem Urtheil ausgedrückt werden soll, die conditionale Form nur für den Fall eintreten, dass die locale Beziehung auf den anwesenden Ort, die temporale auf die gegenwärtige Zeit geht. So können wir die oben (S. 182) mit den Conjunctionen wo und sobald eingeleiteten Beispiele leicht ohne wesentliche Schädigung ihres Sinnes umwandeln in die conditionalen Formen: »wenn die Alpenflora beginnt, so gedeihen keine Waldbäume mehr«; »wenn der Frühling anfängt, kommen die Schwalben«; eine solche Umwandlung ist aber nicht mehr möglich, wenn Conjunction oder Verbalform auf einen entfernten Ort oder auf eine vergangene Zeit hinweisen. Eine zweite Schranke findet diese Substitution darin, dass das logische Begründungsurtheil auf die übrigen Formen der Bedingungsurtheile nicht ohne merkliche Verschiebung des Sinnes anwendbar ist. Nur für die Beziehung von Ursache und Zweck ist, weil diese in gewisser Weise als Formen der Begründung aufgefasst werden können, eine Umwandlung leichter möglich. Aber auch hier setzt das causale »weil« die thatsächliche Existenz der Ursache voraus, während das hypothetische »wenn« dieselbe dahingestellt lässt, eben weil es für die Ursache in allgemeinerer Weise den logischen Grund setzt. Mit dem Grund ist nun zwar die Folge gegeben; ob aber der Grund selbst existire, darüber muss erst in einem weiteren Urtheil eine Bestimmung getroffen sein. Aus den besonderen Fällen, in denen die Substitution der allgemeinsten Form logischer Begründung für irgend eine andere Form der Abhängigkeit möglich ist, geht schon hervor, dass eine solche nöthigen Falls überall da geschehen kann, wo das Abhängigkeitsverhältniss als ein allgemeingültiges, von speciellen Bedingungen der Raum- und Zeitanschauung unabhängiges aufgefasst werden kann. Zwar bringt auch hier eine solche Umwandlung immer eine gewisse Verschiebung

des logischen Sinnes hervor; niemals aber wird dieser unrichtig, denn immer ist nur eine speciellere in die allgemeinste Form der Bedingung umgewandelt. Als solche bietet sich nothwendig dar die allgemeine Form der logischen Bedingung überhaupt, und diesen Sinn hat in Folge ihrer besonderen Bedeutungsentwicklung die Conjunction »wenn« für uns angenommen. Hierin liegt dann zugleich der Grund für den Vorzug, welchen die herkömmliche Logik dem hypothetischen Urtheil im weiteren Sinne einräumte. Es verhält sich damit einigermassen ähnlich wie mit der Copula. Wie diese desshalb als ein regelmässiger Bestandtheil des Urtheils hingestellt wurde, weil in allen Urtheilen, die eine allgemeingültige Relation zwischen zwei Begriffen aufzustellen beabsichtigen, die Copula ausgesondert werden kann, so vertrat das hypothetische Urtheil alle Formen der Abhängigkeitsurtheile, weil überall, wo die Abhängigkeit als eine allgemeingültige gedacht ist, die hypothetische Form in der That als die allgemeinste, überall verwendbare sich darstellt. Aber erstens ist nicht zu vergessen, dass immer, wenn eine specielle Form in diese allgemeinste umgewandelt wird, eine entsprechende Verschiebung der logischen Bedeutung stattfindet; und zweitens ist es unnatürlich unserem Denken zuzumuthen, dass es sich stets in Formen bewege, in denen von allen zeitlichen und räumlichen Bestimmungen abstrahirt sei. Weil wir es so weit gebracht haben von solchen Bestimmungen abstrahiren zu können, — was, wie der Ursprung unserer Präpositionen und Conjunctionen andeutet, einem primitiven Denken überhaupt nicht möglich war, — desshalb verlangt nun die Logik sogleich, dass wir davon stets abstrahiren sollen. Aber selbst in der theoretischen Wissenschaft haben, da nun einmal all' unser Erkennen an die Zeit- und Raumanschauung gebunden ist, Urtheile über zeitliche und räumliche Abhängigkeitsverhältnisse ihre grosse Bedeutung; nicht minder sind die Urtheile der Causalität, des Zwecks und des Hülfsmittels völlig unentbehrlich, und wo sie etwa in die hypothetische Form umgewandelt werden können, da ist diese keineswegs ein voller Ersatz für das verloren gegangene speciellere Abhängigkeitsverhältniss. Einigermassen hat wohl zu dieser Bevorzugung des hypothetischen Urtheils auch die Furcht der Logiker beigetragen, es möchte durch die Aufnahme weiterer Formen der Hereinziehung aller möglichen logisch irrelevanten grammatischen Unterscheidungen Thür und Thor geöffnet werden, eine Furcht, die nicht unbegründet war, da, wo je einmal der Versuch gemacht wurde in dieser Beziehung die herkömmliche Logik zu ergänzen, die Logik rettungslos der Grammatik das Feld räumte. Diese Verwirrung hatte aber wieder nur darin ihren Ursprung, dass man nicht den Versuch machte, die Determinationsverhältnisse der Urtheile, ebenso wenig wie die der Begriffe, zunächst nach logischen Gesichtspunkten zu ordnen.

Die Abhängigkeitsurtheile überhaupt sind von der grössten erkenntnisstheoretischen Bedeutung. Die Rolle, die sie in unserem Denken spielen, wirft erst Licht auf die hervorragende Wichtigkeit, welche dem von der

formalen Logik fast gänzlich vernachlässigten Verhältniss der Abhängigkeit der Begriffe zukommt. Wo wir rein erfahrungsmässig den Zusammenhang irgend eines thatsächlichen Geschehens zu schildern haben, da geschieht dies ganz von selbst in der Form temporaler oder localer Abhängigkeitsurtheile. Sobald eine Einsicht in den innern Zusammenhang der Dinge hinzukommt, da treten dann an die Stelle derselben die Bedingungsurtheile jeder Form. Wenn wir die allgemeinen Gesetze der Natur oder des geistigen Lebens zu formuliren haben, so greifen wir zum logischen oder causalen Begründungsurtheil; das erstere findet aber nicht minder auf den abstracteren Gebieten der Logik und Mathematik seine Anwendung. Wie das Identitätsurtheil in der Definition regelmässig benützt wird, so ist das Begründungsurtheil die entsprechende Form für das Axiom und den Lehrsatz. So werden die meisten Euklidischen Axiome am angemessensten in hypothetischen Urtheilen ausgedrückt: »Wenn man Gleiches zu Gleichem zusetzt, so entsteht Gleiches«, u. s. w. Wo wir eine allgemeine Gleichung, mag sie nun ein arithmetisches oder geometrisches Gesetz oder einen physikalischen Lehrsatz enthalten, in Worte umsetzen, nimmt sie, sofern sich nur die Abhängigkeit über eine Mehrzahl von Begriffen erstreckt, die Form eines hypothetischen Urtheils an. So übertragen wir die Gleichung des Pendelgesetzes

$$\frac{t}{2\pi} = \sqrt{\frac{l}{g}}$$

in das Urtheil: »Wenn ein einfaches Pendel eine ganze Schwingung vollführt, so ist die Zeit derselben der Quadratwurzel aus der Pendellänge direct und der Quadratwurzel aus der Schwerkraft umgekehrt proportional«, oder die Gleichung des Newton'schen Gravitationsgesetzes

$$k = c\,\frac{m\,.\,m'}{r^2}$$

lesen wir: »Wenn zwei schwere Körper auf einander wirken, so ist die Kraft ihrer Anziehung dem Product ihrer Massen direct und dem Quadrat ihrer Entfernung umgekehrt proportional«. So hat das Abhängigkeitsurtheil überhaupt die Bedeutung, dass es die functionellen Beziehungen mannigfachster Art, die theils zwischen den Gegenständen unserer Erfahrung, theils zwischen unsern Begriffen stattfinden können, zum Ausdrucke bringt.

V. Die verneinenden und problematischen Urtheile.

Für die beiden unbestimmten Begriffsverhältnisse eines positiven Begriffs zu seiner Negation und disparater Begriffe zu einander besitzt die Sprache nur eine einzige Ausdrucksform, die Verneinung. Das verneinende Urtheil besitzt daher zwei völlig verschiedene Bedeutungen, die aber wegen ihres übereinstimmenden Ausdrucks meistens auch logisch nicht geschieden worden sind.

In der herkömmlichen Classification der Urtheilsformen spielt bekanntlich die Eintheilung in bejahende und verneinende Urtheile eine wichtige Rolle. Aber wenn auch diese Eintheilung, die als die allgemeinste benützt zu werden pflegt, nicht geradezu falsch ist, da ja in der That jedes Urtheil affirmirend oder negirend sein muss, so entspricht sie doch sicherlich nicht dem logischen Wesen der Urtheilsfunction. Nicht einmal in dem gleichen Sinne, in welchem man allgemeine und particulare Urtheile unterschied, lassen sich die affirmirenden und negirenden als getrennte Classen gegenüberstellen. Alles Urtheilen ist ursprünglich und seiner Natur nach affirmirend. Die Verneinung ist erst eine secundäre Function des Denkens, welche die Existenz positiver Urtheile voraussetzt*). Der Ausdruck Bejahung ist für das positive Urtheil unzutreffend, weil man dabei sofort an die Verneinung als Gegensatz denkt. Bei dem verneinenden Urtheil denken wir nun allerdings stets und nothwendig an das negirte positive Urtheil, keineswegs aber umgekehrt bei dem letzteren an das erstere. So bedarf es denn ja auch keines besonderen Zeichens der Bejahung, während ein solches für die Verneinung unerlässlich ist.

Erscheint es demnach unangemessen, Bejahung und Verneinung zum obersten Eintheilungsprincip aller Urtheile zu nehmen, so ist es dagegen wohl zu weit gegangen, wenn man mit Sigwart die verneinenden Urtheile überhaupt nicht als eine besondere, den übrigen gleichgeordnete Urtheilsform gelten lässt. Bei der Unterscheidung der Begriffe, bei der Einschränkung der Verallgemeinerungen auf das ihnen zukommende Gebiet spielen diese Urtheile eine wichtige Rolle. Auch führt die Erwägung, dass jedem allgemeinen Verhältniss zweier Begriffe eine Urtheilsform entsprechen muss, von selbst dazu den verneinenden Urtheilen ihre Stelle unter den Relationsformen der Urtheile anzuweisen. Denn es sind die beiden unbestimmten Begriffsverhältnisse, die in dem verneinenden Urtheil ihren Ausdruck finden. Unter ihnen ist aber wieder das erste, das Verhältniss eines positiven Begriffs zu seiner Negation, von weitaus überwiegender Bedeutung, während das zweite, die disparate Beschaffenheit der Begriffe, nur selten zu bestimmten Urtheilen Anlass bietet, da unser Denken kaum jemals in die Gefahr geräth, Begriffe zu verwechseln, die verschiedenen Begriffsgebieten angehören.

Gerade das erste und wichtigste dieser Verhältnisse, das eines positiven Begriffs zu seiner Negation, kommt nun aber allerdings in einer wesentlich andern Weise zur Anwendung im Urtheil als die übrigen Begriffsrelationen. Während bei diesen die Relation selbst in der Form eines Urtheils erscheint, so dass der eine der beiden in ein Verhältniss gebrachten Begriffe das Subject, der andere das Prädicat ist, wird bei dem negirenden Urtheil im allgemeinen nicht der negative dem ihm entsprechenden positiven, sondern

*) W. Hamilton, lectures on logic, 3. edit. I. p. 253. Sigwart, Logik, I. S. 119 f.

einem andern Begriff als Prädicat beigefügt. Geht also auch dieses Urtheil aus einer Begriffsrelation hervor, so ist doch die letztere ausschliesslich im Prädicate selbst gelegen. Sie kann darum bei jeder beliebigen Prädicatform, also auch bei jeder beliebigen Urtheilsform bestehen, so dass nicht bloss die Relationsurtheile, sondern gelegentlich auch die erzählenden und die beschreibenden Urtheile in negativer Form auftreten. Auf diese Weise also entspringt dieses Urtheil aus einer Begriffsrelation, aber sein Gebiet ist ebenso weit, als die Urtheilsfunction überhaupt reicht. Hierin hat die alte Eintheilung der Urtheile in bejahende und verneinende ihre relative Berechtigung. Wenn wir gleichwohl die negativen Urtheile hier anschliessen, so hat dies theils in ihrem Ursprung, theils in ihrer Beziehung zu allen vorangegangenen Urtheilsformen, theils endlich darin sein Motiv, dass negirende Urtheile dieser Art in ihrem sprachlichen Ausdruck völlig zusammenfallen mit solchen Urtheilen, die wirklich einer Begriffsrelation, nämlich dem Verhältniss disparater Begriffe, entsprechen.

Zu unterscheiden von den verneinenden Urtheilen sind jedoch diejenigen, welche bloss in Folge eines Mangels an hinreichenden Begriffsunterscheidungen der Sprache die Form eines negativen Prädicates besitzen. Es wurde schon früher hervorgehoben, dass solche Begriffe wie unsterblich, unglücklich u. dergl. von uns stets im Sinne eines conträren Gegensatzes gegen die negirten Begriffe und demnach selbst als positive Begriffe genommen werden (S. 121). So sind denn auch selbstverständlich die Urtheile, in denen derartige Begriffe vorkommen, als positive Urtheile zu betrachten. Die Sprache unterscheidet dieselben aber von negirenden Urtheilen deutlich dadurch, dass in den letzteren stets die Negation getrennt bleibt, während sie in den ersteren vollständig mit dem Prädicatbegriff verschmilzt. »Dieser Mensch ist nicht glücklich« ist demnach ein verneinendes, »dieser Mensch ist unglücklich« ist dagegen ein positives Urtheil.

Nicht minder sind vom Gebiet der eigentlichen Verneinung auszuschliessen diejenigen Begriffsnegationen, welche auf ein einzelnes Attribut des Subject- oder Prädicatbegriffs sich beziehen. Solche Urtheile sind nebst den unbestimmten Formen, die durch Negation des ganzen Subjectes entstehen, von Aristoteles zwar ebenfalls in der allgemeinen Classe verneinender Urtheile untergebracht worden*). Nun sind aber negative Subjecte logische Unmöglichkeiten. Wo das Subject unbekannt bleibt, da ist das unbestimmte Demonstrativpronomen, wie es im unbestimmten Urtheil gebraucht wird, der angemessene Ausdruck (S. 155). Nie können wir in die Lage kommen, von einem Subjecte »Nicht-Mensch« irgend etwas aussagen zu wollen. Bei der negativen Bezeichnung eines untergeordneten Begriffs dagegen bezieht sich nur auf diesen die Unbestimmtheit, nicht auf das Urtheil als solches. In Beispielen wie »nicht alle Menschen sind glücklich«, »ein nicht schönes Haus stand am Wege« tritt deutlich der Charakter der

*) Aristoteles, de interpret., 7, 10—13.

unbestimmten Disjunction, welchen die Verneinung hervorbringt, zu Tage; aber diese Disjunction bezieht sich nur auf die attributive Bestimmung eines einzelnen Begriffs, während das Urtheil selbst positiv bleibt.

Beschränken wir demnach die Classe der verneinenden Urtheile auf diejenigen, bei denen das Zeichen der Negation mit dem Prädicatbegriff verbunden, beziehungsweise zwischen Copula und eigentliches Prädicat eingeschaltet ist, so sind nun über den logischen Ort der Verneinung drei Ansichten möglich. Man kann nämlich die Verneinung betrachten: 1) als eine dem eigentlichen Prädicatbegriff zuzuweisende Bestimmung, so dass ein Urtheil »S ist P« durch die Verneinung umgewandelt werde in das Urtheil »S ist ein Nicht-P«; 2) als einen zunächst der Copula verbundenen Bestandtheil, so dass in dem Urtheil »S ist nicht P« das »ist nicht« in ähnlicher Weise die Function des Prädicirens besitze wie in dem positiven Urtheil die blosse Copula »ist«. Man kann aber auch noch 3) die Verneinung als ein ebenso selbständiges Element ansehen wie die Copula selbst, indem man annimmt, sie sei nicht sowohl eine nähere Bestimmung der letzteren als vielmehr ein besonderer Denkact, welcher die prädicirende Function der Copula wieder aufhebe. Hier würde also, wenn man die Copula einen dritten Bestandtheil des Urtheils nennt, die Verneinung als ein vierter zu unterscheiden sein.

Die erste dieser Anschauungen hat ihre Quelle in der Aristotelischen Voraussetzung negativer Subject- und Prädicatbegriffe. Indem man die negativen Subjectbegriffe späterhin auf sich beruhen liess, blieb dem Prädicatbegriff allein der Vorzug gelegentlich mit einer Negation versehen auftreten zu können *). Aber wohl niemals hat sich diese Annahme negativer Prädicatbegriffe mit der Ausschliesslichkeit geltend gemacht, dass man das verneinende Urtheil überhaupt auf das Schema »S ist ein Nicht-P« zurückzuführen versucht hätte. Wie vielmehr schon Aristoteles von der Negation eines einzelnen Begriffs im Urtheil die Negation des Urtheils selbst unterschied, so liess man höchstens die Urtheile mit bejahender Copula und negativem Prädicatbegriff als eine Nebenform neben den im eigentlichen Sinne verneinenden Urtheilen zu, wie dies auch von Kant in seiner Unterscheidung verneinender und unendlicher Urtheile geschehen ist. Da aber, wie Kant selbst zugesteht, zwischen dem verneinenden Urtheil »die Seele ist nicht sterblich« und dem unendlichen »die Seele ist nicht-sterblich« logisch kein Unterschied ist, so blieb die zweite der oben erwähnten Ansichten die herrschende, dass die Verneinung an die Copula gebunden sei. Sie beruft sich darauf, dass das verneinende Urtheil nicht darin besteht, von einem Subject eine negative Eigenschaft auszusagen oder es zu irgend

*) Allerdings hat sich diese Entwicklung nicht ohne mannigfache Schwankungen vollzogen, worüber Prantl's Geschichte der Logik zu vergleichen ist. Noch Chr. Wolff unterscheidet Urtheile mit negativem Subject und mit negativem Prädicate und nennt beide propositiones infinitas.

einem negativen Begriff in Beziehung zu bringen, sondern darin, dass wir eine bestimmte Eigenschaft oder Beziehung nicht aussagen, woraus sich denn von selbst zu ergeben scheint, dass die Verneinung mit dem prädicirenden Bestandtheil des Urtheils, also mit der Copula oder der ihr äquivalenten Verbalendung, verbunden zu denken sei. Man ist darin zum Theil so weit gegangen, dass man geradezu eine bejahende und verneinende Copula unterschied*). Setzt nun aber jede Verneinung ein positives Urtheil voraus, so muss auch das Zeichen der Verneinung als ein Element des Urtheils betrachtet werden, das zu dem prädicirenden Bestandtheil desselben erst hinzutritt, nicht aber schon in ihm enthalten ist. Diese Erwägung hat zu der in neuerer Zeit von Sigwart vertheidigten dritten Ansicht geführt, welche die Verneinung als einen jedesmal zu einem vorhandenen Urtheil hinzutretenden neuen Denkact betrachtet, der sich nur desshalb inniger an die Copula als an die übrigen Bestandtheile des Urtheils anschliesse, weil er die in der Copula ausgedrückte prädicative Beziehung wieder aufhebe. Die Copula ist nach dieser Anschauung »nicht der Träger, sondern das Object der Verneinung«. Die Verneinung selbst ist »ein Urtheil über ein Urtheil«, sie sagt aus, dass ein bestimmtes positives Urtheil nicht vollzogen werden dürfe**).

Hier dürfte aber doch die berechtigte Bekämpfung jener herrschenden Zweitheilung der Urtheile in affirmirende und negirende zu einer Auffassung geführt haben, welche die Selbständigkeit der Verneinung ebenso übertreibt, wie sie die Bedeutung des verneinenden Urtheils unterschätzt. Sieht man diese Bedeutung allein in der Abwehr eines möglichen Irrthums, so liegt es freilich nahe sich vorzustellen, dass zunächst der Irrthum selbst als ein positives Urtheil vorliegen müsse, zu dem nun die Verneinung als ein besonderer Denkact hinzutrete, der ihn wieder aufhebt. Aber diese Schilderung entspricht für die Mehrzahl der Fälle nicht einmal dem psychologischen Vorgang, welcher dem verneinenden Urtheil vorangeht. Nach seiner wichtigsten Richtung hat letzteres gar nicht die Function einen Irrthum abzuwehren, sondern es verfolgt den positiven Zweck, einen Begriff, wenn von ihm ein bestimmtes Verhältniss zu einem andern Begriff nicht ausgesagt werden kann, so weit zu bestimmen, als dies auf dem Wege der Ausschliessung möglich ist. Wenn ich z. B. urtheile: »der grüne Pflanzenfarbstoff kommt in den Pilzen nicht vor«, so wehre ich dabei freilich nebenbei auch den Irrthum desjenigen ab, der etwa das Gegentheil vermuthen möchte; aber der eigentliche Zweck jenes Urtheils besteht in der Feststellung eines unterscheidenden Merkmals, das, wenn auch nur negativer Art, doch auf bedeutsame Verschiedenheiten der Organisation hinweist, die, wenn sie näher untersucht werden sollen, in einer Reihe weiterer Urtheile ihren Ausdruck finden, welche dann allerdings zum Theil von positiver Form sein werden.

*) W. Hamilton, lectures on logic, I. p. 251.

**) Sigwart, Logik, I. S. 123.

Wohl giebt es auch solche negirende Urtheile, bei denen die Verneinung nur den Zweck der Abwehr eines Irrthums hat, aber gerade diese Fälle der Verneinung sind von untergeordneter Wichtigkeit. Sigwart selbst hat schon darauf aufmerksam gemacht, dass die Verneinung zwei verschiedene Bedeutungen besitze, je nachdem sie die Aberkennung eines Prädicates oder eine Entgegensetzung zweier Begriffe bezwecke; nur in dem letzteren, dem minder wichtigen Fall, ist in der That die Abwehr eines Irrthums der Zweck der Verneinung *). Jene Unterscheidung trifft aber im wesentlichen schon mit den beiden Begriffsverhältnissen zusammen, welche in der Verneinung ihren gleichförmigen Ausdruck finden, obgleich sie selbst durchaus von einander verschieden sind. Mit der Unterscheidung zweier verschiedener Functionen der Verneinung und ihrer Zurückführung auf verschiedene Begriffsverhältnisse wird nun auch der Streit über die Stellung, welche dem Zeichen der Verneinung anzuweisen sei, seine Erledigung finden, indem jede der beiden zuerst hervorgehobenen Ansichten für einen der beiden Hauptfälle in ihrem Rechte ist, für den andern aber nicht. Beide Formen der verneinenden Urtheile wollen wir, um die Erinnerung an die Begriffsverhältnisse, aus denen sie hervorgehen, festzuhalten, als negativ prädicirende Urtheile und als verneinende Trennungsurtheile unterscheiden. An dritter Stelle wird sodann noch eine Unterart der ersten dieser beiden Formen zu betrachten sein, welche von gemischter Natur ist, indem die Verneinung in ein alternatives Urtheil eintritt, um das eine Glied desselben zu bilden. Das so entstehende negativ alternirende Urtheil (S ist entweder P oder nicht P) liegt zugleich der Bildung derjenigen positiven Urtheile zu Grunde, in denen die Verbindung zwischen Subject und Prädicat als eine zweifelhafte gedacht wird, der problematischen Urtheile (S ist vielleicht P).

a. Das negativ prädicirende Urtheil.

Das negativ prädicirende Urtheil bildet die häufigste und wichtigste Form der Verneinung. Es entspricht dem ersten unter den unbestimmten Begriffsverhältnissen, nämlich dem Verhältniss eines Begriffs zu seiner Negation oder, nach gewöhnlichem logischem Ausdruck, zu seinem contradictorischen Gegentheil. Bei der Besprechung dieses Verhältnisses wurde schon bemerkt, dass wir hierbei keineswegs, wie dies eine geläufige Ansicht voraussetzt, den negirten Begriff in das unendliche Gebiet aller möglichen andern Begriffe verweisen, sondern dass wir die Negation stets im Sinne einer unbestimmten Disjunction gebrauchen, also voraussetzen, dass der negirte Begriff mit dem zu ihm gehörigen positiven unter einem und demselben allgemeineren Begriffe enthalten sei. Demgemäss schliesst auch das negativ prädicirende Urtheil neben der Negation im allgemeinen eine

*) Sigwart a. a. O. S. 128 f.

positive Behauptung ein. Zwar ist die letztere unbestimmter, aber sie ist nicht völlig unbestimmter Art, indem nur zwischen den Gliedern, die zu dem positiven Begriffe disjunct sind, die Wahl frei bleibt. Darum kann sich auch die negative Behauptung in verschiedenem Grade von einer positiven entfernen. Sie bleibt ihr um so weiter, je mehr disjuncte Glieder neben dem negirten Prädicate möglich sind, und das negative wird vollständig einem positiven Urtheil äquivalent, wenn überhaupt nur ein disjunctes Glied möglich ist. So ist das Urtheil »der Champignon enthält keine giftigen Bestandtheile« insofern ein völlig unbestimmtes, als neben den giftigen noch sehr viele andere Bestandtheile möglich sind, die hier alle nur negativ bezeichnet wurden. Das Urtheil »die Wasserkröte ist nicht grün« nähert sich dagegen schon mehr der Bestimmtheit, weil die Zahl der nicht-grünen Färbungen, zwischen denen hier die Wahl bleibt, eine beschränkte ist; und endlich das Urtheil »der Orang-utang ist im Gesicht nicht behaart« ist ebenso bestimmt wie ein positives Urtheil, wesshalb man hier auch die eigentliche Negation völlig entfernen kann.

Das negativ prädicirende Urtheil dient theils der Unterscheidung, theils der Begrenzung der Begriffe. Bald tritt die eine dieser Functionen ganz gegen die andere zurück, bald verbinden sich beide mit einander. Wenn wir z. B. sagen »die Pilze enthalten kein Chlorophyll« oder »der Champignon ist nicht giftig«, so kommt es uns bei einem solchen Urtheil nur auf die Unterscheidung an: die Pilze sollen von den chlorophyllhaltigen Pflanzen, der Champignon soll von den giftigen Pilzen unterschieden werden; wir reflectiren nicht darauf, dass durch die Unterscheidung von den giftigen Pilzen zugleich die Bestandtheile, die im Champignon vorkommen, auf ein engeres Gebiet eingeschränkt werden. Eher kann schon bei dem Urtheil »die Wasserkröte ist nicht grün« eine solche Absicht vorliegen. Zunächst wird zwar auch hier die negative Bestimmung der Unterscheidung von andern verwandten Gegenständen dienen, z. B. vom Wasserfrosch, welcher grün ist; aber nebenbei kann doch auch bezweckt werden, auf dem Wege der Ausschliessung ein Gattungsmerkmal zu gewinnen, und letzteres ist ja in der That für Jeden, welcher weiss, dass in der Familie Rana nur grün, grau und braun als vorherrschende Färbungen vorkommen, in jenem negativen Urtheil schon gegeben. Wenn wir dagegen solche Urtheile bilden wie: »dieser Thurm ist nicht hoch«, »der Kölner Dom ist nicht vollendet«, »die Auflösung höherer Gleichungen ist keine leichte Aufgabe«, »der Staat ist nicht verpflichtet rein egoistische Interessen zu schützen«, so hat in allen diesen Fällen die Verneinung lediglich den Zweck, den Prädicatbegriff auf ein engeres Gebiet zu beschränken. Wir wollen weder im ersten Fall einen bestimmten Thurm von andern unterscheiden, die hoch sind, noch im zweiten den Kölner Dom von andern Bauwerken, welche vollendet, noch im dritten die Auflösung höherer Gleichungen von andern Aufgaben, welche leicht sind, u. s. w. Auch die Absicht, einen Irrthum abzuwehren, waltet in der Regel nicht ob, sie kann höchstens

einmal in nebensächlicher Weise mit dem Urtheil verbunden sein. Was dieses zunächst bezweckt, ist die Einschränkung des Prädicatbegriffs. Wir können aber diese Einschränkung statt einer entgegenstehenden positiven Bestimmung theils in solchen Fällen wählen, in denen beide einander äquivalent sind, weil nur eine Disjunction zwischen zwei Gliedern möglich ist: hier kommt dann die Verneinung in ihrer Bedeutung einem conträren Gegensatze gleich; theils aber bedienen wir uns der einschränkenden Verneinung dort, wo absichtlich ein gewisser Spielraum für den Prädicatbegriff gelassen werden soll. Das Urtheil »der Kölner Dom ist nicht vollendet« ist z. B. völlig äquivalent dem positiven Urtheil »er ist zum Theil vollendet«, und zu dem Urtheil »dieser Thurm ist nicht gross« werde ich besonders dann Veranlassung nehmen, wenn ich sagen will, dass er eher klein als gross sei. Es liegt in der Natur der beiden Functionen der Unterscheidung und der Begrenzung, dass die Verneinung im Sinne der ersteren gebraucht werden kann, wenn sehr viele, ja unbestimmt viele disjuncte Glieder ausserhalb des negirten Begriffes denkbar sind, dass dagegen im Sinne der letzteren die Verneinung nur vorkommen kann, wenn die Zahl jener disjuncten Glieder eine eng begrenzte ist. So steht es mir frei, bei dem unterscheidenden Urtheil »die Pilze haben kein Chlorophyll« an zahllose andere Bestandtheile zu denken, die möglicher Weise in ihnen vorkommen mögen; bei dem begrenzenden Urtheil »dieser Thurm ist nicht hoch« kann ich aber nur an diejenigen Dimensionsverhältnisse eines Thurmes denken, die der Sprachgebrauch von der Bezeichnung hoch ausschliesst. Der Grund dieses Unterschiedes ist leicht ersichtlich. Nur im letzteren Fall denke ich an die disjuncten Glieder wirklich, während es mir im ersteren nur darauf ankommt, aus dem Subject des Urtheils das Prädicat hinwegzudenken, dessen Mangel ich als Unterscheidungsgrund benutze.

Was den Ort der Verneinung in dem negativ prädicirenden Urtheil betrifft, so muss hier vor allem dies als massgebend gelten, dass bei demselben, ob es der Unterscheidung oder der Begrenzung diene, stets das Prädicat negirt werden soll. Das unterscheidende Urtheil wählt die Nicht-Existenz eines bestimmten Prädicates als Unterscheidungsmerkmal, das begrenzende Urtheil verlegt den Prädicatbegriff in die disjuncten Glieder ausserhalb eines bestimmten positiven Begriffs. Hieraus ist ersichtlich, dass in beiden Fällen die Negation nicht der Copula, sondern dem Prädicatbegriff anhaftet. In Wahrheit soll ja sowohl durch die Unterscheidung wie durch die Begrenzung keineswegs ein entgegenstehendes positives Urtheil schlechthin aufgehoben, sondern es soll ein positiver Denkact vollzogen werden, nur ist dies ein solcher, der kein positiv bestimmtes Prädicat zur Verfügung hat. Es steht daher nichts entgegen zu sagen, das negativ prädicirende Urtheil habe die logische Form »S ist ein Nicht-P«. Aber unter dem Nicht-P darf man freilich nicht die Unendlichkeit der Begriffswelt, sondern lediglich irgend einen unter denjenigen disjuncten Begriffen verstehen, die P zu einem bestimmten allgemeineren Begriff

ergänzen. Welches dieser allgemeinere Begriff sei, ergiebt sich stets aus dem Inhalt des Urtheils.

Jeder Versuch, das negativ prädicirende Urtheil so umzuwandeln, dass das Prädicat zum Subject und das Subject zum Prädicat werden kann, bestätigt diese Ansicht von der Stellung der Negation. Bei derartigen Umwandlungen, die freilich zu gezwungenen Constructionen führen und meistens nicht ohne anderweitige, aber nebensächliche Veränderungen möglich sind, wandert nämlich die Negation mit dem ursprünglichen Prädicatbegriff; sie bleibt nicht bei der Copula. So würden wir durch Umkehrung der früheren Beispiele die Urtheile erhalten: »ein nicht grünes Thier ist die Wasserkröte«, »ein nicht vollendetes Bauwerk ist der Kölner Dom«, »eine nicht leichte Aufgabe ist die Auflösung höherer Gleichungen«.

b. Das verneinende Trennungsurtheil.

Das verneinende Trennungsurtheil ist schon desshalb die unwichtigere Form der beiden Verneinungen, weil es demjenigen Begriffsverhältnisse entspricht, welches da übrig bleibt, wo gar keine Beziehung zwischen zwei Begriffen gefunden werden kann, so dass in keiner Weise eine Vergleichung derselben möglich ist. Wo wir nun hervorheben wollen, dass Begriffe disparat sind, da geschieht dies in einem verneinenden Urtheil, in welchem der eine der zu trennenden Begriffe Subject, der andere Prädicat ist. Das Urtheil »S ist nicht P« hat in diesem Falle nur den Zweck hervorzuheben, dass zwischen S und P keinerlei Relation gedacht werden soll. Einen Sinn hat ein solches Urtheil nur dann, wenn aus irgend welchen Gründen die Versuchung nahe gelegt sein könnte, trotzdem beide Begriffe in irgend eine Urtheilsverbindung zu bringen, also zu übersehen, dass sie disparat sind. Hier hat demnach wirklich das verneinende Urtheil ausschliesslich den Zweck der Verhütung eines als möglich gedachten Irrthums. Selbstverständlich lässt sich dieses Resultat immer auch durch ein positives Urtheil erreichen, welches den Ausdruck der Verschiedenheit enthält. Die verneinende Form »S ist nicht P« lässt sich also stets ersetzen durch die affirmative »S ist verschieden von P«. Dies entspricht der Thatsache, dass die disparaten Begriffe, welche in einem Trennungsurtheil gegenübergestellt werden, beide positiv gegeben sind. Hierin liegt der wesentliche Unterschied von dem negativ prädicirenden Urtheil, in welchem der Prädicatbegriff nicht bestimmt gegeben ist, daher in diesem Fall nur ausnahmsweise, nämlich besonders dann, wenn zwischen bloss zwei Gliedern eine Disjunction stattfindet, ein positives an die Stelle des negativen Urtheils treten kann. Durch ein positives Urtheil mit dem Ausdruck der Verschiedenheit im Prädicat kann aber das negativ prädicirende Urtheil nicht ersetzt werden, ohne dass Veränderungen theils der Form, theils auch des logischen Sinnes stattfinden. Letzteres ist namentlich immer da der Fall, wo das verneinende Urtheil begrenzender Art ist. Während also das Trennungsurtheil »Blei

ist nicht Silber« sein vollständiges logisches Aequivalent hat in dem positiven Urtheil »Blei ist von Silber verschieden«, sind die positiv prädicirenden Urtheile »die Wasserkröte ist verschieden von einem grünen Thier«, »der Kölner Dom ist verschieden von einem vollendeten Bauwerk«, nicht bloss gezwungen in der Form, sondern ausserdem logische Veränderungen des ursprünglichen Urtheils, da es in diesem auf die Hervorhebung eines solchen Unterschieds gar nicht abgesehen war. Wenn hierbei übrigens bei denjenigen negativ prädicirenden Urtheilen, in denen die unterscheidende Function vorwiegt, der logische Sinn weniger verändert wird, so hat dies allein darin seinen Grund, dass die Sprache den disjuncten Unterschied und das disparate Verhältniss beide unter dem vieldeutigen Ausdruck des Verschiedenen zusammenfasst.

Ein zweites charakteristisches Merkmal der Trennungsurtheile liegt in ihrer Umkehrbarkeit. In ihnen kann ohne Aenderung des logischen Sinnes das Prädicat an die Stelle des Subjectes und das Subject an die Stelle des Prädicates gesetzt werden. So ist dem Urtheil »Blei ist nicht Silber« vollständig äquivalent das andere »Silber ist nicht Blei«. An diesem Merkmal ist am schnellsten das Trennungsurtheil von dem negativ prädicirenden, welches eine solche Umkehrung höchstens nach vorausgegangenen weiteren Veränderungen zulässt, zu unterscheiden. Manche Urtheile, die äusserlich ganz wie das obige Trennungsurtheil aussehen, enthüllen sich bei dieser Prüfung sofort als negativ prädicirende. So ertragen z. B. die Urtheile »der Irrthum ist keine Schuld«, »Strafen sind keine Besserungsmittel« und ähnliche die Umkehrung nicht. Offenbar sollen aber auch hier Subject und Prädicat nicht als disparate Begriffe hingestellt, sondern es soll von dem Subject etwas in negativer Form prädicirt werden. Das positive Urtheil, das der Negation entgegensteht, ist hier als ein subsumirendes, bei dem Trennungsurtheil ist es stets als ein identisches gedacht. Wie darum das Identitätsurtheil ohne weitere Veränderung die Umkehrung erträgt, so auch das ihm diametral gegenüberstehende Trennungsurtheil.

Von dieser Eigenschaft der Umkehrbarkeit aus beantwortet sich nun auch ohne weiteres die Frage nach der Stellung der Verneinung. Bei der Umkehrung wechselt sie ihren Ort in Bezug auf den hinzugefügten Begriff; in den Urtheilen »S ist nicht P« und »P ist nicht S« steht sie abwechselnd vor P und S; aber die Stellung zur Copula bleibt constant. Denn es soll nicht der Prädicatbegriff in negativem Sinne gedacht werden, sondern die Meinung des Urtheils ist, dass die beiden Begriffe, gleichgültig welcher von ihnen Subject und welcher Prädicat sein mag, nicht mit einander vereinbar seien. Hier bezieht sich also die Negation augenscheinlich auf den die Verbindung der Begriffe herstellenden Bestandtheil, auf die Copula: diese Verbindung soll durch die hinzutretende Verneinung aufgehoben werden.

So giebt es also wirklich Urtheile, in denen die Verneinung die Bedeutung hat »S ist ein Nicht-P« und andere, für welche die Form »S ist nicht P«

gültig ist. Nur können nicht für das nämliche verneinende Urtheil, wie es noch Kant's Meinung war, die beiden Formen der Verneinung nach Belieben gewählt werden. In Kant's Beispiel »die Seele ist nicht sterblich« gehört, der gewöhnlichen Meinung entgegen, die Verneinung zum Prädicatbegriff, denn es ist ein negativ prädicirendes Urtheil, und da sich ihm dieser Charakter nicht nehmen lässt, so kann hier auch nicht zur Abwechslung die Negation zur Copula gezogen werden; umgekehrt lässt sich jenen verneinenden Trennungsurtheilen, in denen die Negation der Copula anhaftet, niemals durch die Verbindung mit dem Prädicat ein anderer Sinn unterschieben.

Die verneinenden Trennungsurtheile erlangen eine gewisse Bedeutung für unser Denken hauptsächlich dadurch, dass wir uns bei der Bildung derselben nicht auf die Gegenüberstellung wirklich disparater Begriffe beschränken, sondern auch solche, die in Wahrheit in einem bestimmten Verhältnisse zu einander stehen, dennoch wie disparate behandeln. Es hat dies seinen berechtigten Grund darin, dass in einem gegebenen Fall ein Bedürfniss vorliegen kann, lediglich die abweichende Beschaffenheit gewisser Gegenstände des Denkens zu betonen, von den wirklichen Beziehungen derselben aber abzusehen. Vor allem da wird dies der Fall sein, wo es gilt, einen möglichen Irrthum der Verwechslung abzuwehren. Da ein solcher Irrthum naturgemäss hauptsächlich dann stattfindet, wenn die Begriffe in Wirklichkeit nicht disparat sind, so betrifft die ungeheure Mehrzahl der Trennungsurtheile in der That solche Fälle, in denen die Begriffe erst durch unser Denken gewissermassen zu disparaten gestempelt werden. Dies gilt z. B. von Urtheilen wie »Freiheit ist nicht Zügellosigkeit«, »eine Kirche ist kein Theater«, »ein Bock ist keine Ziege«, »Blau ist nicht Grün« u. dergl. Im Vergleich mit diesen Fällen gehören Urtheile, die sich wirklich auf disparate Begriffsverhältnisse erstrecken, wie »Holz ist nicht Eisen«, »die Tugend ist kein Viereck« immer mehr oder weniger zu den logischen Artefacten. Uebrigens wird jene Versetzung bestimmter Begriffspaare in ein disparates Verhältniss nicht wenig dadurch begünstigt, dass es überhaupt von den gerade gegebenen Bedingungen unseres Denkens abhängt, was wir als disparat annehmen oder nicht. Selbst entfernte Begriffe können gelegentlich in ein Verhältniss gebracht werden, nicht minder aber steht es uns frei, einem augenblicklichen Bedürfniss zu Liebe das Verwandte zu trennen.

c. Das negativ alternirende und das problematische Urtheil.

Bei der Besprechung des alternativen Urtheils (S. 178) musste eine Specialform desselben ausser Rücksicht bleiben, weil sie zugleich ein verneinendes Urtheil in sich schliesst: die Alternation nämlich zwischen der Position eines Prädicatbegriffs und seiner Negation. Ein solches Urtheil, welches die Form besitzt »S ist entweder P oder nicht P«, wollen wir negativ alternirendes Urtheil nennen. Es ist sofort ersichtlich, dass

das zweite Glied desselben die Bedeutung eines negativ prädicirenden Urtheils besitzt. Das negative Trennungsurtheil kann unmöglich in eine Alternation eingehen, da es in dem Begriff desselben liegt, dass das ihm gegenüberstehende positive Urtheil unmöglich ist. Wohl aber kann das Urtheil schwanken zwischen der positiven Beilegung eines Prädicates und seiner Negation, da die letztere stets die Bedeutung einer unbestimmten Disjunction besitzt. Sagen wir also z. B.: »der Himmel ist entweder blau oder nicht blau«, so will dieses Urtheil lediglich aussagen, dass er ausser blau irgend eine andere Farbe besitzen kann. Es kann daher unter dem negativen Prädicat möglicher Weise eine grössere Zahl disjuncter Glieder verborgen sein, jedenfalls müssen aber dieselben der nämlichen Gattung angehören wie der positive Begriff, welcher negirt wird. Bald wählen wir die negativ-alternirende Form, weil uns irgend welche dieser disjuncten Glieder unbekannt sind, bald wählen wir sie bloss, um unter dem kurzen Zeichen der unbestimmten Disjunction eine grössere Zahl bekannter Fälle, auf deren ausdrückliche Aufzählung wir keinen Werth legen, zusammenzufassen. Wer beim Würfeln auf einen Pasch gewettet hat, kann seiner Erwartung möglicher Weise in dem Urtheil Ausdruck geben: »ich werde entweder einen Pasch werfen oder nicht«; dabei würde es nicht schwer sein, die übrigen Würfe positiv zu bestimmen, aber da sie alle dem einen erwünschten Fall gegenüber von gleicher Bedeutung sind, so werden sie in der unbestimmten Form der Verneinung verbunden. Sogar da, wo es auf eine mathematische Bestimmung der Wahrscheinlichkeit des Erfolgs ankommt, begnügt man sich, in solchen Fällen die Zahl der ungünstigen Erfolge, die möglich sind, zu bestimmen, um sie dann sämmtlich wieder in ein negatives Glied zusammenzufassen.

Das gewöhnliche negativ-alternirende Urtheil, bei welchem es auf eine derartige numerische Werthbestimmung des negativen Gliedes nicht abgesehen ist, kann nun offenbar auch durch ein vollständig positives Urtheil ersetzt werden, wenn nur dem Prädicat eine limitirende Bestimmung beigegeben wird, welche andeutet, dass es keine ausschliessliche Geltung hat. Dem alternativen Urtheil »S ist entweder P oder nicht P« kann so das positive Urtheil äquivalent sein: »S ist vielleicht oder wahrscheinlich P«. Auf diese Weise entsteht aus dem negativ-alternirenden das problematische Urtheil.

Die logische Berechtigung des problematischen Urtheils ist häufig, zuletzt noch von Sigwart, bestritten worden *). Entweder hat man in ihm eine bloss grammatische Form oder ein nicht sowohl logisches als psychologisches Erzeugniss gesehen, das, ein Ausdruck des Zweifels, mit den Frage- und Heischesätzen auf eine Stufe zu stellen und von den logischen Urtheilsformen zu trennen sei. Es sei ein Denkact, der, ähnlich dem Fragesatz, nicht sowohl selbst ein Urtheil sei als dasselbe vorbereite.

*) Sigwart, Logik, I. S. 189 f.

Hierbei wird jedoch übersehen, dass das problematische Urtheil offenbar der allgemeinste Ausdruck der Wahrscheinlichkeit und Unwahrscheinlichkeit ist. Wollten wir ihm daher eine Stelle unter den Urtheilsformen versagen, so müssten wir mit demselben Rechte den Wahrscheinlichkeitsschluss von den Schlussformen und überhaupt das ganze Gebiet der Wahrscheinlichkeit von der Logik ausschliessen. Von der Wahrscheinlichkeit wird aber Niemand behaupten, dass sie bloss ein psychologischer Uebergangszustand zur Gewissheit sei. In zahllosen Fällen ist der Besitz der Wahrscheinlichkeit nicht nur der einzig mögliche, sondern auch von hoher Wichtigkeit für unser Denken. Obgleich nun die Wissenschaft stets bestrebt ist, die Wahrscheinlichkeit genauer zu bestimmen, als dies im problematischen Ausdruck des Urtheils geschieht, so muss doch dieser als die allgemeinste und ebendesshalb freilich unbestimmteste logische Form anerkannt werden, in welcher in dem Urtheil das mehr oder weniger Wahrscheinliche von dem Gewissen sich scheidet.

Die Gewissheit dagegen lässt keine verschiedenen Grade mehr zu. Das einfach assertorische Urtheil »S ist P« ist mit dem apodiktischen »S muss nothwendig P sein« für alle logischen Zwecke von gleichem Werthe. Man kann aus dem zweiten nicht mehr folgern als aus dem ersten; auch ist es eine psychologisch wahre Beobachtung, dass die apodiktische Versicherung nicht selten den Verdacht erweckt, ob nicht der Redende es für nöthig halte, die mangelnde objective Gewissheit durch die Versicherung seiner subjectiven Ueberzeugung zu ersetzen*). Aber diese Bemerkung weist uns zugleich auf eine berechtigte Bedeutung der apodiktischen Form hin. Diese ist in der That das Hülfsmittel, durch welches wir von der unmittelbaren thatsächlichen Gewissheit jene logische Gewissheit unterscheiden, die ein Resultat der Schlussfolgerung und darum zunächst allerdings subjectiver Art ist. Das Thatsächliche drücken wir assertorisch, das aus Thatsachen gefolgerte apodiktisch aus. Der Zusatz der Nothwendigkeit hat nur dann einen Sinn, wenn er sich auf die vorausgegangene Schlussfolgerung bezieht und das Resultat derselben als ein gewisses von einem bloss wahrscheinlichen unterscheidet. Wie daher für den Schluss der Wahrscheinlichkeit das problematische, so ist für den der Gewissheit das apodiktische Urtheil die allgemeinste Form. Auch das problematische Urtheil entsteht immer aus einer Schlussfolgerung. Unmittelbare Thatsachen können nur Gewissheit besitzen; erst die Schlussfolgerung, die sich auf Thatsachen gründet, stellt einander entgegengesetzte Folgen als möglich hin. Wegen dieser seiner Bedeutung als Ausdruck einer Schlussfolgerung enthält nun aber das apodiktische Urtheil keineswegs einen grösseren Grad der Gewissheit als das assertorische. Erschlossene Wahrheiten können ja niemals fester stehen als die unmittelbaren Wahrheiten, welche die Prämissen unserer Schlussfolgerungen bilden. Darum steht es frei, die apo-

*) Sigwart a. a. O. S. 195.

diktische durch die assertorische Form zu ersetzen, und überall wird dies geschehen, wo es nicht gerade darauf ankommt, auf den Ursprung des Urtheils aus einer Schlussfolgerung hinzuweisen. Wegen dieses Ursprungs der apodiktischen Urtheile können aber dieselben zugleich unter keine der bisher besprochenen allgemeineren Urtheilsformen gestellt werden. Diese letzteren gründen sich auf Unterschiede im Subject, im Prädicat oder im Verhältniss beider, und ein Urtheil, isolirt betrachtet, kann nur diese Unterschiede darbieten. Desshalb ist auch das apodiktische Urtheil für sich allein genommen logisch vollkommen dem assertorischen gleichwerthig. Seine logische Berechtigung gründet sich immer nur auf die vorangegangene Schlussfolgerung, auf welche es hinweist.

Uebrigens ersieht man hieraus, dass es unzulässig ist, die drei Modalitätsformen mit Kant als Grade einer aufsteigenden Gewissheit anzusehen. Apodiktisches und assertorisches Urtheil stehen sich in dieser Beziehung vollständig gleich: beide unterscheiden sich als Ausdrucksformen der Gewissheit von dem problematischen Urtheil. Hinwiederum aber steht das assertorische Urtheil als der einzig mögliche Ausdruck thatsächlicher Gewissheit dem problematischen und apodiktischen gegenüber, in welche im allgemeinen nur die Resultate von Schlussfolgerungen gekleidet werden können.

Drittes Capitel.

Die Transformationen der Urtheile.

Alle Urtheile lassen Umwandlungen zu, durch welche sie in Urtheile von abweichender äusserer Form übergehen, die entweder die nämliche Bedeutung besitzen wie die ursprünglichen Urtheile oder in den letzteren eingeschlossene Voraussetzungen enthalten. Ausserdem lassen sich aus den in einem Urtheil enthaltenen Begriffen immer andere Urtheile bilden, die mit dem ursprünglichen Urtheil in Widerspruch stehen, und deren Prüfung unter Umständen dazu beitragen kann den Umfang festzustellen, in welchem das ursprüngliche Urtheil Geltung beanspruchen darf. Die Logiker pflegen derartige Veränderungen, die mit der Form oder dem Inhalt eines Urtheils vorgenommen werden können, als »unmittelbare Schlussfolgerungen« zu bezeichnen. Dieser Name ist aber nicht passend gewählt, da sowohl die Verfahrungsweisen, die hier angewandt werden, als die Zwecke, zu denen man sie anwendet, andere sind als bei den eigentlichen Schlussfolgerungen. Die in Rede stehenden Umwandlungen können nämlich nur die Absicht haben, den Inhalt eines gegebenen Urtheils zu klarerer

Auffassung zu bringen, sie können aber nie aus diesem Inhalte etwas entwickeln, was nicht an und für sich schon in ihm liegt. Bei einer Schlussfolgerung dagegen wollen wir die uns gegebenen Urtheile nicht deutlicher machen, sondern aus ihnen ein neues Urtheil ableiten, welches in jedem einzelnen der gegebenen Urtheile nicht enthalten war. Die sogenannten unmittelbaren Folgerungen entsprechen nach Zweck und Verfahren durchaus den Transformationen algebraischer Gleichungen, welche letzteren ja nichts anderes als Urtheile, und zwar Identitätsurtheile sind. Wir wollen daher die hier zu besprechenden Verfahrungsweisen allgemein als Transformationen der Urtheile bezeichnen.

Viele der allgemeinen Transformationsweisen der Urtheile sind nun von so einfacher Art, dass sie sofort als selbstverständlich erscheinen. Hier wie überall ist gerade dies Selbstverständliche von der scholastischen Logik mit der grössten Breite behandelt worden; wir werden darüber kurz hinweggehen und uns nur mit denjenigen Transformationen etwas eingehender beschäftigen, welche eine gewisse Bedeutung für die Prüfung der Urtheile besitzen. Im allgemeinen lassen sich die Transformationen der Urtheile unter den folgenden vier Gesichtspunkten betrachten. Wir können zunächst, indem wir den Subject- und Prädicatbegriff unverändert lassen, 1) ein gegebenes Urtheil in ein Urtheil von anderer Form umwandeln, welches entweder dem ursprünglichen Urtheil äquipollent oder mindestens unter Voraussetzung der Richtigkeit desselben ebenfalls richtig ist (Bildung vereinbarer und äquipollenter Urtheile), 2) den Inhalt des Urtheils ändern, während die Form constant bleibt, indem wir alle möglichen Relationsformen auf eine einzige zurückzuführen suchen (Zurückführung auf gleiche Form). Sodann lassen sich 3) Subject- und Prädicatbegriff mit einander vertauschen und die Veränderungen prüfen, welche nun mit dem Urtheil vorzunehmen sind, damit der logische Inhalt unverändert bleibe (Umkehrung der Urtheile). Neben diesen gewöhnlich unter dem Titel der unmittelbaren Folgerungen behandelten Transformationsweisen können aber auch noch 4) aus einem irgendwie zusammengesetzten Urtheil die in ihm vorausgesetzten einfacheren Urtheile entwickelt, sowie die Bedingungen untersucht werden, unter denen ein zusammengesetzteres Urtheil richtig sein muss, vorausgesetzt, dass das einfachere, aus dem es durch Hinzufügung weiterer Bestandtheile gebildet wurde, richtig ist (Bildung abgeleiteter Urtheile).

1. Die Vereinbarkeit und Aequipollenz der Urtheile.

Werden Subject und Prädicat eines Urtheils zweimal in abweichender Form mit einander verbunden, so aber dass der logische Inhalt der nämliche bleibt, so nennt man die beiden so entstehenden Urtheile äquipollent. Führt dagegen die Umwandlung zu einem Urtheil, welches zwar unter der Voraus-

setzung des ursprünglichen Urtheils richtig, aber demselben nicht äquipollent ist, so ist ein solches vereinbar. Immer wird die Prüfung eines durch Transformation entstandenen Urtheils B zunächst darauf gehen, ob es mit dem ursprünglichen Urtheil A vereinbar ist. Auf Aequipollenz wird aber geschlossen werden können, wenn nicht nur B unter Voraussetzung von A sondern auch umgekehrt A unter Voraussetzung von B richtig ist. Die Aequipollenz lässt sich darum als ein Grenzfall der Vereinbarkeit betrachten. Sehen wir hier ab von solchen Verschiedenheiten der sprachlichen Ausdrucksformen, die logisch ohne Bedeutung sind, so lassen sich zwei Fälle von Vereinbarkeit der Urtheile unterscheiden. Der erste besteht in der Ersetzung positiver durch mit ihnen vereinbare negative Urtheile und umgekehrt; der zweite in der Ersetzung anderer Relationsformen durch Abhängigkeitsurtheile.

a. Umwandlung positiver in negative Urtheile.

Eine Umwandlung positiver in negative Formen ist in verschiedener Weise im Urtheil möglich. So lange sich eine solche Umwandlung bloss auf einen einzelnen Begriff bezieht, kann von einer Veränderung der Urtheilsform nicht eigentlich die Rede sein. Solcher Art sind aber alle die Fälle, in denen man an die Stelle eines positiven Begriffs die Negation seines conträren Gegentheils setzt. Der Inhalt des Urtheils bleibt dabei richtig, ist aber dem vorigen nicht äquipollent. Wenn ein Gegenstand hässlich ist, so ist es zwar richtig, dass er nicht schön ist, aber nur desshalb, weil der letztere Ausdruck eine unbestimmte Disjunction enthält, die neben andern ästhetischen Prädicaten auch das Hässliche einschliesst. Ebenso verhält es sich mit Ausdrücken wie »nicht alle« und »einige«, oder »viele« und »nicht wenige«, die man häufig als äquipollent behandelt, die es aber in Wirklichkeit nicht sind. Auch diejenigen Fälle, in denen der negirte conträre Begriff selbst schon ursprünglich vermittelst negativer Bezeichnung gebildet worden ist, wie »nicht unglücklich«, und die man meistens als doppelte Negationen betrachtet, gehören hierher. Denn, wie schon früher bemerkt, haben Wörter wie unglücklich, unlustig, unsterblich sprachlich durchaus die Bedeutung positiver Begriffe, welche zugleich als conträre Gegensätze zu andern Begriffen gedacht werden. Nur wenn zu einer eigentlichen Negation eine zweite hinzutritt, hat sie den Effect die letztere wieder aufzuheben und demnach den ursprünglichen positiven Begriff wieder herzustellen. In diesem Sinne ist dann allerdings der positive Begriff äquipollent seiner doppelten Negation, ebenso wie sich nöthigenfalls ein negativer Begriff seiner dreifachen Negation äquipollent setzen liesse, u. s. w. Wir werden nun freilich niemals absichtlich zwei Negationen verbinden, um einen positiven Begriff hervorzubringen. Wohl aber kann es vorkommen, dass bei sonstigen Transformationen der Urtheile zwei Negationen zusammentreffen, und in diesen Fällen lässt sich immer nach der Regel »duplex negatio affirmat« statt des zweimal negirten der positive Begriff setzen.

Eine eigentliche Veränderung der Urtheilsform kann vermittelst der Negation nur dadurch ausgeführt werden, dass man aus einem gegebenen Urtheil ein mit ihm vereinbares Urtheil durch gleichzeitige Negation des Subject- und Prädicatbegriffs bildet. Die Bedeutung dieser Umwandlung beruht darauf, dass sie nur bei gewissen Urtheilsformen möglich ist und daher dazu beitragen kann, diese von andern Urtheilen zu unterscheiden, welche ihnen äusserlich ähnlich sind. Das Identitätsurtheil erträgt unbedingt die doppelte Negation. Wenn der Satz A = B richtig ist, so ist dies auch die Verneinung: »Was nicht A ist, ist nicht B.« Ebenso kann in jeder vollständigen Definition Subject und Prädicat negirt werden, ohne dass ein unrichtiges Urtheil entsteht. Den Satz: »das Quadrat ist ein rechtwinkliges gleichseitiges Parallelogramm« können wir umwandeln in die Negation: »was kein Quadrat ist, ist auch kein rechtwinkliges gleichseitiges Parallelogramm«. Aber äquipollent sind die so entstandenen negativen Urtheile nicht den positiven, aus denen sie gebildet sind. Denn die Richtigkeit des Satzes: »was nicht A ist, ist auch nicht B« schliesst keineswegs umgekehrt das Identitätsurtheil A = B ein, sondern es ist mit demselben ebenso gut ein Verhältniss der Unterordnung von B unter A vereinbar. Aequipollent dem Satze A = B sind daher erst die zwei verbundenen Urtheile: »was nicht A, ist nicht B, und was nicht B, ist nicht A.«

Das Subsumtionsurtheil lässt die nämliche Umwandlung nur zu, wenn man gleichzeitig die Stellung von Subject und Prädicat umkehrt. Der Satz z. B. »das Quadrat ist ein Parallelogramm« ergiebt ohne Umkehrung das Urtheil: »was kein Quadrat ist, ist kein Parallelogramm«, welches unrichtig ist, während das umgekehrte richtig wird: »was kein Parallelogramm ist, ist kein Quadrat«. Die Prüfung mittelst der doppelten Verneinung kann daher dazu dienen, ein Subsumtions- von einem Identitätsurtheil zu unterscheiden und das letztere, z. B. eine Definition, auf seine Richtigkeit zu prüfen. Das nämliche, was von dem positiven Subsumtionsurtheil, gilt auch von seiner Negation. Aus den particularen Subsumtions- oder Kreuzungsurtheilen dagegen entstehen durch die doppelte Negation ohne Umkehrung vereinbare Urtheile. Aus dem positiv particularen Urtheil: »nur einige Parallelogramme sind rechtwinklige Figuren«, entsteht »nur einige der Figuren, die keine Parallelogramme sind, sind nicht rechtwinklig«; aus dem negativ particularen Urtheil: »nur einige Parallelogramme sind keine rechtwinklige Figuren« entsteht: »nur einige Figuren, die nicht Parallelogramme sind, sind rechtwinklig«. In diesen vier Urtheilen hat übrigens das quantitative Subjectsattribut »nur einige« einen verschiedenen Umfang. In den ursprünglichen Urtheilen bezeichnet es 1) die rechtwinkligen und 2) die nicht rechtwinkligen Parallelogramme, in den abgeleiteten 3) die übrigen nicht rechtwinkligen und 4) die übrigen rechtwinkligen Figuren, so dass durch alle vier Urtheile zusammengenommen eine vollständige Eintheilung der geometrischen Figuren in vier Classen entsteht, während die primären

Urtheile nur eine Eintheilung der Parallelogramme in zwei Classen, in rechtwinklige und in nichtrechtwinklige enthalten hatten. Aber da diese Eintheilung in der Form einer Subsumtion unter die allgemeineren Classen der rechtwinkligen und der nichtrechtwinkligen Figuren gegeben war, so war auch die in den abgeleiteten Urtheilen hinzugefügte Eintheilung schon in den ursprünglichen vorausgesetzt. An und für sich macht das Verhältniss der Kreuzung zweier Begriffe, wenn es vollständig dargelegt werden soll, vier Urtheile nöthig. Denn es ist nicht nur 1) ein Theil von S ein Theil von P und 2) ein anderer Theil von S nicht ein Theil von P, sondern es ist auch 3) ein Theil des übergeordneten Begriffs, zu welchem S und P gehören (in unserem Beispiel des Begriffs geometrische Figur) weder ein Theil von S noch von P, und endlich giebt es 4) in diesem Begriff ein Gebiet, welches zwar nicht zu S, wohl aber zu P gehört. Es seien (in Fig. 2)

Fig. 2.



b d = S und c e = P die innerhalb eines allgemeineren Begriffs a f gedachten Kreuzungsbegriffe, so bezieht sich das erste Urtheil auf die Strecke c d, das zweite auf b c, das dritte auf a b + e f und das vierte auf d e. Durch die Einführung der doppelten Negation in die beiden particularen Urtheile werden also nicht äquipollente, aber ergänzende Urtheile erzeugt, indem durch dieselben solche Begriffsverhältnisse, die in den ursprünglichen Urtheilen nur stillschweigend mitgedacht waren, ausdrücklich hervorgehoben werden. Unter den beiden so gebildeten Urtheilen liegt aber wieder dasjenige, welches aus dem negativen hervorgeht, und welches, in Folge des Zusammentreffens der doppelten Negation im Prädicat, nur im Subjecte negativ geblieben ist, dem ursprünglichen Urtheil näher. Während nämlich das Urtheil »einiges was nicht S ist, ist auch nicht P« lediglich auf einen allgemeineren Begriff hinweist, der ausser S und P noch mehr Begriffe umfasst, ist offenbar das Urtheil: »einiges was nicht S ist, gehört gleichwohl zu P« ebenso bezeichnend für das Verhältniss der Begriffe S und P wie das Urtheil: »einiges was S ist, gehört gleichwohl nicht zu P« *).

Nur unter einer bestimmten Bedingung werden endlich die Abhängigkeitsurtheile durch die Einführung der Negation in Subject und Prädicat in vereinbare und zugleich in äquipollente Formen übergeführt, nur dann nämlich, wenn das Verhältniss, welches als das abhängige hin-

*) Auf diejenigen Fälle, wo die particulare Form des Urtheils ein anderes Verhältniss als dasjenige der Kreuzung zweier Begriffe ausdrückt, gehen wir hier nicht ein, da die Untersuchung der aus der Vieldeutigkeit des sprachlichen Ausdrucks entspringenden Verlegenheiten hier ohne jeden logischen Werth ist. Vergl. übrigens Nr. 2.

gestellt wird, in demjenigen, von welchem es abhängig gedacht ist, seinen ausschliesslichen Grund findet. Wo dies hingegen nicht der Fall ist, da entstehen durch die doppelte Negation falsche Urtheile. So können wir z. B. die Urtheile: »wenn ein Körper nicht seinen Ort im Raume ändert, so bewegt er sich nicht«, »wenn der Weltraum nicht von einem materiellen Medium erfüllt wäre, so könnte sich das Licht nicht fortpflanzen zwischen den Gestirnen« als äquipollent den positiven Urtheilen ansehen, aus denen sie gebildet sind, weil wir die Ortsveränderung als die einzige Bedingung der Bewegung, die Fortpflanzung durch ein materielles Medium als die einzige Bedingung der Lichtstrahlung uns denken. Dagegen erträgt z. B. das Urtheil: »wenn ein Thier stärkereiche Nahrung aufnimmt, so setzt es Fett an« die doppelte Verneinung nicht, weil es noch andere Bedingungen als die Aufnahme stärkehaltiger Nahrung giebt, unter denen ein thierischer Organismus sein Fett vermehren kann. Demgemäss kann denn auch diese Einführung der Negation bei dem Abhängigkeitsurtheil uns behülflich sein zu prüfen, ob die in ihm enthaltene Bedingung die einzig mögliche oder nur eine unter anderen ist.

b. Umwandlung in Bedingungsurtheile.

Alle andern Urtheilsformen lassen sich, ohne ihre logische Richtigkeit einzubüssen, in Abhängigkeits- oder Bedingungsurtheile überführen. Es beruht dies darauf, dass in einem gewissen Sinne die Abhängigkeit das allgemeinste Verhältniss ist, das zwischen zwei Begriffen stattfindet, und das daher auch auf jedes andere Verhältniss in irgend einer Weise übertragen werden kann. Bei dieser Uebertragung sind nun aber zwei wesentlich verschiedene Fälle zu unterscheiden. Es kann nämlich entweder 1) das zwischen Subject und Prädicat eines Urtheils stattfindende Verhältniss selbst seiner logischen Bedeutung nach als ein Abhängigkeitsverhältniss aufgefasst, oder es kann 2) der Gedanke der Bedingung nur zu dem in dem Urtheil ausgedrückten Verhältniss hinzugefügt werden, insofern jede Verbindung zwischen Subject und Prädicat unter der Bedingung steht, dass über ein Subject nur etwas prädicirt werden kann, wenn das Subject selbst gegeben ist. Im ersten dieser Fälle entsteht ein Urtheil von abweichender Form, welches dem ursprünglichen Urtheil äquipollent ist; im zweiten handelt es sich lediglich um die Hinzufügung einer sonst als selbstverständlich hinweggelassenen Bedingung zu dem im übrigen unverändert bleibenden Urtheil: die Urtheile sind also zwar äquipollent, aber sie sind nur scheinbar in ihrer Form verschieden.

Eine Aequipollenz im ersteren Sinne findet allein statt zwischen dem disjunctiven Urtheil und dem Bedingungsurtheil, und unter den disjunctiven Urtheilen ist wieder das alternative am leichtesten in die hypothetische Form umzuwandeln: es muss dabei aber immer zugleich das eine Unterurtheil mit der Negation versehen werden. Dem alternativen Urtheil

»S ist entweder P_1 oder P_2« sind daher äquipollent die beiden hypothetischen Urtheile: »wenn S nicht P_1 ist, so ist es P_2« und »wenn S P_1 ist, so ist es nicht P_2«. In beschränkterer Weise ist dieselbe Transformation auf mehrgliedrige disjunctive Urtheile anwendbar. Wenn die Disjunction n Glieder besitzt, so lässt sie sich nämlich in $n-1$ copulativ verbundene Bedingungsurtheile auflösen, bei denen jedoch das Prädicat überall, ausgenommen im letzten Glied, mit einer problematischen Bestimmung versehen werden muss: »wenn S nicht P_1 ist, so kann es P_2 sein, wenn es auch nicht P_2 ist, so kann es P_3 sein, ... wenn es auch nicht P_{n-1} ist, so ist es P_n«. Will man die problematische Form vermeiden, so lässt sich immer nur eine Disjunction durch Umwandlung in die Bedingungsform wegschaffen: »wenn S nicht P_1 ist, so ist es entweder P_2 oder P_3 ... oder P_n«.

Alle andern Relationsformen der Urtheile lassen die Umwandlung in die hypothetische Form nur in der Weise zu, dass der Gedanke der Bedingung zu der sonst zwischen Subject und Prädicat bestehenden Relation hinzugefügt wird. Substituiren wir dem Identitätsurtheil $A = B$ und dem Subsumtionsurtheil »das Quadrat ist ein Parallelogramm« die hypothetischen Formen »wenn A ist, so ist B ihm gleich« und »wenn ein Quadrat gegeben ist, so ist es ein Parallelogramm«, so fügen wir lediglich zu dem ursprünglichen Urtheil, das gar nicht transformirt wird, die bei allen unsern Urtheilen bestehende Voraussetzung hinzu, dass nur dann von dem Subject etwas prädicirt werden könne, wenn dasselbe irgendwie entweder in der Wirklichkeit oder auch nur in unserem Denken gegeben sei. Da nun aber die Voraussetzung, dass das Subject in unserem Denken gegeben sei, an und für sich schon durch die Bezeichnung desselben als erfüllt angenommen wird, so ist die ausdrückliche Hinzufügung jener Bedingung eine überflüssige Tautologie. Dadurch verliert zugleich die Behauptung, auf welche von einigen Logikern Werth gelegt worden ist, dass alle unsere Urtheile als hypothetische Urtheile angesehen werden könnten, jede Bedeutung.

Wenn wir übrigens unter Aequipollenz eine völlige Identität des Inhalts verstehen wollten, so würde es nicht bloss von diesen Fällen, sondern ganz allgemein gelten, dass es äquipollente Urtheile nicht giebt. Immer ist an die Verschiedenheit der Form zugleich irgend eine Verschiedenheit des Gedankens geknüpft. Wenn wir z. B. das nämliche Urtheil alternativ und hypothetisch darstellen, so drücken wir dort als eine Unterscheidung zweier unvereinbarer Glieder aus, was wir hier als die bedingte Ausschliessung des einen durch das andere denken. So nennen wir überhaupt lediglich dann zwei Urtheilsformen A und B äquipollent, wenn beide wechselweise aus einander abgeleitet werden können, wenn also nicht nur B unter der Voraussetzung der Wahrheit von A, sondern auch A unter der Voraussetzung der Wahrheit von B wahr ist.

2. Die Zurückführung der Urtheile auf gleiche Form.

Will man die Form des Urtheils unverändert lassen, während doch in dem Inhalt desselben die verschiedensten Verhältnisse, die zwischen Subject- und Prädicatbegriff stattfinden können, zum Ausdruck gebracht werden, so kann dies nur dadurch geschehen, dass man die verschiedenen Relationsformen der Urtheile auf eine einzige zurückführt, indem man sie als Specialfälle dieser letzteren darstellt. Eine solche Reduction auf eine gemeinsame Form führt also nothwendig dazu, dass man eine bestimmte Form, die sich dazu eignet, zum gemeinsamen Maass aller übrigen nimmt.

Hierbei kann man nun 1) von dem Identitätsurtheil ausgehen und alle andern Formen in Bezug auf ihr Verhältniss zu demselben prüfen. Man erhält so eine vollständige Reihe der Urtheilsformen, welche dadurch ausgezeichnet ist, dass in ihr alle Urtheile als Specialformen des Identitätsurtheils erscheinen. Innerhalb dieser vollständigen Reihe lässt sich sodann wieder 2) das Subsumtionsurtheil als ein gemeinsames Maass für diejenigen Urtheile aufstellen, welche in irgend einer Beziehung zu der Subsumtion der Begriffe stehen, sei es weil in ihnen eine theilweise Subsumtion ausgedrückt oder die Subsumtion als eine ganz oder theilweise unvollziehbare hingestellt ist. Selbstverständlich umfasst die so gewonnene Reihe nicht alle Urtheilsformen, da mehrere unter diesen auf keine eigentliche Subsumtion oder ihre Verneinung zurückgeführt werden können. Endlich liesse sich noch 3) das Abhängigkeitsurtheil als ein gemeinsames Maass aufstellen, welches wieder eine vollständige Reihe ergeben würde, da alle Urtheile die Transformation in die hypothetische Form zulassen. Da jedoch die so entstehenden Urtheile den ursprünglichen äquipollent sind, so ist dieser Fall oben schon behandelt worden. Es bleibt uns daher nur erstens das Verhältniss der sämmtlichen Relationsformen zu dem Identitätsurtheil und zweitens das Verhältniss der mit der Subsumtion in Beziehung stehenden Formen zum vollständigen Subsumtionsurtheil zu betrachten übrig.

a. Zurückführung auf Identitätsurtheile.

Wenn wir alle Relationsformen der Urtheile nach ihrem Verhältniss zu dem Identitätsurtheil ordnen, so sind zunächst das alternative und das disjunctive Urtheil dem Identitätsurtheil selbst als specielle Formen zuzurechnen. Sie entstehen aus der Identitätsformel $S = P$ lediglich durch die Zerlegung des Prädicatbegriffs in zwei oder mehrere Glieder: alternativ ist $S = P_1 + P_2$, disjunctiv $S = P_1 + P_2 + \ldots P_n$. Dem Identitätsurtheil zunächst steht sodann das Subsumtionsurtheil; es lässt sich als ein partielles Identitätsurtheil betrachten, indem in ihm das Subject nur mit einem Theil des Prädicates identisch gesetzt wird: »S ist gleich einem

Theil von P«. Wenn wir durch den Zusatz des Buchstabens v zu einem Begriffssymbol ausdrücken, dass der betreffende Begriff nur theilweise genommen werden solle, so entspricht demnach das vollständige Subsumtionsurtheil der Identitätsformel $S = vP$. Das unvollständige Disjunctionsurtheil, bei welchem die Theilungsglieder den einzutheilenden Begriff nicht vollständig erschöpfen, und welches sich, wie früher (S. 176) bemerkt, äusserlich dadurch unterscheidet, dass die disjuncten Begriffe das Subject bilden, ist ein Specialfall der vollständigen Subsumtion: es folgt der Identitätsformel $S_1 + S_2 + S_3 \ldots = vP$. Hieran schliesst sich sodann das K r e u z u n g s u r t h e i l. Es unterscheidet sich von der vollständigen Subsumtion dadurch, dass in ihm nur ein Theil des Subjects dem Prädicat untergeordnet, d. h. also ein Theil von S einem Theil von P identisch gesetzt wird; es entspricht demnach der Identitätsformel $vS = vP$.

Von den bis dahin aufgeführten Formen unterscheiden sich die Abhängigkeitsurtheile anscheinend dadurch, dass in ihnen weder ein vollständiges noch ein theilweises Identitätsverhältniss vorliegt, da die beiden Glieder eines Bedingungsverhältnisses ausdrücklich als verschieden von einander aufgefasst werden. Aber wenn auch die Begriffe selbst in diesem Falle nicht identisch gesetzt werden können, so lässt sich gleichwohl die A b h ä n g i g k e i t der Begriffe auf ein Identitätsverhältniss zurückführen. Indem wir nämlich S von P abhängig denken, liegt darin, dass mit jeder Aenderung von P auch S eine Aenderung erfährt, deren Beschaffenheit von der Natur des Abhängigkeitsverhältnisses bedingt ist. Wir drücken dies aus, indem wir sagen, S s e i g l e i c h e i n e r F u n c t i o n v o n P. Darin liegt aber, dass wir zwar nicht die Begriffe einander, wohl aber den einen Begriff S einer F u n c t i o n des andern Begriffes P gleichsetzen können, wobei die Beschaffenheit dieser Function die Natur des Abhängigkeitsverhältnisses bezeichnet. Das einfachste Abhängigkeitsurtheil entspricht also der Identitätsformel $S = fP$, wenn wir mit f irgend ein Verhältniss functioneller Abhängigkeit bezeichnen. Fast immer sind nun die Abhängigkeitsurtheile, wie wir sahen, complexerer Art, indem sie nicht einen Begriff als abhängig von einem einzigen, sondern von mehreren andern darstellen oder auch verschiedene Abhängigkeitsverhältnisse mit einander in Beziehung setzen. In der Regel werden sie also zusammengesetzteren symbolischen Formeln, wie $S = f(P_1, P_2)$ oder $\varphi(S_1, S_2) = f(P_1, P_2)$ u. s. w., entsprechen. Immer aber lässt sich auch in diesen Fällen das Abhängigkeitsverhältniss auf ein functionelles Identitätsverhältniss zurückführen.

Schliesslich bleibt uns noch die Beziehung des Identitätsurtheils zu den beiden Formen der verneinenden Urtheile festzustellen. Beide sprechen aus, dass eine I d e n t i t ä t nicht stattfinde, aber sie thun dies in sehr verschiedener Weise. Indem das n e g a t i v p r ä d i c i r e n d e U r t h e i l dem Verhältniss unbestimmter Disjunction entspricht, ist bei ihm vorausgesetzt, dass der negativ bestimmte Prädicatbegriff mit demjenigen Begriff, durch dessen Negation er gebildet ist, zu einem und demselben allgemeineren Begriffe X

gehöre. Das Urtheil ist also ein wahres Subsumtionsurtheil: es subsumirt das Subject dem Begriff X, ohne jedoch näher zu bestimmen, welchem Theil dieses Begriffes X es angehöre; das einzige was es bestimmt ist, dass S nicht mit dem durch P bezeichneten Gebiet jenes Begriffes zusammenfalle. S wird also irgendwo in das Gebiet X — P verlegt, und wir erhalten offenbar das negativ prädicirende Urtheil, wenn wir uns ein vollständiges Subsumtionsurtheil mit dem Prädicat X — P gebildet denken. Wir können es also durch eine Identitätsformel S = v (X — P) darstellen. Ist das Urtheil particular verneinend, indem es nur von einem Theil des Begriffes S aussagt, dass er ausserhalb P liege, so geht natürlich auch dieses negative Urtheil in die Formel des unvollständigen Subsumtionsurtheils über: v S $\doteq$ v (X — P) *). Anders verhält es sich mit dem verneinenden Trennungsurtheil. Indem es dem Verhältniss disparater Begriffe entspricht, will es das Subject S nicht unter denselben allgemeinen Begriff X, dem auch P untergeordnet ist, subsumiren, sondern es sagt lediglich aus, dass den Begriffen S und P gänzlich verschiedene Stellen in der unbegrenzten Totalität unserer Begriffe entsprechen. Führen wir für dieses im Verhältniss zu jedem einzelnen Begriff unendliche Gebiet unserer gesammten Begriffswelt das Zeichen ∞ ein, so entspricht demnach das Trennungsurtheil einer Identitätsformel S = v (∞ — P).

Vergleichen wir nun die beiden Formen verneinender Urtheile mit den zuvor betrachteten Urtheilsformen in Bezug auf ihre Entfernung von dem Identitätsurtheil S = P, so ist es einleuchtend, dass das negativ prädicirende Urtheil zwar weiter von der einfachen Identität abliegt als die positiven Subsumtionsurtheile, dass es ihr aber näher steht als das Abhängigkeitsurtheil. Denn bei jenem gehören immerhin S und P einem und demselben allgemeinen Begriffe X an, hier aber fallen beide aus einander, und es ist nur dadurch möglich, eine Identitätsformel zu finden, dass man nicht Begriffe selbst, sondern die zwischen solchen stattfindenden functionellen Beziehungen einander gleichsetzt. Was aber die beiden Unterformen des negativ prädicirenden Urtheils, S = v (X — P) und v S = v (X — P), betrifft, so steht diesmal das letztere, also das particulare, natürlich der Identität näher, indem es ja nur einen Theil des Subjectes S von P ausschliesst. Die zweite Form des verneinenden Urtheils dagegen, welche die Begriffe S und P so weit als nur immer möglich von einander entfernt, bildet den diametralen Gegensatz zum Identitätsurtheil. In der Gleichung S = v (∞ — P) wird in der That die Identitätsformel nur angewandt, um auszudrücken, dass S von P unendlich weit abliege, also total verschieden sei.

*) Eine eingehende Untersuchung der Negation, welche zugleich zu einer andern symbolischen Darstellung der verneinenden Urtheile führt, wird das nächste Capitel bringen. Hier mag der Kürze wegen einstweilen das Minuszeichen in seiner bekannten algebraischen Bedeutung benützt werden.

Ordnen wir demnach die Hauptformen der Urtheile nach ihrem Abstand vom Identitätsurtheil, so erhalten wir folgende Reihe:

$$S = P,\quad S = v\,P,\quad v\,S = v\,P,\quad v\,S = v\,(X - P),\quad S = v\,(X - P),$$
$$S = f\,P,\quad S = v\,(\infty - P).$$

Die coordinirenden Urtheile sind hinweggeblieben, weil sie theils der ersten, theils der zweiten Form zugerechnet werden können.

b. Zurückführung auf Subsumtionsurtheile.

Geht man von dem Subsumtionsurtheil aus, um mit demselben diejenigen unter den übrigen Urtheilen zusammenzustellen, für welche die Subsumtion als gemeinschaftliches Maass benützt werden kann, so gewinnt man eine Reihe, welche nur einen Ausschnitt aus der obigen darstellt. Denn das Identitätsurtheil und sein diametrales Gegentheil, das Trennungsurtheil, sowie das Abhängigkeitsurtheil müssen hinwegbleiben, weil sie nicht auf eine versuchte Subsumtion der Begriffe zurückgeführt werden können. Es bleiben also übrig die vier Formen:

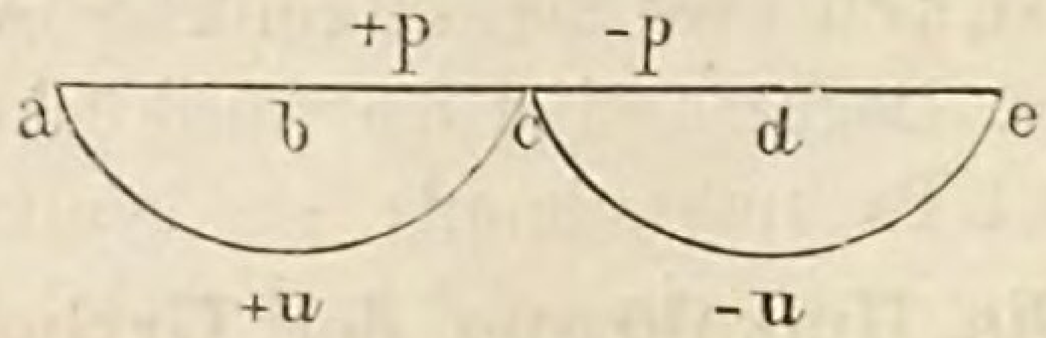
$S = v\,P$,	$v\,S = v\,P$,	$v\,S = v\,(X - P)$,	$S = v\,(X - P)$,
allgemeines,	particulares,	particular negirendes,	allgemein negirendes

Subsumtionsurtheil.

Man gewinnt demnach auf diesem Wege die vier Hauptformen der scholastischen Logik. Wir wollen sie in der obigen Reihenfolge successiv durch + u, + p, — p, — u bezeichnen. Wir können uns diese vier Subsumtionsformen auf einer geraden Linie aufgetragen denken. Dann bilden die Formen + u und — u die Endstrecken: sie verhalten sich ähnlich wie conträre Begriffe; man hat sie daher auch als *conträre* Urtheile bezeichnet. Ferner stehen + u und — p, sowie — u und + p in einem Verhältniss, welches demjenigen *disjuncter* Begriffe entspricht: man hat diese Urtheilspaare die zu einander *contradictorischen* genannt. Das Verhältniss von + u und + p, von — u und — p ist, sobald man den Formen + p und — p die in der zweiten und dritten der obigen Gleichungen ausgedrückte Definition giebt, ebenfalls ein fest bestimmtes. Es entsprechen dann, wie in der bisherigen Darstellung, die Urtheile + p und — p dem Verhältniss der Kreuzung der Begriffe, und sie werden sprachlich unzweideutig ausgedrückt in der Form: »*nur* einige S sind ein Theil von P«, »*nur* einige S sind kein Theil von P«. Dagegen sind die Ausdrücke »*einige* S sind P«, »*einige* S sind *nicht* P« unbestimmt: sie können ebenso gut wie ein Verhältniss der Kreuzung auch ein solches der *Ueberordnung*, also eine blosse Umkehrung des Subsumtionsurtheils bedeuten, $v\,S = P$ »einige S sind alle P«, und es ist endlich möglich, dass wir in dieser Form die Anwendung des allgemeinen Subsumtionsurtheils auf einzelne Fälle ausdrücken: hier geht also das particulare aus dem allgemeinen Urtheil hervor, indem

man absichtlich das Subject auf einen Theil des unter P zu subsumirenden Begriffes S beschränkt. Bezeichnen wir einen solchen Theilungscoëfficienten, um ihn von dem ausschliesslich für das Verhältniss der Subsumtion angewandten Symbol v zu unterscheiden, durch z, so können wir demnach diesen dritten Fall ausdrücken durch die Gleichungen $z S = v P$, $z S = v (X - P)$. Diese drei Fälle, nämlich 1) Kreuzung der Begriffe ($v S = v P$), 2) Ueberordnung ($v S = P$) und 3) Anwendung der allgemeinen Subsumtion auf einen speciellen Fall ($z S = v P$), fasst nun die scholastische Logik im particularen Urtheil zusammen. Dann ist aber natürlich auch das Verhältniss der Formen $+ p$ und $- p$ zu $+ u$ und $- u$ kein völlig bestimmtes, sondern es können nur gewisse Grenzen angegeben werden, innerhalb deren der Gebrauch eines particularen Urtheils möglich ist. Als obere Grenze des Unterschieds von $+ u$ und $+ p$, von $- u$ und $- p$ ist offenbar die gegeben, dass niemals $+ p$ zu $+ u$ oder $- p$ zu $- u$ disjunct werden kann, als untere Grenze die, dass $+ p$ einen Theil von $+ u$ und $- p$ einen Theil von $- u$ ausmacht. Gehen wir von dieser unteren Grenze aus, so können wir das hierbei stattfindende Verhältniss der particularen zu den entsprechenden allgemeinen Urtheilen geometrisch versinnlichen, indem wir auf der Geraden $a e = X$ die Stücke $+ p$ und $- p$ als Theile von $+ u$ und von $- u$ denken, so dass sie in den Strecken $+ u$ und $- u$ vollständig enthalten sind. Die scholastische Logik hat dieses Verhältniss von $+ u$ zu $+ p$ und von $- u$ zu $- p$ als das der Subalternation bezeichnet. $+ p$ und $- p$ selbst verhalten sich hierbei wie contingente Begriffe. So stehen sie sich denn auch näher als die disjuncten oder contradictorischen Formen $+ u$ und $- p$, $- u$ und $+ p$, aber zugleich ferner als die im Verhältniss der Subsumtion stehenden oder subconträren Formen $+ u$ und $+ p$, $- u$ und $- p$. $+ p$ und $- p$ können nämlich offenbar neben einander bestehen, wenn dies auch nicht nothwendig der Fall ist. Gilt das Urtheil »einige S sind P«, so gilt daneben »einige S sind nicht P«, sobald das particulare Urtheil ein Verhältniss der Kreuzung oder der Ueberordnung der Begriffe bezeichnet, es gilt aber nicht für die Anwendung einer allgemeinen Subsumtion auf einen Specialfall. Die scholastische Logik nannte in allen diesen Fällen das Verhältniss von $+ p$ zu $- p$ das subconträre. Die Beziehungen aller Sub-

Fig. 3.



sumtionsformen, wie sie sich diesen Voraussetzungen gemäss gestalten, können wir uns schliesslich dargestellt denken, wenn wir den Umfang des Subjectbegriffes S durch eine auf der Geraden a e (Fig. 3) abgemessene

Strecke, welche constant der Hälfte dieser Geraden gleich ist, versinnlichen und dann successiv S in die Lagen a c, b d und c e bewegt denken.

Für S = a c gilt + u, + p, gilt nicht — p, — u.
Für S = b d » + p, — p, » » + u, — u.
Für S = c d » — u, — p, » » + p, + u.

Hieraus ergeben sich die Regeln:

+ u und + p ⎫ sind stets zusammen wahr (subalternirende Ur-
— u und — p ⎭ theile).

+ u und — u können nicht zusammen wahr, aber sie können zusammen falsch sein (conträrer Gegensatz).

+ p und — p können nicht zusammen falsch, aber sie können zusammen wahr sein (subconträrer Gegensatz).

+ u und — p ⎫ können weder zusammen wahr noch zusammen falsch
— u und + p ⎭ sein (contradictorischer Gegensatz).

Diese Regeln sind von einem geringen Werthe, da bei ihnen die dreideutige Unbestimmtheit des particularen Urtheils eine wesentliche Rolle spielt; diese Unbestimmtheit selbst ist aber lediglich eine Folge der Ungenauigkeiten des sprachlichen Ausdrucks, und sie verschwindet, wenn wir uns eines correcten Ausdrucks befleissigen. Geschieht dies, so ist offenbar das überordnende Urtheil »einige S sind alle P« (v S = P) eine blosse Umkehrung des subsumirenden Urtheils S = v P. Das angewandte Subsumtionsurtheil »auch einige S sind P« (z S = v P) ist bloss ein Specialfall der vollständigen Subsumtion, ist also jedenfalls keine selbständige Relationsform. So bleibt allein das particulare Urtheil im engeren Sinne des Wortes übrig »ein Theil von S ist ein Theil von P«, v S = v P. Beschränken wir aber das particulare Urtheil auf diese engere Bedeutung, in der es allein einem eigenthümlichen Begriffsverhältnisse entspricht, so gehen die obigen Beziehungen in die folgenden über:

+ u und + p ⎫
— u und — p ⎬ können nicht zusammen wahr, aber sie können zusammen falsch sein (conträrer Gegensatz).
+ u und — u ⎭

+ p und — p sind stets zusammen wahr (subalternirende Urtheile).

+ u und — p ⎫ können weder zusammen wahr noch zusammen falsch
— u und + p ⎭ sein (contradictorischer Gegensatz).

D. h. die zuvor subalternirenden Urtheile treten ebenfalls in einen conträren Gegensatz, dafür wandelt sich aber der subconträre Gegensatz in eine Subalternation um.

3. Die Umkehrung der Urtheile.

Eine Umkehrung des Urtheils, bei welcher Subject- und Prädicatbegriff mit einander vertauscht werden, ist in allen Fällen ohne weitere Veränderungen bei dem Identitätsurtheil und seinem diametralen Gegensatz, dem

negativen Trennungsurtheil, möglich. Bei allen Urtheilen, die zwischen diesen beiden gelegen sind, kann solches aber nur nach vorangegangener Transformation stattfinden. Die einfachste Umwandlung, die zu diesem Zwecke vorgenommen werden kann, besteht darin, dass man allen Urtheilen die Form von Identitätsurtheilen giebt. Natürlich werden sie dann alle, ebenso gut wie das Identitätsurtheil selbst, umkehrbar. Indem man die Symbole der Identitätsformeln in die ihnen entsprechenden Bezeichnungen der Sprache zurückübersetzt, lässt sich nun sofort angeben, welche Veränderungen etwa in dem sprachlichen Ausdruck der Urtheile eintreten müssen, damit Umkehrung stattfinden könne. Die frühere Reihe der Identitätsformeln geht so durch Umkehrung in die folgende über:

$$P = S,\quad v\,P = S,\quad v\,P = v\,S,\quad v\,(X - P) = v\,S,\quad v\,(X - P) = S,$$
$$f\,P = S,\quad v\,(\infty - P) = S.$$

Demnach wandelt sich 1) das subsumirende Urtheil in ein in particularer Form überordnendes um: »ein Theil von P ist S«. 2) Das particulare Urtheil behält die particulare Form: »ein Theil von P ist ein Theil von S«, aber Subject und Prädicat sind doch nur scheinbar mit einander vertauscht, da die durch das Symbol v ausgedrückte Partition sprachlich zwar nicht geschieden wird, in Wahrheit aber eine verschiedene Bedeutung besitzt, indem die Theile von S und P, die einander gleich gesetzt werden, eine verschiedene relative Grösse haben können. 3) Das negative Subsumtionsurtheil würde bei reiner Umkehrung lauten: »was theilweise nicht P ist, ist ein Theil von S«. Indem man von der irrigen Ansicht ausgeht, dass auch bei den negativ prädicirenden Urtheilen die Verneinung der Copula anhafte, giebt man dieser Umkehrung gewöhnlich die Form: »ein Theil von P ist kein Theil von S«, ein Urtheil, das sonst aus dem vorigen durch das unten zu besprechende Verfahren der Contraposition, d. h. der Negation der mit einander vertauschten Subject- und Prädicatbegriffe, abgeleitet werden kann. 4) Das negative allgemeine Urtheil lautet nach der Umkehrung: »einiges was nicht P ist, ist S«. Man giebt ihm gewöhnlich die ebenfalls erst durch Contraposition abzuleitende Form: »ein Theil von P ist nicht S«. 5) Endlich bei dem Abhängigkeitsurtheil kann die Umkehrung in einer doppelten Weise stattfinden. Zunächst kann man die beiden Unterurtheile, aus denen ein zusammengesetztes Abhängigkeitsurtheil besteht, selbst unverändert lassen. Es wird dann die Reihenfolge, in der Bedingung und Bedingtes gedacht werden, einfach umgekehrt. Nun kann, wie wir sahen, ebensowohl der eine wie der andere Bestandtheil vorangehen: die beiden gleich möglichen Formen $S = f\,P$ und $f\,S = P$ tauschen also durch die Umkehrung einfach ihre Stellen. Gieng im ursprünglichen Urtheil das Bedingte voran ($S = f\,P$), so hat nun die Bedingung den Vortritt, gieng die Bedingung voran ($f\,S = P$), so wird nun das Bedingte vorangestellt. Es kann aber auch die Umkehrung in solcher Weise stattfinden, dass was vorher als Bedingung gedacht wurde, jetzt als das Bedingte hingestellt wird

und umgekehrt. Nur diesen Fall können wir im eigentlichen Sinne als eine Umkehrung bezeichnen, da nur bei ihm die Unterurtheile in Bezug auf ihre logische Bedeutung ihre Stellen wechseln. Aeusserlich unterscheidet sich derselbe von dem vorigen dadurch, dass die Bedingungsconjunctionen ihre Stellen behalten, aber die mit ihnen verbundenen Begriffe vertauscht werden. Bei einer solchen logischen Umkehrung eines Abhängigkeitsurtheils wird die Reihenfolge, in der Grund und Folge gedacht werden, nicht verändert, aber es wird, was zuvor als Grund gedacht war, zur Folge, was als Folge gedacht war, zum Grunde. Eine derartige Vertauschung ist nun keineswegs überall, sondern wieder nur da möglich, wo der gegebene Grund als die einzige und ausschliessliche Bedingung der mit ihm als Folge verbundenen Thatsache angesehen werden soll. Ich kann also z. B. die früheren Beispiele umkehrend sagen: »wenn das Licht sich fortpflanzt zwischen den Gestirnen, so ist der Weltraum von einem materiellen Medium erfüllt«, ich kann aber offenbar nicht sagen: »wenn Dreiecke gleichen Flächeninhalt haben, so haben sie gleiche Grundlinie und gleiche Höhe«. Die logische Umkehrung leistet also bei der Prüfung der Urtheile die nämlichen Dienste wie die Einführung der doppelten Negation.

Mit der Umkehrung des Urtheils lässt sich nun zugleich die Einführung der doppelten Negation verbinden. So entsteht diejenige Transformation, welche man als Contraposition bezeichnet hat. Sie hat desshalb eine gewisse Bedeutung, weil in einigen Fällen, wo die doppelte Negation allein keine äquipollenten Urtheile liefert, solche durch die Hinzunahme der Umkehrung entstehen. Unterwirft man nämlich 1) das Identitätsurtheil diesem Verfahren, so entsteht aus der Form $A = B$ die negative Form: »was nicht B ist, ist nicht A«. Auch sie ist ebenso wenig wie die durch doppelte Negation ohne Umkehrung gebildete dem ursprünglichen Urtheil äquipollent. Dagegen ergänzen sich beide negative Formen zu einer Aequipollenz. Denn es entstehen so die zwei negativen Urtheile »was nicht A, ist nicht B, und was nicht B, ist nicht A«, welche, wie schon oben (S. 202) bemerkt wurde, dem Identitätsurtheil $A = B$ äquipollent sind. 2) Das Subsumtionsurtheil, welches die doppelte Negation nicht zuliess, liefert durch die Hinzunahme der Umkehrung ein nicht nur vereinbares, sondern sogar in bedingter Weise äquipollentes Urtheil. Dem Urtheil »A ist ein Theil von B« ist nämlich das Urtheil »was kein Theil von B ist, ist auch nicht A« unter der Voraussetzung äquipollent, dass das ursprüngliche Urtheil die Einführung der doppelten Negation ohne Umkehrung nicht ertrug, dass also nicht gleichzeitig gilt: »was kein Theil von A ist, ist auch nicht B«. Dem positiven Subsumtionsurtheil entspricht das negative in seinem Verhalten. Dem Urtheil »A ist kein Theil von B« ist stets äquipollent das andere »was ein Theil von B ist, ist nicht A«. Da aber schon das ursprüngliche Urtheil ebenso gut der Negation eines Subsumtions- wie der eines Identitätsverhältnisses entsprechen kann, so ist dies auch bei dem contraponirten Urtheil der Fall. Was sodann 3) die particularen Subsumtions-

urtheile betrifft, so liefert das positive die contraponirte Form: »nur einiges was nicht P ist, ist auch kein Theil von S«, das negative: »nur ein Theil von P ist kein Theil von S« *), z. B.: »nur einige nicht rechtwinklige Figuren sind keine Parallelogramme«, und: »nur einige rechtwinklige Figuren sind keine Parallelogramme«. Von ihnen ist aber offenbar das erste Urtheil äquipollent dem negativ particularen Urtheil: »ein Theil der Parallelogramme ist nicht rechtwinklig«, und das zweite dem positiv particularen Urtheil: »ein Theil der Parallelogramme ist rechtwinklig«. Wenn wir uns also hier wieder nur auf das particulare Urtheil in seiner Anwendung auf den Fall der Kreuzung der Begriffe beschränken, so geht aus der Contraposition der positiven Form ein Urtheil hervor, welches der negativen äquipollent ist, und aus der Contraposition der negativen ein solches, das der positiven äquipollent ist. Endlich 4) bei dem Abhängigkeitsurtheil ist die doppelte Negation des umgekehrten Urtheils (wenn wir von der bloss äusseren Umkehrung absehen) überall da zulässig, wo überhaupt die logische Umkehrung selbst zulässig ist, d. h. sobald die aufgestellte Bedingung die einzige und ausschliessliche für die Entstehung der abhängigen Thatsache ist. Das Abhängigkeitsurtheil hat also die Eigenthümlichkeit, dass die drei Transformationsweisen der Negation der beiden Unterurtheile, der Umkehrung und der Contraposition Prüfungsmittel von gleichem Werthe sind: jede dieser Umwandlungen ist zulässig, wo es sich um ein Verhältniss der Wechselbestimmung oder ausschliesslichen Abhängigkeit handelt, keine ist zulässig, wo dies nicht der Fall ist.

4. Die Bildung abgeleiteter Urtheile.

Auf zwei einander entgegengesetzte Weisen können aus einem gegebenen Urtheil abgeleitete Urtheile entwickelt werden: 1) indem man aus einem Urtheil, in welches zusammengesetzte Begriffe oder Unterurtheile eingehen, die einfachen Urtheile isolirt, die in ihm vorausgesetzt sind; und 2) indem man aus einem irgendwie beschaffenen Urtheil durch geeignete Hinzufügung von Begriffen zusammengesetztere Urtheile ableitet.

*) Lässt man, wie es gewöhnlich geschieht, bei der einfachen Umkehrung die Negation bei der Copula (vgl. oben S. 189), so tauschen natürlich in diesem Fall Conversion und Contraposition die Stelle, und das Urtheil »was theilweise nicht P ist, ist ein Theil von S«, das oben als conversirtes aufgeführt wurde, wird zum contraponirten. Es geht dann aber auch die obige Symmetrie in dem Verhalten äquipollenter Urtheile verloren, indem dem positiven particularen Urtheil das negative conversirte, dem negativen aber das positive contraponirte äquipollent wird. Ebenso führt nach der gewöhnlichen Auffassung die Negation des vollständigen Subsumtionsurtheils durch die blosse Conversion zu einer äquipollenten Form, während die Contraposition diese Aequipollenz wieder aufhebt. Nach der obigen Darstellung verhält sich dagegen das negative ganz wie das positive Subsumtionsurtheil.

a. Zerlegung in einfachere Urtheile.

Ueberall wo ein Gegenstandsbegriff mit einem Attribut, ein Verbalbegriff mit einem Object oder ebenfalls mit einer attributiven Bestimmung versehen ist, kann, wie mehrfach hervorgehoben wurde, das so entstehende innere oder äussere Determinationsverhältniss zweier Begriffe als ein einfacheres Urtheil von abgekürzter Form angesehen werden, welches in dem eigentlichen Urtheil vorausgesetzt wird. Führt man aber diese Zerlegung wirklich aus, so besitzen die so gewonnenen Urtheile stets insofern eine unbestimmte Beschaffenheit, als in ihnen nur ganz allgemein die zwei verbundenen Begriffe als vereinbar hingestellt werden. Das Urtheil z. B.: »Dreiecke von gleicher Grundlinie und Höhe haben gleichen Flächeninhalt« enthält die elementareren Urtheile: »Dreiecke haben gleiche Grundlinie und Höhe« und »Flächeninhalte sind gleich«, d. h. das gegebene Urtheil setzt voraus, dass es Dreiecke von der angegebenen Beschaffenheit giebt, und dass es verschiedene Flächeninhalte giebt, welche einander gleich gesetzt werden können. Noch deutlicher wird diese unbestimmte Fassung der vorauszusetzenden elementareren Urtheile bei dem Abhängigkeitsurtheil. Hier bilden bei der gewöhnlichen zusammengesetzten Form desselben die beiden Unterurtheile Bestandtheile, die selbst schon in der prädicativen Form gegeben sind. Aber indem bei ihrer Isolirung die Bedingungsform hinwegfällt, welche dem zusammengesetzten Urtheil als solchem angehört und für dasselbe ein ähnliches Bindemittel der Bestandtheile abgiebt wie in dem gewöhnlichen Urtheil die Copula oder die ihr äquivalente Verbalendung, bleibt jedes Unterurtheil nur dann als Voraussetzung des zusammengesetzten Urtheils gültig, wenn demselben eine problematische Bestimmung beigefügt wird. Das Urtheil also: »wenn der Weltraum u. s. w.« enthält die einfacheren Urtheile als Vorbedingungen: »der Weltraum kann von einem materiellen Medium erfüllt sein«, und: »das Licht kann sich fortpflanzen zwischen den Gestirnen«. *Jedes Urtheil beruht demnach auf der Voraussetzung, dass die Begriffsverbindungen, die es etwa in seinem Subject oder in seinem Prädicat oder auch in seinen Unterurtheilen enthält, überhaupt vereinbar sind.* Um dies zu prüfen, kann jeder der im Urtheil enthaltenen Begriffsverbindungen für sich die Urtheilsform gegeben werden; die so gewonnenen Urtheile nehmen aber hierbei stets eine problematische Form an, die jenem Gedanken der Vereinbarkeit der in ihnen enthaltenen Begriffe entsprechend ist. Nur selten wird man in der Lage sein, ein Urtheil durch eine solche Zerlegung in Bezug auf die in ihm gemachten Voraussetzungen zu prüfen. Am ehesten kann noch solches bei den zusammengesetzten Abhängigkeitsurtheilen vorkommen, wo gerade die hypothetische Form zuweilen über Voraussetzungen hinweghilft, die an sich unstatthaft sind, was sich dann bei der Zerlegung herausstellt.

b. Bildung zusammengesetzterer Urtheile.

Die entgegengesetzte Transformation, die Bildung zusammengesetzterer aus einfachen Urtheilen, lässt sich auf folgende Regeln zurückführen: 1) ein Urtheil bleibt richtig, wenn in ihm Subject und Prädicat beide durch den nämlichen dritten Begriff determinirt werden. Das Urtheil »der Sauerstoff ist ein die Verbrennung unterhaltendes Gas« lässt sich z. B. umwandeln in die Form: »der Sauerstoff der Luft ist ein die Verbrennung unterhaltendes Gas der Luft«. 2) Ein Urtheil bleibt richtig, wenn in ihm mit dem Subject und dem Prädicat der nämliche dritte Begriff additiv verbunden wird. Aus dem Urtheil »Stickstoff und Sauerstoff sind die einfachen Bestandtheile der Atmosphäre« können wir z. B. das andere bilden: »Stickstoff, Sauerstoff, Kohlensäure und Wasserdampf sind die einfachen Bestandtheile der Atmosphäre nebst Kohlensäure und Wasserdampf«. In der allgemeinen Logik sind diese Transformationsweisen von sehr geringer Bedeutung. Sie erlangen erst ihre Wichtigkeit im Gebiet der Grössenbegriffe, wo sie für die hier stattfindenden Urtheile, die Gleichungen, zu den fruchtbarsten Umwandlungen gehören. Zugleich erweitert sich auf diesem Gebiete die Anwendung der obigen Regeln, indem dieselbe theils auf die verschiedenen Stufen der Grössenverknüpfung, nicht bloss auf die Addition und Multiplication, sondern auch auf die Potenzirung der Grössen, theils auf die zu diesen fortschreitenden Grössenverknüpfungen entgegengesetzten Operationen, Subtraction, Division, Radicirung, sich ausdehnt. Auf logischem Gebiete giebt es aber nichts, was der Potenzirung oder den inversen Operationen, namentlich den höheren Stufen derselben, analog wäre. Versucht man die letzteren auszuführen, so führt dies stets auf eine negative Determination zurück, d. h. auf die Bestimmung eines Begriffs durch einen andern, der bloss negativ bestimmt wird. Um speciell bei den hier in Rede stehenden Transformationen der Urtheile zu bleiben, so liesse sich nur *eine* Verfahrungsweise denken, welche eine zu den beiden obigen Veränderungen der gleichen Addition und der gleichen Determination des Subjectes und Prädicates entgegengesetzte Richtung zu haben scheint. Man könnte nämlich versuchen, aus dem Subject und Prädicat den nämlichen Theilbegriff hinwegzudenken, wodurch wiederum ein richtiges Urtheil entstehen müsste. Aber wenn dieses Verfahren schon durch den Umstand eingeschränkt wird, dass es nur anwendbar ist, wo Subject und Prädicat einen übereinstimmenden Bestandtheil enthalten, so zeigt auch in diesen Fällen der Versuch seiner Ausführung, dass dasselbe lediglich wieder auf eine übereinstimmende Determination beider Begriffe hinausführt, und es bleibt der einzige Unterschied, dass der determinirende Begriff bloss negativ bestimmt ist. Wollte man z. B. in dem Urtheil »rechtwinklige Parallelogramme sind regelmässige geometrische Figuren« auf beiden Seiten von den *gleichseitigen* Figuren abstrahiren, so würde man das Urtheil erhalten: »rechtwinklige, aber nicht

gleichseitige Parallelogramme sind regelmässige, aber nicht gleichseitige geometrische Figuren«. Diese Art der Determination unterscheidet sich von der gewöhnlichen positiven nicht im geringsten: die Determination selbst ist offenbar auch hier positiv ausgeführt, nur der Begriff, mit dem sie ausgeführt wird, ist bloss negativ bestimmt. Durch diese Betrachtungen wird die Frage nach dem Verhältnisse der logischen zu den mathematischen Begriffsverbindungen nahe gelegt, eine Frage, mit der wir uns im nächsten Capitel beschäftigen werden.

Viertes Capitel.

Der Algorithmus der Urtheilsfunctionen.

Unsere Begriffe bedürfen, damit sie geistig festgehalten und wieder erkannt werden können, der äusseren Zeichen. Da der Begriff seinem ganzen logischen Inhalte nach niemals vorgestellt werden kann, so hat das Zeichen stets die Bedeutung einer stellvertretenden Vorstellung. Schon die psychologische Entwicklung der Begriffe hat uns aber gelehrt, dass mit der Bildung stellvertretender Vorstellungen unmittelbar die Bildung der Begriffe selber verbunden ist. Die meisten Forderungen, welche an ein System von Begriffszeichen gestellt werden können, erfüllt nun das natürliche Zeichensystem der Sprache in so vollständiger Weise, dass es wohl niemals möglich sein wird, künstliche Bezeichnungen zu erfinden, welche für das Gesammtgebiet des logischen Denkens auch nur annähernd das nämliche leisteten. Die Wörter der Sprache sind Begriffssymbole, über deren Bedeutung im allgemeinen kein Zweifel aufkommen kann, da dieselbe durch einen der wichtigsten Einflüsse, denen der menschliche Geist unterworfen ist, durch die Gewohnheit, festgestellt wurde. Constanz und Bestimmtheit besitzen also diese Zeichen in hohem Maasse. Auch dies aber ist ein grosser Vorzug der Sprache, dass das Wort trotzdem in seiner Bedeutung nicht absolut stabil ist, sondern vermöge der Vorgänge der Verschiebung und Verdichtung der Vorstellungen den veränderlichen Bedürfnissen des Denkens sich anpasst. Dieser letzte Umstand gerade, dass die Constanz der Begriffsbedeutung des Wortes keine ganz vollkommene ist, macht es unmöglich, selbst in solchen Gebieten des Denkens, wo wir uns anderer künstlicher Zeichen bedienen, die Hülfe der Sprache ganz zu entbehren. Die Sprache ist das einzige in fortwährender innerer Entwicklung begriffene Zeichensystem, und durch diese Entwicklung wird sie befähigt, jeder beliebigen künstlichen Symbolik das nämliche Leben einzuhauchen. So haben

unter diesem Einflusse die Symbole mathematischer Operationen mannigfache Veränderungen erfahren, oder es sind für neu aufgefundene Beziehungen neue Symbole geschaffen worden. Wer also nach einem Zeichensystem suchen wollte, das die Sprache selber ersetzte, der würde sich einem hoffnungslosen Beginnen widmen, da die Sprache auf irgend ein künstliches Zeichensystem die Entwicklungsfähigkeit, die sie besitzt, nur übertragen kann, wenn sie selbst mit demselben in fortwährender Wechselwirkung bleibt. Immer können darum auch solche künstliche Systeme nur zeitweise für die Sprache eintreten, um einzelne Geschäfte ihr abzunehmen, die sie selbst unvollkommener zu vollbringen vermag.

Dass es aber solche Fälle giebt, dafür liefert die Mathematik ein unwiderlegliches Zeugniss. Ist doch die Entwicklung dieser Wissenschaft an die Ausbildung ihres künstlichen Zeichensystems fast ebenso sehr gebunden gewesen wie die Entwicklung des Denkens überhaupt an die Bildung der Sprache. Wenn sich nun in diesem Fall das dringende Bedürfniss fühlbar machte, an die Stelle der natürlichen Sprache eine künstliche zu setzen, so kann dies doch nur in gewissen Unvollkommenheiten der ersteren ihren Grund haben. Ein ganz vollkommenes Zeichensystem müsste ja zu allen Anwendungen des Denkens geeignet sein. Es könnte aber sein, dass jene Mängel, welche die natürliche Sprache zu einem ungenügenden Hülfsmittel für die allgemeine Darstellung der Grössenbegriffe und ihrer Beziehungen machen, auch sonst in unserem Denken fühlbar werden, und dass wir sie nur desshalb unbeachtet lassen, weil sie in der Regel nicht störend genug sind, um uns, wie in der Mathematik, zu einer zeitweisen Aenderung zu zwingen. Die Logik darf aber an solchen Unvollkommenheiten der Sprache nicht vorübergehen, theils weil dieselben nur dann beim Gebrauch unschädlich werden, wenn man sich ihrer deutlich bewusst wird, theils weil doch auch die Logik, ähnlich der Mathematik, veranlasst werden könnte, dort, wo jene Nachtheile besonders störend sind, das natürliche vorübergehend durch ein künstliches System zu ersetzen. Zwar werden wir von vornherein auf den zuweilen gehegten Gedanken verzichten, dass künstliche Zeichen jemals für die practische Uebung des logischen Denkens grosse Dienste leisten werden. Wohl aber können sie dazu dienen, logische Verhältnisse zu unterscheiden, welche die Sprache unvollkommen oder gar nicht trennt, und eine klarere Einsicht in die logischen Operationen zu verschaffen, als es die Sprache vermöge ihrer Gebundenheit an psychologische Entwicklungsbedingungen im Stande ist. Es entsteht so die Aufgabe einer symbolischen Darstellung der logischen Operationen, bei welcher diese sowie die Begriffe durch Zeichen fixirt, und aus den allgemeinen Gesetzen des Denkens die Verfahrungsweisen entwickelt werden, denen die Zeichen zu unterwerfen sind, um aus bestimmten Verbindungen derselben andere abzuleiten und deren logische Deutung zu finden. Die logische Disciplin, welche sich mit der Lösung dieser Aufgabe beschäftigt, wollen wir, ein in der Mathematik schon in erweitertem Sinne gebrauchtes Wort

in noch allgemeinerer Bedeutung anwendend, als den Algorithmus der Logik bezeichnen*).

Die logische Analyse der Urtheilsfunctionen hat nun vor allem mit zwei Mängeln der Sprache zu kämpfen. Der eine besteht darin, dass die Sprache für die Begriffe und für die logischen Operationen, die mit den Begriffen vorgenommen werden können, die nämlichen Symbole verwendet; der andere darin, dass sie theils logisch zusammengehörige Verfahrungsweisen verschieden, theils aber logisch verschiedene übereinstimmend bezeichnet. Die Einführung einer willkürlichen Symbolik, welche leicht diese Mängel beseitigen kann, hat daher den theoretischen Nutzen, dass sie in die Natur eines Urtheils, in die Beziehung der verschiedenen Urtheilsformen zu einander und in das Wesen der Transformationen eine unmittelbarere Einsicht zu verschaffen vermag, als es der sprachliche Ausdruck im Stande ist. In der That besitzt im Gebiet der allgemeinen Logik die algorithmische Behandlung wohl vorwiegend diese theoretische Bedeutung. Dass es unter Umständen mittelst ihrer leichter gelingt eine bestimmte logische Aufgabe zu lösen als auf dem gewöhnlichen Weg des sprachlichen Gedankenausdrucks, ist zwar unzweifelhaft. Selbstverständlich kann aber die symbolische Ausdrucksweise immer erst dann angewandt werden, wenn alle zur Lösung einer Aufgabe erforderlichen Voraussetzungen gegeben sind; und ist dies einmal geschehen, so wird vermöge der Einfachheit des logischen Calcüls die Aufgabe auch in der Regel mit den blossen Hülfsmitteln der Sprache zu lösen sein. Die schwierigste Arbeit des logischen Denkens besteht in der Herbeischaffung der erforderlichen Voraussetzungen und in der präcisen Formulirung der Aufgaben selbst, sowie, nach erfolgter Lösung derselben, in dem Fortschritt zu neuen Aufgaben. Dies ist aber eine Arbeit, die durch keinerlei symbolische Ausdrucksformen ersetzt werden kann, wie sie denn überhaupt grossentheils jenseits des Gebiets einer Untersuchung der Urtheils- und Schlussnormen liegt, da sie in Bezug auf die Entwicklung der einzelnen Voraussetzungen den speciellen Wissenschaften, in Bezug auf die allgemeingültigen Methoden der Forschung aber der eigentlichen Methodenlehre anheimfällt. Dass auf mathematischem Gebiete die allgemeinen Hülfsmittel des Denkens meistens nicht hinreichen, um eine präcis gestellte Aufgabe zu lösen, liegt an der besonderen Verwickelung der Schlussfolgerungen, welche die Natur der Grössenbegriffe mit sich führt. Uebrigens ist eine Symbolik der logischen Formen schon aus dem einen Grunde von theoretischem Interesse, weil sie dazu herausfordert, zwischen den allgemeinen Gesetzen des Denkens und jenen speciellen Gesetzen desselben, welche im Gebiet der Grössenbegriffe eintreten, Vergleichungen anzustellen. Die Unterschiede, die sich hier finden, werden nothwendig auf die besondere Natur

*) Auf die Logik ist diese Bezeichnung wohl zuerst angewandt worden von J. Delboeuf in dem Titel seiner Schrift: logique algorithmique. Liège et Bruxelles 1877.

der Zahl- und Grössenbegriffe zurückgeführt werden können. Für den Logiker ist es daher eine geradezu selbstverständliche Voraussetzung, dass er den logischen Algorithmus als den allgemeineren betrachtet, aus dem der algebraische durch den Hinzutritt bestimmter Bedingungen hervorgeht. Dies ist nun freilich nicht der Standpunkt der meisten Darstellungen, welche die mathematische Logik bisher gefunden hat, und in denen der logische als ein Specialfall des algebraischen Calcüls aufgefasst wird. Der Umstand, dass diese Darstellungen hauptsächlich von Mathematikern herrühren, ist hier sichtlich von Einfluss gewesen. Für die practischen Zwecke des Calcüls ist es nun auch in der That vollkommen gleichgültig, ob man die Mathematik als jenen Specialfall der Logik betrachtet, bei welchem besondere Bedingungen, die aus der Natur der Grössenbegriffe entspringen, hinzukommen, oder die Logik als einen Specialfall der Mathematik, wo diese Bedingungen hinwegbleiben, — für die theoretische Behandlung des Gegenstandes ist es aber keineswegs gleichgültig, welchen dieser Wege man wählt. Geht man den letzteren, so wird man so viel wie möglich die algebraischen Verfahrungsweisen auf die Logik zu übertragen suchen, und es kann dabei kaum ausbleiben, dass theils die Bezeichnungen unpassend werden, theils solche Operationen mit übergehen, die in Wirklichkeit in dem neuen Gebiet gar nicht vorkommen. An beiden Mängeln leiden besonders die Arbeiten Boole's, des Begründers der mathematischen Logik *). Die Gewohnheit der Mathematiker, die analytischen Operationen in rein technischer Weise anzuwenden und erst bei den Schlussresultaten nach der Interpretation der Formeln zu fragen, wird von Boole auf das Gebiet des logischen Calcüls geradezu als ein Recht übertragen, so dass bei ihm die Zwischenrechnungen durchgängig logisch nicht nur nicht interpretirbar sind, sondern zum Theil sogar den Voraussetzungen des logischen Algorithmus widersprechen **). Auch die ohne Kenntniss von Boole's Schriften von

*) Boole's Hauptwerk führt den Titel: an investigation of the laws of thought on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities. London 1854. Früher erschien: the mathematical analysis of logic. Cambridge 1847.

**) Die Ansicht, dass Boole die Logik als einen Zweig der Mathematik behandle, ist neuerlich von J. Venn energisch zurückgewiesen worden. (Mind, Oct. 1876, p. 480.) Die Meinung, welche Boole von dem Verhältniss beider Wissenschaften hat, steht aber hier nicht in Frage, sondern nur die Methode, die er dem logischen Calcül zu Grunde legt, und dass diese Methode im wesentlichen in einer Anwendung der algebraischen Operationen auf den Specialfall besteht, wo alle Grössen nur die Werthe 0 oder 1 annehmen können, kann nicht wohl bezweifelt werden. In dieser Beziehung ist namentlich entscheidend, dass Boole die sämmtlichen vier algebraischen Elementaroperationen auf das logische Gebiet überträgt, ohne zu fragen, ob sie auch alle eine logische Bedeutung besitzen. Dieses Verfahren führt denn auch zu dem widersprechenden Ergebniss, dass in die rein logischen Gleichungen solche Werthe, wie

R. und H. Grassmann*) verfasste Bearbeitung der mathematischen Logik, welche sich jedoch auf eine Darstellung der logischen Grundgesetze, der Urtheils- und Schlussformen beschränkt, steht im wesentlichen auf dem nämlichen Standpunkt. Dem gegenüber scheint schon Leibniz**) an eine selbständigere Behandlung des logischen Calcüls gedacht zu haben, worauf in seinen kurzen Fragmenten über diesen Gegenstand namentlich die Wahl eigenthümlicher Symbole für die logischen Verfahrungsweisen hindeutet. Unabhängig von einander haben sodann in neuerer Zeit Stanley Jevons***) und J. Delboeuf†) die Unabhängigkeit des logischen Calcüls betont, und ist endlich von E. Schröder††) eine Darstellung des letzteren gegeben worden, die sich zwar eng an die algebraischen Operationen anschliesst, aber Boole's nicht interpretirbare Formeln durchgängig beseitigt und seine Rechnungsweisen vereinfacht. Es würde zu weit führen, auf die in diesen verschiedenen Darstellungen gewählten Methoden näher einzugehen; wir müssen uns begnügen, auf einige der hauptsächlichsten Differenzpunkte bei Gelegenheit der Sätze, auf die sie sich beziehen, hinzuweisen. Im übrigen wird die folgende Darstellung zunächst immer von logischen Gesichtspunkten ausgehen und erst an zweiter Stelle die Frage behandeln, inwiefern die logischen mit gewissen algebraischen Verfahrungsweisen übereinstimmen oder von ihnen verschieden sind. Doch werden wir es uns im logischen so gut wie im algebraischen Calcül gestatten dürfen, Transformationen vorzunehmen, durch welche die Verfahrungsweisen vereinfacht und möglichst auf übereinstimmende Formen zurückgeführt werden; nur muss selbstver-

2, 3, $\frac{1}{3}$ u. dergl., eingehen, die nach Boole's eigener Definition niemals auf logischem Gebiete vorkommen können. Schliesslich verschwinden dann freilich die mit solchen Zahlencoëfficienten behafteten Glieder dadurch, dass sie Boole einzeln gleich Null setzt. Aber wenn die Logik wirklich ein Calcül ist, in welchem alle Grössen nur die Werthe 0 oder 1 haben können, so dürfen solche Zahlen überhaupt nicht vorkommen. Der Hinweis darauf, dass auch auf algebraischem Gebiet Ausdrücke entstehen können, die im einzelnen Fall nicht immer eine Deutung zulassen, wie z. B. Glieder, die mit $\sqrt{-1}$ multiplicirt sind, ist nicht ganz zutreffend. Solche Glieder sind immerhin aus Operationen hervorgegangen, die eine bestimmte Bedeutung besitzen. Uebrigens sind diese Bemerkungen weit entfernt, das grosse Verdienst in Frage stellen zu wollen, das sich Boole um den logischen Calcül erworben hat.

*) R. Grassmann, die Begriffslehre oder Logik. Zweites Buch der Formenlehre oder Mathematik. Stettin 1872.

**) Opera philos. ed. Erdmann, p. 94—104.

***) Stanley Jevons, the principles of science. 2. edit. London and New-York 1877.

†) J. Delboeuf, logique algorithmique. Liège et Bruxelles 1877. (Separatabdruck aus der Revue philos. 1876.)

††) Schröder, der Operationskreis des Logikcalcüls. Leipzig 1877.

ständlich jede solche Transformation eine Form liefern, welche als logisch äquivalent der ursprünglich gegebenen angesehen werden kann.

Als die Bedingung, unter der Urtheile allein einer durchgängig vergleichbaren Symbolik zugänglich sind, ist nun zunächst die festzuhalten, dass zwischen Subject und Prädicat ein einer allgemeinen Vergleichung fähiges Verhältniss bestehe, dass also eine der Relationsformen des Urtheils vorliege. Wo dieses nicht ursprünglich in einer solchen gegeben ist, da muss es in dieselbe umgewandelt werden, was nach den früher hierüber gemachten Bemerkungen in allen den Fällen geschehen kann, wo die Einführung einer symbolischen Bezeichnung überhaupt von Werth ist.

Die symbolische Bezeichnung selbst muss sodann strenge scheiden die Bezeichnung der Begriffe und diejenige der logischen Operationen, welche letzteren durchgängig in den verschiedenen Verbindungsformen bestehen, die zwischen Begriffen oder Urtheilen möglich sind. Für die Bezeichnung der Begriffe wollen wir uns im allgemeinen der grossen oder kleinen lateinischen Buchstaben bedienen. Durch die grossen Buchstaben sollen selbständig gedachte einfache oder zusammengesetzte Begriffe, durch die kleinen solche Begriffe, die sich in irgend einer Weise an andere anlehnen, bezeichnet werden. Für die Elemente, in die man sich einen Begriff zerlegt denken kann, wollen wir die kleinen griechischen Buchstaben verwenden. Die logischen Operationen werden durch Zeichen ausgedrückt, die immer die nämliche Bedeutung besitzen. Wo es ein logisches Verfahren giebt, welches mit einem algebraischen dem Wesen nach übereinstimmt, da wird natürlich das nämliche Symbol zu wählen sein, welches sich in der Algebra bereits Bürgerrecht erworben hat. Wo dies aber nicht der Fall ist, da werden, um Verwechslungen zu verhüten, solche Zeichen den Vorzug verdienen, welche nicht mit algebraischen Symbolen identisch sind, wenn es auch, sobald irgend welche Beziehungen stattfinden, zweckmässig sein wird, durch die Beschaffenheit des logischen Zeichens an das betreffende algebraische zu erinnern.

1. Die logischen Begriffsoperationen.

Als Begriffsoperationen bezeichnen wir diejenigen Veränderungen, die mit gegebenen Begriffen vorgenommen werden können, um aus ihnen neue Begriffe zu bilden. Die Logik besitzt drei fundamentale Operationen dieser Art: die Determination, die Summation und die Negation der Begriffe. Ihnen kommt auf logischem Gebiet eine ähnliche Bedeutung zu wie auf algebraischem den sogenannten vier Species, der Addition, Subtraction, Multiplication und Division. Wie diese die Operationen der Grössenverknüpfung, so sind jene die allgemeinen Operationen der Begriffsverknüpfung; sie könnten daher auch als die drei logischen Species bezeichnet werden.

a. Die Determination der Begriffe.

Bei jedem Determinationsverhältniss ist der determinirte Begriff der Hauptbegriff, an welchen sich der determinirende als der Nebenbegriff anlehnt. Den obigen Feststellungen entsprechend wird demnach der erstere durch einen grossen, der zweite durch einen kleinen Buchstaben zu bezeichnen sein. Um die Beziehung zu prüfen, in welcher die beiden Begriffe zu einander stehen, denke man sich zuerst den Hauptbegriff A in beliebige Elemente α_1, α_2, α_3 . . . α_n zerlegt. Wenn wir uns nun den ganzen Begriff A durch b determinirt denken, so beziehen wir den letzteren auf jedes der Elemente α_1, α_2, α_3 Ebenso, wenn der Nebenbegriff b in beliebige Elemente β_1, β_2, β_3 . . . β_n zerlegt gedacht wird, so beziehen wir den Hauptbegriff A wieder auf jedes einzelne β_1, β_2, β_3 Wie wir uns also immer die Begriffe A und b zerlegt denken mögen, jedes Element des einen Begriffs muss stets verknüpft werden mit allen Elementen des andern. Von dieser Verknüpfungsweise ist nun offenbar die algebraische Multiplication nur ein Specialfall, der in der besondern Natur des Zahlbegriffs seine Quelle hat. Wenn zwei Zahlen oder allgemeiner zwei nach gleichem Maasse messbare Grössen so verbunden werden, dass jedes Element der einen mit allen Elementen der andern verknüpft ist, so nennen wir diese Operation Multiplication. Hiernach wird es angemessen sein, für die logische Determination auch das nämliche Zeichen zu wählen, welches für die Multiplication eingeführt ist, und demnach durch b . A oder kürzer durch b A die Determination des Begriffes A durch den Begriff b zu bezeichnen.

Am unmittelbarsten erhellt die Uebereinstimmung der logischen Determination und der algebraischen Multiplication bei der inneren Determination der Begriffe. In der Verbindung »weisse Schaafe« z. B. bezieht sich das Attribut weiss nicht bloss auf jedes Individuum der Vielheit, die ich so bezeichne, sondern auch auf alle Elemente, in die ich den Begriff Schaaf zerlegen kann. Jedes Element muss in dem ganzen Begriff enthalten sein, dessen Element es ist. Hierin besteht der wesentliche Unterschied zwischen den Elementen eines Begriffs und den Theilen eines Gegenstands. Kopf, Magen, Darm u. s. w. sind Theile des Schaafes; ein Thier mit gehörntem Kopf, ein Thier mit mehrfachem Magen, ein wiederkäuendes Geschöpf, ein Säugethier u. s. w. sind Elemente des Begriffs Schaaf. Mit jedem dieser Begriffe kann aber auch das Attribut weiss verbunden gedacht werden, und nur darum bin ich überhaupt berechtigt, dem ganzen Begriff Schaaf das Attribut weiss beizulegen, weil sich dieses Attribut zugleich mit jedem einzelnen Element jenes Begriffs verbinden lässt. Das nämliche gilt in Bezug auf die Zerlegung eines Attributs. Wenn wir in der Verbindung »ein guter Mensch« das Attribut gut in einzelne Elemente zerlegen, wie redlich, treu, tugendhaft u. s. w., so ist jeder dieser Begriffe für sich mit dem Hauptbegriff Mensch verknüpfbar. Mit der objectiven Determination

verhält es sich nicht anders. Auch hier determinirt der Objectbegriff jedes Element der Handlung, und diese wird determinirt von jedem Element des Objectbegriffs. »Einen Vortrag hören« bedeutet: Laute, Worte, menschliche Rede, zusammenhängende Gedanken hören, — und es bedeutet: den Vortrag mit dem Ohr aufnehmen, im Bewusstsein auffassen, appercipiren.

Zweifelhafter scheint es auf den ersten Blick mit den äusseren Determinationsverhältnissen zu stehen, da hier immer zu den beiden Begriffen noch eine locale, temporale oder conditionale Beziehung hinzutritt. Wollte es die logische Symbolik hier der Sprache an Vollständigkeit gleich thun, so müsste sie in der That für diese Beziehungsformen wenigstens nach ihren früher (S. 132) aufgeführten Hauptrichtungen besondere symbolische Bezeichnungen einführen. An sich würde dies keine Schwierigkeit haben: solche besondere Zeichen der äusseren Beziehungsform könnten etwa als obere oder untere Indices zwischen den beiden Begriffssymbolen angebracht werden, aber es würde dadurch doch eine unnöthige Belastung unserer Zeichensprache entstehen, die ja die wirkliche Sprache nicht ersetzen, sondern nur die Hauptformen der Begriffsverbindung deutlicher als die Sprache unterscheiden soll. Nun können wir aber offenbar alle äusseren Determinationsverhältnisse ebenso wie die attributive Verbindung behandeln, sobald wir die äussere Beziehungsform zu dem determinirenden Nebenbegriff hinzurechnen. Eine Verbindung wie »der Mann im Monde« lässt sich demnach ebenso wie »ein guter Mann« in der Form b A ausdrücken, wenn man nur zuvor feststellt, dass b diesmal »im Monde« oder »ein im Mond existirender« bedeuten soll. Selbstverständlich gilt aber dann auch für diesen Fall das oben für die Determination überhaupt festgestellte Verbindungsgesetz, dass jedes Element des einen Begriffs mit jedem Element des andern verknüpft werden kann.

Wenn wir nach dem Bisherigen eine vollkommene Uebereinstimmung der logischen Determination mit der algebraischen Multiplication anzunehmen berechtigt waren, so ist nun aber dennoch ein wesentlicher Unterschied zwischen beiden Operationen nicht zu übersehen. Dieser Unterschied besteht darin, dass die beiden Begriffe, die in ein Determinationsverhältniss eingehen, eine verschiedene logische Bedeutung besitzen und diese ihre Bedeutung nicht gegen einander austauschen können. Stets ist der eine Begriff der Determinator und der andere der Determinand. Determinator ist derjenige Begriff, den wir oben Nebenbegriff genannt, mit einem kleinen Buchstaben bezeichnet und vorangestellt haben, Determinand derjenige Begriff, den wir Hauptbegriff genannt, mit einem grossen Buchstaben bezeichnet, aber nachgestellt haben. Niemals kann nun auf logischem Gebiet der Determinator zum Determinanden oder dieser zu jenem gemacht werden, ohne dass der zusammengesetzte Begriff ein völlig anderer würde. Wollte ich z. B. in dem Begriff »weisse Schaafe« (b A) das Attribut zum Subject und dieses zum Attribut machen, so würde der völlig verschiedene Begriff »die Weisse der Schaafe« (a B) entstehen.

Wir besitzen in der deutschen Sprache eine grosse Zahl von Ausdrücken, bei denen die einfache Umstellung genügt, um eine solche Vertauschung der logischen Bedeutungen hervorzubringen, wo dann aber auch immer der Begriff ein völlig verschiedener wird, z. B. Rathhaus und Hausrath, Armenhaus und Hausarmer, Wagenrad und Radwagen u. s. w. Dies ist ganz anders bei der Multiplication, bei welcher Multiplicator und Multiplicand beliebig mit einander vertauscht werden können. Die logische Bedeutung des Multiplicator und des Multiplicandus ist zwar ebenfalls eine verschiedene; aber beide können stets ihre Stellen wechseln, ohne dass das Resultat ein anderes wird. Ob ich 5 . 4 oder 4 . 5 nehme, ob ich die Höhe eines Parallelogramms mit der Grundlinie oder die Grundlinie mit der Höhe multiplicire, ist für das Ergebniss gleichgültig. Die algebraische Multiplication ist also eine commutative, die logische Determination dagegen ist eine incommutative Operation*). Dieser

*) Mit diesem Satze trete ich in Widerspruch mit dem, was alle seitherigen Autoren über den Gegenstand gesagt haben. Alle nämlich von Leibniz an, der zuerst auf die Beziehung der Determination zur Multiplication hingewiesen hat, erklären jene gleich dieser für eine unbeschränkt commutative Operation (Leibniz, op. phil. p. 98. Boole, laws of thought, p. 29. Jevons a. a. O. p. 35. Schröder a. a. O. S. 8). Diese Ansicht ist, wie ich glaube, ein Irrthum, der zunächst in der Möglichkeit, dass wir die äussere Reihenfolge der Glieder eines Determinationsverhältnisses beliebig verändern können, seinen Grund hat. In diesem Sinne ist es allerdings willkürlich und bloss der Analogie mit der Multiplication zu Liebe geschehen, dass wir oben den Determinator vorangestellt haben. Diese Veränderung der äusseren Reihenfolge ist eben dadurch möglich, dass die Sprache (abgesehen von Beispielen wie den oben angeführten) meistens andere Mittel als die Stellung der Begriffe besitzt, um anzuzeigen, welcher Begriff als Determinator und welcher als Determinand aufgefasst werden soll. Nie aber können, was eben bei der Multiplication der Fall ist und das commutative Verhalten eigentlich erst begründet, Determinator und Determinand in Bezug auf ihre logische Function mit einander vertauscht werden. Weiterhin hat zu dem angeregten Irrthum eine Auffassung beigetragen, welche namentlich bei Boole hervortritt, und welche von den übrigen Bearbeitern des logischen Calcüls im allgemeinen getheilt wird, die Auffassung nämlich, dass jeder Begriff eine Classe von Gegenständen bezeichne. Wenn x die Classe der weissen Gegenstände und y die Classe der Gegenstände, welche Schaafe sind, bedeutet, so sind allerdings die aus ihnen gebildeten Producte x y und y x commutativ, und beide bezeichnen die Classe der Gegenstände, die gleichzeitig zu den weissen Gegenständen und zu den Schaafen gehört. Es ist dann eben für die logische Determination künstlich derselbe Fall geschaffen, der für die algebraische Multiplication vermöge der Gleichartigkeit der Zahlbegriffe in der That gilt. Ein von dieser Anschauung ausgehender Calcül stellt aber nicht mehr die wirklichen Verhältnisse des Denkens dar. Für unser wirkliches Denken gilt es durchgehends, dass aus zwei gegebenen Begriffen nicht bloss ein zusammengesetzter Begriff entstehen kann, ähnlich wie die Multiplication zweier Zahlen nur ein Product giebt, sondern dass stets zwei von einander verschiedene Determinationsproducte möglich sind,

Unterschied muss darauf zurückgeführt werden, dass alle Zahlen und ebenso alle durch Zahlen messbare Grössen nur insofern mit einander verknüpft werden können, als sie Begriffe von gleicher Bedeutung sind, während die logischen Begriffe im allgemeinen eine verschiedenartige Bedeutung besitzen. Zwei Zahlen kann ich nur unter der Voraussetzung mit einander multipliciren, dass ihre Einheiten von derselben Beschaffenheit seien, beziehungsweise dass von den etwaigen qualitativen Unterschieden der gezählten Dinge abstrahirt werde. Wenn ich in einem ersten Fall 6 5-mal und in einem zweiten 5 6-mal nehme, so ist zwar auch hier der physikalische oder psychologische Vorgang, der das Ergebniss herbeiführt, jedesmal ein verschiedener, und dies drücken wir durch die verschiedene Stellung 5 . 6 und 6 . 5 aus, aber das Ergebniss selbst ist das nämliche, und darum wird es nun auch gleichgültig, in welcher Reihenfolge wir die Verknüpfung vornehmen. Nach allgemeinem Uebereinkommen denkt man sich die vorangehende Zahl als den Multiplicator und die nachfolgende als den Multiplicandus, ein Uebereinkommen, das vielleicht in der Eigenschaft unserer neueren Sprachen, das Attribut voranzustellen, begründet ist; denn eine Verwandtschaft dieses logischen Determinators mit dem Multiplicator musste wohl schon desshalb gefühlt werden, weil der sprachliche Ausdruck des letzteren die attributive Form annimmt. Diesem Uebereinkommen gemäss kann nun einfach das Commutationsgesetz der Multiplication durch die Formel a . b = b . a ausgedrückt werden. Es würde aber natürlich fehlerhaft sein, wenn man daraus, dass in der Sprache unter Umständen ohne Aenderung des Sinnes das Attribut voran- oder nachgestellt werden kann, schliessen wollte, auch für die logische Determination gelte das Commutationsgesetz. Die Sprache besitzt eben meistens ausser der Stellung der Wörter noch andere Mittel, um den Gliedern eines Determinationsverhältnisses ihre Bedeutung anzuweisen. Wir haben dies symbolisch dadurch angedeutet, dass wir den Determinanden stets durch einen grossen, den Determinator aber durch einen kleinen Buchstaben bezeichneten. Unter dieser Voraussetzung würde natürlich die Formel b A = A b nicht bedeuten, dass die Determination eine commutative Operation, sondern nur, dass die äussere Stellung der Symbole unwesentlich ist für ihre logische Bedeutung.

Der attributiven Determination gleicht die objective vollständig darin, dass auch sie *nicht* commutativ ist. Aber sie unterscheidet sich, insofern bei ihr, wenn man die beiden Glieder des Determinationsverhältnisses ihre Stellen wechseln lässt, die objective Beziehung überhaupt verschwindet, um irgend einer attributiven Platz zu machen. Verbindungen wie »einen Weg zurücklegen«, »einen Kampf unternehmen« u. dergl. gehen, wenn die Neben-

je nachdem der eine Begriff der Determinator und der andere der Determinand ist oder umgekehrt. Welcher dieser beiden Fälle stattfinde, dies kann dann aber allerdings, wie wir unten sehen werden, für vorübergehende Zwecke des Calcüls unbestimmt bleiben.

begriffe Weg, Kampf zu Hauptbegriffen werden, über in die attributiven Verbindungen »ein zurückgelegter Weg«, »ein unternommener Kampf«. Es hängt dies mit der Eigenschaft des Verbums zusammen, dass es, so lange die prädicative Function in ihm erhalten geblieben ist, niemals zum Nebenbegriff des Prädicates werden kann. Wo das Prädicat ein Verbum enthält, da verbirgt sich in der Verbalendung die prädicirende Function der Copula: die letztere wird aber stets zunächst mit dem Hauptbegriff des Prädicats, also mit dem Determinanden, verbunden gedacht. Daraus ergiebt sich von selbst, dass der in einem Verbum enthaltene Begriff immer erst von jener prädicirenden Function getrennt werden muss, wenn er zum Nebenbegriff oder Determinator werden soll. Dies geschieht aber durch die grammatische Umwandlung in eine participiale Form, wobei dann der Verbalbegriff Attribut zu dem ursprünglichen Objecte wird. Demgemäss muss dann auch da, wo das Verbum in adverbialer Form attributiv bestimmt ist, eine ähnliche grammatische Umwandlung eintreten, falls eine Umkehrung der Glieder des Determinationsverhältnisses stattfinden soll.

Die beiden Glieder eines Determinationsverhältnisses unterscheiden sich nun weiterhin noch dadurch, dass der Determinandus immer nur ein einziger Begriff ist, während der Determinator aus mehreren Begriffen bestehen kann. »Ein guter dankbarer Mensch«, »ein Haus auf hohem Berge«, »einen schwierigen Weg zurücklegen« sind solche Beispiele. Zunächst entsteht hierbei die Frage, in welcher Weise die einzelnen Determinatoren verbunden gedacht werden müssen. Denken wir uns zwei derselben, a und b, wieder in Elemente $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \ldots \beta_1, \beta_2, \beta_3 \ldots$ zerlegt, so ist offenbar auch hier jedes Element der zweiten Reihe mit jedem der ersten verbunden zu denken. In dem Ausdruck »ein guter dankbarer Mensch« z. B. soll jede elementarere Eigenschaft, in welche ich die Güte zerlegen kann, wie redlich, treu, tugendhaft, mit der Eigenschaft der Dankbarkeit verbunden gedacht werden, und ebenso umgekehrt. Ganz in derselben Weise wie die determinirenden Begriffe unter einander ist aber jeder derselben wieder mit dem determinirten Begriffe verbunden. Was für zwei, gilt dann natürlich auch für mehr Determinatoren, wo sie vorkommen sollten. Ein solches Determinationsverhältniss aus mehreren Begriffen verhält sich demnach in Bezug auf die Art der Verknüpfung der einzelnen Glieder ähnlich wie ein Multiplicationsproduct aus mehreren Factoren. Aber im Unterschiede von der Multiplication können in Bezug auf die Verknüpfung der Determinatoren eines solchen mehrfachen Productes zwei wesentlich verschiedene Fälle stattfinden. Es können nämlich

1) alle Determinatoren unmittelbar mit dem Determinanden verknüpft sein: in diesem Falle sind sie nach ihrer eigenen Bedeutung einander coordinirt, und es ist gleichgültig, in welcher Reihenfolge man sich die Verknüpfung zu Stande gekommen denkt. Solche coordinirte Determinatoren sind also unter einander commutativ. Ob ich z. B. sage »gute dankbare Menschen« oder »dankbare gute Menschen« ist logisch

gleichgültig; denn die beiden Attribute gut und dankbar sind hier coordinirt gedacht und es ist gleich, in welcher Reihenfolge ich beide durch einander determinirt denke. Die Formel a b A = b a A würde diesen Fall der Commutabilität eines zusammengesetzten Begriffs in Bezug auf seine Determinatoren ausdrücken. Es kann aber auch

2) von zwei Determinatoren nur der eine mit dem Determinanden direct verknüpft sein, während der andere den ersten Determinator selbst determinirt. Hier verhält sich dieser erste Determinator dem zweiten gegenüber als Determinand, oder, wie wir dieses Verhältniss kurz ausdrücken wollen, der zweite ist ein Determinator zweiten Grades, womit eben angedeutet werden soll, dass er nicht den Determinanden selbst, sondern nur einen Determinator des letzteren determinirt. Beispiele dieser Art sind: »ein gut eingerichtetes Haus«, »ein Baum auf hohem Berge«, »einen schwierigen Weg zurücklegen« u. dergl. Natürlich sind auch Determinatoren dritten Grades und höherer Grade an und für sich möglich, aber schon diejenigen dritten Grades sind selten, und die höherer Grade dürften niemals vorkommen. In dem Ausdruck »ein glänzend roth gefärbtes Gewand« z. B. lässt sich das Attribut glänzend als ein Determinator dritten Grades betrachten. Wir wollen diese höheren Determinatoren dadurch unterscheiden, dass wir ihre Buchstabensymbole mit einem Zahlenindex versehen, der den betreffenden Grad angiebt, so dass also z. B. a_2, a_3 Determinatoren zweiten und dritten Grades bezeichnen, und wir wollen auch sie den Symbolen derjenigen Begriffe voranstellen, die durch sie determinirt werden. Ein solcher Determinator höheren Grades verhält sich nun zu dem von ihm determinirten Begriff ganz ebenso wie ein Determinator ersten Grades zu dem Determinanden, d. h. zwei einander nicht coordinirte Determinatoren sind auch nicht commutativ. In Ausdrücken wie a_2 b A, a_3 b_2 c A können also die einzelnen Glieder nicht mit einander vertauscht werden. In practischen Anwendungen des logischen Calcüls wird man um so weniger Anlass haben, auf solche Determinatoren zweiten und dritten Grades einzugehen, als hier häufig schon das Determinationsverhältniss des ersten Grades vernachlässigt werden kann, indem man es überall da, wo es in einem gegebenen Gedankenzusammenhang nicht auf die Isolirung seiner Factoren ankommt, durch ein einfaches Buchstabensymbol bezeichnet.

Für alle diejenigen Zwecke, bei denen es sich nur um die Untersuchung gewisser allgemeiner Eigenschaften der Determinationsverhältnisse, nicht aber um die Function ihrer einzelnen Bestandtheile handelt, kann man übrigens die symbolische Bezeichnung unbestimmt wählen, so dass es erst der späteren Feststellung überlassen bleibt, welche Bestandtheile als Determinanden, und welche als Determinatoren zu denken sind. Da nämlich jeder Begriff ebensowohl in der einen wie in der andern Bedeutung auftreten kann, so wird zu jedem Verhältniss b A ein anderes a B existiren, in welchem Determinator und Determinand ihre Stellen gewechselt haben.

Demgemäss werden denn auch alle diejenigen Gesetze der Begriffsverbindung, die für b A und für a B in gleicher Weise gültig sind, für das unbestimmte Product a b abgeleitet werden können, von welchem wir voraussetzen, dass es ebenso gut zu b A wie zu a B werden könne. Dabei ist aber festzuhalten, dass solche unbestimmte Verbindungen, deren Bestandtheile wir durchgängig mit kleinen Buchstaben schreiben wollen, einen unzweideutigen logischen Werth immer erst annehmen können, wenn sie in bestimmte Verbindungen umgewandelt worden sind. Die Rechnung mit unbestimmten Symbolen ist daher auch nur so lange möglich, als man keine bestimmten logischen Begriffsverhältnisse im Auge hat. Desshalb ist sie insbesondere zulässig für die Darstellung der allgemeinsten von der logischen Bedeutung der einzelnen Begriffe unabhängigen Gesetze der Urtheile und Schlüsse. Sobald es dagegen um die Darstellung eines gegebenen logischen Inhaltes sich handelt, werden an die Stelle jener unbestimmten stets bestimmte Determinationsverhältnisse gesetzt werden müssen.

Als eine specielle Form der Determination lässt sich die Quantification der Begriffe betrachten. Dieselbe besteht darin, dass ein Begriff nicht seinem ganzen Umfange nach, sondern nur in Bezug auf einen Theil desselben gedacht wird. Sprachlich drücken wir eine solche Quantification durch unbestimmte Quantitätsattribute aus, wie einige A, mehrere A, ein Theil von A. Wo der Prädicatbegriff eines Urtheils quantificirt wird, lassen wir aber meistens das Quantitätsattribut ganz hinweg. So müsste z. B. das Urtheil »A ist B«, wenn es eine Subsumtion bedeuten soll, logisch correct lauten: »A ist ein Theil von B«. W. Hamilton, von dem der Ausdruck Quantification herrührt, hat ihn daher auch zunächst auf diese Ergänzung des Prädicatbegriffs in Subsumtionsurtheilen angewandt *). Wir wollen, wie es schon vorläufig in Cap. III. geschehen ist, nach dem Vorgange von Boole das Zeichen v für diese Operation wählen. Denken wir uns nun das unbestimmte Quantum, welches durch v bezeichnet wird, in beliebig viele Theile π_1, π_2, π_3 . . . π_n zerlegt, so muss offenbar jeder einzelne dieser Theile mit dem quantificirten Begriffe A verbunden gedacht werden. Es ist also auch v selbst mit A in derselben Weise verknüpft wie ein determinirender Begriff, d. h. es kann v A wieder als ein Product aus den Factoren v und A betrachtet werden. In der That ist es deutlich, dass die Quantification sich vollständig als eine quantitative Determination betrachten lässt. Der Unterschied dieser quantitativen von der qualitativen Determination besteht dann hauptsächlich darin, dass die letztere eine grosse Zahl verschiedener Symbole erfordert, der grossen Verschiedenheit der Determinatoren entsprechend, während für die erstere nur das eine unbestimmte Symbol v erfordert wird. Hiermit hängt aber ausserdem zusammen, dass es Quantificationen verschiedenen Grades nicht giebt, sondern dass jeder Begriff, möge er nun einfach oder zusammengesetzt sein, immer nur

*) W. Hamilton, lectures on logic, 3. edit. vol. II. p. 257.

eine Quantification zulässt. Wir werden demgemäss das Symbol v, da es sich stets auf den ganzen Begriff bezieht, den etwaigen qualitativen Determinatoren voranstellen. »Ein Theil der europäischen Menschen« würde also z. B. durch einen Ausdruck v a A, »einige in der Musik unterrichtete Schüler« durch v b_2 a A dargestellt werden können *).

Mehrfach ist der Unterschied des logischen und mathematischen Calcüls dahin bestimmt worden, dass es der erstere mit Qualitäten, der letztere mit Quantitäten zu thun habe **). Diese Ansicht ist in doppelter Beziehung unrichtig. Erstens spielen, wie bereits von Schmitz-Dumont richtig bemerkt wurde, qualitative Erwägungen in der Mathematik eine

*) Jevons (principles of science p. 41) hat das unbestimmte Quantitätssymbol v durchgängig beseitigt, indem er an Stelle desselben immer ein bestimmtes Begriffssymbol setzt. Hat man z. B. ein gewöhnliches Subsumtionsurtheil, wie »Eisen ist Metall«, so kann dasselbe offenbar auch dadurch in ein Identitätsurtheil umgewandelt werden, dass man das Prädicat durch den Subjectbegriff quantificirt: »Eisen ist Eisenmetall«. Jevons drückt demnach ein derartiges Urtheil aus durch die Formel E = E M und rühmt von dieser Bezeichnungsweise, dass durch sie jede Unbestimmtheit des Ausdrucks vermieden sei. In der That ist dies aber nur scheinbar der Fall, denn welches das quantitative Verhältniss von E zu M sei, wissen wir nicht, während auf der andern Seite diese Bezeichnungsweise etwas in das Urtheil hineinträgt, was in demselben an und für sich nicht enthalten ist, und wodurch es in unangemessener Weise belastet wird. Denn ein wesentlicher Vorzug unseres logischen Denkens besteht doch offenbar darin, dass es von gegebenen Begriffen zu neuen Begriffen hinüberführt, ohne uns zu nöthigen, die ersteren fortwährend daneben festzuhalten. So werden wir es unten (Abschn. IV. Cap. I) als eine wichtige Function des Schlusses kennen lernen, dass er diejenigen Begriffe, die zur Verkettung der Prämissen dienen, in der Conclusion eliminirt. Nach Jevons kommt diese Function überall, wo es sich um Subsumtionsurtheile handelt, nicht zur Geltung, denn aus den Prämissen A = A B, B = B C sollen wir schliessen A = A B C (p. 55), so dass das Prädicat des Schlusssatzes immer alle Begriffe versammelt, die überhaupt im Schlusse vorkommen. Das die Kreuzung der Begriffe ausdrückende particulare Urtheil (v B = v C) wird nach Jevons dargestellt durch die Formel A B = A C, worin A denjenigen Theil einer Classe A bezeichne, welcher B und C gemeinsam angehöre. Aber in der Mehrzahl der Fälle ist eben dieses A nur in der Form einer unbestimmten Quantität gegeben. Das Urtheil z. B. »einige Gase sind Elemente« müsste daher nach Jevons' Grundsätzen durch die tautologische Identitätsformel G E = G E dargestellt werden: »die Gase, welche Elemente sind, sind die Elemente, welche Gase sind«. Da nun nach Jevons ausserdem ein solches Product G E commutativ ist, so würden alle derartigen Urtheile als reine Wiederholungen der logischen Identitätsformel A = A zu betrachten sein. Diese Auffassung dürfte sich denn doch allzu weit von der thatsächlichen Beschaffenheit des Denkens entfernen.

**) Jevons, pure logic or the logic of quality apart from quantity. London 1864. A. Riehl, Vierteljahrsschr. f. wiss. Philos. I. S. 67.

wichtige Rolle*). Producte und Summen wie 4 . 5, 2 . 10, 12 + 8 u. s. w. haben rein quantitativ betrachtet dieselbe Bedeutung; wenn wir aber bemerken, dass in jedem dieser Fälle die Zahl 20 in verschiedener Weise zerlegt gedacht wird, so vermischt sich hier schon mit der quantitativen eine qualitative Betrachtung. Oder wenn wir die Quadrate über den Katheten des rechtwinkligen Dreiecks dem Quadrat über der Hypotenuse gleich setzen, so ist die Ausmessung, auf welcher die Gleichsetzung beruht, eine quantitative Operation, in der Auffassung der drei Quadrate als von einander verschiedener räumlicher Gebilde liegt dagegen eine qualitative Unterscheidung. Ebenso wenig hat es auf der andern Seite die Logik nur mit Qualitäten zu thun. Die augenfälligste Widerlegung dieser Ansicht liegt in der Quantification der Begriffe. Wenn wir von einem Theil eines Begriffes reden, so ist denn doch diese Theilung eine quantitative Operation. Aber sie ist nur möglich, wenn wir auch da, wo eine solche Theilung nicht unmittelbar in Frage kommt, den Begriff als ein Ganzes denken, welches das Einzelne, das wir ihm zurechnen, als seine Theile enthält, und dessen Grösse wir nach der Zahl solcher unterscheidbarer Theile abschätzen. Die herkömmliche Logik hat unbewusst dieser quantitativen Seite des logischen Denkens Ausdruck gegeben, indem sie die Totalität irgend eines Begriffes A durch den Ausdruck »alle A« andeutete, einen Ausdruck, der unmittelbar auf die Theilbarkeit hinweist. Aber getheilt kann nur werden, was eine Grösse besitzt. In diesem Sinne liegt sogar schon in jeder qualitativen Determination eine Grössenbeziehung. Der Begriff bA scheidet aus dem ganzen Begriff A dasjenige aus, was zugleich b ist: jede Determination setzt so gleichzeitig den determinirten und den determinirenden Begriff als theilbar voraus. Welchen Werth man auch den geometrischen Versinnlichungen der Begriffsverhältnisse zugestehen möge, ausführbar sind sie nur, weil auf logischem Gebiete sich ebenso innig die quantitative mit der qualitativen Betrachtung wie auf mathematischem diese mit jener verbindet. Wie würde es sonst, wenn der Inhalt beider Disciplinen gänzlich disparat wäre, möglich sein, dass die Logik die allgemeinen Normen des Denkens enthält, zu denen doch auch die Gesetze des mathematischen Denkens gehören?

Ein wesentlicher Unterschied besteht aber allerdings zwischen der quantitativen Seite der Logik und derjenigen der Mathematik. Die letztere hat es durchgehends mit bestimmten, die erstere nur mit unbestimmten Grössen zu thun. Das Kennzeichen der bestimmten Grösse besteht aber in ihrer Messbarkeit, d. h. in der Möglichkeit, zwischen ihr und den übrigen in die Rechnung eingehenden Grössen Maassbeziehungen festzustellen. Diese Messbarkeit kommt den mathematischen Begriffen überall zu. Selbst die Grössen des Infinitesimalcalcüls stehen als derivirte Functionen in bestimmten Maassbeziehungen zu den Grössen, aus welchen sie abgeleitet

*) O. Schmitz-Dumont, die mathematischen Elemente der Erkenntnisstheorie, S. 170 f. Berlin 1878.

worden sind. Ist auch in einzelnen Fällen die wirkliche Messung nicht ausführbar, so liegt dies doch immer nur an analytischen Schwierigkeiten, nicht aber an der Messbarkeit der Grössen selbst; man gelangt in solchen Fällen zu Maassbeziehungen, die zwar practisch nicht brauchbar sind, aber theoretisch immerhin beweisen, dass die Grössen an sich messbar sind. Die Grundvoraussetzung aller Messbarkeit besteht nun in der Möglichkeit, die Grössenverhältnisse auf Zahlenverhältnisse zurückzuführen. Die bestimmte Grösse ist die zählbare Grösse, die unbestimmte diejenige, welche durch Zahlen nicht gemessen werden kann. Der eigentliche Unterschied der Logik und Mathematik liegt also darin, dass die logischen Begriffe Grössen sind, deren Verhältnisse nicht auf Zahlenverhältnisse reducirt werden können. Daraus geht zugleich hervor, dass die Logik die allgemeinere Wissenschaft ist, welche die Mathematik als eine specielle Disciplin einschliesst. Die Logik verwandelt sich in die Mathematik, sobald die Begriffe die Eigenschaft annehmen, nach Zahlverhältnissen messbar zu werden. Es versteht sich hiernach von selbst, dass es Fälle geben kann — und ihrer sind in der That sehr viele, — in denen für einen gewissen Theil eines Gedankenzusammenhangs die mathematische, für einen andern nur die allgemeinere logische Betrachtungsweise möglich ist. Alle Erfahrungswissenschaften befinden sich in diesem Zustande. Streng genommen haben wir überall da, wo in einen allgemeineren logischen Gedanken statt der unbestimmten Quantification ein bestimmter Zahlenausdruck hereinragt, schon einen Uebergang des Logischen in das Mathematische zu verzeichnen. Durch eine solche Substitution bestimmter Zahlenwerthe für ursprünglich unbestimmte Begriffstheilungen hat sich ein wichtiger Zweig der angewandten Mathematik, die statistische Wahrscheinlichkeitsrechnung, aus der allgemeinen Logik ausgeschieden. Wenn es aber auch in der Natur der Sache liegt, dass die Logik auf diese Weise allmälig ganze Gebiete an die Mathematik verliert, so darf man dabei doch zweierlei nicht übersehen: erstens dass die Mathematik überall auf der Logik ruht, deren specielle Anwendung auf das Gebiet der Grössenbegriffe sie darstellt, und zweitens dass die grosse Mehrzahl unserer wissenschaftlichen Begriffe der Anwendung der Zahl an und für sich unzugänglich ist.

Wenn nun gleich jeder logische Begriff nur als eine unbestimmte Quantität gedacht wird, so liegt doch anderseits in dem Verfahren der Quantification selbst eine allgemeine Vergleichung von Begriffsgrössen. Denn es ist klar, dass der quantificirte Begriff kleiner ist als der nämliche nicht quantificirte Begriff, dass er dagegen grösser ist als irgend ein nicht existirender Begriff. Betrachten wir den Begriff selbst als Einheit, und bezeichnen wir die Stelle eines nicht existirenden oder im Denken aufgehobenen Begriffs durch das Symbol 0, so hat offenbar das Quantificationssymbol v im Verhältniss zu 0 und 1 keinen völlig unbestimmten Werth mehr, sondern es bezeichnet eine Grösse, die zwischen 0 und 1 liegt, also einen ächten Bruch, der aber unbestimmt gelassen werden soll. Die Be-

zeichnung des ganzen Begriffes durch die Einheit und des aufgehobenen durch die Null ist nun aber keineswegs etwa ein willkürliches Verfahren, sondern es ist sachlich dadurch gerechtfertigt, dass 0 und 1 diejenigen Zahlsymbole sind, welche an und für sich eine unbestimmte Bedeutung besitzen. Das Zeichen 0 kann nämlich das Verschwinden jeder möglichen Grösse, das Zeichen 1 kann jede mögliche Grösseneinheit bedeuten. Wenn wir die Begriffe bloss nach ihrer quantitativen Seite berücksichtigen, so können wir demnach sagen: die Begriffe sind Grössen, welche alle Werthe zwischen 0 und 1 annehmen können; die Werthe 0 und 1 entsprechen den Grenzfällen, wo der Begriff verschwindet, und wo er in seiner Totalität gedacht wird; in allen andern Fällen kommt ihm ein zwischen 0 und 1 gelegener unbestimmter Werth v zu. Wollten wir einen Begriff bloss nach seiner quantitativen Seite darstellen, so würde immer nur eines der drei Symbole 0, v oder 1 für denselben zu setzen sein. Soll seine Quantität und Qualität gleichzeitig angegeben werden, so wird er als ein Product aus zwei Factoren darzustellen sein, indem ganz ebenso wie der unbestimmte Werth v, so auch die Werthe 0 und 1 als quantitative Determinatoren desselben angesehen werden können. 0 . A, v . A und 1 . A werden die drei Formen sein, in denen ein Begriff, dessen Qualität durch A bezeichnet wird, vorkommen kann, wenn wir ihn in seinen quantitativen und qualitativen Factor aufgelöst denken. Nun hebt aber der Factor 0 die Setzung des Begriffs überhaupt auf; alle Begriffe, die diesen Factor besitzen, von welcher Qualität sie auch sein mögen, werden also gleichmässig = 0. Der Factor 1 dagegen drückt aus, dass der Begriff A vollständig gesetzt werden soll, was durch das Zeichen A an und für sich schon genügend angedeutet ist. Im ersten Fall absorbirt also der quantitative den qualitativen, im zweiten umgekehrt der qualitative den quantitativen Factor, und nur in dem Zwischenfall, wo A nur theilweise gedacht werden soll, wird es nöthig, die Zusammensetzung des Begriffs aus einem qualitativen und einem quantitativen Factor symbolisch auszudrücken. Es ist aber nützlich, sich daran zu erinnern, dass eine solche Zusammensetzung auch in jenen zwei andern Fällen angenommen werden muss, da man von dieser Voraussetzung, wie wir noch sehen werden, für gewisse Zwecke des logischen Calcüls Gebrauch machen kann *).

*) Die Bedeutung, welche hier der 1 gegeben ist, weicht von derjenigen ab, welche Boole ihr gegeben hat. Boole versteht nämlich darunter das Universum der Begriffe (laws of tought p. 48). Die Form 1 . A bedeutet dann: der Theil des Universums der Begriffe, welcher A ist; es wird also nun nicht 1, sondern A der quantificirende Factor. Abgesehen von der Ungleichförmigkeit, die hierdurch zwischen den drei logisch möglichen Fällen der Quantification entsteht, scheint es aber unangemessen, die unbegrenzte Begriffswelt durch das Symbol 1 zu bezeichnen. Offenbar wäre hier das Symbol ∞ das entsprechendere. Die Auffassung Boole's beruht auf dem verbreiteten logischen Irrthum, wonach ein Begriff non-A in die Unendlichkeit der Begriffswelt verwiesen werde, daher

b. Die Summation der Begriffe.

Unter Summation der Begriffe verstehen wir eine solche Verbindung derselben, bei welcher die einzelnen Begriffe von einander unabhängig bleiben, aber zu einem Ganzen zusammengefasst werden, welches sie sämmtlich als Theile in sich enthält. Hiernach ist es augenfällig, dass die Summation der Begriffe ein Verfahren ist, welches der algebraischen Addition entspricht. Wir wollen desshalb auch das nämliche Zeichen $+$ für dieselbe anwenden. Die Glieder einer Begriffssumme können entweder einfache oder zusammengesetzte sein, oder es können in ihr beliebig einfache mit zusammengesetzten Begriffen wechseln; doch führen es die Bedürfnisse des Denkens mit sich, dass die einzelnen Glieder meist eine gewisse Gleichförmigkeit der Structur besitzen, dass also z. B. in den Formen $A + B + C \ldots.$ oder $aA + bB + cC \ldots.$ u. s. w. die Begriffssummen gebildet sind.

Während die Ausführung der durch das Zeichen $+$ angedeuteten Operation im Gebiet der Grössenbegriffe stets einen quantitativen Summenausdruck ergiebt, in welchem die etwaigen qualitativen Verschiedenheiten der addirten Glieder unberücksichtigt bleiben, bezieht sich die logische Summation nicht nur auf die quantitative, sondern auch auf die qualitative Beschaffenheit der summirten Begriffe, und als Resultat der Summation entsteht daher ein neuer qualitativer Begriff, welchem die summirten Glieder entweder untergeordnet oder gleichgesetzt werden. Eine Formel wie die folgende $A + B + C + D + \ldots = S$ kann an und für sich ebenso gut logische wie algebraische Summation bedeuten; was sie wirklich bedeutet, hängt von der den einzelnen Symbolen gegebenen Interpretation ab. Wenn A, B, C . . . durch Zahlen messbare Grössen sind, so bedeutet S die Zahl, welche durch die Addition der einzelnen Zahlglieder gewonnen wird, gleichgültig, mit welchen qualitativen Factoren die letzteren verbunden sein mögen. Wenn A, B, C . . . dagegen Begriffe sind, so ist S der allgemeinere Begriff, welcher dieselben umfasst. Lassen wir z. B. in der Formel $A + B = S$ die Symbole A und B die Grössen der Kathetenquadrate, S diejenige des Hypotenusenquadrats bedeuten, so könnte S noch auf beliebig vielen andern Wegen als durch die geometrische Construction eines rechtwinkligen Dreiecks und seiner Seitenquadrate entstanden sein, weil von der qualitativen Bedeutung der Symbole hier abstrahirt wird. Lassen wir aber A und B die Begriffe Vögel und Säugethiere und S die warmblütigen Wirbelthiere bedeuten, so sind A und B die einzigen Begriffe, welche durch Summation S geben. Bezeichnen wir durch A, B, C . . . und S qualitative Begriffssymbole und durch u_1, u_2, u_3 . . . und u irgend welche quantitative Factoren, so

denn auch Boole der Form $1 - A$ die Bedeutung eines non-A in diesem Sinne giebt. Hiermit stimmen auch die andern Autoren über mathematische Logik überein: so Schröder (a. a. O. S. 7) und Grassmann, welcher letztere jedoch statt der 1 das Zeichen T (Totalität) wählt (a. a. O. S. 15).

lässt sich ganz allgemein das Summationsverfahren darstellen durch die Formel

$$u_1 A + u_2 B + u_3 C \ldots = u S.$$

Die logische und die algebraische Addition unterscheiden sich nun dadurch, dass bei der ersteren in der Regel die Quantitätssymbole, bei der letzteren die Qualitätssymbole vernachlässigt werden, und wir summiren daher

$$\text{logisch} \quad A + B + C \ldots = S,$$
$$\text{algebraisch} \quad u_1 + u_2 + u_3 \ldots = u.$$

Wenn es hiernach scheint, als wenn bei der Summation der Begriffe das logische und algebraische Verfahren sich in der Weise ergänzten, dass das erste nur eine qualitative, das letztere nur eine quantitative Addition sei, so ist dies gleichwohl nicht vollkommen richtig. Für die algebraische Addition ist es zwar wesentlich, dass von der qualitativen Bedeutung, welche die einzelnen Summanden besitzen, abstrahirt wird. Gleichwohl findet bei jeder algebraischen Addition insofern zugleich eine logische Summation statt, als die einzelnen Summanden sowohl wie die Summe stets Grössen derselben Art sein müssen. Ich kann nicht Punkte und Linien oder Linien und Flächen addiren, und das Product der Addition von Punkten ist eine Punktzahl, von Linien eine lineare Zahl, von Flächen eine Flächenzahl u. s. w. *). Kurz, bei jeder algebraischen Addition ist qualitative Gleichartigkeit der Summanden und der Summe vorausgesetzt, und nur unter dieser Voraussetzung ist sie überhaupt ausführbar. Auch die rein arithmetische Addition bildet nur scheinbar hiervon eine Ausnahme. Denn allerdings kann ich Objecte zusammenzählen, die qualitativ sehr von einander verschieden sind; immer ist dann aber der Begriff, unter dem ich die Objecte betrachte, ein übereinstimmender: ich zähle sie z. B. lediglich als Objecte, womit schon eine zureichende qualitative Uebereinstimmung der Begriffe vorausgesetzt ist. In der obigen Summationsformel können also, wenn sie algebraisch gedeutet wird, die qualitativen Glieder A, B, C ... und S desshalb wegbleiben, weil sie alle gleich, also etwa alle = A, anzunehmen sind.

Anderseits fehlt auch bei der logischen Summation nicht ganz das quantitative Element. In der Regel ist nämlich die Summation einer Reihe von Begriffen zu einem allgemeineren Begriff nur vorzunehmen, wenn die einzelnen Summanden als Totalbegriffe anzusehen sind. Hier besteht also

*) Lässt man, wie dies z. B. in Grassmann's Ausdehnungslehre geschieht, durch die Addition von Punkten eine ausgedehnte Strecke entstehen, so bildet eine derartige Betrachtungsweise keine Ausnahme von dem obigen Satze, da bei derselben die Strecke als eine Summe stetig in einander übergehender Punkte aufgefasst wird. Vergl. H. Grassmann, Ausdehnungslehre von 1844. 2. Aufl. S. 17 f.

die stillschweigende Voraussetzung, dass jeder der Summanden mit dem quantitativen Factor 1 verbunden sei. Wo dies aber nicht der Fall sein sollte, da ist es auch unerlässlich, dass der betreffende Begriff, sei es nun einer der Summanden oder die Summe, ausdrücklich quantificirt werde. Der tiefere Unterschied zwischen logischer und algebraischer Summation besteht also keineswegs darin, dass bei jener die quantitativen und bei dieser die qualitativen Factoren der Begriffe völlig fehlten. Vielmehr verhalten sich in quantitativer Beziehung die Glieder einer logischen Summe nicht anders als wie die logischen Begriffe überhaupt; in Bezug auf die Qualität bildet aber die algebraische Summation jenen Specialfall, wo die der Summation unterworfenen Begriffe sämmtlich als qualitativ gleichartig vorausgesetzt werden. Auch die logische Summation bildet demnach das allgemeinere, die algebraische das speciellere Verfahren.

Die grössere Allgemeinheit der logischen Operation sowie der Umstand, dass der Schwerpunkt derselben in der qualitativen Beschaffenheit der Begriffe liegt, begründet nun noch eine fernere bemerkenswerthe Eigenthümlichkeit. Bei den coordinirenden Urtheilen wurde schon gezeigt, dass dieselben ebensowohl die Function der Verbindung von einzelnen Begriffen zu einem allgemeineren wie der Unterscheidung eines allgemeineren Begriffs in Bezug auf seine Glieder besitzen können. Die Unterscheidung ist nun offenbar eine durchaus an die Qualität der Begriffe gebundene Function; wo die Qualität als übereinstimmend vorausgesetzt wird, wie auf algebraischem Gebiet, da muss daher diese Function der Unterscheidung völlig hinwegfallen. Da sie aber auf logischem Gebiet immer vorhanden ist und nur bald hinter der Verbindung zurücktritt, bald diese überwiegt, so muss man entweder neben dem Symbol + noch ein zweites Zeichen einführen, welches für die Unterscheidung gebraucht wird, oder dem Zeichen + eine allgemeinere Bedeutung geben. In der That wird nun das letztere an und für sich stattfinden müssen, da, sobald zwischen zwei Begriffen A und B eine wesentliche qualitative Verschiedenheit besteht, nothwendig die Verbindung A + B zugleich die Unterscheidung der beiden Summanden einschliessen muss. Wie also das Symbol der Multiplication, so muss man auch dasjenige der Addition, sobald es auf logische Operationen angewandt wird, in einem allgemeineren Sinne auffassen*). Ein Hülfsmittel, welches entscheiden lässt, ob die eine oder die andere Richtung der logischen Summation vorwaltet, besteht in der Stellung, welche man den Zeichen der Summanden und der Summe giebt. Summirt man in der Form A + B + C . . . = S, so überwiegt die Bedeutung der Verbindung der Begriffe A, B, C . . . zum Begriffe S. Summirt man dagegen in der

*) Uebrigens würde natürlich nichts im Wege stehen, für solche Fälle, wo die unterscheidende Function überwiegt, ein besonderes Zeichen anzuwenden. So könnte man z. B. das Symbol ·|· in der Bedeutung der Conjunction oder benützen.

Form $S = A + B + C \ldots$, so ist die Bedeutung der Unterscheidung des Begriffs S in die Theile A, B, C ... stets mit eingeschlossen. Auch algebraisch sind übrigens diese beiden Formen der Addition nicht ganz gleichwerthig: die erste bedeutet Verbindung zu einer Summe, die zweite Zerlegung einer Summe. Die Zerlegung ist aber wieder der specielle Fall, in welchen die Unterscheidung der Summanden eines Begriffs da übergeht, wo diese Summanden als qualitativ gleichartig vorausgesetzt werden.

Die Glieder einer Summe lassen an und für sich alle möglichen Veränderungen ihrer Stellung zu, ohne dass die Summe selbst dadurch verändert wird. Eine dreigliedrige Summe kann also z. B. nach Belieben in den Formen $A + B + C$, $A + C + B$, $B + A + C$, $B + C + A$, $C + A + B$, $C + B + A$ geschrieben werden. In dieser Beziehung verhält sich die logische ebenso wie die algebraische Summation. Bei beiden werden zwar in der Regel bestimmte Gründe vorhanden sein, welche entweder die Wahl einer einzigen Reihenfolge bestimmen oder nur zwischen wenigen die Entscheidung schwanken lassen; aber weder die logische noch die algebraische Summe wird falsch, wenn eine andere Folge gewählt wird. Die logische Summation ist somit eine commutative Operation. Sie unterscheidet sich dadurch von der Determination der Begriffe, welche nicht commutativ ist. Es hängt dies nahe zusammen mit der wesentlich verschiedenen Stellung, welche einerseits auf logischem Gebiete Summation und Determination, anderseits auf algebraischem Gebiete Addition und Multiplication zu einander einnehmen. Die Multiplication lässt sich bekanntlich aus der Addition ableiten, als eine Operation, welche dann entsteht, wenn die zu addirenden Summanden einander gleich sind. Der sich wiederholende Summand wird dann zum Multiplicanden, und die Zahl, welche die Häufigkeit der Wiederholung bezeichnet, wird zum Multiplicator. Da nun aber diese Zahl wieder aus Einheiten der nämlichen Art wie die ursprüngliche Summe bestehen muss, so bleibt das Product ungeändert, wenn man die Wiederholungszahl zum Summanden und den letzteren zur Wiederholungszahl macht. Dagegen kann gerade der Fall, dass die zu addirenden Summanden einander gleich sind, bei der logischen Summation niemals eintreten. Denn die Grundbedingung der letzteren Operation ist es, dass die einzelnen Begriffe, die summirt werden, qualitativ von einander verschieden sind. Zwei qualitativ identische Begriffe sind eben ein und derselbe Begriff, sie sind eine Einheit und bilden keine Summe. Es fehlt daher auf logischem Gebiete jede Beziehung zwischen Summation und Determination. Beide sind hier gleich ursprüngliche Operationen, und es hat desshalb auch durchaus nichts widersprechendes, dass die logische Summation der algebraischen Addition näher steht als die Determination der Multiplication.

Gleichwohl zeigt auch in der äusseren Verknüpfungsform die logische Summation eine bemerkenswerthe Eigenthümlichkeit. Die Summanden einer Addition können nicht bloss beliebig ihre Stellen wechseln, sondern

es können auch in einer gegebenen Stellung in beliebiger Weise einander benachbarte Glieder zu besondern Summen verbunden und dann wieder als einfache Summanden der ganzen Reihe betrachtet werden. Man deutet solche Verbindung benachbarter Glieder durch Einschliessung derselben in Klammern an und nennt die so eingeschlossenen Glieder associativ verbunden. Einer Summe A + B + C + D können auf diese Weise die Summen (A + B) + (C + D), A + (B + C) + D, A + (B + C + D) u. s. w. substituirt werden. Die Addition ist also eine Operation, welche beliebige associative Verbindungen benachbarter Glieder zulässt. Diese Eigenschaft besitzt aber die Addition offenbar nur desshalb, weil bei ihr stets die einzelnen Glieder als qualitativ gleichartig vorausgesetzt werden. Da eine solche Gleichartigkeit bei der logischen Summation nicht besteht, so kann daher auch diese nicht in unbedingter Weise associativ sein. Wenn z. B. die Reihe A + B + C + D die einander coordinirten Arten einer Gattung bezeichnet, so kann ich nicht beliebig zwei benachbarte Arten A + B zu einer zusammenfassen, sondern es ist dies nur unter der Voraussetzung möglich, dass sich ein zusammenfassender Gattungsbegriff bilden lässt, welcher den übrigen Gliedern der Reihe coordinirt werden kann. Solches ist nun stets dann, aber auch nur dann der Fall, wenn die Glieder A, B, C, D . . . in eine ihrer logischen Verwandtschaft entsprechende Reihe geordnet, also nicht etwa zuvor einer beliebigen commutativen Operation unterworfen worden sind. Wenn wir z. B. die Säugethiere, Vögel, Reptilien, Amphibien und Fische zur Abtheilung der Wirbelthiere vereinigen, so können wir ohne Schwierigkeit Säugethiere und Vögel zur Classe der warmblütigen Wirbelthiere, oder Vögel und Reptilien zur Classe der Sauropsiden (nach Huxley), endlich Säugethiere, Vögel und Reptilien zur Classe der Amnioten vereinigen, aber es ist unzulässig, etwa Säugethiere und Fische in eine Classe zusammenzufassen. Diese bedingte Zulässigkeit der associativen Operation weist nun darauf hin, dass auch die commutative zwar an sich möglich ist, aber vermöge der Beziehungen, in welche die auf einander folgenden Glieder einer Summe treten, in der Regel vermieden wird. Die logische Summation ist nur dann unbedingt commutativ, wenn eine associative Verbindung der Glieder nicht stattfinden soll; und sie ist nur dann unbedingt associativ, wenn eine commutative Behandlung der Glieder nicht zuvor stattfand.

c. Die Negation der Begriffe.

Die Negation der Begriffe tritt, wie wir in Cap. II gesehen haben, in der Hauptform der verneinenden Urtheile, in den negativ prädicirenden, als Negation des Prädicats auf. In ähnlicher Weise können aber auch sonst im Urtheil Begriffe in negativer Weise bestimmt werden. Bezeichnet man nun den negirten Begriff durch P, die Begriffsreihe, zu der er gehört,

durch X, so kann das Gebiet, in welches der negirte Begriff verlegt wird, wie früher (S. 208) geschehen, durch X — P ausgedrückt werden, wenn man sich der für die algebraischen Operationen eingeführten Symbolik bedient. Betrachtet man X als die Einheit, von welcher P irgend ein Theil ist, so lässt sich dafür auch der Ausdruck 1 — P setzen*). Mit dem nämlichen Rechte, mit welchem hier die Negation als eine logische Subtraction dargestellt ist, könnte sie aber auch als eine logische Division, also in der Form einer zur Determination inversen Operation gedacht werden. Denn wenn wir negativ prädiciren, und damit ausdrücken, dass irgend ein X, nur nicht P, gesetzt werden solle, so kann dieser Gedanke im Grunde ebenso gut durch $v \frac{X}{P}$ wie durch v (X — P) ausgedrückt werden. Hat das negative Urtheil die Bedeutung »S ist irgend ein X, welches nicht P ist«, so hat offenbar ebenso gut das positive die Bedeutung, »S ist irgend ein X, welches P ist«, d. h. das Prädicat lässt sich in den allgemeineren Begriff X, welcher der Determinand, und den begrenzteren P, welcher der Determinator ist, zerlegen, und es würde demgemäss die Formel des positiven subsumirenden Urtheils lauten: S = vPX, oder (mit Rücksicht auf die angenommene Bezeichnung der Determinatoren) S = vpX, deren Gegenbild $S = v \frac{X}{p}$ als die Formel des entsprechenden negativen Urtheils betrachtet werden könnte. Die der Determination entgegengesetzte Operation liesse sich hierbei allgemein als Abstraction, die logische Subtraction aber als Ausschliessung bezeichnen. In dem negativen Urtheil wird gefordert: es solle irgend ein X gesetzt, dabei aber von P abstrahirt, oder es solle P aus der Reihe der zu X gehörigen Begriffe ausgeschlossen werden. Diese Erwägungen führen zu dem Resultate, dass, wenn man die negative Prädication unter dem Gesichtspunkt der algebraischen Operationen betrachtet, die beiden rückläufigen Operationen, die Subtraction und die Division, gleich anwendbar erscheinen**).

Bei näherer Betrachtung zeigt sich nun aber zugleich, dass diese Anwendung einer beschränkenden Bedingung unterworfen ist, welche für die beiden directen Operationen der Determination und der Summation nicht besteht. Wir können nämlich das abstrahirende oder ausschliessende Verfahren selbstverständlich immer nur dann anwenden, wenn der Begriff P

*) Dieser Ausdruck 1 — P ist von Boole für die Negation gebraucht worden. Die Einheit hat aber bei ihm, wie schon oben (S. 233) bemerkt wurde, eine andere Bedeutung als die hier angenommene: sie bezeichnet die Totalität der Begriffswelt, da er die Negation nach der herrschenden Vorstellung der formalen Logik als die Verlegung eines Begriffs ins Unbegrenzte auffasst.

**) So ist die Sache in der That von E. Schröder aufgefasst worden; doch hat derselbe zugleich bemerkt, dass die Abstraction und die Ausschliessung durch eine einzige inverse Operation, die er als Opposition bezeichnet, ersetzt werden können (a. a. O. S. 2—6).

in dem Begriff X, von welchem er ausgeschlossen werden soll, wirklich auch eingeschlossen ist. Das rückläufige logische Verfahren ist also, wenn wir es in die algebraische Sprache übersetzen, den beiden Bedingungen unterworfen, dass 1) der Minuend oder Dividend stets grösser ist, als der Subtrahend oder Divisor und 2) dass Minuend und Subtrahend, Dividend und Divisor zusammen einen einzigen Totalbegriff ausmachen. Beide Bedingungen sind bei den algebraischen Operationen nicht nothwendig. Hier können Subtrahend und Divisor grösser als Minuend und Dividend sein. Ist der Subtrahend grösser, so entsteht eine negative Grösse, welcher wegen der Möglichkeit der Grössenverknüpfung nach zwei entgegengesetzten Richtungen stets eine bestimmte Interpretation gegeben werden kann. Ist der Divisor grösser, so entsteht ein ächter Bruch, welcher sogar die ursprünglichste Form der Grössentheilung, die eines Ganzen in seine Theile, anzeigt. Ebenso gilt aber bei den inversen algebraischen Operationen keineswegs die Regel, dass die denselben unterworfenen Grössen einen einzigen Totalbegriff ausmachen müssen. Vielmehr können wir getrennte Zahlen und andere Grössen der Subtraction und Division unterwerfen. Immer ist dabei nur das allgemeine Gesetz gültig, dass in eine und dieselbe Operation Grössen der nämlichen Art eingehen müssen. Während also die umgekehrten algebraischen Operationen den directen durchaus parallel gehen, ist dies bei der logischen Abstraction oder Ausschliessung durchaus nicht der Fall, ein Ergebniss, welches übrigens schon desshalb vorausgesagt werden konnte, weil sonst ein und dasselbe Verfahren zwei verschiedenen Operationen, der Determination und der Summation, entsprechen müsste, obgleich sich diese beiden directen logischen Operationen sogar viel weiter von einander entfernen als die algebraischen, denen sie analog sind. Hiernach kann die logische Negation weder als eine einfache Umkehrung der Determination noch als eine solche der Summation betrachtet werden, sondern sie ist in ähnlicher Weise selbständig, wie die beiden directen logischen Operationen einander selbständig gegenüberstehen. Die Eigenthümlichkeit der Zahlbegriffe, welche die Multiplication in eine abgekürzte Addition gleicher Zahlen verwandelt, bewirkt es, dass auf algebraischem Gebiet das inverse Verfahren in zwei Operationen sich auflöst, von denen die eine als die Umkehrung der Addition, die andere als die Umkehrung der Multiplication erscheint. Hieraus geht zugleich hervor, dass es an sich ungeeignet ist, die negative logische Prädication durch symbolische Formeln auszudrücken, welche der algebraischen Subtraction und Division nachgebildet sind. Die beiden Ausdrücke $X - P$ und $\frac{X}{P}$ sind in der That schon unter der Voraussetzung gebildet, dass Subtraction und Division unmittelbar auf das logische Gebiet übertragbar seien. Von dieser Annahme müssen wir aber zunächst ganz abstrahiren und uns fragen, welches die ursprüngliche Bedeutung der logischen Negation ist.

Gehen wir demnach von rein logischen Erwägungen aus, so wird daran festzuhalten sein, dass jede Negation 1) den Begriff, welcher negirt wird und 2) das Begriffsganze, zu welchem derselbe gehört, als logische Bestandtheile enthält. Die Frage ist nun, in welche Verbindung diese Bestandtheile zu bringen sind. Was zunächst den negirten Begriff angeht, so wird es erforderlich, für denselben ein neues Symbol zu wählen. Es wird aber angemessen sein, in dieses Symbol den positiven Begriff, welcher negirt wird, aufzunehmen. Wir wollen demgemäss die Negation dadurch bezeichnen, dass wir über dem Buchstaben, der für den betreffenden positiven Begriff gesetzt ist, einen Horizontalstrich, das Zeichen der algebraischen Subtraction, anbringen. Dieses Zeichen deutet eine Beziehung zur letzteren Operation an, wie sie ja in der That existirt; die verschiedene Art der Anwendung lässt aber keine Verwechslung mehr zu. Das Symbol $\bar{A}$ mag dann in herkömmlicher Weise als non-A gelesen werden*). Das Begriffsganze, zu welchem A und $\bar{A}$ gehören, wird hier wie überall als eine Einheit zu denken sein und kann demnach quantitativ durch 1 ausgedrückt werden. Die Verbindung zwischen $\bar{A}$ und 1 ist aber offenbar als eine Determination aufzufassen, denn $\bar{A}$ bedeutet dasjenige Gebiet der zu A gehörigen Begriffseinheit, welches nicht A ist: also $\bar{A} . 1$. Da die Negation immer einen weiteren Begriff voraussetzt, der sowohl A als $\bar{A}$ enthält, so erscheint hier $\bar{A}$ als der Determinator und 1 als der in diesem Falle bloss quantitativ bestimmte Determinand. Insofern nun aber die Einheit zu jedem Begriff hinzugedacht wird, kann sie auch hier hinwegbleiben und also der negirte Begriff einfach mit $\bar{A}$ bezeichnet werden. Diese Bezeichnung schliesst sich zugleich unmittelbar an den sprachlichen Ausdruck an, insofern bei diesem ebenfalls das Begriffsganze, zu welchem A gehört, nur stillschweigend hinzugedacht ist.

Die logische Negation kann nun sowohl an einem Hauptbegriff wie an determinirenden Nebenbegriffen vorkommen. Ein Hauptbegriff ist im Allgemeinen nur dann mit der Negation versehen, wenn er allein steht, nicht mit Determinatoren verbunden ist. In einfachen Urtheilen von der Form »A ist nicht B«, »was nicht A ist, ist B« u. s. w. (z. B. der Maulwurf ist kein Säugethier, was kein Quadrat ist, ist kein Parallelogramm u. dergl.) sind die verneinten Begriffe durch $\bar{B}$, $\bar{A}$ zu bezeichnen. Wo jedoch ein qualitativ bestimmter Begriff mit Determinatoren verbunden ist, da pflegt er selbst stets positiv zu sein, während dagegen einzelne oder alle Deter-

*) Schon Grassmann hat für non-A das Minuszeichen über dem literalen Symbol angewandt, freilich mit der in der Logik gewöhnlichen Missdeutung der Negation. Jevons gebraucht für denselben Zweck ausschliesslich kleine Buchstaben, Schröder einen Index. Der erstere drückt also non-A durch a, der letztere durch A_1 aus. Uebrigens spielt das Zeichen Boole's (1 — A) in der Rechnung meistens ebenfalls die Rolle eines fixen Symbols, und zum Zweck der Abkürzung wird auch von ihm mehrfach die Form $\bar{A}$ verwendet.

minatoren negativ genommen werden können. Zusammengesetzte Begriffe wie »ein nicht schönes Haus«, »ein grosses, nicht schönes Haus« würden also z. B. durch Formen wie $\bar{b}A$, $c\bar{b}A$ ausgedrückt werden. Wenn in zusammengesetzten Begriffen der Determinand nicht negativ sein kann, so hat dies übrigens seinen selbstverständlichen Grund darin, dass ein bloss negativ gedachter Begriff nähere Bestimmungen nicht zulässt, also auch niemals mit Determinatoren verbunden ist. Erwägt man, dass ein ohne Determinatoren vorkommender Begriff $\bar{A}$ stets als Determinator der Einheit betrachtet werden kann, so ergiebt sich daraus der Satz: *Jeder negirte Begriff kann als Determinator eines positiven Determinandus gedacht werden, der entweder durch ein qualitatives Symbol ausgedrückt oder als Einheit hinzugedacht ist.*

Vergleicht man die logische Negation mit den inversen algebraischen Operationen, so kann auch sie wieder als die *allgemeinere* Operation angesehen werden. Sie besteht in dem *Hinwegdenken eines Begriffs*. So lange es sich um qualitativ verschiedene Begriffe handelt, kann dieses Hinwegdenken nur in einerlei Weise geschehen, so nämlich, dass die bestimmte Qualität, welche durch den Begriff A bezeichnet ist, hinweggedacht wird, und ein qualitativ unbestimmter Begriff an der Stelle von A übrig bleibt, in welchem aber Alles vorausgesetzt wird, was auch im Begriff A gedacht wurde, ausgenommen die Qualität A selbst. Die Möglichkeit eines solchen Hinwegdenkens beruht also darauf, dass das Zeichen A nicht den ganzen Begriff deckt, sondern dass mit demselben stets das Begriffsganze, zu welchem A gehört, verbunden werden muss. Solange A ein positiver Begriff ist, bleibt dieses Ganze im Hintergrund; sobald es sich in das negative $\bar{A}$ verwandelt, tritt es in die leer bleibende Stelle ein. Aber indem wir diesen nach dem Hinwegdenken von A bleibenden Rest ohne bestimmte Qualität denken, bleibt für ihn nur das Zeichen A verbunden mit dem Zeichen seiner Aufhebung übrig, also $\bar{A}$ (non-A). Dies verändert sich nun wesentlich im Gebiet der Grössenbegriffe. Hier steht jede Operation unter der Bedingung, dass die Grössen qualitativ übereinstimmende Begriffe bedeuten. Sobald jedoch diese Bedingung erfüllt ist, kann von jeder Grösse jede beliebige andere hinweggedacht werden, gleichgültig, ob beide zuvor als ein zusammengehöriges Ganze vorgestellt worden sind oder nicht. In dem Augenblick, wo die rückläufige Operation ausgeführt wird, werden sie stets als ein Ganzes gedacht, und dies ist eben in Folge jener Bedingung der qualitativen Gleichartigkeit in allen Fällen möglich. Ein Ganzes, von welchem Theile hinweggenommen werden können, muss aber von vornherein als bestehend aus Theilen vorausgesetzt werden. Nun kann eine Grösse in der doppelten Weise zusammengesetzt sein, welche durch die beiden directen Operationen angegeben wird: sie kann eine *Summe* von Theilen beliebiger Grösse oder eine mehrfache Setzung von gleichen Theilen d. h. ein *Product* sein. So lässt sich denn auch die rückläufige Operation in einer doppelten Weise vornehmen, entweder, indem ein Theil von einer

Summe hinweggenommen, oder indem ein Product getheilt wird. Die Subtraction A — B ist die Aufhebung einer Addition X + B, und die Division $\frac{A}{B}$ die Aufhebung einer Multiplication B . X. Bei jeder rückläufigen Operation wird eine entsprechende directe als vollzogen vorausgesetzt. Jede kann daher auch nur aus der ihr entsprechenden directen abgeleitet werden, und es ist nicht möglich, etwa die Division in ähnlicher Weise aus der Subtraction zu entwickeln, wie sich die Multiplication aus der Addition entwickeln lässt. Erst wenn man die für die logischen Begriffe im allgemeinen gültige Voraussetzung macht, dass jeder Begriff von jedem andern qualitativ verschieden sei, nimmt die rückläufige Operation jene einfachste und unbestimmte Form an, die algebraisch sowohl als Subtraction wie als Division gedeutet werden könnte, in Wahrheit aber keines von beiden ist, da qualitativ verschiedene Begriffe weder von einander abgezogen noch durch einander getheilt werden können. Es bleibt daher in diesem Fall bloss die unbestimmte Operation der Aufhebung einer Qualität übrig. Diese Operation kann sich ihrer Natur nach nur auf einen einzelnen Begriff, niemals, wie die Determination und Summation, auf die Verknüpfung verschiedener Begriffe beziehen, und ihre positive logische Bedeutung liegt darin, dass nach einer solchen Aufhebung als Rest die Begriffseinheit zurückbleibt, zu welcher der aufgehobene Begriff gehört.

Vermöge der Unbestimmtheit der Negation ergiebt sich aber bei ihr noch ein eigenthümlicher Specialfall. Das Hinwegdenken eines Begriffs kann nämlich auch in der Absicht vollzogen werden, den Begriff sammt dem allgemeineren Begriffsganzen, zu welchem er gehört, zu beseitigen, ein Fall, der bei den verneinenden Trennungsurtheilen stattfindet (S. 194). Hier könnte dem Begriff A, den man zu einer solchen völlig unbestimmten Negation benützt, ein Zeichen beigegeben werden, welches andeutete, dass nicht bloss A, sondern Alles, was mit A zusammenhängt, hinwegzudenken sei. Es liesse sich dafür der Analogie wegen das Zeichen $\overset{\infty}{\bar{A}}$ benützen, und man könnte sich vorstellen, $\overset{\infty}{\bar{A}}$ bezeichne den Specialfall, wo das in $\bar{A}$ gedachte Begriffsganze die Unendlichkeit der Begriffswelt umfasst, ein Specialfall, welcher den unbestimmten algebraischen Formen ∞ — A oder $\frac{\infty}{A}$ analog sein würde. Nun kommt aber eine solche Trennung immer nur in prädicativer Form vor, was sich daran zu erkennen giebt, dass bei ihr die Negation stets mit der Copula verbunden bleibt. Da sie demnach ebenso gut auf den Prädicatbegriff wie auf den Subjectbegriff sich bezieht, so muss sie offenbar unter die Formen der prädicativen Verknüpfung aufgenommen werden.

2. Die Gesetze der Urtheilsbildung.

a. Die Formen der prädicativen Begriffsverknüpfung.

Die bis dahin besprochenen Begriffsoperationen gehen als einzelne Bestandtheile in den Zusammenhang des Denkens ein; keine derselben liefert einen für sich bestehenden Denkact. Dieser ist stets das Resultat der prädicativen Begriffsverknüpfung. Durch sie scheiden sich 1) die in das Denken eingehenden Begriffe nach der fundamentalsten aller logischen Beziehungen, indem der eine zum Subject, der andere zum Prädicat des Urtheils wird; und diese beiden Glieder werden sodann 2) in irgend eines derjenigen Verhältnisse zu einander gebracht, welche wir bei den Relationsformen des Urtheils kennen gelernt haben. Nur den negativ prädicirenden Urtheilen entspricht, da dieselben lediglich in der Unbestimmtheit des Prädicatbegriffs ihren Grund haben, keine besondere Art prädicativer Verknüpfung, wie dies übrigens schon aus dem Umstande hervorgeht, dass bei diesen Urtheilen die Verneinung dem Prädicatbegriff und nicht der Copula anhaftet. Anders verhält sich dies bei den negativ entgegensetzenden Urtheilen. Die Trennung disparater Begriffe, welche sich in ihnen vollzieht, ist eine specifische Form prädicativer Verbindung, welche durch ihren diametralen Gegensatz zur Verbindung identischer Begriffe charakterisirt ist.

Die prädicative Verknüpfung der Begriffe ist eine logische Operation, deren verschiedene Formen aus den Bedeutungen, welche die Copula oder die ihr äquivalenten Bestandtheile des Verbums annehmen können, zu entwickeln sind. Das von der Sprache benützte vieldeutige Symbol der Copula muss demnach durch ebenso viele verschiedene Operationssymbole ersetzt werden, als Relationsformen zwischen Subject und Prädicat möglich sind. Demgemäss wollen wir benützen:

1) für den Ausdruck der Identität das algebraische Gleichheitszeichen $=$, also $A = B$,

2) für die Unterordnung das Zeichen $<$,

3) für die Ueberordnung das Zeichen $>$.

$A < B$ heisst demnach: A ist B untergeordnet, $A > B$: A ist B übergeordnet. Beide Zeichen stimmen überein mit den algebraischen Zeichen der Ungleichheit ($<$ kleiner und $>$ grösser): wie bei diesen die Linien gegen die kleinere Zahl convergiren, so convergiren sie bei den logischen Symbolen gegen den engeren, also untergeordneten Begriff*).

*) In ähnlichem Sinne sind schon von Grassmann die algebraischen Ungleichheitszeichen logisch benützt worden (R. Grassmann, Begriffslehre S. 12). Von einem grösser und kleiner kann bei qualitativ unterschiedenen Begriffen der Natur der Sache nach nur die Rede sein, wenn sie in einem Verhältniss der Ueber- und Unterordnung stehen, da eine quantitative Vergleichung in

4) *Coordination* zweier Begriffe wollen wir durch das zwischen ihre Buchstabensymbole gesetzte Zeichen)(ausdrücken, welches man durch eine Combination der Zeichen $>$ und $<$ erzeugt denken kann. A)(B bedeutet also: A ist B coordinirt, wobei wir die verschiedenen Fälle der Coordination (disjuncte, correlate, conträre, contingente Beschaffenheit) nicht specieller symbolisiren wollen. Selbst von dem allgemeinen Zeichen der Coordination Gebrauch zu machen wird selten Anlass sein, da, wie früher bemerkt, Begriffe meistens nur dann coordinirt werden, wenn man sie zusammen gleichzeitig einem allgemeineren Begriff unterordnet oder gleichsetzt. Dann hat aber die Coordination nicht die Bedeutung einer prädicativen Verknüpfung, sondern einer Summation und wird durch das Zeichen $+$ ausgedrückt.

5) Die *Interferenz* oder *Kreuzung der Begriffe* bezeichnen wir durch das Zeichen ⌶, welches an und für sich verständlich ist, ausserdem aber die Entstehung der Interferenz aus der Coordination symbolisch andeutet. Das particulare Subsumtionsurtheil in seiner strengeren logischen Bedeutung als Kreuzungsurtheil wird also ausgedrückt durch A ⌶ B (ein Theil von A ist ein Theil von B oder A kreuzt sich mit B).

6) Bei dem Verhältniss der *Abhängigkeit der Begriffe* sind verschiedene Fälle zu unterscheiden. Es kann nämlich a) der Subjectbegriff A als der abhängige, der Prädicatbegriff B als der bedingende anzusehen sein. In diesem Falle wollen wir die Verbindung zwischen A und B durch das Zeichen Ϝ ausdrücken, welches an das Functionszeichen erinnert und die für dieses Verhältniss erforderliche Eigenschaft besitzt asymmetrisch zu sein. A Ϝ B bedeutet also: A ist abhängig von B, d. h. B ist die Bedingung oder eine der Bedingungen, unter welchen A eintritt, z. B.: »der Barometerstand ist abhängig vom Luftdruck«. Es kann sodann b) umgekehrt der Subjectbegriff A als der bedingende und der Prädicatbegriff B als der abhängige anzusehen sein. In diesem Fall wird einfach das obige Zeichen umgekehrt werden können: A ꟻ B, A ist die Bedingung oder eine der Bedingungen, unter denen B eintritt, z. B.: »die Grösse des Luftdrucks ist die Bedingung der Barometerhöhe«. Es kann nun aber auch c) die Abhängigkeitsbeziehung eine *wechselseitige* sein, indem ebenso gut A als eine Folge von B wie B als eine Folge von A angesehen werden kann. Sprachlich finden diese Fälle meistens einen unvollkommenen Ausdruck, indem willkürlich irgend einer der Begriffe A oder B als bedingend und der andere als abhängig bezeichnet wird. Aber der Unterschied von den vorigen beiden Fällen ist dann immer daran zu merken, dass man ohne Veränderung der

diesem Fall überhaupt nur unter der Voraussetzung möglich wird, dass der eine Begriff ein Theil des andern ist. Es kann also die verschiedene Bedeutung, welche die Zeichen $<$ und $>$ einerseits in der Algebra und anderseits in der Logik annehmen, unmittelbar auf die verschiedenen Bedingungen zurückgeführt werden, die in beiden Gebieten für die quantitative Vergleichung gegeben sind.

logischen Richtigkeit des Urtheils das Verhältniss von Grund und Folge vertauschen kann, z. B.: »die Geschwindigkeit ist abhängig vom durchlaufenen Raum, und der durchlaufene Raum ist abhängig von der Geschwindigkeit«, oder: »die Annahme eines interstellaren Mediums ist die Bedingung für die Erklärung der Lichtfortpflanzung, und die Erklärung der Lichtfortpflanzung ist die Bedingung für die Annahme eines interstellaren Mediums«. Dieses Verhältniss der Wechselbestimmung werden wir am angemessensten durch die Combination der beiden vorigen Zeichen ausdrücken, also durch A ∓ B. In der That verhält sich die Wechselbestimmung zur einseitigen Abhängigkeit einigermassen ähnlich wie die Coordination zur Ueber- und Unterordnung, aber sie ist viel häufiger als jene das Object selbständiger prädicativer Verknüpfung.

In Cap. II. wurde dargelegt, dass diese Fälle der Abhängigkeit und Wechselbestimmung ebenso wie zwischen Begriffen auch zwischen Urtheilen vorkommen können, in denen irgend eine andere Form prädicativer Verknüpfung statthat. Solche Urtheile bilden dann Unterurtheile eines zusammengesetzten Abhängigkeitsurtheils. Die Zeichen ⅂, ⊧ und ∓ haben demnach die Eigenschaft, dass sie nicht bloss zwischen Begriffen, sondern auch zwischen prädicativen Verbindungen von Begriffen auftreten können. Zur Verhütung von Verwechslungen wird es angemessen sein, in solchen Fällen die Unterurtheile in Klammern einzuschliessen. Die Formel (A < B) ⊧ (C < D) würde also z. B. ein Abhängigkeitsverhältniss zwischen zwei Subsumtionsurtheilen bedeuten, deren erstes als Folge, und deren zweites als Grund angesehen wird.

7) Das Verhältniss disparater Begriffe wollen wir durch zwei verticale Striche ||, die Umkehrung des Gleichheitszeichens, andeuten: A || B, A disparat B. Bei der Unfruchtbarkeit des Verhältnisses disparater Begriffe wird aber kaum jemals Gelegenheit sein, von diesem Zeichen Gebrauch zu machen.

Die sämmtlichen Symbole der prädicativen Verknüpfung haben die Eigenschaft, dass sie umkehrbar sind, sobald Subject und Prädicat, bez. bei dem zusammengesetzten Abhängigkeitsurtheil die beiden Unterurtheile, mit einander vertauscht werden. Diese Umkehrbarkeit der symbolischen Urtheilsformen beruht aber darauf, dass jede Form prädicativer Verknüpfung entweder zu sich selbst reciprok ist oder eine zu ihr reciproke andere Form der Verknüpfung neben sich hat. Zu sich selbst reciproke Operationen sind: die Gleichsetzung oder Identität, die Coordination, die Begriffskreuzung, die Wechselbestimmung und die Entgegensetzung. Wir haben für diese Operationen symmetrische Zeichen gewählt, welche durch Umkehrung nicht verändert werden: =,)(, X, ∓ und ||. Wechselseitig reciproke Operationen sind dagegen: die Unter- und Ueberordnung und die Abhängigkeit nach Grund und Folge. Für diese Operationen wurden asymmetrische Zeichen eingeführt, welche durch Umkehrung in die Zeichen der reciproken Operationen übergehen: so verwandelt sich das Zeichen der

Ueberordnung $>$ in dasjenige der Unterordnung $<$, das Zeichen der Folge ⊧ in dasjenige des Grundes oder der Bedingung ⫤. Es stehen sich hiernach gegenüber:

zu sich selbst reciprok die Urtheilsformen: $A = B$ und $B = A$,
A)(B und B)(A,
A ⌶ B und B ⌶ A,
A ∓ B und B ∓ A,
A || B und B || A;
wechselseitig reciprok die Urtheilsformen: $A > B$ und $B < A$,
A ⊧ B und B ⫤ A *).

Alle speciellen Regeln über die Umkehrung der Urtheile kann man sich durch die Anwendung dieser Symbole ersparen: jedes Urtheil ist umkehrbar, wenn man das Symbol der prädicativen Verknüpfung ebenfalls umkehrt.

b. Umwandlung der Urtheile in Gleichungen.

Wo es nicht sowohl darauf ankommt, eine bestimmte Art der prädicativen Verknüpfung von andern zu unterscheiden, als vielmehr irgend ein Urtheil so zu formuliren, dass es sich in Bezug auf seinen Inhalt deutlich entwickeln und mit andern Urtheilen in Beziehung bringen lässt, da wird es nun stets nützlich sein, die neun Symbole auf ein einziges zurückzuführen, welches einer gleichmässigen Behandlung zugänglich ist. Das einzige hierzu brauchbare Symbol ist aber das Zeichen der Identität. Alle Urtheile lassen sich, wie schon in Cap. III. bemerkt wurde, in Identitätsurtheile oder Gleichungen umwandeln, indem man diejenigen Eigenthümlichkeiten, wodurch sich die Art der prädicativen Verknüpfung in einem gegebenen Urtheil unterscheidet, dadurch ausdrückt, dass man den Prädicat- oder den Subjectbegriff oder beide in geeigneter Weise verändert. Diese Transformation beruht also darauf, dass man den Verschiedenheiten der Relation zwischen zwei Begriffen Verschiedenheiten der Begriffe selbst substituirt. Dass aber dann die Identität die gleichförmige Relationsform sein muss, die man beibehält, ist durch die Stellung derselben zu den übrigen Begriffsverhältnissen bedingt. Die letzteren lassen sich sämmtlich nach ihrer Entfernung von dem Identitätsverhältnisse messen, während dieses selbst durch kein anderes Verhältniss gemessen werden kann. Man erhält so zunächst für die positiven Urtheilsformen folgende Reihe, welche die früher (S. 209) gegebene vervollständigt:

für $A < B : A = vB$, für $A > B : vA = B$, für A ⌶ B : $vA = vB$,
für A ⊧ B : $A = fB$, für A ⫤ B : $fA = B$, für A ∓ B : $\varphi A = fB$.

*) In Worten: A ist Folge von B und B ist Bedingung von A. Das Zeichen ist gleich den andern mnemonisch, indem die Seite, nach der es gerichtet ist, als die Folge, die andere als die Bedingung anzusehen ist.

In der ersten Reihe stehen die partiellen Identitätsurtheile, in der zweiten die Abhängigkeitsurtheile. Ganz fehlt das Verhältniss der Coordination $A \,)(\, B$, weil dasselbe in keine Gleichung zwischen A und B umgewandelt werden kann, so lange A und B positiv bleiben; die einzige Form, in der auf jenes Verhältniss das Gleichheitszeichen anwendbar wird, ist die der negativen Gleichung $A = v\bar{B}$ oder $v\bar{A} = B$.

Da in jeder der obigen Formen der Prädicatbegriff negirt werden kann, so ist an und für sich zu jeder Art prädicativer Verknüpfung auch ein negativ prädicirendes Urtheil denkbar. Die Einführung der Negation zeigt nun aber sofort, dass dabei der Unterschied in der Bedeutung der meisten Verknüpfungssymbole verschwindet. So hat das negative Identitätsurtheil $A = \bar{B}$ stets die Bedeutung $A = v\bar{B}$; ebenso haben die Formen $A > \bar{B}$ und $A \between \bar{B}$ keine selbständige Bedeutung: wenn ihnen überhaupt ein bestimmter Sinn unterliegt, so ist es der, dass B in keiner Weise von A prädicirt werden darf, also $A = v\bar{B}$; das positive Urtheil $A \between B$ aber schliesst neben der positiven Identität $vA = vB$ auch die beiden negativen $vA = v\bar{B}$ und $vB = v\bar{A}$ ein, die, weil sie in jener positiven Formel schon enthalten sind, entbehrt werden können. Alle vollständigen oder partiellen Identitätsurtheile führen demnach bei der Umwandlung in Gleichungen auf die negative Subsumtionsgleichung $A = v\bar{B}$ zurück, welche allein eine logische Verwendung besitzt. Aehnlich beschränkt ist das Vorkommen negativ prädicirender Abhängigkeitsurtheile. Ob wir sagen, A sei keine Folge von B, oder B sei keine Bedingung von A, ist logisch gleichbedeutend: die Formen $\bar{A} \vdash B$ und $A \vdash \bar{B}$ sind also äquivalent; ebenso ihre Umkehrungen $A \dashv \bar{B}$ und $\bar{A} \dashv B$. Ausserdem sind die Negationen der Wechselbestimmung $\bar{A} \mp B$ oder $A \mp \bar{B}$ insofern von gleichem Werthe mit den Negationen der einfachen Abhängigkeit, als durch die letzteren an und für sich auch schon die Wechselbestimmung verneint ist, daher zwar bei dem positiven Bedingungsurtheil die Frage erhoben werden kann, ob es umkehrbar ist, bei dem negativen aber niemals, weil hier, sobald sich eine solche Umkehrung nicht ausführen liesse, an die Stelle des negativen Abhängigkeitsurtheils ein positives mit Vertauschung von Subject und Prädicat treten müsste. Hiernach können wir also wieder alle negativen Abhängigkeitsurtheile durch ein einziges ersetzen, in das sich alle andern immer leicht umwandeln lassen. Im Anschluss an die gewohnten sprachlichen Formen wird als solches am zweckmässigsten die Form $A \dashv \bar{B}$ gewählt werden: »wenn A ist, so ist nicht B« oder »B ist keine Folge von A«. Bei der Ueberführung dieser Form in eine Gleichung ist weiterhin zu erwägen, dass der Bedingung A auch hier nicht der ganze negative Begriff non-B als Folge zugesellt werden soll, sondern dass das negative Urtheil nur sagen will, irgend ein anderes Ereigniss als B, aber mit ihm zur selben Begriffseinheit gehörig, sei Folge von A. Die Gleichung für den obigen Ausdruck wird also lauten: $fA = v\bar{B}$. So behalten wir nach Entfernung gleichbedeutender oder leicht reducirbarer Formen zwei Grundformen

negativer logischer Gleichungen, die **negative Subsumtions-** und die **negative Bedingungsgleichung**:

$$A = v\,\bar{B} \text{ und } f\,A = v\,\bar{B}.$$

Auf die Entgegensetzung disparater Begriffe ist endlich die Negation als solche nicht anwendbar, weil hierbei von den beiden Begriffen A und B vorausgesetzt wird, dass sie nicht einer und derselben Begriffseinheit angehören, so dass die Begriffe $\bar{A}$ oder $\bar{B}$ in Verbindung mit dem Symbol $\Vert$ jede Bedeutung verlieren. Die einzige Stelle, die man hier dem Zeichen der Negation anweisen könnte, wäre das Verknüpfungssymbol selbst; die Form $A \overline{\Vert} B$ würde aber lediglich bedeuten, dass irgend ein Verhältniss zwischen A und B stattfindet, unbestimmt welches, sie würde also auf die Existenz irgend eines der vorangegangnen prädicativen Verhältnisse hinweisen.

Eine umfangreichere Transformation verlangen behufs der Umwandlung in Gleichungen die zusammengesetzten Abhängigkeitsurtheile. Wenn man z. B. in einem Urtheil von der Form $(A < B) \vDash (C < D)$ alle Operationssymbole in Gleichheitszeichen überführt, so entsteht die Form $(A = v\,B) = f\,(C = v\,D)$, in der, wenn sie eine einfache Gleichung werden soll, die innerhalb der Klammern vorkommenden Gleichheitszeichen eliminirt werden müssen. Dies kann nun in allen Fällen dadurch geschehen, dass man das in dem Unterurtheil stattfindende prädicative in ein determinatives Verhältniss umwandelt, wobei im allgemeinen das Subject des Unterurtheils zum Determinanden und das Prädicat zum Determinator wird. Die obige Formel würde demnach in die folgende übergehen: $b\,A = f\,d\,C$. Es ist dies dieselbe Umwandlung, die wir in Worten vornehmen können, indem wir beispielsweise das Urtheil »die Barometerhöhe steigt, wenn der Luftdruck zunimmt« übersetzen »die steigende Barometerhöhe ist eine Folge des zunehmenden Luftdrucks«. Hat in dem ursprünglichen Abhängigkeitsurtheil das Operationszeichen die Stellung ⫤, so ist natürlich das Functionssymbol auf der andern Seite des Gleichheitszeichens einzuführen und demnach $f\,A = B$ oder bei einem zusammengesetzten Urtheil $f\,b\,A = d\,C$ zu setzen. Das Zeichen ⫩ aber verlangt zwei Functionssymbole, also die Formeln $f\,A = \varphi\,B$ oder $f\,b\,A = \varphi\,d\,C$. Da nämlich die Beziehung A ⫩ B in die beiden Gleichungen $A = f\,B$ und $f\,A = B$ sich zerlegen lässt, so kann dieselbe in *einer* Gleichung nur mittelst der Formeln $f\,A = f\,f\,B$ oder $f\,f\,A = f\,B$ dargestellt werden. Ein doppeltes Functionssymbol $f\,f$ lässt sich aber stets durch ein einfaches φ von anderer Beschaffenheit ersetzen, wobei natürlich die Bedingung, dass $\varphi = f\,f$ ist, erfüllt sein muss. Demnach gewinnen wir als allgemeinen Ausdruck der Wechselbestimmung die Formel $f\,A = \varphi\,B$ *).

*) Aus $A = f\,B$ (1) und $B = f\,A$ (2) folgt nämlich durch Substitution des Werthes von A aus 1 in 2: $B = f\,f\,B$, und hieraus, wenn man auf der linken Seite den Werth für B aus 2 einführt: $f\,A = f\,f\,B$.

Zur weiteren Anwendung der Abhängigkeitsurtheile ist nun aber stets erforderlich, dass die unbestimmten Functionszeichen f, φ entfernt werden; erst wenn dies geschehen ist, lässt sich der logische Werth der einzelnen unter dem Functionszeichen stehenden Begriffe bestimmen, oder lassen sie sich zusammen mit andern Urtheilsgleichungen zur Entwicklung von Schlüssen benützen. Auf zwei Wegen kann eine solche Elimination der Functionszeichen zu Stande kommen. Der erste besteht darin, dass die Art der Function ermittelt und dem Functionszeichen substituirt wird. Dies ist nur dann möglich, wenn die wesentlichen Begriffe des Urtheils Grössenbegriffe sind und daher den speciellen Methoden des mathematischen Calcüls unterworfen werden können. Diejenigen Begriffe, welche nicht als Grössenbegriffe behandelt oder als solche in die mathematische Functionsbeziehung aufgenommen werden können, werden dann einfach aus der Gleichung hinweggelassen, bez. als selbstverständlich hinzugedacht, während anderseits es nicht selten nöthig wird, einzelne der im logischen Ausdruck vorkommenden Begriffe in mehrere Grössen zu zerlegen. So geht z. B. das Urtheil »die Schwingungszeit (t) eines einfachen Pendels (P) ist von seiner Länge (l) und der Wirkung der Schwere (g) abhängig« durch die Einführung der Functionswerthe, die Hinweglassung des Begriffs P, den man auf beiden Seiten stillschweigend hinzudenkt, und eine nothwendige Zerlegung des Begriffs der Schwingungsdauer über in die mathematische Gleichung $\frac{t}{\pi} = \sqrt{\frac{l}{g}}$. Wenn es sich aber nicht um Grössenbegriffe handelt, so wird die Elimination der Functionszeichen nur auf einem zweiten Wege möglich. Zu demselben führt die Erwägung, dass eine Abhängigkeit, bei der eine bestimmte Functionsbeziehung nicht vorliegt, angesehen werden kann als eine Unterordnung derjenigen Fälle, in denen die Bedingung stattfindet, unter diejenigen, welche die Folge enthalten. Demnach lässt sich die Abhängigkeitsgleichung in eine Subsumtionsgleichung überführen, indem man dem Functionszeichen f das der andern Seite vorgesetzte Symbol v substituirt, so dass die Gleichung $A = f B$ die Form annimmt $v A = B$ oder $B = v A$. Die Gleichung $A = f B$ hat nämlich die Bedeutung: »wenn B ist, so ist auch A, wenn dagegen A ist, so ist nicht nothwendig B«. In die Subsumtionsform übersetzt lautet aber dieser Satz: »alle Fälle, in denen B stattfindet, sind gleich einigen Fällen, in denen A stattfindet«. Bei dem negativen Bedingungsurtheil genügt, da in der oben abgeleiteten Formel $f A = v \bar{B}$ schon das Symbol der Identität an der geeigneten Stelle enthalten ist, einfach die Entfernung des Symbols f: $A = v \bar{B}$ (alle Fälle von A gehören zu den Fällen, die nicht mit B zusammentreffen). Handelt es sich endlich um eine Wechselbestimmung, so kann an die Stelle der Functionsgleichung unmittelbar eine Identitätsgleichung treten, für $f A = \varphi B$ (wenn A ist, so ist B, und wenn B, so ist A) also gesetzt werden $A = B$ (alle Fälle, in denen A stattfindet, sind gleich allen Fällen, in denen B stattfindet).

So würde z. B. das Bedingungsurtheil »wenn A die Eigenschaft m besitzt, so hat B entweder die Eigenschaft c und nicht d oder die Eigenschaft d und nicht c« in die Form folgender Subsumtionsgleichung überzuführen sein:

$$m A = v (c \bar{d} + d \bar{c}) B,$$

in Worte übersetzt: m mit A ist subsumirt B mit c ohne d und B mit d ohne c. Das Bedingungsurtheil »wenn A mit m verbunden vorkommt, so ist B niemals mit p und immer mit q verbunden, ebenso umgekehrt: wenn B mit q und nicht mit p verbunden ist, so ist auch A mit m verbunden« liefert dagegen die Identitätsgleichung

$$m A = \bar{p} q B,$$

in Worten: m mit A ist gleich B mit q ohne p.

Wie man sieht, bleibt der logische Sinn der Urtheile hierbei durchaus nicht ungeändert. Aber indem bei der einseitigen Abhängigkeit die Folge stets in einem Theil der Fälle auftritt, in denen der Grund gegeben, bei der Wechselbestimmung Grund und Folge immer wechselseitig sich decken, kann dem ersteren Verhältniss das der Subsumtion, dem zweiten das der Identität unterschoben werden, und man ist sicher in allen Fällen, in denen man sich solcher Gleichungen bedient, ein richtiges Ergebniss zu erhalten, sobald man nur in den schliesslichen Resultaten wieder die entsprechenden Functionssymbole einführt, d. h. die Subsumtion in Abhängigkeit, die Identität in Wechselbestimmung zurückübersetzt.

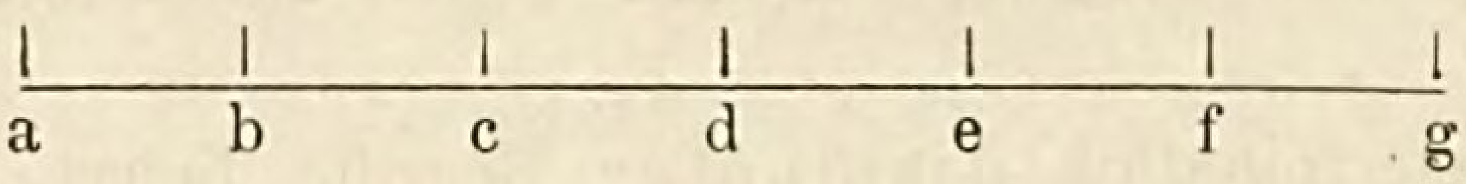
3. Die Gesetze der logischen Gleichungen.

Auf Grund der Ueberführung der Urtheilsformen in Gleichungen gelingt es leicht die allgemeinen Gesetze der Urtheilsfunction in mathematischer Form festzustellen. Diesen Gesetzen werden aber dann die Methoden zu entnehmen sein, nach welchen die logischen Gleichungen zum Zweck der Lösung bestimmter Aufgaben transformirt werden können. Wir haben gesehen, dass es zwei und nur zwei Denkoperationen giebt, durch welche Begriffe mit einander verbunden werden, die Determination und die Summation. Ihnen steht als dritte Operation, die sich jedoch stets nur auf das Verhältniss eines Begriffs zu dem zu ihm gehörigen unbestimmten Begriffsganzen bezieht, die Negation gegenüber. Der einfachste Fall, für welchen die Gesetze dieser drei Fundamentaloperationen entwickelt werden können, ist nun offenbar der, wo sich auch die Determination und Summation auf die Theile eines und desselben Begriffes beziehen, wobei also ein Begriff nur durch einen Theil desselben Begriffs determinirt und ebenso nur die Theile desselben Begriffs summirt werden. Dieser Fall ist allerdings in Bezug auf die Determination kaum jemals in unserm logischen Denken verwirklicht: wir werden aber sehen, dass auf ihn alle wechselseitigen Determinationen verschiedener Begriffe zurückgeführt werden können.

a. Gesetze der Determination und Summation für Elemente eines einzigen Begriffs.

Unter dieser einfachsten Voraussetzung ist das Verhältniss der drei logischen Grundoperationen zu einander ein höchst einfaches. Stellen wir den Begriff, auf dessen Theile sich diese Operationen beziehen sollen, durch die Gerade a g = 1 (Fig. 4) dar, so entspricht die Determination einer

Fig. 4.



multiplicativen, die Summation einer additiven Verknüpfung zweier oder mehrerer Theile dieser Geraden mit einander, die Negation aber einem Hinwegdenken irgend eines Theils aus derselben. Da nun in den logischen Operationen nur die drei Quantitäten 0, v und 1 vorkommen, so ist es einleuchtend, dass die durch die Determination und Summation irgend welcher Strecken von der unbestimmten Quantität v entstandenen Producte und Summen so lange ebenfalls den Werth v behalten, als sie nicht die Grenzwerthe 0 oder 1 erreichen. Der Grenzwerth 0 wird aber immer dann entstehen, wenn zwei Strecken, die nichts mit einander gemein haben, determinativ verknüpft werden sollen, denn zwei völlig verschiedene Theile eines und desselben Begriffs können sich niemals zu einem neuen Begriff verbinden. Bedeutet beispielsweise die Gerade a g den Begriff Farbe, und stellen demnach die Strecken a b, b c u. s. w. die einzelnen Farbenbegriffe, etwa a b dunkelroth, b c hellroth u. s. w. dar, so ist ein Product a b . b c, ein dunkelrothes Hellroth, oder a b . c d, ein dunkelrothes Gelb, undenkbar. Der Grenzwerth 1 wird ferner immer dann entstehen, wenn die sämmtlichen Strecken, die in einem Begriffscontinuum enthalten sind, addirt werden. So erhalten wir z. B. durch Summation der sämmtlichen einzelnen Farbenbegriffe a b, b c u. s. w. den allgemeinen Begriff Farbe. Determiniren oder summiren wir endlich irgend eine Strecke a b mit sich selbst, so ist das Product a b . a b oder die Summe a b + a b stets mit der ursprünglichen Strecke a b identisch: dunkelrothes Dunkelroth oder Dunkelroth zweimal nach einander gedacht ist von dem einfachen Begriff Dunkelroth nicht verschieden. Dass sich die Qualität des Begriffs dadurch nicht ändert, ist an und für sich klar; quantitativ aber behalten Product und Summe den unbestimmten Werth v. Daraus ergiebt sich zugleich, dass auch für den Fall der Kreuzung der Begriffe das Product der Determination nur aus dem beiden Begriffen gemeinsamen Bestandtheil besteht, während bei der Summation nur die disjuncten Bestandtheile wirklich addirt werden, der gemeinsame aber einfach bleibt. Es ist also a c . b d = b c, z. B. ein Roth, welches hellroth und gelb ist, ist hellroth, dagegen a c + b d = a d, Roth und Hellroth nebst Gelb ist dasselbe wie Roth und

Gelb. Demnach erhalten wir durch Determination und Summation verschiedener Theile des Begriffs ag in den einzelnen Hauptfällen, die vorkommen können, folgende Resultate:

1) $ab \,.\, bc = 0$, $\qquad ab + bc = ac$.

2) $ac \,.\, bd = bc$, $\qquad ac + bd = ad$.

3) $ab \,.\, ab = ab$, $\qquad ab + ab = ab$.

Hieran schliessen sich die Determination und Summation einer Begriffsstrecke mit ihrer Negation (ab und *non*-ab), als Specialfälle von 1:

4) $ab \,.\, \overline{ab} = 0$, $\qquad ab + \overline{ab} = 1$.

Für die drei logischen Grundoperationen gelten daher folgende allgemeine Gesetze:

1) Die Determination *disjuncter* Begriffe liefert *keinen* Begriff oder: das logische Product disjuncter Begriffe ist gleich null;

die Summe zweier disjuncter Begriffe ist gleich der sie umfassenden Begriffsstrecke.

2) Die Determination sich *kreuzender* Begriffe liefert als logisches Product die denselben gemeinsame Begriffsstrecke;

die Summe sich kreuzender Begriffe ist gleich der Summe der disjuncten Begriffstheile, die in jene eingehen.

3) Ein Begriff durch sich selbst determinirt ist sich selbst gleich;

ein Begriff zu sich selbst summirt ist sich selbst gleich.

4) Die Determination eines Begriffs durch seine Negation liefert *keinen* Begriff, oder: das logische Product eines Begriffs und seiner Negation ist gleich null;

die Summe eines Begriffs und seiner Negation ist gleich dem Gesammtbegriff, zu welchem jener gehört, oder gleich der Begriffseinheit.

Die Verschiedenheit dieser Gesetze von den algebraischen Additions- und Multiplicationsgesetzen springt in die Augen. Kein logischer Begriff kann mit sich selbst zu einer Summe oder zu einem Producte verbunden werden. Daraus folgt, dass *alle logischen Begriffe Grössen ersten Grades sind*, dass also Potenzen und alle aus den letzteren entwickelten Functionen auf rein logischem Gebiete nicht vorkommen. Sodann aber unterscheidet sich die logische Determination von der algebraischen Multiplication dadurch, dass alle Producte verschiedener Grössen mit einander logisch gleich Null sind, so dass auch in einem zusammengesetzten Ausdruck nur die einander identischen Glieder durch die Determination nicht verschwinden. Wir können diese Regeln in den *einen* Satz zusammenfassen: *alle Producte verschiedener Begriffe sind gleich null, und alle Producte identischer Begriffe bleiben, so oft sie auch genommen werden mögen, Grössen ersten Grades.* Während daher auf algebraischem Gebiete die Multiplication zweier Grössen nur in *einem* Fall ein Product giebt, welches *kleiner* ist als die Summe der nämlichen Grössen, nämlich bei der Einheit, ist bei der logischen Determination umgekehrt nur in einem einzigen Fall das

Product nicht kleiner als die Summe, dann nämlich wenn ein Begriff mit sich selbst determinirt oder summirt wird, wo Summe und Product einander gleich sind. Specielle Fälle und zwar Grenzfälle dieses Verhaltens der beiden logischen Operationen entstehen bei der Determination und Summation eines Begriffs mit seiner Negation, wo das Product wieder $= 0$, die Summe aber $= 1$ wird, d. h. quantitativ den höchsten Werth erreicht, den die logische Summirung der Theile eines einzigen Begriffs überhaupt erreichen kann.

Einige specielle Folgerungen, welche aus dieser Verschiedenheit der algebraischen und logischen Grundoperationen unmittelbar sich ergeben, verdienen noch Erwähnung:

Algebraisch ist, wenn $x = y$, stets auch $x + z = y + z$; ebenso ist umgekehrt, wenn $x + z = y + z$, stets auch $x = y$.

Logisch ist, wenn $x = y$, stets auch $x + z = y + z$; dagegen ist, wenn $x + z = y + z$, nicht nothwendig $x = y$.

Algebraisch ist, wenn $x = y$, stets auch $x \, . \, z = y \, . \, z$; ebenso ist umgekehrt, wenn $x \, . \, z = y \, . \, z$, stets auch $x = y$.

Logisch ist, wenn $x = y$, stets auch $x \, . \, z = y \, . \, z$; dagegen ist, wenn $x \, . \, z = y \, . \, z$, nicht nothwendig $x = z$.

Um sich hiervon zu überzeugen, nehme man z. B. auf der ein beliebiges Begriffsganze darstellenden Linie a g (S. 252) $ac = x$, $ab = y$ und $bc = z$ an, dann ist offenbar $x + z = y + z$, aber es ist nicht $x = y$. Setzt man ferner $ac = x$, $bd = y$ und $bc = z$, so ist $x \, . \, z = y \, . \, z$, aber nicht $x = y$.

Logisch gelten also zwar die positiven Axiome der Algebra: Gleiches zu Gleichem summirt giebt Gleiches, und Gleiches mit Gleichem determinirt giebt Gleiches, aber es gilt nicht umgekehrt, dass, wenn zwei Grössen mit einer und derselben dritten Grösse die nämliche Summe oder das nämliche Product geben, sie auch unter sich gleich sind. Offenbar steht diese specifische Eigenschaft der logischen Addition und Multiplication damit im Zusammenhang, dass die Operationen der Subtraction und Division in der Logik nicht vorkommen.

Aus diesem Fehlen der rückläufigen Operationen ergiebt sich endlich noch eine Eigenschaft der logischen Summation, die für die zweckmässige Transformation der logischen Gleichungen von grosser Wichtigkeit ist. Hat man nämlich eine Gleichung von der Form

$$M + N + P + Q \ldots = 0,$$

so ist stets auch $M = 0$, $N = 0$, $P = 0$ u. s. w. Wenn eine logische Summe gleich null ist, so ist auch jedes einzelne Summenglied der Null gleich. Dieser Satz ergiebt sich daraus, dass irgend welche Theile eines Begriffsganzen, ob sie nun disjunct sind oder theilweise oder selbst völlig coincidiren, immer ein positives Ergebniss liefern müssen.

Null kann daher eine Summe nur dann werden, wenn jedes einzelne Glied ein Product heterogener Theile und dadurch Null geworden ist. Wie wir also auch die einzelnen Strecken des Begriffsganzen a g (Fig. 4) addiren mögen, immer muss die Summe einen positiven Werth behalten. Null kann sie nur werden, wenn ihre einzelnen Glieder zusammengesetzt, und zwar aus disjuncten Elementen zusammengesetzt sind, wenn sie also aus Gliedern wie a b . b c oder a b . c d u. dergl. besteht. Allgemein ausgedrückt: Null kann eine Summe nur sein, wenn alle positiven Glieder m, n, p, q . . ., die in ihr vorkommen, durch von ihnen verschiedene $\bar{m}$, $\bar{n}$, $\bar{p}$, $\bar{q}$. . . determinirt sind. Der allgemeinste Ausdruck einer solchen Summe, welche Null wird, ist daher in einer Gleichung gegeben:

$$m\bar{m} + n\bar{n} + p\bar{p} + q\bar{q} + \ldots = 0.$$

Zugleich ergiebt sich hieraus der Corollarsatz: eine Summe, in der auch nur einzelne Glieder einfache Begriffstheile sind, kann niemals gleich Null werden.

Die Negation kann nun aber nicht bloss auf einzelne Factoren eines Determinationsproductes sowie auf einzelne Glieder einer logischen Summe, sondern sie kann unter Umständen auch auf das Product oder die Summe selbst sich beziehen, was wir symbolisch durch ein über dem ganzen Ausdruck, der negirt werden soll, anzubringendes Negationszeichen andeuten werden. Um den Werth solcher Ausdrücke wie $\overline{(x \,.\, y)}$ und $\overline{(x + y)}$ zu finden, wird man offenbar zuerst die unter dem Negationszeichen stehende Determination oder Summation auszuführen und dann das Resultat zu negiren haben. Führen wir dies zunächst für die Determination aus, setzen wir beispielsweise in Fig. 4 $ac = x$ und $bd = y$, so wird $x \,.\, y = bc$ und demnach $\overline{x \,.\, y} = cg + ab = \bar{x} + \bar{y}$. Das nämliche Resultat findet man aber, wie man auch das gegenseitige Verhältniss von x und y bestimmen möge. Bildet man dagegen in dem Ausdruck $\overline{(x + y)}$ zunächst die Summe, so ergiebt sich, wenn wir wieder beispielsweise $ac = x$ und $bd = y$ setzen, $x + y = ad$, demnach $\overline{(x + y)} = dg = cg \,.\, dg = \bar{x} \,.\, \bar{y}$. Auch hier ergiebt sich dasselbe Resultat, wie man auch das Verhältniss von a und b bestimmen möge. Setzen wir z. B. noch $ab = x$ und $cd = y$, so ist $\overline{(x + y)} = bc + dg = bg\ (bc + dg) = \bar{x} \,.\, \bar{y}$. Für mehr als zwei Factoren oder Glieder lassen sich die Beweise in der nämlichen Weise führen. Es gelten demnach allgemein die beiden Sätze:

1) Die Negation eines Determinationsproductes ist gleich der Summe der Negationen seiner einzelnen Factoren.

2) Die Negation einer logischen Summe ist gleich dem Product der Negationen ihrer einzelnen Glieder.

Zwei bemerkenswerthe Specialfälle dieser Sätze ergeben sich dann, wenn das positive Product $x \,.\, y = 0$ und die positive Summe $x + y = 1$ wird. Ersteres findet statt, wenn die Factoren x und y disjunct sind, wenn also z. B. $x = ab$ und $y = bc$ ist (Fig. 4). Es wird dann $\bar{x} + \bar{y} =$

$bg + (ab + cg) = 1$. Für den Fall $x . y = 0$, ist also $\overline{x . y} = 1$. Die positive Summe $x + y$ wird dagegen $= 1$, wenn beide Glieder sich zur Begriffseinheit ergänzen, wenn also z. B. $x = ad$ und $y = cg$ ist. Dann ist aber $\bar{x} = dg$ und $\bar{y} = ac$, demnach $\overline{(x + y)} = \bar{x} . \bar{y} = dg . ac = 0$. Sobald $x + y = 1$ ist, wird also $\overline{(x + y)} = 0$, und es ist allgemein

$$\overline{x . y} = \bar{x} + \bar{y}, \qquad \overline{(x + y)} = \bar{x} . \bar{y},$$
$$\bar{0} = 1, \qquad \bar{1} = 0.$$

Natürlich lassen sich die beiden letzteren Gleichungen auch als unmittelbar evidente Sätze ansehen, die sich aus den festgestellten Definitionen der Negation, der Null und der Begriffseinheit von selbst ergeben.

Während in den letzteren Sätzen sich eine durchgängige Verschiedenheit zwischen den logischen und den ihnen entsprechenden algebraischen Operationen offenbart, findet sich dagegen in den zwei folgenden Beziehungen eine vollkommene Analogie.

1) *Durch die Negation eines negativen Ausdrucks wird der positive Begriff wieder hergestellt:*

$$\bar{\bar{x}} = x,$$

entsprechend der algebraischen Regel, dass $-1 . -1 = +1$ ist. Der logische Satz ergiebt sich unmittelbar aus der Definition der Negation, wonach der negirte Begriff den positiven, aus dem er gebildet ist, zur Begriffseinheit ergänzt. Wie $x + \bar{x} = 1$ ist, so muss demnach auch $\bar{x} + \bar{\bar{x}} = 1$ sein, d. h. es ist $x + \bar{x} = \bar{x} + \bar{\bar{x}}$ oder $x = \bar{\bar{x}}$. Setzen wir in Fig. 4 $ab = x$, so wird $\bar{x}$ durch bg und $\bar{\bar{x}}$ wieder durch ab dargestellt.

2) *Wenn in irgend einem zusammengesetzten Determinationsproduct ein Factor gleich Null ist oder zwei Factoren zusammen Null werden, so wird das ganze Product der Null gleich.* Es ist also namentlich stets ein Product, in welches ein Begriff und seine Negation oder überhaupt ein Begriff und ein von ihm disjuncter Begriff als Factoren eingehen, gleich Null, also z. B.

$$x . \bar{x} . z = 0.$$

Es sind nämlich hier in Bezug auf das Verhältniss von x und z fünf Fälle möglich: 1) x und z sind selbst disjunct, dann ist selbstverständlich das Product aus den drei, ebenso wie das aus zwei disjuncten Factoren, $= 0$. 2) $x = z$, dann ist $x . \bar{x} . z = x . \bar{x} = 0$. 3) $x > z$. Es sei z. B. $ac = x$, $bc = z$, so ist $x . z = bc$ und $\bar{x} = cg$, also $x . \bar{x} . z = bc . cg = 0$. 4) $x < z$, z. B. $ab = x$, $ac = z$, dann ist $x . z = ab$, $x . \bar{x} . z = ab . bg = 0$. 5) $x \gtrless z$, z. B. $ac = x$, $bd = z$, so ist $x . z = bc$, und es wird $x . \bar{x} . z = bc . cg = 0$. Das Product $x . \bar{x} . z$ ist also $= 0$, in welchem Verhältniss auch x und z zu einander stehen mögen. In der nämlichen Weise lässt sich der Satz für drei und mehr Begriffstheile beweisen, und es gilt demnach allgemein die Gleichung

$$x . \bar{x} . p . q . r \ldots = 0.$$

3) *Das Determinationsverhältniss einer Begriffssumme ist gleich der Summe der Determinationsverhältnisse ihrer einzelnen Glieder.* Es ist also

$$x\,(y + z) = x\,y + x\,z,$$

oder: die Regel der algebraischen Multiplication, dass eine Klammer beseitigt werden kann, indem man den ausserhalb stehenden Factor mit jedem Glied innerhalb der Klammer verbindet, hat auch logische Gültigkeit. Um sich hiervon zu überzeugen, setze man in Fig. 4 z. B. $y = a\,e$, $z = c\,f$ und $x = d\,e$, dann wird $y + z = a\,e + c\,f = a\,f$ und $x\,(y + z) = d\,e\,.\,a\,f = d\,e$. Ferner ist aber $x\,.\,y = d\,e\,.\,a\,e = d\,e$ und $x\,.\,z = d\,e\,.\,c\,f = d\,e$, also auch $x\,y + x\,z = d\,e + d\,e = d\,e$ *).

b. *Uebertragung der Determinations- und Summationsgesetze auf Verbindungen verschiedenartiger Begriffselemente.*

Von dem bis dahin betrachteten einfachsten Fall der Zusammensetzung von Summen und Determinationsproducten aus Theilen eines und desselben Begriffes haben wir nun zu den Bedingungen überzugehen, die sich dann ergeben, wenn Elemente verschiedener Begriffe mit einander verbunden werden.

Hier erledigt sich zunächst die *Summation* durch eine einfache Bemerkung. *Wir können niemals Glieder summiren, die nicht einem und demselben Totalbegriff angehören, denn der letztere wird erst durch die der Summation unterworfenen Begriffe bestimmt und erweitert sich also ganz von selbst mit der Ausdehnung der Summe.* Wenn wir z. B. nicht roth, gelb und grün, sondern roth, schwer und tönend summiren, so verwandelt sich von selbst der Gesammtbegriff Farbe in den der Empfindung, unter welchem nun alle Summenglieder enthalten sind. So heterogenes wir auch immer summiren, irgend ein Begriff bleibt immer möglich, als dessen Theile die Summenglieder betrachtet werden können, und sei es auch ein so allgemeiner Begriff wie der des Gegenstandes, der Eigenschaft, des Zustandes oder schliesslich des Denkbaren überhaupt. Es kann dabei allerdings vorkommen, dass einzelne Summenglieder andern nicht coordinirt sind, indem etwa erst der jenen übergeordnete Begriff ein solches coordinirtes Glied liefern würde, aber dies ist auch schon bei der Summation

*) Die Regel, dass die Klammer beseitigt werden kann, wandelt sich übrigens, sobald die Determinationsproducte einer Begriffssumme irgend einer gemeinsamen Operation unterworfen werden, in die Vorschrift um, dass die Klammer *vor* der Ausführung dieser Operation zu beseitigen ist. Die Negation eines Productes von der Form $(a + b + c)\,m$ ist also, nach den vorhin aufgestellten Regeln ausgeführt, nicht etwa $\overline{a}\,.\,\overline{b}\,.\,\overline{c} + \overline{m}$, sondern $(\overline{a} + \overline{m})\,(\overline{b} + \overline{m})\,(\overline{c} + \overline{m})$.

der Theile eines einfachen Begriffs möglich und hat auf die Gesetze des Summationsverfahrens keinen weiteren Einfluss.

Anders verhält es sich anscheinend mit der Determination der Begriffe. Wenn wir z. B. den Begriff einer »weissen Fläche« oder einer »glänzend weissen Fläche« bilden, so sind derartige Determinationsproducte ersten und zweiten Grades, die wir durch $b A$ und $c_2 b A$ symbolisch ausdrücken, gänzlich verschiedenen Begriffsgebieten entnommen, und es scheint nutzlos auch hier auf Allgemeinbegriffe zurückgreifen zu wollen, die so verschiedene Glieder wie die Begriffe des Glanzes, der weissen Farbe und der Fläche unter sich enthalten. Hier ist nun aber zu bedenken, dass die Elemente eines Determinationsverhältnisses überhaupt einander nicht logisch coordinirt sind wie die Glieder einer Summe, und dass daher als die Begriffseinheit, welche bei demselben vorauszusetzen ist, nicht ein Begriff gelten kann, welcher alle Factoren gleichmässig unter sich enthält, sondern derjenige Begriff, welcher durch den Hinzutritt determinirender Factoren in einzelne Begriffstheile zerlegt wird. Kurz, das bei jedem Determinationsverhältniss vorauszusetzende Begriffsganze wird durch den Determinanden selbst angegeben, und die Eintheilung dieses Begriffsganzen geschieht durch die Verbindung der Determinatoren mit dem Determinanden in der Form einer Unterordnung, welche der gradweisen Reihenfolge der Determinatoren entspricht. In dem Beispiel der »glänzend weissen Fläche« ist also die Fläche der Allgemeinbegriff, welchem zunächst der Begriff »weisse Fläche«, und welchem letzteren dann wieder der Begriff »glänzend weisse Fläche« subsumirt wird. Dem Determinanden A ist kein weiterer Begriff coordinirt, er ist die einzutheilende Begriffseinheit, jedem Determinator b, c_2, d_3 . . . sind dagegen stets andere Begriffe b', b'', b''' . . ., c_2', c_2'', c_2''' u. s. w. coordinirt, so dass bei einem Determinationsverhältniss $c_2 b A$ der Allgemeinbegriff A zunächst in eine Reihe $b A$, $b' A$, $b'' A$. . . zerfällt, worauf dann aus dieser Reihe jedes Glied abermals wieder nach dem Determinator zweiten Grades c_2 eingetheilt gedacht wird in $c_2 b A$, $c_2' b A$, $c_2'' b A$. . ., $c_2 b' A$, $c_2' b' A$, $c_2'' b' A$ u. s. w. Das Determinationsverhältniss selbst ist ein Glied der untersten dieser als möglich gedachten Reihen.

Wie nun die Glieder einer logischen Summe stets die Theile eines Begriffsganzen bilden, und wie jedes Determinationsproduct als ein Theil jenes allgemeineren Begriffs angesehen werden kann, der in dem Determinanden angegeben ist, so wird auch bei der Verbindung beliebiger einfacher oder zusammengesetzter Begriffe zu einem Urtheil stets ein Gesammtbegriff vorausgesetzt werden können, unter dem alle im Urtheil vorkommenden Begriffe enthalten sind. Diese Rolle kommt selbstverständlich immer dem umfassendsten Begriffe zu, bei allen Subsumtions- und den meisten Identitätsurtheilen, also entweder dem Prädicatbegriff oder, falls dieser zusammengesetzt ist, dem Determinanden desselben, wobei

übrigens zu beachten bleibt, dass manchmal der sprachliche Ausdruck gerade insofern unvollständig ist, als der eigentliche Determinand des Prädicatbegriffs ergänzt werden muss. Bei den überordnenden Urtheilen sowie bei den coordinirenden, bei denen das Prädicat aus additiv verbundenen Gliedern besteht, ist natürlich umgekehrt der Determinand des Subjectbegriffs als das Begriffsganze anzusehen, dessen Bestandtheile alle im Urtheil selbständig vorkommenden Begriffe bilden. Nur bei den Abhängigkeitsurtheilen ist ein solcher Allgemeinbegriff streng genommen nicht vorhanden. Wir haben aber gesehen, dass man sich für die mathematische Betrachtung gestatten darf jedes einseitige Abhängigkeitsverhältniss auf eine Subsumtion, jede Wechselbestimmung auf eine Identität zurückzuführen, sofern man sich nur vorbehält, schliesslich die Resultate wieder in die für sie einzuführenden Functionsausdrücke zu übersetzen. Demgemäss können denn auch die Urtheile dieser Classe dem gleichen Gesichtspunkt unterstellt werden. Sie lassen sich wie partielle oder vollständige Identitätsurtheile behandeln, in denen der Determinand des Prädicats die Begriffseinheit ist, als dessen Theile alle sonstigen Begriffe des Urtheils gedacht werden.

An einigen Beispielen wird sich leicht zeigen lassen, dass eine derartige Betrachtungsweise in der That immer statthaft ist. In dem Urtheil »der Wasserstoff ist das Element vom kleinsten Atomgewicht« ist Element die Begriffseinheit, welche zunächst als disjuncte Glieder die Elemente von grösseren und kleineren Atomgewichten, dann unter den letzteren dasjenige vom kleinsten enthält, mit welchem der Begriff Wasserstoff coincidirt. In dem Urtheil »einige Kegelschnitte sind geschlossene Curven« ist der Begriff Curve als das Ganze zu denken, das zunächst in geschlossene und nicht geschlossene Curven getheilt ist, unter welchen Theilen jeder wieder mit dem Begriff Kegelschnitt theilweise sich deckt. Dem Abhängigkeitsurtheil »wenn ein Körper erwärmt wird, nimmt sein Volum zu« haben wir zuerst die Form des Subsumtionsurtheils zu geben: »die Erwärmung eines Körpers bildet einen Theil der Fälle, in welchen sein Volum zunimmt«, worauf die Volumzunahme die Begriffseinheit wird, von welcher die Erwärmung einen Theil bildet. Dass diese Betrachtungsweise bei allen Abhängigkeitsurtheilen eine künstliche ist, die nur vorübergehend für den Zweck der Lösung der Aufgaben festgehalten werden darf, erhellt ohne Weiteres. Sie beruht auf dem Princip, dass die unveränderliche Verbindung zweier Thatsachen überall im Verlauf des logischen Calcüls als eine Identität betrachtet werden kann, sofern man nur schliesslich diese Identität in der den Voraussetzungen entsprechenden Weise interpretirt. Es ist dies übrigens ein Princip, von welchem man auch auf mathematischem Gebiete stets Gebrauch macht. Jede Gleichung, in der ein Gesetz formulirt ist, stellt eine regelmässige functionelle Beziehung von Thatsachen in der Form einer Identität dar.

Der Satz, dass alle in einer logischen Gleichung enthaltenen Begriffe als Theile einer einzigen Begriffseinheit betrachtet werden können, gestattet es uns nun ohne weiteres die oben entwickelten Gesetze der logischen

Fundamentaloperationen zu verallgemeinern. Wenn x, y, z irgend welche disjuncte Begriffe sind, die in einer logischen Gleichung als Theile einer Begriffseinheit in wechselseitige Beziehung gesetzt werden, so gelten folgende Sätze:

Ia) $x \,.\, \bar{x} = 0$,	Ib) $x + \bar{x} = 1$.
IIa) $x \,.\, y = 0$,	IIb) $x + y = (x + y)$.
IIIa) $(x + y)\,(y + z) = y$,	IIIb) $(x + y) + (y + z) = x + y + z$.
IVa) $x \,.\, x = x$,	IVb) $x + x = x$.
Va) $x\,(y + z) = x\,y + x\,z$,	Vb) $x + (y + z) = x + y + z$.
VIa) $\overline{(x\,y)} = \bar{x} + \bar{y}$,	VIb) $\overline{(x + y)} = \bar{x}\,\bar{y}$.

Hierzu kommen folgende Bedingungssätze:

VIIa) wenn $x = y$, so ist $x\,z = y\,z$, aber wenn $x\,z = y\,z$, so ist nicht nothwendig $x = y$,	VIIb) wenn $x = y$, so ist $x + z = y + z$, aber wenn $x + z = y + z$, so ist nicht nothwendig $x = y$.
VIIIa) wenn $x\,y = 0$, so ist auch $x\,y\,z = 0$,	VIIIb) wenn $x + y + z = 0$, so ist auch einzeln $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

Schliesslich können noch die drei Gesetze, die für den Uebergang negativer in positive Begriffe stattfinden, hinzugefügt werden:

IX) $\bar{\bar{x}} = x$, $\bar{0} = 1$, $\bar{1} = 0$.

4. Die Auflösung logischer Gleichungen.

Die obigen Sätze, von denen sich mit Ausnahme des letzten je zwei symmetrisch auf die Determination und Summation beziehen, können benutzt werden, um logische Gleichungen so zu transformiren, dass die in ihnen enthaltenen abhängigen Urtheile entwickelt oder die in Verbindungen befindlichen Begriffe isolirt und mittelst der übrigen Begriffe definirt werden können. Nach den oben für die Gleichungen der Abhängigkeitsurtheile und der negirenden Urtheile ausgeführten Reductionen bleiben uns nun nur vier Hauptformen logischer Gleichungen übrig: die Identitätsgleichung, die Subsumtionsgleichung, die Gleichung der Kreuzungsurtheile und diejenige der negativen Urtheile. Die Gleichung des überordnenden Urtheils bedarf, als die blosse Umkehrung der Subsumtionsgleichung, keiner besonderen Untersuchung. Diejenigen Gleichungen, in welchen Subject und Prädicat durch einfache Symbole bezeichnet sind, wollen wir einfache logische Gleichungen, diejenigen, in denen Subject oder Prädicat oder beide durch irgendwie zusammengesetzte Symbole (Determinationsproducte, Summen) ausgedrückt werden, wollen wir zusammengesetzte logische Gleichungen nennen.

a. Einfache logische Gleichungen.

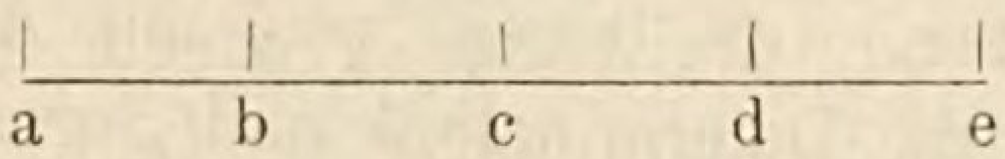
Die einfachen logischen Gleichungen können in den vier Formen $x = y$, $x = vy$, $vx = vy$, $x = v\bar{y}$ vorkommen, wobei x und y einfache oder zusammengesetzte, je aus einem Determinanden und einem oder mehreren Determinatoren bestehende Begriffe bedeuten, die aber als untrennbare Einheiten in der Gleichung behandelt werden. Wir wollen nun diese Gleichungen so transformiren, dass 1) bei der zweiten bis vierten Form das unbestimmte Quantificationssymbol v verschwindet, und dass 2) bei allen Formen die rechte Seite der Gleichung entweder = 0 oder = 1 wird. Wir werden so bei jeder Form zwei symmetrische Gleichungen $S(x, y) = 0$ und $\Sigma(x, y) = 1$ erhalten, in denen $S(x, y)$ und $\Sigma(x, y)$ jedesmal eine Summe aus mehreren Gliedern darstellen, die x und y oder deren Negationen enthalten. In der Reihe der Gleichungen $S(x, y) = 0$ oder der Nullgleichungen muss aber nach Satz VIIIb jedes einzelne Glied = 0 sein, in der Reihe der Gleichungen $\Sigma(x, y) = 1$ oder der Einheitsgleichungen dagegen geben alle Glieder zusammen jedesmal das der logischen Gleichung zu Grunde liegende Begriffsganze. Durch diese Transformationen wird sich also sofort ergeben, 1) welche Combinationen zwischen den zwei Begriffen x und y nicht existiren, und 2) in welcher Weise diese Begriffe zu dem Begriffsganzen, zu welchem sie gehören, combinirt werden müssen.

Die Gleichung des Identitätsurtheils, $x = y$, liefert auf diese Weise die beiden Gleichungen:

$$1)\ y\bar{x} + x\bar{y} = 0, \qquad xy + \bar{x}\bar{y} = 1.$$

Man setze in Fig. 5 $x = y = ab$, so ist offenbar $ab \,.\, be = 0$. Ferner ist $ab \,.\, ab + be \,.\, be = ab + be = 1$. Die erste Gleichung entspricht

Fig. 5.



der früher gegebenen Formulirung des Identitätsurtheils: was nicht x ist, das ist auch nicht y ($y\bar{x} = 0$), und was nicht y ist, das ist auch nicht x ($x\bar{y} = 0$).

Die Gleichung des Subsumtionsurtheils, $x = vy$, giebt die Gleichungen:

$$2)\ x\bar{y} = 0, \qquad y\bar{x} + xy + \bar{x}\bar{y} = 1.$$

Es sei $x = ab$ und $y = ac$, so ist $ab \,.\, ce = 0$. Ferner ist $xy = ab \,.\, ac = ab$, $y\bar{x} = ac \,.\, be = bc$ und $\bar{x}\bar{y} = be \,.\, ce = ce$, also $xy + y\bar{x} + \bar{x}\bar{y} = ab + bc + ce = 1$.

Die Gleichung des partiellen Subsumtionsurtheils, $vx = vy$, ergiebt nur eine Einheitsgleichung, an der Stelle der Nullgleichung aber die Bedingung, dass xy grösser als 0 sei, also:

$$3)\ xy > 0, \qquad x\bar{y} + y\bar{x} + xy + \bar{x}\bar{y} = 1.$$

Man setze $a c = x$ und $b d = y$, so ist $x y = b c > 0$, und es ist $x y = b c$, $\bar{x} \bar{y} = d e$, $y \bar{x} = c d$, $x \bar{y} = a b$, $b c + d e + c d + a b = 1$.

Wie man sieht, zeigen diese beiden Reihen logischer Gleichungen in Bezug auf die Zahl der Glieder, die sie enthalten, ein entgegengesetztes Verhalten. Wenn man von den Gleichungen des Identitätsurtheils ausgeht, so wird jedesmal der Einheitsgleichung dasjenige Glied hinzugefügt, welches die Nullgleichung verliert. Dieses wandernde Glied ist bei dem Uebergang von 1 zu 2 das Product $y \bar{x}$, beim Uebergang von 2 zu 3 $x \bar{y}$. Die Nullgleichung des Kreuzungsurtheils verschwindet dadurch vollständig, indem bei ihm alle Glieder auf die Seite der Einheitsgleichung hinübergewandert sind.

Neben den zweistelligen Producten der obigen Gleichungen können in den Nullgleichungen auch die beiden dreistelligen Producte $x y \bar{x}$ und $x y \bar{y}$ vorkommen. Sie sind, da sie die Factoren $x \bar{x}$ und $y \bar{y}$ enthalten, nach Satz VIII a stets gleich null und können daher als selbstverständlich hinweggelassen werden. Wollte man sie einführen, so würde jede der drei Nullgleichungen um diese beiden Glieder vermehrt, und die Nullgleichung des Kreuzungsurtheils würde dann nicht verschwinden, sondern die Form erhalten:

$$3a) \quad x y \bar{x} + x y \bar{y} = 0.$$

Diese Form ist aber nur dann charakteristisch, wenn gleichzeitig die Einheitsgleichung gegeben, oder wenn sonst bekannt ist, dass $x y > 0$.

Nach diesen Regeln ist es leicht, aus gegebenen Nullgleichungen auf die ursprünglichen Gleichungen, aus denen sie hervorgegangen sind, zurückzuschliessen. Sobald die beiden Gleichungen $y \bar{x} = 0$ und $x \bar{y} = 0$ gleichzeitig vorliegen, so kann man gewiss sein, dass $x = y$ ist. Ebenso ist aus der Gleichung $x \bar{y} = 0$ zu schliessen, dass $x = v y$ sei, sobald nur in dem entwickelten Ausdruck nicht auch ein Glied $y \bar{x} = 0$ enthalten ist. Enthält dagegen der Ausdruck nur dreistellige Producte aus den zwei Factoren x, y und ihren Negationen, so kann höchstens das Kreuzungsurtheil $v x = v y$ gültig sein. Auch dieses gilt aber nur unter der Voraussetzung, dass $x y$ nicht gleich null ist. Im letzteren Falle lässt sich die Gleichung unmittelbar in zwei Subsumtionsgleichungen zerlegen. Setzt man nämlich $x y = z$, so wird $z \bar{x} + z \bar{y} = 0$, also $z = v x$ und $z = v y$ oder $x y = v x$, $x y = v y$.

Die Gleichung des negativen Urtheils, $x = v \bar{y}$, ergiebt als Null- und Einheitsgleichung:

$$4) \quad x y = 0, \qquad y \bar{x} + x \bar{y} + \bar{x} \bar{y} = 1.$$

Diese Gleichungen gehen aus der Subsumtionsgleichung 2 hervor, wenn man die Glieder $x \bar{y}$ und $x y$ in der Null- und Einheitsgleichung mit einander vertauscht. Es seien $a b = x$ und $d e = y$ die zu einander disjuncten Begriffe, so ist offenbar $x y = 0$, ferner ist $y \bar{x} = d e$, $x \bar{y} = a b$, $\bar{x} \bar{y} = b d$ und $d e + a b + b d = 1$. Vergleicht man die Gleichungen 4 und 3, so ist ersichtlich, dass die Existenz des Gliedes $x y = 0$ das Unterscheidungsmerkmal zwischen der unbestimmten Disjunction, die ihren Ausdruck in

einem negativen Urtheil findet, und dem Kreuzungsurtheil abgiebt. Betrachtet man die unter 3 gefundene Gleichung

$$3)\quad x\bar{y} + y\bar{x} + xy + \bar{x}\bar{y} = 1$$

als allgemeine Einheitsgleichung, so gilt dieselbe

1) für das Kreuzungsurtheil, wenn alle Glieder > 0 sind,

2) für das negative Urtheil, wenn $xy = 0$ wird,

3) für das Subsumtionsurtheil, wenn $x\bar{y} = 0$ wird,

4) für das Identitätsurtheil, wenn $x\bar{y}$ und $y\bar{x} = 0$ werden.

Selbstverständlich müssen dann diese zu null werdenden Glieder in die Nullgleichung übergehen. Die Glieder xy, $x\bar{y}$ und $y\bar{x}$ können darum als die charakteristischen Glieder der Nullgleichungen bezeichnet werden. Wo $xy = 0$ ist, da sind nothwendig x und y disjunct; wo nur eine der Gleichungen $x\bar{y} = 0$ oder $y\bar{x} = 0$ gilt, da findet Subsumtion statt, und zwar ist der negirte Begriff der übergeordnete; wo diese beiden Gleichungen gelten, da ist $x = y$, und wo endlich keines der charakteristischen Glieder vorhanden ist, sondern erst die dreistelligen Producte $xy\bar{x}$ und $xy\bar{y}$ der Null gleich werden, da liegt Kreuzung der Begriffe zu Grunde, d. h. es gelten die beiden Gleichungen $xy = vx$ und $xy = vy$.

b. Zusammengesetzte logische Gleichungen.

Zusammengesetzte logische Gleichungen können in sehr verschiedenen Formen auftreten: entweder ist nur das Subject oder nur das Prädicat, oder es sind beide von zusammengesetzter Beschaffenheit; ausserdem sind in diesem Fall gemischte Formen möglich, indem z. B. eine gegebene Gleichung in Bezug auf ein Glied Identität, in Bezug auf ein anderes aber Subsumtion ausdrückt. Es wird genügen, wenn wir einige Hauptformen entwickeln, auf welche die anderen vorkommenden Falles sich zurückführen lassen. Auch wollen wir uns auf die Nullgleichungen beschränken. Hierbei ist bei der Ausrechnung der Summen und Producte namentlich von den Sätzen V—VII (S. 260) Gebrauch zu machen.

Das zweigliedrige Identitätsurtheil, $x = y + z$, ergiebt nach Gleichung 1 (S. 261) entwickelt die Nullgleichung $(y + z)\bar{x} + x\,\overline{(y + z)} = 0$ oder

$$1\text{a})\quad y\bar{x} + z\bar{x} + x\bar{y}\bar{z} = 0.$$

An Figur 5 überzeugt man sich unmittelbar von der Richtigkeit dieser Gleichung, wenn man z. B. $ac = x$, $ab = y$, $bc = z$ setzt.

Das zweigliedrige Subsumtionsurtheil, $x = v\,(y + z)$ ergiebt nach Gleichung 2 die Nullgleichung

$$2\text{a})\quad x\bar{y}\bar{z} = 0.$$

Sie findet statt, wenn beispielsweise $bc = x$, $ac = y$, $bd = z$ gesetzt wird.

Das gemischte Subsumtionsurtheil, $x = vy + z$, ist aus Unterordnung und Gleichsetzung zusammengesetzt. Es sei z. B. $ac = x$, $bd = y$,

$ab = z$, oder $bd = x$, $ad = y$, $cd = z$, so hat in beiden Fällen die obige Gleichung Gültigkeit. Dieselbe ist aber offenbar äquivalent den beiden Gleichungen $x = vy$ und $z = vx$, woraus folgt

$$2\text{b})\ x\bar{y} + z\bar{x} = 0.$$

Das zweigliedrige negative Urtheil, $x = v\,\overline{(y + z)}$, ergiebt nach Formel 4 die Nullgleichung

$$4\text{a})\ xy + xz = 0,$$

die z. B. verwirklicht ist, wenn man $ab = x$, $bc = y$ und $cd = z$ setzt.

Das gemischte negative Urtheil, $x = v\bar{y} + z$, lässt sich zerlegen in die Gleichungen $x = v\bar{y}$ und $z = vx$, aus denen sich die Nullgleichung $yx + z\bar{x} = 0$ ergiebt. Da nun aber aus den ursprünglichen Gleichungen folgt, dass auch $z = v\bar{y}$, also $yz = 0$ ist, so erhält man hier die beiden zusammengehörigen Nullgleichungen:

$$4\text{b})\ yx + z\bar{x} = 0 \text{ und } yz = 0,$$

aus denen der allgemeine Satz hervorgeht: Wenn in einer Nullgleichung ein Factor in ein bestimmtes Glied positiv und in ein anderes negativ eingeht, so sind die Producte der übrigen Factoren dieser beiden Glieder gleich Null*). Ausserdem ergiebt sich aus dem Ursprung der Gleichungen 4 b, dass überall wo eine Nullgleichung von der Form $yx + z\bar{x} = 0$ vorkommt, daraus x entwickelt werden kann in der Gleichung $x = z + v\bar{y}$.

Ebenso einfach lassen sich die Nullgleichungen gewinnen, wenn die einzelnen Glieder einer logischen Gleichung aus mehreren Factoren zusammengesetzt sind. So erhält man z. B. aus $x = yz$ die Nullgleichung:

$$1\text{b})\ yz\bar{x} + x\bar{y} + x\bar{z} = 0,$$

oder aus $px = yz$:

$$1\text{c})\ px(\bar{y} + \bar{z}) + yz(\bar{p} + \bar{x}) = 0.$$

In derartigen Fällen kann übrigens auch die Entwicklung der Nullgleichung in solcher Weise geschehen, dass man einen oder mehrere Factoren unverändert lässt. Es entstehen dann unvollständige Nullgleichungen, die zwar richtig, aber zweideutig sind. So kann man die Gleichungen $y = px$ und $x = py$ beide in der Form entwickeln:

$$1\text{d})\ yp\bar{x} + px\bar{y} = 0,$$

deren Richtigkeit sofort einleuchtet, wenn man in Fig. 5 $bc = y$, $ac = p$ und $bd = x$ oder auch $bc = x$ und $bd = y$ setzt. Diese Umwandlung ist desshalb von Wichtigkeit, weil Nullgleichungen von der Form 1 d, die aus der Behandlung irgend eines logischen Problems hervorgegangen sind, vorkommen und dabei die Frage entstehen kann, welches die Auflösung für x oder y ist, die ihnen entspricht. Diese Frage lässt sich meistens leicht mittelst der Bildung der Nullgleichungen aus den beiden möglichen Resultaten $x = py$ und $y = px$ beantworten. Das erste dieser Resultate

*) Dieser Satz ist namentlich von E. Schröder (a. a. O. S. 20) als Haupttheorem für die Elimination von Begriffen benützt worden.

erfordert, dass $x\bar{p} + x\bar{y} + py\bar{x} = 0$, das zweite, dass $y\bar{p} + y\bar{x} + px\bar{y} = 0$ sei. Es genügt dann, wenn nur die Gültigkeit eines der charakteristischen Glieder aus diesen Gleichungen festgestellt wird, z. B. dass $x\bar{p}$ oder $y\bar{p} = 0$ sei. Sind beide gleich null, so darf dies als ein Zeichen angesehen werden, dass beide Resultate, $x = py$ und $y = px$, gültig sind. Eine ähnliche abgekürzte Nullgleichung, welche sich an 4 b anschliesst, ist die folgende:

$$4c)\quad pyx + p\bar{y}\bar{x} = 0.$$

Sie ist erfüllt, wenn z. B. in Fig. 5 $ac = x$, $ce = y$ und $bd = p$ gesetzt wird; als drittes Glied fehlt dann aber $x\bar{p}\bar{y} = 0$. Die Auflösung in Bezug auf x und y lautet daher:

$$x = p\bar{y} + v\bar{p}\bar{y}, \quad y = p\bar{x} + v\bar{p}\bar{x},$$

ferner ist $p = v\,\overline{(xy + \bar{x}\bar{y})}$, also

$$p = vx\bar{y} + vy\bar{x}.$$

In dem Obigen sind die Hülfsmittel enthalten, welche erforderlich sind, um, nachdem ein gegebenes Urtheil in die Form einer logischen Gleichung umgewandelt ist, diese weiterhin so zu transformiren, dass die in dem ursprünglichen Urtheil eingeschlossenen und vorausgesetzten Urtheile daraus entwickelt werden können. Die Aufgabe ist hierbei eine ähnliche wie bei der Lösung algebraischer Gleichungen. Man will irgend eine Gleichung, die in einer Form $x = f(y, z)$ oder $f(x, y) = \varphi(p, q)$ vorliegt, in Bezug auf y oder p auflösen, also in eine Form $y = f(x, z)$ oder $p = f(x, y, q)$ überführen. Da alle logischen Gleichungen vom ersten Grade sind, so ist diese Aufgabe stets in eindeutiger Weise lösbar. Dagegen versagen hier vollständig die Lösungsmittel der Algebra, welche wesentlich auf die Anwendung der beiden inversen Operationen der Subtraction und Division gegründet sind. Indem diese letzteren Operationen logisch nicht vorkommen, erwachsen der Auflösung logischer Gleichungen eigenthümliche Schwierigkeiten. Der einzige Weg, auf welchem es möglich wird, aus einem logischen Ausdruck bestimmte Factoren zu eliminiren, gründet sich daher, wie zuerst Boole erkannt hat, auf die Eigenschaft der Nullgleichungen, dass in ihnen jedes einzelne Glied gleich Null ist. Da diese Eigenschaft hinwiederum den algebraischen Nullgleichungen nicht zukommt, so müssen die Lösungsmethoden logischer Gleichungen völlig abweichen von den algebraischen Verfahrungsweisen. Um eine Gleichung $x = f(y, z, p, q)$ in Bezug auf y aufzulösen, wird man zunächst die Nullgleichung derselben entwickeln. Aus dieser werden dann diejenigen Glieder, welche y enthalten, zu einer specielleren Nullgleichung zu vereinigen sein, worauf schliesslich zu ermitteln bleibt, welcher Gleichung von der Form $y = f(x, z, p, q)$ die gefundene Nullgleichung entspricht. Trifft es sich hierbei, dass einzelne der Stellen x, z, p, q nicht in die Nullgleichung eingehen, so ist dies als ein Zeichen anzusehen, dass zwischen ihnen und y keine bestimmte Relation existirt, und sie fehlen daher auch in der in Bezug auf y entwickelten Schlussgleichung. Im Princip ist diese Methode, nach der man zu einer gegebenen Nullgleichung die ihr entsprechende Auflösung in Bezug auf einen einzelnen Begriff sucht, der Methode verwandt, nach welcher man zu einer gegebenen Differentialgleichung das Integral sucht. Nur ist die logische Aufgabe wegen der Eigenschaft der Nullgleichungen, dass alle ihre Glieder einzeln gleich Null sind, wesentlich einfacher,

weil diese Eigenschaft es uns erlaubt, alle Glieder zu entfernen, deren Factoren bei der speciellen Aufgabe nicht in Frage kommen. Nur darin können sich zuweilen Schwierigkeiten ergeben, dass die erhaltenen Nullgleichungen neben denjenigen Factoren oder Gliedern, welche einer bestimmten primären Gleichung entsprechen würden, noch andere enthalten, die ebenfalls berücksichtigt werden müssen. In der Regel aber erledigen sich solche Schwierigkeiten leicht durch die specielle Betrachtung des Falls. Ist z. B. die Nullgleichung gegeben

$$1e)\ x \bar{y} p + y \bar{x} p + y \bar{x} = 0,$$

so entsprechen die zwei ersten Glieder der oben unter 1d aufgeführten Gleichung, welche zweideutig ist. Nun ist aber noch ein drittes Glied vorhanden, welches für sich in eine der beiden Gleichungen $y = v x$ oder $x = v \bar{y}$ übertragen werden kann. Hieraus ergiebt sich sofort, dass für die beiden ersten Glieder jede der zwei möglichen Auflösungen $x = p y$ und $y = p x$ statthaft wird. Es ergiebt sich nämlich:

$$y = p x + v x \text{ und } x = p y + v \bar{y}.$$

Es sei z. B. in Fig. 5 $a c = p$, $b d = y$ und $b e = x$, so sind beide Gleichungen erschöpfend. Die Richtigkeit derselben wird auch dann nicht alterirt, wenn z. B. $y = b c$ ist, wodurch in der ersten Gleichung $v x$ vollständig in $p x$ enthalten ist und daher nach dem Satze $x + x = x$ hinweggelassen werden kann.

Ferner kann es vorkommen, dass in den einander correspondirenden Gliedern von Nullgleichungen Factoren enthalten sind, denen sich nicht unmittelbar ansehen lässt, ob der eine als die Negation des andern betrachtet werden darf. In solchen Fällen lässt sich die Entscheidung sofort treffen, wenn man die Negation wirklich bildet. Es sei z. B. gegeben die Nullgleichung

$$x (\bar{z} + p \bar{y}) + \bar{x} (\bar{y} \bar{p} + z \bar{p} + z y) = 0.$$

Bildet man die Negation des mit $\bar{x}$ verbundenen Gliedes, so erhält man $y \bar{z} + p \bar{y}$. Da nun nach Satz VIIIa (S. 260), wenn $x \bar{z} = 0$, auch $x y \bar{z} = 0$ ist, so bleibt der mit x verbundene Ausdruck richtig, wenn er in $y \bar{z} + p \bar{y}$ umgewandelt wird; dann entspricht aber die Nullgleichung einer Identität, und es kann unmittelbar gesetzt werden

$$x = \bar{y} \bar{p} + z \bar{p} + z y.$$

Für die Ueberführung einer Gleichung in eine passendere Form kann es endlich zuweilen nützlich sein, eine Seite derselben durch eine der Einheit gleichende Summe, wie $x + \bar{x}$, oder durch Producte solcher Summen, wie $(x + \bar{x})\ (y + \bar{y})$, zu determiniren. Da jedes Glied einer Gleichung unverändert bleibt, wenn man es durch 1 determinirt denkt, so ist eine solche Transformation selbstverständlich immer statthaft.

Zum Schlusse mögen nun noch die gegebenen Regeln an einigen Beispielen erläutert werden, in denen die Aufgabe gestellt ist, aus gegebenen Urtheilen andere Urtheile, namentlich die Definitionen gewisser in jenen enthaltener Begriffe, zu entwickeln.

1) »Wenn ein fester Körper die Elektricität nicht leitet, so wird er durch Reibung elektrisch, und zwar nimmt er entweder positive oder negative Elektricität an.« Die Definition eines positiv elektrisirbaren festen Körpers soll hieraus gefunden werden. Es werde bezeichnet durch F ein fester Körper, durch L ein Leiter der Elektricität, durch R ein mittelst Reibung elektrisirbarer, durch P und N ein positiv und ein negativ elektrisirbarer Körper. Mit Rücksicht auf die Regeln

für die Umwandlung von Bedingungs- in Subsumtionsgleichungen und für die Bezeichnung der Determinatoren und Determinanden erhält man:

$$\bar{l}F = v\,(p\bar{n} + n\bar{p})\,R,$$
$$\bar{l}F\,\overline{(p\bar{n}R + n\bar{p}R)} = 0,$$
$$\bar{l}F\,(\bar{p} + n + \bar{R})\,(\bar{n} + p + \bar{R}) = 0.$$

Daraus entsteht die allgemeine Nullgleichung:

$$\bar{l}\bar{p}\bar{n}F + \bar{l}\bar{p}\bar{r}F + \bar{l}npF + \bar{l}n\bar{r}F + \bar{l}\bar{n}\bar{r}F + \bar{l}p\bar{r}F + \bar{l}\bar{r}F = 0.$$

Alle Glieder dieser Gleichung mit Ausnahme des ersten und dritten sind Theile des letzten Gliedes $\bar{l}\bar{r}F$ und verschwinden also in diesem, so dass übrig bleibt:

$$\bar{p}\bar{n}\bar{l}F + pn\bar{l}F + \bar{l}\bar{r}F = 0.$$

Die beiden ersten Glieder bilden eine der Formel 1d (S. 264) entsprechende zweideutige Identitätsgleichung, für welche die beiden Auflösungen richtig sind:

$$p = \bar{n}\bar{l}F \text{ und } n = \bar{p}\bar{l}F,$$

d. h.: »positiv elektrisirbar ist jeder feste Körper, welcher nicht negativ elektrisirbar ist und die Elektricität nicht leitet.« Für den negativ elektrisirbaren Körper gilt die entsprechende Definition. Ausserdem erhält man aus der ursprünglichen Nullgleichung:

$$\bar{r}F = vL,$$

d. h.: »feste Körper, die durch Reibung nicht elektrisch werden, gehören zu den Leitern der Elektricität.«

2) »Alle Sprachen unterscheiden im Tempus des Verbums entweder bloss die Zeitstufe (Vergangenheit, Gegenwart, Zukunft) oder bloss die Zeitart (eintretende, dauernde, vollendete Handlung) oder beide neben einander.« Man soll diejenigen Sprachen definiren, welche die Zeitstufe unterscheiden. Es bedeute L den allgemeinen Begriff Sprache, G die Sprachen, welche die Zeitstufe unterscheiden, S diejenigen, welche die Zeitart unterscheiden.

$$L = (g\bar{s} + s\bar{g} + gs)\,L.$$

Mit Hinweglassung des L auf der rechten Seite (das schon in s und g enthalten ist) erhält man die allgemeine Nullgleichung:

$$g\bar{s}\bar{L} + s\bar{g}\bar{L} + gs\bar{L} + (\bar{g} + s)\,(\bar{s} + g)\,(\bar{g} + \bar{s})\,L = 0,$$
$$g\bar{s}\bar{L} + s\bar{g}\bar{L} + gs\bar{L} + \bar{g}\bar{s}L = 0.$$

Da $g + \bar{g} = 1$ ist, so sind die beiden mittleren Glieder zusammen $= s\bar{L}$, und man erhält zur Bestimmung von G:

$$gs\bar{L} + \bar{g}\bar{s}L = 0,$$

woraus nach Satz 4b (S. 264) folgt:

$$G = \bar{s}L + vsL,$$

d. h.: »die Sprachstufe unterscheiden alle Sprachen, welche nicht die Zeitart unterscheiden nebst einigen, welche sie unterscheiden.«

3) »Verantwortlich sind alle vernünftigen Wesen, welche entweder frei sind oder auf ihre Freiheit freiwillig verzichtet haben.« Es soll der Begriff der vernünftigen Wesen definirt werden. Die verantwortlichen Wesen seien durch P, die vernünftigen durch R, die freien durch A, diejenigen, die auf ihre Freiheit freiwillig verzichtet haben, durch D bezeichnet. Da sich in diesem Fall A und D nicht völlig ausschliessen, indem ein Mensch in Bezug auf gewisse Handlungen auf seine Freiheit verzichtet haben kann, in Bezug auf andere aber nicht, so werden wir dem obigen Urtheil die Form der folgenden Identitätsgleichung geben können:

$$P = (a + d)\,R.$$
$$a\,r\,\bar{P} + d\,r\,\bar{P} + \overline{(a\,r + d\,r)}\,P = 0,$$
$$a\,r\,\bar{P} + d\,r\,\bar{P} + (\bar{a} + \bar{r})\,(\bar{d} + \bar{r})\,P = 0,$$
$$a\,r\,\bar{P} + d\,r\,\bar{P} + \bar{a}\,\bar{d}\,P + \bar{a}\,\bar{r}\,P + \bar{r}\,\bar{d}\,P + \bar{r}\,P = 0.$$

Daraus erhält man für die Auflösung in Bezug auf R die speciellere Gleichung:

$$(a\,\bar{p} + d\,\bar{p})\,R + (\bar{a}\,p + \bar{d}\,p)\,\bar{R} + p\,\bar{R} = 0,$$
$$\bar{p}\,R\,(a + d) + p\,\bar{R}\,(\bar{a} + \bar{d}) + p\,\bar{R} = 0.$$

Unter Anwendung von Satz VIII a kann diese Gleichung auch geschrieben werden:

$$\bar{p}\,R\,(a + d)\,(\bar{a} + \bar{d}) + p\,\bar{R}\,(a + d)\,(\bar{a} + \bar{d}) + p\,\bar{R} = 0,$$

wodurch die Form der zweideutigen Identität 1 d entsteht. Dieselbe kann auch hier wieder mit Rücksicht auf das letzte Glied $p\,\bar{R}$, durch welches die Identität ergänzt werden muss, sowohl nach dem Schema $y = p\,x$ wie nach dem $x = p\,y$ aufgelöst werden. Im einen Fall erhält man $P = (a\,\bar{d} + d\,\bar{a})\,R + v\,R$, welche, wenn $v\,R = a\,d\,R$ gesetzt wird, mit der ursprünglichen Gleichung $P = (a + d)\,R$ übereinstimmt. Im andern Fall erhält man, wenn die für das Schema 1 e (S. 266) gegebene Auflösung von x berücksichtigt wird, die gesuchte Definition von R, nämlich

$$R = (a\,\bar{d} + d\,\bar{a})\,P + v\,\bar{P},$$

oder, wenn man in das zweite Glied für $\bar{P}$ die Negation von $(a + d)\,R$ aus der ursprünglichen Gleichung einsetzt:

$$R = (a\,\bar{d} + d\,\bar{a})\,P + v\,\bar{a}\,\bar{d}\,\bar{P}.$$

»Vernünftig sind alle verantwortlichen Wesen, welche frei sind, ohne auf ihre Freiheit verzichtet zu haben, oder nicht frei sind, indem sie auf ihre Freiheit verzichtet haben, nebst einer unbestimmten Menge nicht-verantwortlicher Wesen, welche weder frei sind noch auf ihre Freiheit freiwillig verzichtet haben« *). Ausserdem folgt aus der ursprünglichen Nullgleichung:

$$\bar{r}\,P = 0,\quad \bar{a}\,\bar{d}\,P = 0,$$

»es giebt keine verantwortlichen Wesen, welche nicht vernünftig sind«, und »es giebt keine verantwortlichen Wesen, welche weder frei sind noch freiwillig auf ihre Freiheit verzichtet haben«.

4) »Leichte Vergehen sind solche gesetzwidrige Handlungen, welche entweder aus Fahrlässigkeit oder ohne Kenntniss der gesetzwidrigen Natur der Handlung begangen werden.« Es sei hieraus der Begriff der gesetzwidrigen Handlung zu definiren. Leichte Vergehen seien durch D, gesetzwidrige Handlungen durch U, fahrlässige Handlungen durch F, solche gesetzwidrige Handlungen, die mit Kenntniss der Gesetze begangen werden, durch K bezeichnet. Wenn man die obige Definition so zerlegt, dass alle Classen gesetzwidriger Handlungen, auf welche der Begriff leichter Vergehen Anwendung findet, einzeln aufgezählt werden, so erhält man die Identitätsgleichung:

$$D = (f\,k + f\,\bar{k} + \bar{f}\,\bar{k})\,U.$$

Daraus folgt nach gehöriger Ordnung der Glieder die Nullgleichung:

$$(f\,k + f\,\bar{k} + \bar{f}\,\bar{k})\,u\,\bar{D} + (f + k + \bar{f} + \bar{k})\,\bar{u}\,D + (f\,k + f\,\bar{k} + \bar{f}\,\bar{k})\,\bar{u}\,D + \bar{u}\,D + \bar{f}\,k\,D = 0.$$

Da $f + \bar{f} + k + \bar{k} = 1 + 1 = 1$, so sind das zweite und vierte Glied

*) Boole, dem ich dieses Beispiel entnehme, erhält durch seine abweichende Methode das nämliche Resultat (a. a. O. S. 95).

dieser Gleichung identisch, und man erhält also für die Bestimmung von U die specielle Nullgleichung:

$$(f k + f \bar{k} + \bar{f} \bar{k})\, u \bar{D} + (f k + f \bar{k} + \bar{f} \bar{k})\, \bar{u} D + \bar{u} D = 0,$$

aus der sich ergiebt:

$$U = (f k + f \bar{k} + \bar{f} \bar{k})\, D + v \bar{D}.$$

Nun erhält man aus der ursprünglichen Gleichung durch Ausführung der Negation nach Unterdrückung der in andern schon enthaltenen Glieder:

$$\bar{D} = \bar{f} k + \bar{U},$$

woraus unmittelbar hervorgeht, dass in der Gleichung für U auch $v \bar{D} = v \bar{f} k \bar{D}$ gesetzt werden kann, also:

$$U = (f k + f \bar{k} + \bar{f} \bar{k})\, D + v \bar{f} k \bar{D}.$$

»Gesetzwidrige Handlungen sind alle leichten Vergehen, welche 1) aus Fahrlässigkeit und mit Kenntniss der Gesetze, 2) aus Fahrlässigkeit und ohne Kenntniss der Gesetze, 3) ohne Fahrlässigkeit und ohne Kenntniss der Gesetze begangen werden, ausserdem 4) eine unbestimmte Zahl von Handlungen, welche keine leichten Vergehen sind, und welche mit Kenntniss der Gesetze und nicht aus Fahrlässigkeit begangen werden.« Aus der ursprünglichen Nullgleichung folgt ausserdem schon:

$$\bar{f} k D = 0,$$

»strafbare Handlungen, welche ohne Fahrlässigkeit und mit Kenntniss der Gesetze verübt werden, sind keine leichten Vergehen.«

Vierter Abschnitt.

Von den Schlussfolgerungen.

Erstes Capitel.

Das Wesen und die logische Bedeutung des Schlusses.

1. Die Entwicklung des Schliessens.

Mit dem Namen des Schliessens oder Folgerns belegen wir jede Gedankenverbindung, durch welche aus gegebenen Urtheilen neue Urtheile hervorgehen. In diesem allgemeinsten Sinne umfasst der Begriff der Schlussfolgerung zahlreiche psychologische Vorgänge, auf die man in der Regel Bedenken trägt die Bezeichnung eines logischen Schlusses anzuwenden. Seit Aristoteles sind daher die Logiker bemüht gewesen, den letzteren enger zu begrenzen, indem sie ihn als dasjenige Verfahren bezeichneten, durch welches aus gegebenen Urtheilen ein neues mit Nothwendigkeit abgeleitet, oder durch welches ein neues Urtheil als gewiss begründet werde, falls die vorausgesetzten Urtheile Gewissheit besitzen*). Eine in dieser Weise verengte Begriffsbestimmung schliesst jedoch vom Gebiet des logischen Schlusses alle jene zum Theil werthvollen Folgerungen aus, die zu einem bloss wahrscheinlichen Ergebnisse führen, und sie stellt überdies bloss ein erkenntnisstheoretisches Kriterium über die Ergebnisse des Schliessens auf, statt über die logische Beschaffenheit des letzteren Rechenschaft zu geben. Suchen wir daher den Vorgang der Schlussfolgerung zunächst nach seinen thatsächlichen Eigenschaften aufzufassen, so stellt sich derselbe dar als eine Erweiterung des Urtheilsprocesses, insofern jeder Schluss aus einer Verbindung selbständiger, aber unter einander durch gemeinsame Begriffe zusammenhängender Urtheile besteht. Dies ist der Grund, wess-

*) Aristoteles, analyt. pr. I. 1. Kant, Logik, S. 305.

halb man in einem weiteren Sinne auch die Transformationen der Urtheile dem Princip des Schliessens unterordnen kann. Lässt man nämlich die Bedingung der Selbständigkeit der verbundenen Urtheile hinweg, so bilden ein ursprüngliches Urtheil und seine Transformation ebenfalls eine Schlussfolgerung. Man ist um so mehr geneigt, diesen Ausdruck auf die Transformationen der Urtheile anzuwenden, je weniger der Zusammenhang des ursprünglichen mit dem transformirten Urtheil unmittelbar auf der Hand liegt. Aus $x = y$ zu folgern, dass $y = x$ ist, dies scheint uns weniger den Namen eines Schlusses zu verdienen als jene Transformation, durch welche wir etwa aus einer Gleichung $x = f(y, z)$ eine andere $y = f(x, z)$ entwickeln. Dennoch lässt sich ein principieller Unterschied zwischen diesen Fällen nicht machen, und es scheint daher um so mehr geboten, den Begriff der Schlussfolgerung auf Verbindungen selbständiger Urtheile einzuschränken, da der logische Vorgang, durch welchen sich solche Verbindungen entwickeln, ein wesentlich anderer ist als derjenige, durch welchen ein gegebenes Urtheil transformirt wird.

Indem nun die Logik sich die Aufgabe stellt, den Schlussprocess einer Analyse zu unterwerfen, findet sie an den im gewöhnlichen Leben sowie in der wissenschaftlichen Anwendung vorkommenden Schlüssen zwei Eigenschaften vor, die beseitigt werden müssen, wenn das Schlussverfahren in seiner Gesetzmässigkeit erkannt werden soll. Erstens sind uns die Schlüsse meistens in complexen Verbindungen gegeben, aus denen die einfachen Schlussformen und ihre Gesetze erst durch die Elimination unwesentlicher Elemente und durch die Zerlegung zusammengesetzter Schlüsse in ihre Bestandtheile gewonnen werden. Zweitens sind wir gewohnt, bei unsern Schlussfolgerungen einzelne Glieder als bekannt oder als selbstverständlich vorauszusetzen, die für eine vollständige Darstellung des Schlusses ebenso wesentlich sind wie alle andern. Die logische Analyse hat daher einerseits den Schluss auf die einfachsten Urtheilsverbindungen zurückzuführen, die seinen verschiedenen Formen zu Grunde liegen können, anderseits hat sie ihn zu lückenloser Vollständigheit zu ergänzen.

Aus der allgemeinen Definition des Schlusses folgt, dass, um einen Schluss zu bilden, mindestens zwei Urtheile erforderlich sind, die einen Begriff, den Mittelbegriff, mit einander gemein haben. In der That sind sie aber hierzu auch ausreichend, und verwickeltere Schlussfolgerungen jeder Art lassen sich stets in einfache Schlüsse aus zwei selbständigen Urtheilen zerlegen. Die herkömmliche Syllogistik bezeichnet diese beiden für jeden eigentlichen Schluss unerlässlichen Urtheile als die Prämissen (propositiones praemissae) und unterscheidet davon dasjenige Urtheil, welches aus der Verbindung der Prämissen hervorgeht und denselben als drittes hinzugefügt wird, als den Schlusssatz (conclusio). Hierdurch wird jedoch das Wesen des Schlusses von vornherein in eine schiefe Beleuchtung gerückt, da nun dieses dritte Urtheil als der wichtigste Bestandtheil des Schlusses erscheint, zu welchem die andern nur die Voraussetzungen bilden. In

Wahrheit sind aber gerade umgekehrt die sogenannten Prämissen die Hauptbestandtheile des Schlusses: sie allein sind selbständige Urtheile. Der Schlusssatz dagegen stellt nur eine Verbindung, die schon in den Prämissen besteht, in einem besonderen Urtheile dar, in welchem der Mittelbegriff eliminirt ist.

Die psychologische Entstehung einer Verkettung von Denkacten, wie sie dem Process des Schliessens zu Grunde liegt, wurde im ersten Abschnitt (Cap. II. S. 61 f.) schon geschildert. Die nächsten Anlässe zur Entwicklung derselben bildet auch hier, wie schon bei dem Urtheil, die äussere Wahrnehmung. Ueberall, wo wir an einem Gegenstand verschiedene Ereignisse oder Eigenschaften gleichzeitig oder nach einander wahrnehmen, da ist Gelegenheit zur Entstehung solcher Verbindungen gegeben. Nothwendig findet sich dann aber unser Denken gezwungen, die Ereignisse oder Eigenschaften als zusammengehörige oder mindestens als vereinbare aufzufassen, und indem es diesem Gedanken Ausdruck giebt, kann es nöthigenfalls von dem Gegenstand selbst abstrahiren, welcher die Vereinigung vermittelt. Wie an einem Gegenstand verschiedene Erscheinungen, so können aber auch an verschiedenen Gegenständen die nämlichen Eigenschaften oder Vorgänge wahrgenommen werden, so dass für unser Denken die Aufforderung entsteht, die Gegenstände zu einander in Beziehung zu setzen, und in solchem Falle wird dann, wenn bloss dieser Beziehung Ausdruck gegeben werden soll, hinwiederum von den übereinstimmenden Erscheinungen abstrahirt werden können, aus welchen die Beziehung hervorgieng. So ist also bei diesen ursprünglichen Wahrnehmungsschlüssen bereits Anlass geboten, vermittelst eines von dem Denken geübten Eliminationsverfahrens Vorstellungen in eine unmittelbare Verbindung zu bringen, die an sich bloss mittelbar, durch andere Vorstellungselemente von übereinstimmender Beschaffenheit, verbunden waren.

Die Verschiebung der Kategorieen, welche mit der Entwicklung des abstracteren Denkens sich einstellt, fügt sodann zu den Verbindungen, in denen Gegenstandsbegriffe die Stellen der Subjecte in den Urtheilen einnehmen, andere, in denen solche Begriffe auch als Prädicate auftreten. Hierzu müssen sich aber erst Gattungsbegriffe gebildet haben, denen einzelne Gegenstände untergeordnet werden. So sind wahrscheinlich gerade diejenigen Schlüsse, welche die herkömmliche Logik zur Grundform alles Schliessens erhebt, die Subsumtionsschlüsse, die spätesten, indem bei ihnen ein Gegenstand einer Gattung entweder vermittelst einer charakteristischen Eigenschaft oder durch eine mittlere Gattung, der er angehört, untergeordnet wird.

2. Die Structur des Schlusses.

a. Die Anordnung der Prämissen und ihrer Begriffe.

Da überall, wo in Urtheilen gemeinsame Begriffe vorkommen, zur Bildung von Schlussprocessen Gelegenheit ist, so kann die Structur des Schlusses an und für sich auf das mannigfaltigste variiren. Die Logik muss sich hier darauf beschränken, die allgemeinen Grundformen aufzustellen, nach denen die Verbindungen der Urtheile stattfinden. Diese Grundformen sind aber, wie W. Schuppe*) mit Recht hervorgehoben hat, zunächst als Formen des Denkens selbst aufzufassen; wie in einer Schlussverbindung von bestimmtem logischem Werthe die einzelnen Bestandtheile äusserlich zu ordnen seien, ist überall erst eine Frage von secundärer Bedeutung. Gleichwohl ist es zu weit gegangen, wenn man nun vom entgegengesetzten Standpunkte aus die äussere Stellung der Begriffe als etwas Gleichgültiges ansieht, da es nur auf das innere Verhältniss derselben ankomme**). Wenn wir auch anerkennen, dass die äussere Form mannigfach wechseln kann, ohne dass darum der Gedanke sich wesentlich änderte, so wird doch, um eine bestimmte logische Schlussverbindung zum Ausdruck zu bringen, eine Form angemessener sein als eine andere. Sobald eine Schlussfolgerung von eigenthümlichem logischem Werthe gefunden ist, wird daher stets untersucht werden müssen, welche Anordnung der Urtheile und Begriffe für sie unter allen möglichen die zweckmässigste sei. Aus der Stellung dieser Frage geht freilich schon hervor, dass dieselbe mehr von technischem als von theoretischem Werthe ist, und dass ihre Beantwortung keineswegs immer zu Regeln hinführt, welche unter allen Umständen befolgt werden müssen.

Die Aristotelische Syllogistik betrachtet die mittelbare Subsumtion als die Grundform des Schliessens. Hiervon wird in ihr auch die äussere Form des Schlusses bestimmt. Bei dem Subsumtionsschlusse nimmt der die Unterordnung vermittelnde Begriff in den Prämissen eine wechselnde Stellung ein: in der einen ist er Subject, in der andern Prädicat***). In dieser Form (der ersten Figur) allein ist nach Aristoteles ein »vollkommenes Schliessen« möglich, d. h. ein solches, bei welchem unmittelbar aus der

*) W. Schuppe, erkenntnisstheoretische Logik, S. 340 f. Bonn 1878.

**) Schuppe a. a. O. S. 343.

***) Die vier syllogistischen Figuren, von denen die drei ersten von Aristoteles aufgestellt wurden, während man die vierte dem Galenus zuschreibt, sind, wenn wir mit S und P Subject und Prädicat des Schlusssatzes, mit M den Mittelbegriff bezeichnen, die folgenden:

MP	PM	MP	PM
SM	SM	MS	MS
SP	SP	SP	SP

Anordnung der Begriffe in den Prämissen die Richtigkeit des Schlusssatzes einleuchtet. Bei jeder andern Anordnung der Begriffe kann der Beweis für die Richtigkeit erst mittelst der Zurückführung auf jene vollkommene Schlussweise geführt werden. Diese Anschauung, bei Aristoteles eine nothwendige Consequenz der allgemeinen logischen Ansicht, welche alle Erkenntniss der Dinge auf eine begriffliche Unterordnung zurückführt, verflachte sich in der späteren Logik immer mehr zu einem äusserlichen Schematismus, in welchem die von Aristoteles keineswegs verkannte Bedeutung der zweiten und dritten Figur völlig verloren gieng*), so dass den syllogistischen Transformationsregeln gegenüber die Meinung Kant's, bei all' dieser Unterscheidung verschiedener Schlussformen handle es sich nur um »falsche Spitzfindigkeiten«, von denen die Logik zu befreien sei, vollkommen gerechtfertigt erscheint**). In der That, entweder haben die übrigen Schlussformen neben dem vollkommenen Subsumtionsschlusse eine logische Bedeutung: dann ist es unnütz sie umwandeln zu wollen, oder sie sind wirklich nur unvollkommene Darstellungen der in der ersten Figur gelehrten Schlussweise: dann wäre es billig, alle logischen und mnemonischen Transformationsregeln durch die eine Regel zu ersetzen, dass man sich dieser unvollkommenen Schlussweisen enthalten solle. Eine verhältnissmässig berechtigte Consequenz der Einzwängung alles Schliessens in den Schematismus der mittelbaren Subsumtion war übrigens die meistens heute noch festgehaltene Regel, dass in jedem Schlusse diejenige Prämisse voranzugehen habe, welche das Prädicat des Schlusssatzes enthalte. Da bei dem normalen Subsumtionsschlusse unter allen in ihn eingehenden Begriffen dieses Prädicat den weitesten Umfang hat, so wurde nun durch die erste Prämisse das allgemeinere, durch die zweite das speciellere Subsumtionsurtheil dargestellt, was man dann auch in ihrer Bezeichnung als propositio major und minor anzudeuten suchte.

Wie wenig diese Voraussetzungen mit den thatsächlichen Bedingungen unseres Denkens zusammentreffen, geht hinreichend schon daraus hervor, dass, wie wir oben gezeigt haben, gerade die Form des Subsumtionsschlusses, die als das Urbild für alle andern gelten soll, ihrer Entwicklung nach jedenfalls eine der spätesten ist. Dies würde an und für sich ihrer Vollkommenheit nicht im Wege stehen, nur dürfte die letztere nimmermehr im Aristotelischen Sinne verstanden werden, als diejenige Eigenschaft, vermöge deren ein Schluss in sich selbst zureichende Beweiskraft besitzt. Denn wollte man dies annehmen, so würde folgen, dass unsere Gedankenverbindungen der Sicherheit so lange entbehrt hätten, bis Artbegriffe ent-

*) Analyt. pr. I. 5, 6.

**) Kant's Werke (Ausgabe von Rosenkranz), Bd. I. S. 57 f. Die Meinung Kant's, dass alle andern Schlüsse aus solchen der ersten Figur durch die stillschweigend eingeschobene Umkehrung eines Urtheils entstanden seien, gehört freilich selbst zu den »syllogistischen Spitzfindigkeiten«.

standen waren, unter die wir das Einzelne, und Gattungsbegriffe, unter die wir die Arten zu ordnen vermögen. Dann erhebt sich aber die Frage, woher denn diese Allgemeinbegriffe selbst ihre Sicherheit nehmen, wenn nicht aus Schlussprocessen, die ihnen vorhergehen. So hat denn jene Ansicht, dass der Subsumtionsschluss die normale Grundform alles Schliessens sei, nur einen Sinn auf dem Standpunkt des Aristotelischen Apriorismus, welcher voraussetzt, dass der Stufenfolge des objectiven Seins die Stufenfolge unserer subjectiven Begriffe entspreche. Sie widerstreitet aber, wie dieser Apriorismus selber, durchaus der erfahrungsmässigen Entwicklung der Begriffe. Gehen wir von der letzteren aus, so ist gerade der Subsumtionsschluss der ärmste unter allen, weil alle Wahrheit, die er uns lehren kann, auf der Sicherheit derjenigen Denkprocesse beruht, die ihm vorausgehen.

Wenn es demnach unzulässig ist den Subsumtionsschluss zur Grundform alles Schliessens zu machen, so kann auch der hiermit zusammenhängenden Regel, dass die allgemeinere Prämisse vorangehen müsse, unmöglich eine Bedeutung zukommen. Bei den meisten Schlussfolgerungen ist ein Unterschied der Allgemeinheit zwischen den beiden Prämissen entweder überhaupt nicht vorhanden, oder, wenn er existirt, so ist er für das Schliessen selbst gänzlich irrelevant. In solchen Fällen das Urtheil mit dem Prädicatbegriff des Schlusssatzes voranzustellen, hat höchstens den Nutzen, dass eine gleichmässige Anordnung zum Zweck der Vergleichung der Urtheilsformen bequem sein mag. Immerhin würde es, wenn man eine solche rein conventionelle Gleichförmigkeit herzustellen wünschte, jedenfalls nützlicher sein diejenige Reihenfolge zu wählen, welche thatsächlich die häufigere ist. Dies ist aber vermöge einer sehr begreiflichen Gewohnheit unseres Denkens gerade die umgekehrte. Sobald nämlich bei der beginnenden Darstellung eines Schlusses das Ergebniss desselben dem Bewusstsein schon vorschwebt, überall also wo der Schluss sich als Gliederung eines psychologisch vorbereiteten Gedankens entwickelt, da tritt auch innerhalb der Prämissen meistens der Subjectbegriff des Schlusssatzes zuerst in unser Bewusstsein, und es ist daher naturgemässer diejenige Prämisse, die ihn enthält, wirklich voranzustellen. Wesentlich ist aber freilich der Unterschied nicht, der entsteht, wenn man den entgegengesetzten Weg wählt. Es bleibt nur der feinere Unterschied, dass eine solche Umkehrung allen Schlüssen auch in genetischer Beziehung das Gepräge eines synthetischen Verfahrens verleiht, während doch in einer grossen Zahl von Fällen auch der Schluss sich analytisch entwickelt, durch die Zerlegung eines psychologisch bereits vorgebildeten Gedankens, wie es bei dem Urtheil immer geschieht. Von grösserer Bedeutung wird der Unterschied in der Stellung der Urtheile nur bei den Subsumtionsschlüssen. Gerade für den Fall der Unterordnung, den die herkömmliche Logik bei der von ihr angenommenen Grundform des Syllogismus vorzugsweise im Auge hat, widerspricht aber unglücklicher Weise die gewählte Anordnung am meisten

unsern berechtigten Denkgewohnheiten. Denn es ist doch wahrlich einzig naturgemäss, dass wir dabei mit dem zu classificirenden Gegenstande beginnen und nicht mit der Gattung, zu der er gehört. Wohl aber hat auch der entgegengesetzte Verlauf seine Berechtigung. Es giebt Schlüsse, welche den allgemeinen Charakter subsumirender Folgerungen besitzen, bei denen es sich jedoch nicht um die Ordnung eines Gegenstandes in seine Gattung sondern um die Anwendung einer allgemeineren Regel auf einen speciellen Fall handelt, und hier ist es dann offenbar angemessen mit der allgemeinen Regel zu beginnen und ihr den speciellen Fall nachfolgen zu lassen, durch welchen sie erläutert wird. Gerade da, wo die Anordnung der Prämissen wirklich einmal von grösserer Bedeutung ist, hat also die herkömmliche Uniformität die eigenthümlichen Unterschiede des Gedankens, die in der verschiedenen Stellung der Urtheile ihren Ausdruck finden können, völlig verwischt. (Vergl. unten Cap. II. S. 299.)

b. Das Verhältniss der hypothetischen und disjunctiven zu den kategorischen Schlüssen.

Den erkenntnisstheoretischen und metaphysischen Voraussetzungen, auf welchen das Gebäude der Aristotelischen Syllogistik ruhte, war es durchaus angemessen, dass der Schluss überall in einfache kategorische Sätze zerlegt wurde. Die nach-aristotelische Logik hat frühe schon die hypothetischen und disjunctiven Folgerungen hinzugefügt. Ueber das Verhältniss der so gewonnenen drei Schlussformen zu einander blieben aber bis in die neueste Zeit die Ansichten schwankend. In dem Streben nach Vereinfachung der syllogistischen Regeln suchte man entweder die hypothetischen und disjunctiven auf kategorische Schlüsse zurückzuführen, oder man sah wohl auch umgekehrt in jenen die eigentlichen Grundformen des Schliessens. Die erste dieser Ansichten berief sich auf die Thatsache, dass allen Bedingungsschlüssen leicht die sprachliche Form kategorischer Schlüsse gegeben werden könne, während zugleich die disjunctive überall in die hypothetische Form umzuwandeln sei*). Ihre einfachste Formulirung fand diese Ansicht, wenn man den hypothetischen Schluss als einen solchen behandelte, in welchem Subject und Prädicat nicht als einzelne Begriffe, sondern selbst als Urtheile gegeben seien**). Gegen die Umwandlung der hypothetischen in die kategorische Form lässt sich jedoch einwenden, was schon bei der entsprechenden Transformation der Urtheile bemerkt wurde, dass dabei der Ausdruck der Bedingung in einer andern Form mit herübergenommen wird in das kategorische Urtheil, so dass eben nur

*) Kiesewetter, Logik, S. 107, 110.

**) Herbart, Einleitung in die Philosophie, Werke, Bd. I. S. 107. Boole gründet auf eine ähnliche Betrachtungsweise die mathematische Behandlung der hypothetischen Urtheile und Schlüsse. (Laws of thought, p. 159.)

eine grammatische, aber keine logische Aenderung des letzteren zu Stande kommt.

Die umgekehrte Auffassung beruft sich zunächst ebenfalls auf die Möglichkeit, die Urtheile des Schlusses in eine veränderte Form zu bringen. Wie dem hypothetischen Urtheil die kategorische, so lässt sich ja nöthigenfalls auch dem kategorischen die hypothetische Form geben*). Gerade beim Schlusse erscheint aber diese letztere desshalb bedeutungsvoll, weil der ganze Schluss sich immer in der Gestalt eines zusammengesetzten hypothetischen Urtheils darstellen lässt: »Wenn A = B und B = C ist, so ist auch A = C«. Der Zusammenhang nach Grund und Folge, der die Urtheile des Schlusses zusammenhält, findet in den Conjunctionen der Bedingung seinen angemessenen Ausdruck. Doch ist es mindestens einseitig, wenn hierbei der hypothetischen Form vor den andern Formen der Begründungsurtheile ein Vorzug eingeräumt wird. Gerade in den Fällen, wo wir einen kategorischen Schluss in ein zusammengesetztes Urtheil umwandeln, erweist sich durchgehends das causal begründende »weil« zutreffender als das bedingende »wenn«. In Wahrheit lässt sich jeder Schluss in der Form eines Urtheils der Abhängigkeit darstellen. Auch haben viele der Begründungsurtheile, die in unserm gewöhnlichen Gedankenausdruck vorkommen, die Bedeutung von Schlüssen, wobei meistens eine der Prämissen unterdrückt wird. Gleichwohl würde die gleichförmige Umwandlung in den Bedingungsschluss nur dann einen Zweck haben, wenn damit irgend ein Vortheil für die logische Analyse verbunden wäre. Hiervon ist aber gerade das Gegentheil der Fall. Logisch ist es von Bedeutung, dass die verschiedenen Functionen, die der Schluss vermöge der verschiedenen Beschaffenheit seiner Prämissen besitzen kann, an seiner Form deutlich erkennbar sind. Nun hat der Schluss aus Abhängigkeitsurtheilen, wie das nächste Capitel zeigen wird, andere Functionen als derjenige, der aus kategorischen Vordersätzen gebildet ist. Eine Verdeckung dieser Unterschiede durch die übereinstimmende Form muss also vermieden werden.

Wie die Begründung, so hat man von einem etwas veränderten Gesichtspunkte der Betrachtung aus auch die Eintheilung der Begriffe, also das disjunctive Urtheil als die Grundform betrachtet, auf welche alle Schlüsse zurückzuführen seien. Man geht von dem Gedanken aus, dass in jedem Urtheil »M ist P«, welches die allgemeinere Prämisse eines subsumirenden Syllogismus bildet, der allgemeine Begriff P an der Stelle einer Eintheilung in seine Bestandtheile p_1, p_2, p_3 . . . stehe, da von dem einzelnen S, welches im Schlusssatze mit P verbunden wird, nothwendig auch immer nur ein einzelnes p_1, p_2 oder p_3 . . . ausgesagt werden könne. Wenn ich z. B. alle Menschen sterblich nenne, so begreift dieser Prädicatbegriff alle möglichen Todesarten in sich; von dem einen Sokrates, den

*) Whately, elements of logic, 4. edit. p. 101. Sigwart, Logik, I. S. 373.

ich der allgemeinen Regel unterordne, kann ich aber doch nur eine Todesart behaupten wollen. Unter diesem Gesichtspunkte wirft Lotze dem gewöhnlichen Syllogismus vor, dass er die Aufgabe, zu einem bestimmten Begriffe S das ihm eigenthümlich zugehörende Merkmal zu finden, nicht löse, und er stellt daher einige ergänzende Formen zu demselben auf, in welchen diese Aufgabe besser gelöst sein soll*). Aber auch diese Betrachtungsweise beruht auf einer künstlichen Beleuchtung des logischen Inhalts einfacher Urtheile, durch welche in die letzteren etwas gelegt wird, was ihnen ursprünglich fremd ist. Wie man jedes Urtheil, wenn man will, in ein hypothetisches Gewand kleiden kann, so lässt sich ihm auch nöthigenfalls eine disjunctive Form geben, indem man entweder zu dem einfachen Urtheil »S ist P« hinzufügt: »und es ist weder P_1 noch P_2 . . .«, oder indem man sich, wie es von Lotze geschieht, den Begriff P in die Glieder p_1, p_2, p_3 . . . eingetheilt denkt und jenem allgemeinen Urtheil die Interpretation giebt »S ist p_1 und nicht p_2 oder p_3 . . .«. Für solche Fälle nun, wo eine derartige Gliederung von Werth ist, steht es immer frei, sich des disjunctiven Urtheils zu bedienen. Aber ebenso gewiss würde es in zahllosen andern Fällen den thatsächlichen Zwecken des Denkens zuwiderlaufen, wenn man alle Schlüsse nach dem Schema der disjunctiven Gliederung der Begriffe uniformiren wollte. Wo es um einen legitimen Subsumtionsschluss sich handelt, z. B. um die Einordnung einer naturhistorischen Species vermittelst eines charakteristischen Merkmals in die zugehörige Gattung, da soll der Schlusssatz nur die Gattung feststellen und nicht mehr. Nicht daran krankt der Aristotelische Subsumtionsschluss, dass er uns nicht sagt, was für ein specielles P der Begriff S, an welcher besonderen Todesart z. B. Sokrates gestorben sei, sondern daran, dass er sich für die vorherrschende oder gar für die allgemeingültige Schlussweise ausgiebt. Die schlimmste Methode diesen Fehler zu verbessern wäre darum die, wenn man irgend eine andere, ebenfalls für specielle Zwecke angemessene Schlussform in ähnlicher Weise zur allgemeingültigen machen wollte.

Obgleich sonach alle diese Einheitsbestrebungen nicht durchführbar sind, ohne dem wirklichen Denken Gewalt anzuthun, so bilden sie doch ein bemerkenswerthes Zeugniss für die Mannigfaltigkeit der Nebengedanken, die mit jedem bestimmten Gedankenzusammenhang sich verbinden lassen. Darin dass nöthigenfalls alle Schlüsse auf das Schema der Subsumtion oder der Bedingung oder der Eintheilung zurückführbar sind, zeigt sich immerhin, wie jedes dieser Begriffsverhältnisse auch in solchen Fällen, wo es nicht das vorherrschende ist, doch in accessorischer Weise herbeigezogen werden kann. So können wir in der That unter Umständen den Grund als den allgemeinen Begriff betrachten, welchem die Folge untergeordnet ist, oder den Grund und den allgemeinen Begriff als ein Ganzes, von welchem die Folge und der untergeordnete Begriff ein Glied bildet,

*) Lotze, Logik, S. 95, 99, 121 f.

zu dem noch andere disjuncte Glieder denkbar sind. Von dieser freien Beweglichkeit des Denkens, vermöge deren dasselbe einen und denselben Schluss nach verschiedenen Principien zu beurtheilen vermag, werden wir Gebrauch machen dürfen, wenn es sich darum handelt Schlussfolgerungen von verschiedener Beschaffenheit zum Zweck der Vergleichung in eine übereinstimmende Form umzuwandeln; niemals werden wir aber hiervon dann Gebrauch machen dürfen, wenn die einzelnen Schlussformen nach ihren charakteristischen Verschiedenheiten zu untersuchen sind.

3. Das Grundgesetz des Schliessens.

Mit den soeben erörterten Einheitsbestrebungen hängen auf das innigste die Versuche zusammen, ein allgemeines Grundgesetz aufzustellen, welches für alle Arten des Schliessens gleichmässig gültig sein soll. Die scholastische Logik hat ein solches Gesetz in der unter dem Namen des dictum de omni et nullo bekannten Formel gefunden: »was von allen gilt, gilt auch von jedem einzelnen, und was von keinem gilt, gilt auch von jedem einzelnen nicht.« Diese Formel ist dem Aristotelischen Subsumtionsschlusse entnommen, und sie ist daher so ungenügend wie dieser. Auch die Kantischen Formulirungen »was unter der Bedingung einer Regel steht, das steht auch unter der Regel selbst« und »das Merkmal des Merkmals ist ein Merkmal der Sache selbst« *) sind einseitig, denn sie treffen nicht einmal für alle Subsumtionsschlüsse zu. Bezeichnet in dem Schlussurtheil »S ist P« P einen Gattungsbegriff, so lässt sich ein solcher nur gezwungen als ein Merkmal von S betrachten, und bedeutet der Obersatz »M ist P« eine allgemeine Regel, so enthält der Untersatz »S ist M« nur in den seltensten Fällen eine nähere Bedingung zu derselben.

Ein anderer Versuch, die dürftige Regel des dictum de omni et nullo zu erweitern, ist von Lambert **) im Anschluss an die Unterscheidung der vier Figuren der scholastischen Syllogistik gemacht worden. Nur für die erste Schlussfigur gilt nach seiner Ansicht jener Satz; die zweite dagegen, in welcher der Mittelbegriff in beiden Prämissen Prädicat ist, diene der Unterscheidung der Dinge, die dritte, in welcher er beidemal Subject ist, gebe Beispiele und Ausnahmen zu allgemeinen Sätzen, und die vierte endlich, in welcher die Begriffe die umgekehrte Stellung wie in der ersten einnehmen, schliesse, wie diese von der Gattung auf die Art, so umgekehrt von der Art auf die Gattung. Lambert stellt daher dem dictum de omni et nullo ein dictum de diverso, de exemplo und de reciproco an die Seite.

*) Kant's Logik (Werke Bd. III.), S. 305, 309. Weitere Modificationen der ersten Form sind die von Kant aufgestellten Regeln der hypothetischen und disjunctiven Schlüsse (S. 316 f.).

**) Lambert, neues Organon, Bd. I. S. 138 f.

Abgesehen von der vierten Figur, bei der es Lambert nicht gelungen ist zu zeigen, dass sie etwas anderes sei als eine gezwungene Umstellung der ersten, lassen sich nun in der That ohne Schwierigkeit Beispiele erfinden, welche diesen Hülfsregeln zu entsprechen scheinen. So z. B. wenn wir mit Lambert für das dictum de diverso das Beispiel wählen: »keine gerade Linie ist eine Figur, jedes Dreieck ist eine Figur, also ist kein Dreieck eine gerade Linie«, oder für das dictum de exemplo : »die Erde ist bewohnt, die Erde ist ein Planet, also giebt es wenigstens einen Planeten, der bewohnt ist.« Nichts desto weniger stehen diese Regeln unter dem nämlichen Vorurtheil wie das dictum de omni et nullo selbst. Sie setzen voraus, dass in jedem Schlusse eine der Prämissen ein allgemeiner Satz sei, zu welchem die andere einen besonderen Fall hinzufüge, worauf der Schlusssatz zwischen beiden die Verbindung herstelle. Nur unter dieser Annahme ist es richtig, dass bei der Stellung PM, SM eine der Prämissen negativ sein muss. Denn allerdings ist nur dann die Umwandlung in einen bindenden Schluss der ersten Figur möglich. Hiervon abgesehen ist es aber gar kein seltener Fall, dass wir zum Zweck einer bestimmten Folgerung Urtheilsreihen durchlaufen, in denen verschiedene Begriffe mit dem nämlichen Prädicate versehen vorkommen. In der That werden wir uns überzeugen, dass diese Art des Schliessens eine verbreitete Hülfsoperation der Induction ist. An dem nämlichen Vorurtheil leidet das dictum de exemplo. Zu einem Beispiel wird bei dem Schluss MP, MS der Schlusssatz SP nur dann, wenn die eine Prämisse selbst schon als ein allgemeinerer und die andere dann als ein speciellerer Satz gedacht worden ist. In dem obigen Beispiel ist zu der Prämisse »die Erde ist ein Planet« die andere, »die Erde ist bewohnt« ein besonderer Fall, und es wird in Folge dessen auch der Schlusssatz »mindestens ein Planet ist bewohnt« zu einem speciellen Fall. Aehnliche Schlüsse können jedoch in Prämissen verlaufen, die einander völlig coordinirt sind. Auch hier sind es wieder Inductionsschlüsse, die vorzugsweise eine solche Form annehmen: die Conclusion ist dann aber ein allgemeinerer Satz, während beide Prämissen die Bedeutung einzelner Erfahrungssätze besitzen. Die Regeln Lambert's sind also ungenügend, weil sie als blosse Hülfsregeln des dictum de omni et nullo sich darstellen, indem sie alle andern Schlussformen unter der Voraussetzung betrachten, dass sie blosse Nebenformen der Subsumtionsschlüsse seien.

Während die bisher betrachteten Schlussregeln von der einseitigen Anschauung ausgegangen sind, dass die mittelbare Subsumtion die Grundform alles Schliessens sei, stützt sich eine weitere Ansicht auf die Erwägung, dass überall, wo aus gegebenen Urtheilen ein Schluss hervorgehen soll, ein vollständiges oder theilweises Identitätsverhältniss zwischen gewissen in den Prämissen vorkommenden Begriffen gegeben sein müsse. Von diesem Standpunkte aus bezeichnet man das Princip der Substitution als das Grundgesetz alles Schliessens. In dem Urtheil »M ist P« wird dem Begriff M ein anderer S substituirt vermittelst des zweiten Urtheils

»S ist M«, ein Verfahren, das immer zulässig ist, so lange S nicht theilweise ausserhalb des Umfanges von M liegt *). Hat man erst vermittelst der in Abschn. III. Cap. III. besprochenen Verfahrungsweisen alle Urtheile in Identitätsurtheile umgewandelt, so lässt sich diese Substitution einfach als ein Verfahren bezeichnen, durch welches ein Begriff durch einen ihm identischen aus einem andern Identitätsurtheil ersetzt wird **). Offenbar wird hierbei das aus der Behandlung algebraischer Gleichungen bekannte Substitutionsverfahren auf das Gebiet der Logik übertragen, indem man alle Urtheile als logische Gleichungen betrachtet. In der That übertrifft nun das Princip der Substitution das dictum de omni et nullo um ebenso viel an Allgemeinheit, als der Gesichtspunkt der Identität allgemeiner ist als derjenige der Subsumtion, da die erstere die letztere als einen speciellen Fall in sich schliesst, nicht aber umgekehrt. An sich ist jedoch die Substitution kein Princip sondern ein Verfahren, welches auf ein Princip, und zwar auf das Identitätsgesetz, sich stützt. Der richtigere Ausdruck dieser Ansicht würde es also sein zu sagen, alles Schliessen erfolge gemäss dem Satz der Identität, zu welchem, um auch für die negirenden Schlüsse Platz zu gewinnen, noch der Satz des Widerspruchs hinzugefügt werden müsste. Aber wie es Urtheile giebt, deren Begriffe nur in gezwungener Weise auf ein Identitätsverhältniss zurückgeführt werden können und jedenfalls unmittelbar von uns nicht in einem solchen gedacht werden, so verengt auch die einseitige Anwendung des Identitätsgesetzes auf das Schlussverfahren das Gebiet des letzteren. Ueberall wo bereits in den Prämissen des Schlusses ein Verhältniss der Abhängigkeit, der Bedingung oder Begründung gegeben ist, da muss, wenn das Schlussverfahren dem Identitätsgesetz unterstellt werden soll, erst das Verhältniss von Grund und Folge künstlich in das Verhältniss eines Ganzen zu seinem Theile umgewandelt werden. Nun kann man sich zwar aushülfsweise zuweilen einer solchen Betrachtung bedienen, aber dabei wird doch stets das wirkliche Verhältniss der Begriffe verschoben, und zudem bleibt bei dieser Auffassung die wichtige Thatsache unbeachtet, dass auch in den Fällen, wo eine Substitution wirklich stattfindet, dieselbe stets zugleich von einem Eliminationsverfahren begleitet ist.

Schon die durchgängig statthafte sprachliche Formulirung des Schlusses in einem zusammengesetzten Begründungs- oder Bedingungsurtheil weist nun darauf hin, dass bei allem Schliessen das Schlussurtheil als die Folge bestimmter Gründe angesehen werden kann, welche letztere in den Prämissen enthalten sind. Als das allgemeinste Gesetz des Schliessens wird man daher zunächst den Satz des Grundes betrachten können, der in der einfachen Form »mit dem Grund ist die Folge gegeben« sogar

*) Beneke, System der Logik, I. S. 217.

**) W. Stanley Jevons, the substitution of similars. London 1869. The principles of science, 2. edit. p. 49. London 1877.

für negirende Conclusionen gültig ist, da in dem Verhältniss der beiden Prämissen zu einander auch der Grund der Negation liegt. Dieses Gesetz ist nun aber kein Princip, das uns bei der Ausführung der Schlussfolgerungen in irgend einer Weise dienlich sein könnte. Denn es giebt lediglich dem Postulat, dass der Inhalt unseres Denkens nach Gründen und Folgen sich ordnen lasse, einen Ausdruck, und es weist darauf hin, dass der Schluss eine solche Ordnung herstelle. Aber die Kriterien bleiben unbestimmt, an denen zu erkennen wäre, ob sich in einem gegebenen Fall Prämissen und Conclusion wirklich wie Grund und Folge zu einander verhalten. Sehen wir uns nun an den einzelnen Beispielen gültiger Schlussfolgerung nach solchen Kriterien um, so zeigt es sich, dass bald das Princip der Identität, bald das der Subsumtion, bald ein in den Prämissen schon enthaltenes Verhältniss der Begründung oder Bedingung sich als der Grund darstellt, welcher die Folgerung möglich macht, — kurz: die sämmtlichen Relationen der Begriffe, wie sie den einzelnen Urtheilsformen zu Grunde liegen, können auch wieder die Verbindung verschiedener Urtheile unter einander vermitteln und durch diese Verbindung neue Urtheile begründen. Wir werden daher von vornherein erwarten dürfen, dass einer jeden unter den Relationsformen der Urtheile auch eine selbständige Schlussform entsprechen werde. Wollen wir aber neben dem allgemeinen und wegen seiner Allgemeinheit unbestimmten Satz des Grundes eine bestimmtere Formulirung des Schlussprincips gewinnen, so wird eine solche, wenn sie für alle Arten der Schlussfolgerung gültig sein soll, nur in Gestalt eines allgemeinen Relationsprincips gegeben werden können: Wenn verschiedene Urtheile durch Begriffe, die ihnen gemeinsam angehören, in ein Verhältniss zu einander gesetzt sind, so stehen auch die nicht gemeinsamen Begriffe solcher Urtheile in einem Verhältniss, welches in einem neuen Urtheil seinen Ausdruck findet.

Zerlegt man dieses Relationsprincip in seine einzelnen Fälle, so führt es, gemäss der früher über die Relationsformen der Urtheile geführten Untersuchungen, auf drei Hauptgesetze zurück, nämlich auf den Satz der Identität, den Satz des Widerspruchs und den Satz des Grundes, unter denen der letztere für den Schluss die specielle Bedeutung hat, dass er stets das Verhältniss der Prämissen zur Conclusion beherrscht, während er ausserdem gelegentlich, gleich den beiden anderen, das Verhältniss der Begriffe in den Prämissen bestimmen kann. Eine nähere Untersuchung dieser drei Grundsätze führt aber nothwendig auf die Erörterung der erkenntnisstheoretischen Bedingungen des Denkens, und sie muss daher einem späteren Abschnitte vorbehalten bleiben, um so mehr, als jene drei Sätze nicht bloss Principien des Schliessens sondern des Denkens überhaupt sind und insbesondere bereits die Urtheilsbildung beherrschen *).

Als eine bemerkenswerthe Folge aus dem allem Schliessen zu Grunde

*) Vergl. Abschn. VI. Cap. I.

liegenden Relationsprincip ist endlich noch hervorzuheben, dass vorzugsweise die Relationsformen der Urtheile zur Bildung von Schlussprocessen sich eignen. Dagegen entziehen sich insbesondere die erzählenden Urtheile, so lange sie ihre ursprüngliche Function bewahrt haben, der Schlussbildung. Es hängt dies damit zusammen, dass die Erzählung einen einzelnen Vorgang berichtet, der erst dann, wenn ihm eine über die unmittelbar gegebenen zeitlichen Bedingungen hinausreichende Bedeutung beigelegt wird, zur Voraussetzung eines Schlusses werden kann. In höherem Grade ist schon das beschreibende Urtheil auch seiner ursprünglichen Bedeutung nach zur Schlussbildung geeignet, da die Eigenschaft in der Regel als ein allgemeingültiges Prädicat des Gegenstandes angesehen wird. Die Probe darauf, ob ein gegebenes Urtheil an einem Schlusse theilnehmen kann, besteht aber immer darin, dass es ohne wesentliche Beeinträchtigung seines Sinnes die Umwandlung in eine Relationsform zulässt. Hieraus erklärt es sich, dass auch auf solche Urtheile, die ihrer äusseren Form nach nicht den Relationsformen zugehören, doch das Relationsprincip anwendbar wird, sofern sie überhaupt an einem Schluss sich betheiligen. Dass das letztere geschieht, ist eben stets schon ein Zeichen einer allgemeingültigeren Bedeutung und einer hierdurch möglichen Umwandlung in die Relationsform. Wahrscheinlich hat auf diesem Wege die Schlussfunction die Entwicklung des Urtheilsprocesses beeinflusst. Denn bevor noch die einzelnen Urtheile in ihrer äusseren Form das Relationsprincip erkennen liessen, wird dieses in der Verknüpfung der Urtheile zu schliessenden Denkacten sich wirksam gezeigt haben.

4. Der Werth des logischen Schlusses.

Während es noch niemals einem Logiker beigefallen ist, in Frage zu stellen, dass wir in Urtheilen denken, ist man über den Werth des Schlusses merkwürdiger Weise nicht in gleicher Weise einig, — ja hier sind zwischen der Ansicht, welche das productive wissenschaftliche Denken ebenso gut wie die Ueberlegungen des gewöhnlichen Lebens auf den Schluss zurückführt, und derjenigen, welche den letzteren für eine gänzlich werthlose künstliche Form ausgiebt, in die wir solche Ueberzeugungen bringen, die in Wahrheit auf ganz anderem Wege gewonnen wurden, fast alle Schattirungen der Werthschätzung vertreten. In der Regel wenden sich zwar die Angriffe zunächst gegen den Aristotelischen Syllogismus, aber einige sind doch von solcher Art, dass sie als gerichtet gegen das Schlussprincip überhaupt aufgefasst werden müssen. Vor allem gilt dies von dem eingreifendsten dieser Einwände, auf welchen schon der antike Skepticismus verfallen ist. Er wirft dem Schlusse vor, dass er nur dann, wenn er falsch sei, zu einem wirklich neuen Urtheil führe, während bei einer richtigen Folgerung die Conclusion vollständig in den Prämissen enthalten und also

überflüssig sei *). Es ist nur eine andere Wendung dieses Vorwurfs, die aber allerdings speciell gegen den Subsumtionsschluss gerichtet ist, wenn man sagt, der Syllogismus mache eine petitio principii, insofern der allgemeine Obersatz desselben nur gültig sein könne, wenn der specielle Fall, welchen der Schlusssatz enthalte, ebenfalls gültig sei. Diese Einwürfe erscheinen um so gewichtiger, da sich von den Voraussetzungen, auf denen sie beruhen, die Ansichten mancher Logiker, die den Syllogismus einer ausführlichen Untersuchung würdigen, im Resultat nur wenig entfernen. Wenn man z. B. zugesteht, dass durch alle Syllogismen »unser Denken in keiner Weise erweitert oder bereichert werde«, sondern dass dieselben nur der »klareren Ausprägung der Vorstellungen«, der »ausführlichen Auseinandersetzung der Behauptungen« dienen, oder dass sie in einer blossen »Technik der Begriffsverhältnisse« bestehen und in der wissenschaftlichen Beweisführung nur eine untergeordnete Rolle spielen **), so wird damit der Werth der logischen Schlussfolgerung kaum weniger in Frage gestellt, als durch jene skeptischen Einwände gegen die ganze Syllogistik. Es beruht aber die Auffassung, welche dem Schlussprocess die Function der Erklärung und Zerlegung der Begriffe zuweist, wesentlich auf der Ansicht, dass alles Schliessen ein analytisches Verfahren sei, eine Ansicht, bei der man wieder ausschliesslich den Subsumtionschluss vor Augen hat, in welchem die Unterordnung des engeren Begriffs als hervorgegangen aus der Zerlegung des allgemeinen Begriffs der oberen Prämisse aufgefasst wird. Darum behauptet man, den Schlussfolgerungen müssten synthetische Processe theils voraus- theils nebenhergehen, deren Untersuchung aber nicht dem Gebiet der Logik, sondern dem der Erkenntnisstheorie oder Psychologie anheimfalle. So kommt man denn in die eigenthümliche Lage erklären zu müssen, dass die Logik obgleich es ihre Aufgabe ist die allgemeinen Normen des Denkens zu entwickeln, dennoch nicht im Stande sei, für die werthvollsten Bestandtheile des wissenschaftlichen Denkens solche Normen angeben zu können.

Hiermit verwandt ist die Ansicht mancher Vertreter der inductiven Logik, welche dem Syllogismus zwar die Bedeutung zugestehen, dass er die Anwendung allgemeiner Sätze auf einzelne Fälle vermittle, ihn aber zugleich durch die Beschränkung auf diese Aufgabe von den vorausgehenden Inductionen abhängig machen, welche ihm seine allgemeinen Prämissen erst liefern müssten. Es ist dies ein gemässigter Nachklang der Baconischen Polemik gegen die Aristotelische Syllogistik. Nun spricht man zwar aus, dass die Induction auch eine Art von Schlussverfahren sei, aber die Ansichten über die formale Beschaffenheit der letztern sind wenig bestimmt, und wenn man auch nach einzelnen Aeusserungen denken könnte, die

*) Sextus Empiricus, Pyrchon. institutiones, II. 13.

**) Beneke, Logik, I. S. 243, 267. Whately, logic, 4. edit. p. 237. A. Lange, logische Studien, S. 74 f. Trendelenburg, logische Untersuchungen, 2. Aufl., II. S. 284 f.

Induction sei eine eigenthümliche Form des Syllogismus *), so lässt doch die ganze Gegenüberstellung beider erkennen, dass man im allgemeinen die Induction als einen zusammengesetzteren geistigen Process auffasst, der sich auf das Schema einer bestimmten Schlussform nicht bringen lasse.

Um unter diesen Angriffen mit dem radicalsten zu beginnen, so muss man sich zunächst erinnern, dass die skeptische Polemik, welche dem Schluss allen Werth abspricht, ausschliesslich den Aristotelischen subsumirenden Syllogismus im Auge hat. Gleichwohl schiesst auch hier der Angriff über das Ziel hinaus, indem er voraussetzt, dieser Syllogismus könne sich erst in Bewegung setzen, wenn die obere Prämisse wirklich alle einzelnen Fälle schon in sich schliesse, auf die sie möglicher Weise anwendbar sei, eine Voraussetzung, die freilich von der gewöhnlichen logischen Darstellung mit verschuldet ist. Mit Recht hat hiergegen Mill bemerkt, dass man dabei die Anwendung subsumirender Schlüsse auf neue Thatsachen, in Bezug auf welche das Eintreffen der in der allgemeinen Prämisse ausgesprochenen Regel noch nicht direct beobachtet werden konnte, vollständig übersieht **). Man geht von der verkehrten Vorstellung aus, ein allgemeiner Satz lasse sich nur auf diejenigen Fälle anwenden, aus welchen er abstrahirt worden ist. Wenn dies wäre, dann würde freilich nicht zu leugnen sein, dass wir bei dem Syllogismus, wie sich Beneke ausdrückt, »verlieren statt zu gewinnen«, weil wir an die Stelle der allgemeinen Regel einen einzelnen Fall setzten, welcher doch an und für sich schon in der Regel enthalten war ***). Die einzig fruchtbringende Anwendung des subsumirenden Syllogismus besteht aber darin, dass wir ihn gerade auf solche Fälle anwenden, die zur Aufstellung der allgemeinen Prämisse nicht gedient haben. Selbst an den herkömmlichen syllogistischen Beispielen lässt sich dies leicht erkennen. Den Satz »alle Menschen sind sterblich« auf die bereits gestorbenen Menschen anzuwenden, würde freilich ein ziemlich unnützes Beginnen sein. Aber wenden wir nicht diesen Satz fortwährend an auf uns und unsere noch lebenden Mitmenschen? Und wie anders würde es in der Welt aussehen, wenn nicht unsere ganze Lebensführung unter der Herrschaft dieses Syllogismus stünde! Dass man kein Logiker zu sein braucht, um ihn zu machen, nimmt ihm nichts von seiner Wichtigkeit. Auch im wissenschaftlichen Gebrauch ist aber der subsumirende Schluss gerade da von unersetzbarer Bedeutung, wo es um die Anwendung auf neue Gegenstände der Erfahrung sich handelt. So ordnet man mittelst desselben eine neue naturhistorische Species in die Gattung, zu der sie gehört, oder bringt einzelne Ereignisse unter allgemeine Naturgesetze. Nicht selten ist hierbei die obere oder untere Prämisse eines

*) Mill, Logik, übers. von Schiel, 2. Aufl., I. S. 364. Vergl. auch unten Cap. II.

**) Mill, Logik, I. S. 234.

***) Beneke, Logik, I. S. 245.

Subsumtionsschlusses nur von einer provisorischen und hypothetischen Geltung, und es handelt sich darum, entweder an einzelnen Fällen zu prüfen, ob ein vorläufig hypothetisch angenommener allgemeiner Satz wirklich Geltung beanspruchen darf, oder zu ermitteln, ob ein feststehender allgemeiner Satz in einem einzelnen Fall, bei welchem dies noch zweifelhaft ist, Anwendung findet. Der Chemiker z. B., der einen Körper zu verbrennen versucht, um zu prüfen, ob er organischen Ursprungs sei, handelt nach einem Syllogismus, dessen obere Prämisse sagt, dass alle organischen Körper verbrennlich sind, dessen untere Prämisse »dieser Körper ist organisch« aber erst durch das thatsächliche Zutreffen des Schlusssatzes »er ist verbrennlich« entschieden wird. In solchen Fällen ist es also gar nicht die Conclusion, sondern eine der Prämissen, um deren Feststellung es sich handelt; gleichwohl fällt der Schluss seiner Beschaffenheit nach in das Gebiet des subsumirenden Syllogismus.

Wenn ferner die skeptische Kritik den Syllogismus desshalb verwirft, weil der Schlusssatz schon in den Prämissen enthalten sei, also nichts neues lehre, so wird hier zunächst übersehen, dass eine erste Leistung des Schlusses, welche von diesem Vorwurf unberührt bleibt, in der Verbindung zusammengehöriger Urtheile besteht. Sodann aber ist es nicht richtig, dass der Schlusssatz logisch nichts neues enthalte. Ein Urtheil, zu dessen Ableitung wir einer bestimmten Gedankenarbeit bedürfen, ist für unser logisches Denken in den Elementen, aus denen wir es abgeleitet haben, noch nicht enthalten, wenn diese Elemente auch objectiv die Thatsache, die wir in der Conclusion formuliren wollen, bereits einschliessen mögen. Schon die einfache Elimination des Mittelbegriffs aus den zwei Gleichungen $x = y$ und $y = z$ enthält eine solche Gedankenarbeit, freilich in sehr primitiver Gestalt. Bei verwickelteren Anordnungen der Prämissen oder bei jenen Schlussformen, die wir in den nächsten Capiteln als vieldeutige kennen lernen werden, können vollends complicirte Erwägungen nothwendig werden, um den Uebergang zu dem Schlusssatze zu gewinnen. Offenbar dachte man bei diesen Einwänden an das Gesetz, dass mit dem Grund die Folge gegeben sei, aber man bedachte nicht, dass dieses Gesetz für unser Denken die Aufgabe andeutet, aus dem Grund die Folge zu finden.

Anscheinend auf bessere Gründe als die gänzliche Verwerfung des Syllogismus stützt sich jene bedingte Anerkennung desselben, die ihn ausschliesslich für ein Hülfsmittel zur Auseinandersetzung und Anwendung allgemeiner Erkenntnisse hält. Ohne Zweifel ist es richtig, dass bei den allgemeinen Sätzen, in denen der Ertrag unseres Wissens niedergelegt ist, ursprüngliche Erfahrungen, Associationen und logische Verarbeitung der Vorstellungen in einer verwickelten Weise zusammengewirkt haben. Was nun aber die Erfahrungen und ihre associativen Verbindungen hierbei zu leisten haben, diese Frage ist zwar von grösster Wichtigkeit für die Erkenntnisstheorie, doch die allgemeine Logik hat es mit ihr nicht zu thun. Ihre Aufgabe beginnt erst bei der logischen Verarbeitung des durch die

ersteren Hülfsmittel herbeigeschafften Stoffes, und sie hat zu fragen, auf welche Normen diese logische Thätigkeit zurückzuführen sei. Hier werden wir nun häufig nicht nur den unmittelbar in äusserer oder innerer Erfahrung gegebenen Inhalt des Wissens sondern auch manches, was unser Denken zu diesem Inhalt hinzufügt, als etwas der logischen Bearbeitung vorausgehendes anerkennen dürfen. Zwar werden solche hinzugefügte Vorstellungen in der Regel selbst in Folge einer vorangegangenen logischen Reflexion zu Stande kommen; sobald sie aber einmal entstanden sind, werden sie genau ebenso wie der unmittelbare Inhalt der Erfahrung behandelt. Unter diesen Gesichtspunkt sind z. B. die geometrischen Hülfsconstructionen zu stellen oder die hypothetischen Voraussetzungen, aus denen man Naturerscheinungen ableitet. Wenn man, um die Winkel eines gegebenen regelmässigen Polygons zu bestimmen, dasselbe in Dreiecke zerlegt, so ist dabei die Reflexion massgebend, dass die Summe der Winkel eines Dreiecks gleich zwei Rechten sei, und dass es daher mittelst einer solchen Zerlegung möglich sein werde, den unbekannten auf einen bekannten Fall zurückzuführen. Nachdem aber zunächst probeweise die Hülfslinien gezogen sind, ist für die weitere logische Thätigkeit nur noch das in Dreiecke zerlegte Polygon vorhanden, das nun von unserm Denken ebenso behandelt wird wie ein unmittelbar gegebener Gegenstand. Das Ziehen der Hülfslinien als mechanisches Verfahren entzieht sich also allerdings der logischen Analyse, aber es ist ihr zugänglich der Process, der zu diesem Verfahren geführt hat, und derjenige, der ihm nachfolgt. Von diesen beiden Hälften, in welche sich die logische Verarbeitung eines gegebenen Stoffes zerlegt, verbirgt sich zwar meistens die erste unserer unmittelbaren Nachweisung. So werden die Hülfsconstructionen der Euklidischen Geometrie angewandt, ohne dass ein Wort der Begründung ihnen beigefügt wäre. Aehnlich wird bei physikalischen Hypothesen in der Regel der logische Process, der zu ihnen geführt hat, verschwiegen, und man glaubt genug gethan zu haben, wenn sich die Voraussetzungen für die logische Deduction der Erscheinungen nützlich erweisen. Aber wenn hierin auch eine nachträgliche Rechtfertigung solcher Hülfsvorstellungen gegeben ist, so bleibt doch die Frage nach der Natur des Processes, aus dem sie hervorgiengen, noch offen. Man kann freilich dieser Frage nicht selten mit der Antwort begegnen, jener Process sei uns überhaupt nicht in der Form einer durchgängig bewussten logischen Gedankenthätigkeit gegeben, sondern er gehöre mehr den psychologischen Vorbereitungen der Erkenntniss an, welche uns nur in ihren Resultaten bewusst werden. In der That hat man häufig darauf hingewiesen, dass die synthetische Gedankenarbeit, durch die wir zu den allgemeinen Prämissen unserer Schlussfolgerungen gelangen, das Erzeugniss eines intellectuellen Instinctes oder Taktes sei, dessen Thätigkeit sich einer eigentlichen Analyse entziehe*).

*) Trendelenburg, logische Untersuchungen, 2. Aufl., II. S. 360 f.

Es liegt nahe für den Process der Induction die nämliche Entstehung vorauszusetzen, um so mehr, da auch er dem in der Erfahrung Gegebenen insofern etwas hinzufügt, als er die Erfahrungsgesetze über den Bereich derjenigen Erfahrungen hinaus, denen sie unmittelbar entnommen wurden, verallgemeinert. Trotzdem hat die inductive Logik seit Bacon die Verpflichtung gefühlt, logische Normen der Induction aufzufinden. In der That müsste die Logik wohl fast überall der Psychologie das Feld räumen, wenn man ihren Normen nur dort Gültigkeit zugestehen wollte, wo die wissenschaftlichen Erkenntnisse unter bewusster Anwendung derselben entstanden sind. Die allermeisten Beweise der Euklidischen Geometrie z. B. haben ursprünglich sicherlich nicht die syllogistische Form besessen, in der sie uns heute überliefert sind. Die Entdeckung neuer Wahrheiten folgt nirgends dem stetigen Fortschritt logischer Regeln und Methoden. Mag auch auf einzelnen Strecken die psychologische Gedankenverbindung, welche den Entdecker auf seinem Wege führt, durch bekannte logische Principien mitbestimmt sein, der zusammenhängende Beweis folgt stets der erkannten Wahrheit erst nach. Er ist darum nicht weniger unerlässlich, denn erst durch ihn soll sich das Wissen in einen sichern Besitz verwandeln. Die Darstellung der thatsächlichen Entwicklung des Wissens gehört in die Geschichte der Wissenschaft. Ueberall aber kann einer gegebenen Erkenntniss gegenüber die Frage erhoben werden, wie dieselbe nach den allgemeingültigen Normen unseres Denkens sich rechtfertigen lasse. Diese Frage erst ist eine logische, und um sie zu beantworten, ist es nothwendig, dass unbestimmtere Ideenassociationen auf klar durchschaute logische Gedankenverbindungen zurückgeführt und durch diese gerechtfertigt werden. Durch welchen Einfall z. B. die alten Geometer darauf gerathen sind, die Hülfslinien zu ziehen, die ihnen zum allgemeinen Beweis des Pythagoräischen Lehrsatzes verhalfen, ob ein fallender Apfel oder irgend ein anderer Umstand in Newton's Geist die Idee der allgemeinen Gravitation angeregt hat, dies ist für die Logik vollkommen gleichgültig. Sie hat nur zu fragen: welche Voraussetzungen waren erforderlich, um zu jener Hülfsconstruction oder zu dieser Hypothese zu gelangen, und wie sind die Denkacte beschaffen, durch welche aus den Voraussetzungen die Resultate hervorgehen? Es muss späteren Stellen vorbehalten bleiben, die Entstehung und Bedeutung der Hypothesen und der Hülfsoperationen der Anschauung zu besprechen. Hier haben wir es nur mit der formalen Beschaffenheit der elementaren logischen Denkacte zu thun, auf welche die verschiedenen Bestandtheile des inductiven und deductiven Denkens sich zurückführen lassen. Ueberall nun, wo wir eine logische Reconstruction der Elemente der Erkenntnissentwicklung ausführen, da nehmen die Verbindungen der Urtheile die Form des Schlusses an. Nirgends aber ergiebt sich zugleich eine Rechtfertigung dafür, etwa zwischen dem Syllogismus und anderen productiveren Formen des Schliessens einen fundamentalen Unterschied aufzustellen. Auf dreigliedrige Formen mit je nach dem Bedürfniss wech-

selnder Stellung der Begriffe, also auf die von Aristoteles entdeckten syllogistischen Formen, lässt sich alles Schliessen zurückführen. Mit den Vorstellungen freilich, dass eine dieser Schlussformen »vollkommener« sei als die übrigen, oder dass der Syllogismus seiner Natur nach ein Subsumtionsschluss, oder dass alles Schliessen eine »analytische« Gedankenthätigkeit sei, müssen wir vollständig brechen. Sie sind merkwürdige Belege für die alte Wahrheit, dass wissenschaftliche Vorurtheile die Ursachen, aus denen sie ursprünglich entstanden sind, lang überleben können. Jene Lehre vom Syllogismus, die noch in der gegenwärtigen Logik ihr Dasein fristet, hat ihren guten Sinn auf dem Boden der Aristotelischen Metaphysik; innerhalb unserer heutigen wissenschaftlichen Anschauungen raubt sie dem Schlussverfahren den besten Theil seiner Anwendungen. In Wahrheit ist die Bedeutung des Schlusses eine ebenso fundamentale und allseitige wie die des Urtheils. Wie jede Behauptung, ob sie nun eine Erzählung, eine Beschreibung oder eine Erklärung in sich schliesse, in dem Urtheil ihren Ausdruck findet, so ist der Schluss der unerlässliche Bestandtheil einer jeden Begründung und Beweisführung. Die Betrachtung der Schlussformen, zu der wir uns nunmehr wenden, wird diese Auffassung im einzelnen bestätigen, indem sie zugleich mit den verschiedenen Richtungen der Schlussfunction uns bekannt macht.

Zweites Capitel.

Die Schlussformen.

Die Analyse der Schlussformen hat zunächst die in unserem Denken anzutreffenden Schlussverbindungen in die einfachsten Bestandtheile, welche noch Schlüsse genannt werden können, zu zerlegen. Solche einfache Schlussformen bestehen immer aus nur zwei Prämissen mit einem Mittelbegriff, der einfach oder zusammengesetzt sein kann, und aus einem Schlusssatze, welcher durch die Elimination des Mittelbegriffes gewonnen wird. Unter den zusammengesetzteren Schlussweisen bedarf hier nur diejenige einer besonderen Betrachtung, welche aus einer Verbindung einfacher Schlussformen von übereinstimmender Beschaffenheit hervorgeht, die Schlusskette. Allerdings finden sich in unserem Denken vielfach auch Verbindungen verschiedenartiger Schlüsse. Da aber diese im allgemeinen zur Begründung von Sätzen dienen, die eine verwickeltere Ableitung aus bestimmten Prämissen erfordern, so wird es erst in der Theorie des Beweises am Platze sein, auf dieselben einzugehen.

1. Die einfachen Schlussformen.

Die Classification der einfachen Schlussformen hat sich zunächst nach ihrer logischen Bedeutung zu richten; erst in zweiter Linie entsteht die Frage, welche äussere Form die angemessenste ist, um einen Schluss von bestimmter Bedeutung darzustellen. Mit Rücksicht hierauf unterscheiden wir vier allgemeine Schlussformen, nämlich:

1) Identitätsschlüsse. Sowohl die Prämissen wie der Schlusssatz sind in ihnen Identitätsurtheile. Sie dienen der analytischen Entwicklung des Denkens, theils bei der Bildung neuer Begriffsbestimmungen aus gegebenen Begriffsbestimmungen, theils bei der Herleitung von Gleichungen zwischen Begriffen oder Verbindungen von Begriffen aus andern bereits bekannten Gleichungen.

2) Subsumtionsschlüsse. Ihr Schlusssatz ist stets ein Subsumtionsurtheil; auch die Prämissen können beide die subsumirende Form haben, in der Regel ist aber die eine ein Identitätsurtheil. Sie dienen theils der Unterordnung von Einzelbegriffen unter ihre Gattungen, theils der Anwendung allgemeiner Regeln auf einzelne Fälle. Nach ihrer logischen Bedeutung gehören ausserdem hierher die Wahrscheinlichkeitsschlüsse und die Analogieschlüsse, eigenthümliche Formen subsumirender Folgerung mit im allgemeinen problematischer Beschaffenheit des Schlusssatzes.

3) Bedingungsschlüsse. Hierher gehören alle Schlussfolgerungen, welche ein Verhältniss von Bedingung und Folge enthalten. Dieser Function gemäss ist entweder die eine der Prämissen ein Abhängigkeitsurtheil, oder beide Prämissen sammt der Conclusion folgen dieser Urtheilsform. Die Bedingungsschlüsse dienen theils der Anwendung einer logischen oder causalen Bedingung auf einzelne Fälle, theils der Ableitung neuer uns gegebenen Bedingungen.

Die Subsumtions- und die Bedingungsschlüsse sind einander nahe verwandt. Beide dienen der deductiven Gedankenentwicklung, indem sie allgemeinen Begriffen, Regeln oder Bedingungen einzelne Begriffe, besondere Erfahrungsurtheile oder Folgesätze unterordnen. Durch das Verhältniss der Ueber- und Unterordnung, in welchem bei ihnen die Prämissen zu der Conclusion sich befinden, unterscheiden sie sich einerseits von den Identitätsschlüssen, deren Bestandtheile in dieser Beziehung gleichwerthig sein können, und treten sie anderseits in einen Gegensatz zu der nächsten Form der Schlussfolgerungen.

4) Beziehungsschlüsse. Sie sind dadurch ausgezeichnet, dass sie nur einen Schluss auf irgend eine Beziehung zwischen Begriffen oder Urtheilen zulassen, ohne aber diese Beziehung eindeutig zu bestimmen. Die Beziehungsschlüsse sind daher mehrdeutige Schlüsse, deren Conclusion erst in Folge einer nachträglichen Prüfung, welche andere Annahmen beseitigt, eine bestimmte Formulirung, als Identitäts-, Subsumtions- oder

Abhängigkeitsurtheil, erfahren kann. Die so gewonnene Conclusion liefert dann mit der einen der Prämissen zu einem Prämissenpaar verbunden einen Subsumtions- oder Bedingungsschluss, aus welchem die andere Prämisse als Schlusssatz hervorgeht. Hiermit steht im Zusammenhang, dass die Conclusion des Beziehungsschlusses ein allgemeineres Urtheil darstellt als die Prämissen oder wenigstens als die eine derselben. Die Beziehungsschlüsse dienen desshalb der inductiven Gedankenentwicklung, nämlich theils der Begriffbildung, theils der Generalisation von Regeln oder Gesetzen. Sie stehen hierdurch im Gegensatze zu den Subsumtions- und Bedingungsschlüssen, obgleich die Urtheile, aus denen sie zusammengesetzt sind, in der Regel Subsumtions- oder Abhängigkeitsurtheile sind. Der Gegensatz entspringt daher nicht aus der Form der Urtheile, sondern theils aus ihrem Inhalt, theils aus der Art ihrer Verbindung.

I. Die Identitätsschlüsse.

Wir bezeichnen einen jeden Schluss, der aus zwei Identitäten eine dritte folgert, als einen Identitätsschluss. Die beiden Zwecke, denen der Identitätsschluss dienen kann, sind: 1) Ableitung einer neuen Definition aus zwei gegebenen Definitionen, und 2) Ableitung einer neuen Gleichung aus zwei gegebenen Gleichungen. Ein definirender Identitätsschluss ist z. B. der folgende:

Die Meteorsteine sind fallende Körper, die jenseits der irdischen Atmosphäre ihren Ursprung haben.
Fallende Körper, die jenseits der irdischen Atmosphäre ihren Ursprung haben, sind Körper, die von andern Weltkörpern herstammen.
Also sind die Meteorsteine Körper, die von andern Weltkörpern herstammen.

Wie in diesem Fall für den Subjectbegriff der ersten Prämisse eine neue Definition gewonnen wird, indem man zunächst in der zweiten Prämisse eine nähere Erklärung des Prädicatbegriffs giebt, so kann aber auch ein Begriff, der in irgend einer der Prämissen Prädicat ist, zum Subject der neuen Definition genommen werden, wie in folgendem Beispiel:

Der Wasserstoff ist das Element vom kleinsten Atomgewicht.
Der Wasserstoff ist das Gas von der geringsten Dichte.
Das Element vom kleinsten Atomgewicht ist das Gas von der geringsten Dichte.

Der Gleichungsschluss ist die gewöhnliche Form, in welcher aus zwei algebraischen Gleichungen, die eine Grösse gemeinsam haben, eine dritte abgeleitet wird, in welcher diese gemeinsame Grösse eliminirt ist. Die letztere spielt demnach die Rolle des Mittelbegriffs. So schliesst man:

$x = y$,	$x = y$,	$y = x$,
$y = z$,	$z = y$,	$y = z$,
$x = z$.	$x = z$.	$x = z$.

Sehr häufig ist in solchen Gleichungsschlüssen der Mittelbegriff mit noch andern Grössen verbunden, welche in beiden Gleichungen wechseln und darum nicht eliminirt werden können. Es entsteht dann eine Form des Identitätsschlusses, welche man als die des Substitutionsschlusses bezeichnen kann, da dieselbe stets dem algebraischen Substitutionsverfahren zu Grunde liegt, z. B.:

$$x = a + y, \qquad x = a + b,$$
$$y = b z, \qquad R x = m + n,$$
$$x = a + b z. \qquad R (a + b) = m + n.$$

Solche Substitutionen sind auch bei den definirenden Identitätsschlüssen möglich, doch kommen sie hier seltener vor. So können wir oben in dem ersten Beispiel dem Prädicat »Körper, die jenseits der irdischen Atmosphäre ihren Ursprung haben« beifügen: »und gleichwohl aus irdischen Stoffen bestehen«, diesen Zusatz aber dann in der zweiten Prämisse hinweglassen, um ihn wieder in die Conclusion zu substituiren: »Die Meteorsteine sind Körper, die von andern Weltkörpern herstammen und gleichwohl aus irdischen Stoffen bestehen«.

Die Stellung der Prämissen und der Begriffe in den Prämissen ist beim Identitätsschlusse für das Resultat gleichgültig. Durch die wechselnde Stellung des Mittelbegriffs wird hier nur die verschiedene Richtung bezeichnet, welche der Gedankenprocess nehmen kann, um zu einem bestimmten Resultat zu gelangen. Diese Richtung ist eine dreifache, da der Mittelbegriff entweder seine Stellung ändern oder in beiden Prämissen Subject oder in beiden Prädicat sein kann. Den drei Formen des Schliessens, die auf diese Weise möglich sind, entsprechen drei Formulirungen, die man dem allgemeinen Grössenaxiom geben kann. Sie lauten: »1) Wenn eine Grösse einer zweiten und diese zweite einer dritten gleich ist, so ist auch die erste Grösse der dritten gleich. 2) Wenn zwei Grössen einer und derselben dritten Grösse gleich sind, so sind sie auch unter sich gleich. 3) Wenn eine Grösse zwei andern Grössen gleich ist, so sind diese auch unter sich gleich.« Kehrt man in der ersten Form die beiden Gleichungen um, so gewinnt man allerdings noch eine vierte Form ($y = x$, $z = y$), welcher der Satz entsprechen würde: »Wenn eine erste Grösse einer zweiten und eine dritte der ersten gleich ist, so sind auch die zweite und dritte Grösse einander gleich«. Aber dieser Satz geht in den ersten über, wenn man die Prämissen mit einander vertauscht; er entspricht also keiner neuen eigenthümlichen Stellung des Mittelbegriffs. Uebrigens ist es beachtenswerth, dass bei der zweiten und dritten Form der Ausdruck des Grössenaxioms unverändert bleibt, auch wenn man die Prämissen vertauscht, während im gleichen Fall die erste Form den soeben angeführten veränderten Ausdruck gewinnt, indem nun der Mittelbegriff nicht mehr, wie bei der ersten Form, den mittleren Punkt des Gedankenverlaufs, sondern den Anfangs- und Endpunkt desselben bezeichnet. Wir werden sehen,

dass dieser Umstand, der bei den Identitätsschlüssen noch unwesentlich ist, bei denjenigen Schlüssen, die aus Subsumtionsurtheilen gebildet sind, eine grössere Bedeutung gewinnt.

Das allgemeine Grössenaxiom in seinen verschiedenen Formulirungen ist der Grundsatz, nach welchem in den Identitätsschlüssen gefolgert wird; nur müssen wir in ihm, um seine Anwendung auf solche Schlüsse anzudeuten, in denen die Begriffe nicht bloss nach ihrem Grössenwerth, sondern zugleich und vorwiegend nach ihrer qualitativen Eigenthümlichkeit in Betracht kommen, den Ausdruck »Grösse« durch »Begriff« ersetzen. Nehmen wir den zweiten der obigen einander äquivalenten Ausdrücke als denjenigen heraus, der für das Grössenaxiom gewöhnlich gewählt wird, so lässt sich demnach dieses als ein Specialfall des allgemeineren Begriffsaxioms betrachten: Wenn zwei Begriffe einem und demselben dritten Begriffe gleich sind, so sind sie auch unter sich gleich.

II. Die Subsumtionsschlüsse.

a. Die eigentlichen Subsumtionsschlüsse.

Der Subsumtionsschluss ordnet entweder einen einzelnen Begriff einer allgemeineren Gattung unter, oder er wendet eine allgemeine Regel auf einen speciellen Fall an. Hier wie dort handelt es sich um eine Unterordnung, aber diese hat beidemal eine sehr verschiedene Bedeutung. Die Subsumtion eines speciellen Individual- oder Artbegriffs unter eine Gattung dient der classificatorischen Ordnung unserer Begriffe, die Subsumtion eines einzelnen Falls unter eine allgemeine Regel dient der Anwendung allgemeiner Gesetze auf einzelne Erscheinungsgebiete. Wir können daher die erste Form als den classificirenden, die zweite als den exemplificirenden Subsumtionsschluss bezeichnen.

Der classificirende Subsumtionsschluss kommt überall da vor, wo wir einen Gegenstand unter den allgemeinen Begriff ordnen, zu welchem er vermöge der an ihm beobachteten Merkmale gehört. Dabei dient dieser Schluss ebensowohl, um eine neue Unterordnung auszuführen, als um eine bereits vollzogene zu begründen. So steht derselbe vor allem im Dienste der naturhistorischen Classification. Die einzelnen Thier-, Pflanzen- oder Mineralspecies, eine gegebene Krystallform, eine bestimmte chemische Substanz classificiren wir mittelst der an ihnen ermittelten Merkmale. Die erste Prämisse eines solchen Schlusses stellt die charakteristischen Merkmale des Begriffes fest, und die zweite bestimmt die Gattung, welcher diese Merkmale gemäss den Principien des Systems, nach welchem man classificirt, eigenthümlich sind. Damit ist der Schluss im Grunde schon fertig, und es ist nur eine formelle Ergänzung, wenn der Schlusssatz das Ergebniss nun durch die unmittelbare Verbindung des Einzelbegriffs und der Gattung zusammenfasst. Die Classificationsmerkmale bilden den

Mittelbegriff, der im Schlusssatze eliminirt wird. Nur selten wird es vorkommen, dass ein einziges Merkmal zur Classification genügt; meistens werden mehrere zusammengefasst, und in der Regel besteht daher auch der Mittelbegriff aus mehreren copulativ verbundenen Begriffen. Was aber die Stellung des Mittelbegriffs betrifft, so wird derselbe offenbar in der ersten Prämisse Prädicat sein, da die charakteristischen Merkmale zunächst dem zu classificirenden Gegenstand als dessen Eigenschaften beigelegt werden. In der zweiten Prämisse wird er dagegen Subject sein müssen, da hier zu den in der vorigen Prämisse aufgestellten Merkmalen erst die Gattung gesucht wird, so dass nun der Gattungsbegriff dasjenige ist, was man von jenen Merkmalen prädicirt. Demnach hat der classificirende Subsumtionsschluss die Form:

S hat das Merkmal M.	S hat die Merkmale M_1, M_2, M_3 . . .
M ist Gattungsmerkmal von P.	M_1, M_2, M_3 . . . sind Gattungsmerkmale von P.
Also gehört S zur Gattung P.	Also gehört S zur Gattung P.

Unter Umständen kann es wohl auch vorkommen, dass statt der Gattungsmerkmale eine mittlere Gattung als Mittelbegriff benützt wird, um die Subsumtion vorzunehmen. Aber dieser Fall, auf dessen Schema die scholastische Logik alle Subsumtionsschlüsse dieser Art zurückgeführt hat, ist im wissenschaftlichen Gebrauch von höchst untergeordneter Bedeutung. Wir werden uns kaum veranlasst finden zu schliessen: »Die Schwalben sind Vögel, die Vögel sind Wirbelthiere, also sind die Schwalben Wirbelthiere.« Derartige Schlüsse sind Erfindungen jenes äusserlichen Formalismus, der sich nicht darum kümmerte, wie die Schlüsse beschaffen sind, von denen wir wissenschaftlichen Gebrauch machen, sondern dem es einzig und allein darauf ankam zu ermitteln, wie sich aus fertig gegebenen Urtheilen eine bestimmte Schlussform herstellen lasse. Dann bot allerdings jener Schluss durch die mittlere Gattung das wohlgefügte Bild einer Schlussform dar, in welcher alle Urtheile subsumirend sind, so dass die drei Begriffe durch drei concentrische Kreise versinnlicht werden können, von denen S den engsten, M den mittleren und P den weitesten Umfang hat. Wo aber, wie es fast durchgängig bei classificirenden Subsumtionsschlüssen der Fall ist, der Mittelbegriff nicht eine mittlere Gattung darstellt sondern aus einem oder mehreren Gattungsmerkmalen besteht, da entspricht jenes Bild der Wirklichkeit nicht. Vielmehr muss nun, wenn die Merkmale entscheidend sein sollen, die zweite Prämisse die Form eines Identitätsurtheils besitzen, insofern das Merkmal M oder die Reihe der Merkmale M_1, M_2, M_3 . . . nur der Gattung P, nicht aber zugleich irgend einer andern Gattung zukommen darf. Wenn wir z. B. schliessen:

das neuholländische Schnabelthier besitzt Milchdrüsen,
die Thiere, welche Milchdrüsen besitzen, sind Säugethiere,
also gehört das Schnabelthier zu den Säugethieren,

so hat hier nur die erste Prämisse den Charakter eines Subsumtionsurtheils, die zweite dagegen ist ein Identitätsurtheil. Allerdings wird der Schluss nicht unrichtig, wenn wir an Stelle der mittleren Prämisse ein Subsumtionsurtheil einführen, z. B. »die Thiere mit Milchdrüsen sind Wirbelthiere«; aber ein solcher Schluss überspringt dann diejenige Gattung, zu welcher das Gattungsmerkmal gehört, um dafür eine höhere Classe zu setzen. Offenbar ist jetzt die Bedeutung die nämliche, als wenn für »Thiere mit Milchdrüsen« geradezu »Säugethiere« gesagt wäre und also durch die mittlere Gattung geschlossen würde. Führen wir die auf S. 244 für die Copula gebrauchten Zeichen ein, so lassen sich demnach für den classificirenden Subsumtionsschluss folgende zwei Formen aufstellen:

für den Schluss durch das Gattungsmerkmal:	für den Schluss durch die mittlere Gattung:
$S < M$,	$S < M$,
$M = P$,	$M < P$,
$S < P$.	$S < P$.

Der exemplificirende Subsumtionsschluss dient der Anwendung allgemeiner Gesetze der äussern oder innern Erfahrung auf einzelne Fälle. Er kann den Zweck haben: 1) die einzelne Erscheinung zu erklären, indem er sie auf das sie beherrschende Gesetz zurückführt, 2) ein Gesetz durch ein einzelnes Beispiel zu verdeutlichen, 3) eine Regel, deren allgemeine Geltung noch nicht zureichend gesichert ist, an einer aus ihr gefolgerten Thatsache zu prüfen. Da jedoch im letzteren Fall die in Frage stehende Regel vorläufig nur von hypothetischer Geltung ist, so ist es angemessener sie in einem Bedingungsurtheil zu formuliren, wodurch dann der ganze Schluss die Form eines Bedingungsschlusses annimmt. Sein eigentliches Anwendungsgebiet hat daher der vorliegende Subsumtionsschluss nur in den beiden Fällen der Unterordnung einzelner Erscheinungen unter allgemeine Gesetze und der Verdeutlichung allgemeiner Gesetze durch einzelne Beispiele. In dieser Absicht wenden wir ihn in allen erklärenden Wissenschaften an, und er hat so für die letzteren eine ähnliche Function, wie sie der classificirende Schluss für die beschreibenden Wissenschaften besitzt. Sobald auf einem bestimmten Erfahrungsgebiete eine Anzahl allgemeiner und specieller Gesetze gewonnen sind, sucht man die letzteren auf die ersteren zurückzuführen, oder man sucht wohl auch durch Anwendung der allgemeinen Gesetze auf einzelne Fälle unmittelbar auf dem Wege der Subsumtion speciellere Gesetze zu gewinnen. So sucht man in der Grössenlehre, Geometrie und Mechanik alle Lehrsätze schliesslich den Axiomen unterzuordnen, wobei freilich die Schlussfolgerungen meistens eine verwickelte Beschaffenheit besitzen und namentlich auch die Subsumtionsschlüsse sich mit Identitäts- und Bedingungsschlüssen zu complicirten Schlussketten verbinden, daher einzelne Schlussbeispiele, die wir aus derartigen Gedankenverkettungen herausnehmen, immer nur eine ver-

hältnissmässig geringe Bedeutung zu besitzen scheinen. Aber diese Bedeutung wächst, wenn man erwägt, dass in solchem Falle jeder einzelne Schluss für den Zusammenhang des Ganzen unentbehrlich ist. Aehnlich verhält es sich auf dem Gebiet der Naturlehre. Auch hier verbinden sich die Subsumtionsschlüsse mit andern Schlussformen, mit Inductions-, mit Bedingungs- und Begründungsschlüssen, in welche stets zugleich Grössenoperationen eingehen, die sich auf Identitätsschlüsse gründen. Am häufigsten noch gestattet die Ableitung geometrischer Sätze die Darstellung in der Form eines einfachen Subsumtionsschlusses; aber häufig kommt dann zu der ersten Prämisse, unter welche der Schlusssatz gebracht werden soll, als zweite Prämisse ein Satz hinzu, der durch eine besondere Schlussfolgerung begründet worden ist, und überdies pflegen in diese zweite Prämisse constructive Verfahrungsweisen mit aufgenommen zu sein, welche den Schlussprocess compliciren. So folgert man z. B.:

In congruenten Dreiecken stehen gleichen Winkeln gleiche Seiten gegenüber.
Parallelen zwischen Parallelen bilden eine Figur, die durch eine Diagonale in congruente Dreiecke zerlegt wird.
Also sind Parallelen zwischen Parallelen einander gleich.

Ein solcher Schluss hat freilich nicht die Form eines regulären scholastischen Syllogismus. Dafür aber entspricht er derjenigen Form, welche der Subsumtionsschluss auf mathematischem Gebiet in den einfachsten Fällen fast regelmässig annimmt. Von einer Definition, einem Axiom oder einem bereits festgestellten Lehrsatz geht man in der oberen Prämisse aus, dann wird als zweite Prämisse ein Hülfssatz hinzugefügt, der meistens zugleich ein constructives Verfahren enthält, das zu dem Schlusssatze hinüberleitet. Da dieses constructive Verfahren immer in der Form eines hypothetischen Urtheiles eingeleitet werden kann, so nehmen sehr leicht die Schlüsse die Form von Bedingungsschlüssen an. So kann man auch bei dem obigen in der zweiten Prämisse sagen: »Wenn man bei Parallelen zwischen Parallelen eine Diagonale zieht« u. s. w.; aber namentlich in den einfacheren Fällen ist dies keineswegs erforderlich, sondern es lassen sich sehr gut die Schlüsse als kategorische Subsumtionsschlüsse darstellen. Das constructive Verfahren ist eine nähere Bestimmung, die dem Mittelbegriff in der zweiten Prämisse hinzugefügt wird, und die dann mit dem Mittelbegriff in dem Schlusssatze hinwegbleibt. Sie kann stets desshalb hinwegbleiben, weil sie den Mittelbegriff selbst nicht verändert, sondern nur ein Verfahren angiebt, durch welches der in der ersten Prämisse als Subject vorkommende Begriff M mit S, dem Subject des Schlusssatzes, in Beziehung gebracht werden kann. Parallellinien zwischen Parallellinien z. B. stehen an und für sich ausser Beziehung zum Begriff des congruenten Dreiecks; diese Beziehung ist aber sofort hergestellt, wenn man in der durch sie gebildeten Figur die Diagonale zieht. Der

synthetische Subsumtionsschluss, welchen man bei derartigen Ableitungen benützt, hat also allgemein die Form:

M ist P.
S ergiebt durch ein synthetisches Verfahren X den Begriff M.
S ist P.

Es soll damit nicht gesagt sein, dass nicht auch hier Schlüsse von der einfachen Form »M ist P, S ist M, S ist P« vorkommen können, aber sie dienen im allgemeinen nur zur wechselseitigen Verknüpfung solcher Sätze, die an und für sich schon feststehen, und sind daher von geringer wissenschaftlicher Bedeutung. Wenn wir z. B. folgern:

Dreiecke, die gleiche Winkel haben, sind einander ähnlich,
Dreiecke, deren Seiten paarweise einander parallel sind, haben gleiche Winkel,
also sind Dreiecke, deren Seiten paarweise einander parallel sind, einander ähnlich,

so ist dieser Schluss, welcher der gewünschten regelmässigen Form des Syllogismus entsprechen würde, ziemlich nutzlos, da die Eigenschaft der Gleichheit der Winkel und des paarweisen Parallelismus der Seiten zusammen die allgemein angenommene Definition der Aehnlichkeit constituiren.

In den analytischen Theilen der Mathematik, also in der Algebra, der eigentlichen Analysis, der analytischen Geometrie und Mechanik hat der synthetische Subsumtionsschluss fast nur im Anfang der Entwicklung eine Bedeutung, wo es sich darum handelt, für die analytische Betrachtung die Voraussetzungen zu gewinnen. So stützt sich die Mittelpunktsgleichung des Kreises auf den synthetischen Schluss:

Der Kreis hat einen Radius von constanter Grösse.
Die vom Mittelpunkt des Kreises aus gemessenen rechtwinkligen Coordinaten irgend eines Punktes der Peripherie bilden die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypotenuse der Radius ist.
Also bilden die vom Mittelpunkt aus gemessenen Coordinaten die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypotenuse eine constante Grösse hat.

Ist auf diese Weise die Gleichung $x^2 + y^2 = r^2$ abgeleitet, so bewegt sich nun aber das ganze Verfahren in Identitätsschlüssen, durch welche die Gleichung in angemessener Weise transformirt und in Bezug auf specielle Werthe von x und y untersucht wird. Ebenso gewinnen wir die fundamentalsten Lehrsätze der Mechanik durch synthetische Schlüsse. Wir schliessen z. B.:

> Eine auf einen Körper einwirkende momentane Kraft vermehrt, falls keine Widerstände vorhanden sind, die Geschwindigkeit desselben um eine constante Grösse.
> Eine dauernd einwirkende Kraft kann als eine Summe stetig auf einander folgender momentaner Kräfte angesehen werden.
> Also erzeugt eine dauernd einwirkende Kraft eine stetige Zunahme der Geschwindigkeit.

Das constructive Verfahren besteht hier in der in die zweite Prämisse eingeführten Zurückführung der dauernd einwirkenden Kraft auf eine Summe momentaner Kräfte, wodurch wieder der Begriff S mit dem in der ersten Prämisse aufgestellten Mittelbegriff M in Beziehung gesetzt werden kann. Nachdem so das Grundgesetz $g = \frac{dv}{dt}$ oder $v = g \cdot t$ (worin v die nach der Zeit t erlangte Geschwindigkeit und g die momentane Beschleunigung bedeutet) gewonnen ist, wird nun diese Gleichung theils für sich, theils mit andern Grundgleichungen von ähnlich constitutiver Bedeutung zusammen analytisch behandelt, d. h. einer Reihe von Identitätsschlüssen unterworfen, deren Ergebnisse man schliesslich durch die Rückübersetzung der algebraischen Symbole in die ihnen entsprechenden Begriffe interpretirt.

Von einer ähnlich grundlegenden Bedeutung ist der Subsumtionsschluss in allen Erfahrungswissenschaften, sobald dieselben ganz oder theilweise einer deductiven Behandlung zugänglich geworden sind. Auch hier finden wir aber in den meisten, und vor allem in denjenigen Fällen, in denen der Schluss einen Fortschritt unseres Wissens hervorbringt, dass in der zweiten Prämisse der Mittelbegriff erst durch synthetische Operationen mit dem Subject in Verbindung gebracht wird. So gab Newton der Gravitationstheorie ihre Vollendung durch den Schluss:

> Alle fallenden Körper erfahren eine Secundenbeschleunigung, die im Verhältniss des Quadrates ihrer Entfernung von der Erde abnehmen muss.
> Der Mond lässt sich als ein gegen die Erde fallender Körper betrachten.
> Also muss der Mond eine dem Quadrat seiner Entfernung reciproke Secundenbeschleunigung in der Richtung der Erde erfahren.

Neben diesen synthetischen Schlüssen sind übrigens in den empirischen Disciplinen auch solche Subsumtionsschlüsse von nicht seltenem Gebrauche, welche der Verdeutlichung allgemeiner Gesetze durch Beispiele oder der Verificirung derselben durch specielle Fälle bestimmt sind. Sie unterscheiden sich von der oben behandelten Form regelmässig dadurch, dass sie dem einfacheren Schema M P, S M, S P folgen. So diente bei der Bestätigung des Satzes, dass die Geschwindigkeit fallender Körper unabhängig von ihrer Masse ist, der folgende Schluss:

Alle schweren Körper müssen im luftleeren Raum mit gleicher Geschwindigkeit fallen.
Ein Stück Blei und eine Federflocke sind schwere Körper.
Also müssen sie im luftleeren Raum mit gleicher Geschwindigkeit fallen.

Die Bedeutung solcher Schlüsse besteht darin, dass nicht der allgemeine Satz, sondern nur das besondere ihm subsumirte Beispiel der Bestätigung durch die Erfahrung, hier durch den Fallversuch unter der Luftpumpe, zugänglich ist, eine Bestätigung, durch welche hinwiederum der allgemeine Satz selbst erst die erforderliche Sicherheit gewinnt.

Von den einzelnen Urtheilen, aus denen sich der exemplificirende Subsumtionsschluss zusammensetzt, ist die erste Prämisse ein Identitäts- und die zweite ein Subsumtionsurtheil, worauf dann die Conclusion wieder ein Subsumtionsurtheil darstellt. Man erkennt diese Beschaffenheit deutlich, wenn man die Urtheile einer leichten Transformation unterwirft, indem man die Copula aussondert. In dieser Beziehung verhält sich also der exemplificirende ähnlich dem classificirenden Schlusse. Beide unterscheiden sich nur darin, dass bei jenem das Identitätsurtheil *erste*, bei diesem *zweite* Prämisse ist. Dieser Unterschied ist aber wieder dadurch bedingt, dass in beiden Fällen die Stellung der Prämissen die entgegengesetzte ist. Wir schliessen nämlich

classificirend:	exemplificirend:
$S < M$,	$M = P$,
$M = P$,	$S < M$,
$\overline{S < P.}$	$\overline{S < P.}$

Im classificirenden Schluss hat die allgemeinere Prämisse die zweite, im exemplificirenden hat sie die erste Stelle; beide Schlüsse stimmen aber darin überein, dass der Mittelbegriff in beiden Prämissen seine Stelle wechselt, und dass die allgemeinere Prämisse in der Regel ein Identitätsurtheil ist.

Beide Formen entsprechen demnach in ihrer äusseren Form denjenigen Schlüssen, welche die Aristotelische Logik der *ersten Figur* zurechnet. Aber indem dieselbe die hierher gehörigen Schlüsse unter dem Gesichtspunkt von Folgerungen durch die mittlere Gattung betrachtet, entgehen ihr gerade alle wissenschaftlich bedeutungsvolleren Anwendungen des Subsumtionsschlusses, wie sie denn auch den Unterschied der beiden Unterformen dieses Schlusses und die damit zusammenhängende Bedeutung der Stellung der Prämissen sich nicht zum Bewusstsein gebracht hat. Wenn die Reihenfolge der Prämissen logisch bedeutungslos wäre, so möchte es hingehen, dass man übereinkäme, der äusseren Gleichförmigkeit halber die allgemeinere Prämisse voranzustellen, obgleich bei allen andern Schlüssen

ein solcher Werthunterschied gar nicht existirt und daher die ganz äusserliche Regel aushelfen muss, dass diejenige Prämisse voranzugehen habe, welche das Prädicat des Schlusssatzes enthält. In dem einzigen Fall, wo ein wirklicher Unterschied der Prämissen in Bezug auf ihre Allgemeinheit vorliegt, ist es nun aber ganz und gar nicht gleichgültig, welche Prämisse voransteht, sondern es unterscheiden sich eben hierdurch in charakteristischer Weise die beiden Arten des Subsumtionsschlusses auch in ihrer äusseren Form. Wenn wir einen Gegenstand einer allgemeinen Classe einordnen wollen, so ist es das einzig angemessene, dass unser Denken mit dem zu classificirenden Gegenstande beginnt, dann an diesem die kennzeichnenden Merkmale und endlich zu den Merkmalen die Gattung aufsucht. Gerade umgekehrt aber verhält es sich, wo wir aus einem allgemeineren ein specielleres Gesetz ableiten, oder wo wir ein Gesetz an einem einzelnen Fall verdeutlichen oder durch denselben bestätigen. Hier ist es ebenso naturgemäss, das Gesetz, aus welchem deducirt, das verdeutlicht oder bestätigt werden soll, an die Spitze zu stellen und die Ableitung darauf folgen zu lassen.

Der classificirende Subsumtionsschluss besteht gemäss der wissenschaftlichen Function, die er erfüllt, stets aus positiven und allgemeingültigen Urtheilen. Es kann zwar ein logisch untadelhafter Schluss dieser Art auch gebildet werden, wenn man die eine der Prämissen negativ oder particular wählt; aber derartige Schlüsse sind wissenschaftlich bedeutungslose logische Artefacte. Schlüsse wie der folgende: »alle Quadrate sind rechtwinkelige Figuren, einige Parallelogramme sind Quadrate, also sind einige Parallelogramme rechtwinkelige Figuren«, — solche Schlüsse figuriren zwar als logische Beispiele; aber dass dieselben zu irgend einem Zwecke brauchbar seien, wird wohl Niemand behaupten wollen. Welchen Sinn soll es auch haben, für »einige« Arten eines Begriffs die Gattung zu suchen, der sie unterzuordnen sind, so lange unbestimmt bleibt, welche Arten gemeint sind? Dagegen kann es allerdings unter Umständen von Nutzen sein, zu constatiren, dass irgend einer Art ein Merkmal zukommt, welches einer bestimmten Gattung nicht zukommt oder umgekehrt; aber ein solcher Schluss dient unmittelbar nur der Unterscheidung, nicht der Classification, und es lässt sich ihm nur gezwungen die Form des Subsumtionsschlusses geben. Wir werden diese Unterscheidungsschlüsse bei den Beziehungsschlüssen kennen lernen, zu denen sie gemäss der logischen Function der Unterscheidung gehören.

In dem exemplificirenden Subsumtionsschlusse ist die particulare Beschaffenheit der einen Prämisse nicht ganz ausgeschlossen. Unter Umständen kann es nämlich zwar nicht statthaft sein, ein Gesetz als ein allgemeingültiges zu formuliren, gleichwohl kann dasselbe eine nicht unwichtige theoretische oder practische Bedeutung haben, und es kann erforderlich werden, einzelne Fälle auf eine solche häufig zutreffende Regel zurückzuführen: hier wird also die obere Prämisse die particulare Form

besitzen. Ebenso kann es vorkommen, dass man eine allgemein gültige Regel auf eine Anzahl von Fällen oder von Gegenständen anwenden muss, die nicht bestimmt begrenzt sind, und die wir daher nur bezeichnen können, indem wir dem betreffenden Classenbegriff eine unbestimmte Beschränkung beifügen: hier ist dann die untere Prämisse particular. Es hat nun aber die erste dieser particularen Formen die Eigenthümlichkeit, dass bei ihr die Conclusion nicht etwa eine theilweise Subsumtion enthält, sondern ein Urtheil, dessen Gültigkeit durch einen problematischen Ausdruck limitirt ist. Der Subsumtionsschluss mit dem particularen Obersatze ist daher in diesem Fall die abgekürzte Form eines Wahrscheinlichkeitsschlusses, und er findet desshalb angemessener unten bei den übrigen, vollständigeren Formen dieses letzteren Schlusses seine Stelle. Diejenige Form des particularen Subsumtionsschlusses aber, dessen untere Prämisse ein particulares Urtheil ist, hat nur eine vorübergehende Bedeutung, da man stets bestrebt sein wird, die Fälle oder Gegenstände, welche wirklich der allgemeinen Regel untergeordnet werden sollen, aus der Classe, zu der sie gehören, auszusondern und für sich zu bezeichnen. Wenn wir z. B. schliessen:

alle Thiere mit rothem Blut haben ein von der übrigen Leibesmasse gesondertes Gefässsystem,
viele Würmer haben rothes Blut,
also haben viele Würmer ein von der übrigen Leibesmasse gesondertes Gefässsystem,

so ist hier die Anwendung der allgemeinen Regel nur insofern von Bedeutung, als wir uns unter dem unbestimmt begrenzten Subject bestimmte Gattungen denken. Der particulare Untersatz und Schlusssatz vertreten also vollständige Subsumtionsurtheile, und sie werden nur so lange an Stelle der letzteren gewählt werden, als etwa die Untersuchung noch nicht hinreichend fortgeschritten ist, um die einzelnen Gattungen oder Arten zusammenordnen zu können, welche in dem Subject gemeint sind.

Von bleibenderer Bedeutung kann diejenige Form des exemplificirenden Subsumtionsschlusses sein, bei welcher die eine Prämisse und dann auch die Conclusion negativ sind. Stets ist hierbei die obere Prämisse die negirende, und der Schluss bezweckt festzustellen, dass ein einzelner Fall nicht unter ein bestimmtes Gesetz gehöre, dem man etwa versucht sein könnte ihn unterzuordnen. Der Schluss hat das Eigenthümliche, dass dieses Gesetz selbst gar nicht ausgesprochen wird; doch kann dasselbe immer leicht in Gedanken ergänzt werden. Formulirt man aber ein solches Gesetz, so nimmt es stets die particulare Form an, insofern in dem verneinenden Resultat des ausgeführten Schlusses der Beweis liegt, dass der Versuch es als ein allgemeines aufzustellen scheitern würde. Man schliesst z. B.:

Keine Molecularkraft lässt sich zurückführen auf eine im umgekehrten Verhältniss des Quadrats der Entfernungen stattfindende Anziehung oder Abstossung.
Die chemische Affinität ist eine Molecularkraft.
Also lässt sie sich nicht zurückführen auf eine derartige Anziehung oder Abstossung.

Offenbar liegt diesem Schluss der Satz zu Grunde: »Viele Kräfte lassen sich zurückführen u. s. w.«, und es soll mittelst der Ausnahme der Molecularkräfte gezeigt werden, dass die chemische Affinitätskraft nicht unter jene Regel fällt. Nur wo eine solche Regel von nicht allgemeiner Geltung vorliegt, von deren Anwendung eben durch den negativen Subsumtionsschluss eine Ausnahme statuirt werden soll, hat die Anwendung des letzteren überhaupt einen Sinn. In allen andern Fällen handelt es sich um nutzlose logische Artefacte. Dass stets die erste oder allgemeine, nicht aber immer die zweite Prämisse negativ sein kann, liegt im Wesen der Unterordnung. Sobald in einem bestimmten Umfang ein gewisses Gesetz als nicht statthaft bezeichnet ist, so wird auch stets für einen Theil jenes Umfanges seine Unstatthaftigkeit ausgesprochen werden können. Wird dagegen umgekehrt ein Gesetz für ein bestimmtes Gebiet als allgemeingültig formulirt, so ist daraus, dass ein einzelner Fall nicht in jenes Gebiet gehört, immer noch nicht zu schliessen, für ihn gelte das Gesetz überhaupt nicht. Es giebt aber einen Fall, in welchem auch hier ein Schluss möglich ist: dann nämlich, wenn die obere Prämisse ein Identitätsurtheil darstellt. Wir pflegen hierbei die Identität $M = P$ von der Subsumtion $M < P$ sprachlich dadurch zu scheiden, dass wir die letztere einfach durch »M ist P«, die erstere durch »nur M ist P« ausdrücken. So ist denn z. B. dem obigen negativen Subsumtionsschlusse der folgende vollständig äquivalent:

Nur die fernewirkenden Kräfte lassen sich zurückführen auf eine im umgekehrten Verhältniss des Quadrates der Entfernungen stattfindende Anziehung oder Abstossung.
Die chemische Affinität ist keine fernewirkende Kraft.
Also lässt sie sich nicht zurückführen u. s. w.

Nun ist es, wie wir sahen, die normale Form der exemplificirenden Schlüsse, dass bei ihnen die obere Prämisse in einem Identitätsurtheil besteht. Demnach sind auch, sobald diese normale Form gilt, die beiden Arten negativer Schlüsse möglich, und es hängt meist von zufälligen Bedingungen ab, welche von beiden wir wählen. Wir gewinnen so im Ganzen folgende drei Nebenformen:

die particulare:	die negativen:	
$M = P,$	$M < \bar{P},$	$M = P,$
$v\,S < M,$	$S < M,$	$S < \bar{M},$
$v\,S < P.$	$S < \bar{P}.$	$S < \bar{P}.$

Schliesslich kann es nun auch noch vorkommen, dass in dem negativen Schluss die positive Prämisse particular ist. Solche Formen sind aber von so geringer Wichtigkeit, dass wir mit dieser Erwähnung uns begnügen können. Dagegen erheischen zwei wichtige Modificationen des Subsumtionsschlusses, der Wahrscheinlichkeits- und Analogieschluss, eine specielle Betrachtung.

b. Der Wahrscheinlichkeitsschluss.

Der Wahrscheinlichkeitsschluss folgert aus der Möglichkeit verschiedener Fälle, die bei einem zu erwartenden und in Bezug auf seine Beschaffenheit unbestimmten Ereignisse stattfinden können, auf die Wahrscheinlichkeit eines einzelnen dieser Fälle. Ein derartiger Schluss bezieht sich demnach stets auf irgend einen Vorgang, und zwar auf einen solchen, der in der Zukunft bevorsteht. Sollten wir ausnahmsweise einmal die Wahrscheinlichkeit eines bereits vergangenen Ereignisses bestimmen wollen, so versetzen wir uns dabei doch, während wir den Schluss vollziehen, in die Zeit zurück, in welcher dasselbe noch bevorstand. Denn bei dem Schlusse selbst berücksichtigen wir lediglich diejenigen Bedingungen, welche dem Ereigniss vorangiengen. Erst nachdem er vollzogen ist, können wir das nach Wahrscheinlichkeit zu erwartende mit dem wirklich eingetretenen vergleichen. Ferner setzt der Wahrscheinlichkeitsschluss immer voraus, dass mehrere Fälle, also mindestens zwei, möglich sind, die sich gegenseitig ausschliessen. Wo die Bedingungen so beschaffen sind, dass nur ein einziger Fall eintreten kann, da schliessen wir nicht mit Wahrscheinlichkeit sondern mit Gewissheit.

Hieraus ist ersichtlich, dass die obere Prämisse dieses Schlusses die Form eines disjunctiven Urtheils besitzen wird. Den Gedanken, dass bei irgend einem Ereigniss M, das in Bezug auf seine nähere Beschaffenheit noch unbestimmt ist, die Fälle P_1, P_2, P_3 . . . möglich seien, werde ich stets ausdrücken können durch das disjunctive Urtheil: »M ist entweder P_1 oder P_2 oder P_3 . . .«. Ein derartiges Urtheil können wir aber wieder unter zwei verschiedenen Bedingungen aussprechen. Es können uns erstens die einzelnen Fälle, welche möglicher Weise eintreten können, von vornherein bekannt sein. Wenn ich z. B. mit einem gewöhnlichen Würfel beabsichtige einen Wurf zu thun, so kann ich voraussagen, dass der Wurf entweder 1 oder 2 oder 3 oder 4 oder 5 oder 6 sein wird. Es können aber auch zweitens die einzelnen möglichen Fälle erst aus der Beobachtung zuvor schon eingetretener wirklicher Ereignisse erschlossen sein. Sind mir z. B. in sehr häufigen Ziehungen aus einer Urne von unbekanntem Inhalt immer nur weisse, schwarze und rothe Kugeln in die Hand gekommen, so bin ich vor einer neuen Ziehung berechtigt zu urtheilen, dass die zu ziehende Kugel wahrscheinlich entweder weiss oder schwarz oder roth sein werde.

Sehr häufig ist es jedoch nicht bloss von Interesse die verschiedenen Fälle aufzuzählen, die entweder vermöge der bekannten Bedingungen eines Ereignisses oder nach vorausgegangenen Erfahrungen möglich erscheinen, sondern wir wünschen zu wissen, welche Fälle die wahrscheinlicheren, und welche die minder wahrscheinlichen sind. In der That pflegt nun nur unter dieser Voraussetzung die Unterscheidung verschiedener möglicher Fälle zu einem eigentlichen Wahrscheinlichkeitsschlusse Veranlassung zu geben, während, so lange alle Fälle gleich möglich erscheinen, in der Regel kein Motiv für uns vorliegt, über die Aufzählung derselben in einem disjunctiven Urtheil hinauszugehen. Zu einem Schluss auf die grössere Wahrscheinlichkeit bestimmter Fälle vor andern werden wir aber dann getrieben, wenn sie entweder vermöge der uns bekannten Bedingungen eines Ereignisses leichter möglich, oder wenn sie nach vorausgegangenen Erfahrungen häufiger eingetreten sind. Dort entsteht ein *apriorischer*, hier ein *empirischer Wahrscheinlichkeitsschluss*. Vorausgesetzt, dass es sich um die Vergleichung eines einzelnen Falles P_1 mit andern Fällen P_2, P_3 ... handelt, hat bei beiden die disjunctive Prämisse entweder die Form: »M ist *häufiger* P_1 als P_2 oder P_3 . . .« oder aber die Form: »M ist *seltener* P_1 als P_2 oder P_3 . . .«. Daran schliesst sich dann als untere Prämisse ein Urtheil, welches den gegebenen Vorgang S dem allgemeinen Ereignisse M unterordnet, worauf der Schlusssatz für diesen Vorgang die Wahrscheinlichkeit oder Unwahrscheinlichkeit bestimmt. So lange es hierbei nicht darauf ankommt, den *Grad* der Wahrscheinlichkeit zu ermitteln, können wir den Schluss als einen *gemeinen Wahrscheinlichkeitsschluss* bezeichnen. Da bei demselben meistens nur die Absicht besteht zu bestimmen, ob es wahrscheinlich oder unwahrscheinlich sei, dass bei einem bestimmten zur Gruppe M gehörigen Ereignisse S ein Fall P_1 zutreffe, so wird hierbei gewöhnlich von der Aufzählung der übrigen möglichen Fälle P_2, P_3, auf welche man keine Rücksicht zu nehmen wünscht, Umgang genommen, und man schliesst nun in abgekürzter Form:

M ist meistens (oder häufig) P_1,	M ist meistens nicht (oder selten) P_1,
S ist M,	S ist M,
S ist wahrscheinlich P_1.	S ist wahrscheinlich nicht P_1.

Der gemeine Wahrscheinlichkeitsschluss lässt sich demnach betrachten als ein exemplificirender Subsumtionsschluss, in dessen oberer Prämisse das Prädicat durch ein Häufigkeitsattribut und dessen Conclusion darum durch ein Wahrscheinlichkeitsattribut beschränkt ist. Immer aber ist zugleich die obere Prämisse aus einem disjunctiven Urtheil entstanden, aus welchem diejenigen Glieder hinwegblieben, welche entweder unbestimmt sind, oder auf welche man im gegebenen Fall keinen Werth legt. Werden diese Glieder ergänzt, oder sind sie im ursprünglichen Schluss schon enthalten, so nimmt dann auch die Conclusion die Form eines disjunctiven Urtheils an: »S ist wahrscheinlicher (oder unwahrscheinlicher) P_1 als P_2

oder P_3 . . .« Uebrigens ist es selbstverständlich, dass man statt nur eines Gliedes auch zwei, drei oder mehr aus der in der oberen Prämisse zu denkenden Disjunction bevorzugen kann. In solchem Fall wird also z. B. bei der abgekürzten Form die obere Prämisse lauten: »M ist häufig entweder P_1 oder P_2«, und die Conclusion: »S ist wahrscheinlich entweder P_1 oder P_2«.

Der gemeine Wahrscheinlichkeitsschluss spielt im gewöhnlichen Leben und in den der wissenschaftlichen Untersuchung vorausgehenden Vermuthungen über den Zusammenhang der Erscheinungen eine wichtige Rolle, da wir überall aus der Häufigkeit eines Vorganges auf die Wahrscheinlichkeit desselben unter ähnlichen Bedingungen zu schliessen geneigt sind. Aber auch in die Entwickelung der Wissenschaft hat er zuweilen eingegriffen, insofern man in solchen Fällen, wo die quantitative Bestimmung des Grades der Wahrscheinlichkeit zu schwierig oder selbst unmöglich gewesen wäre, sich gleichwohl mit Recht nicht davon abhalten liess zu folgern, dass überhaupt eine Wahrscheinlichkeit vorliege. So gründete z. B. Kant seine Theorie der Entwickelung des Planetensystems auf den Schluss:

> Die übereinstimmende Bewegungsrichtung verschiedener Körper im gleichen Raum beruht meistens auf einer gemeinschaftlichen Bewegungsursache.
> Die Planeten haben bei ihrer Bewegung um die Sonne eine übereinstimmende Bewegungsrichtung.
> Also beruht ihre Bewegung um die Sonne wahrscheinlich auf einer gemeinschaftlichen Bewegungsursache.

Aber in wissenschaftlichen Untersuchungen ist man stets bestrebt, der unbestimmten Aussage, dass ein Ereigniss wahrscheinlich sei oder nicht, eine Schätzung des Grades seiner Wahrscheinlichkeit zu substituiren. So hat in dem angeführten Beispiel Laplace die Wahrscheinlichkeit einer gemeinschaftlichen Bewegungsursache der Planeten numerisch zu bestimmen gesucht und gefunden, dass sich zu ihr die Wahrscheinlichkeit der Annahme einer bloss zufälligen Uebereinstimmung ungefähr wie 1 zu 4 Billionen verhalten würde. Diese Berechnung war ein sehr complicirtes Geschäft, welches weitgehende astronomische und mathematische Hülfsmittel voraussetzte. Da nun aber schon vor einer solchen ohnehin auch nur approximativen Bestimmung eine sehr grosse Wahrscheinlichkeit für die Annahme einer gesetzmässigen Abhängigkeit vor Augen lag, so war Kant berechtigt, auf jenen gemeinen Wahrscheinlichkeitsschluss seine Hypothese zu gründen. Anders verhält es sich, wenn den übereinstimmenden Fällen eine irgend erhebliche Zahl nicht übereinstimmender gegenübersteht. Hier ist die numerische Ermittelung unerlässlich, wenn wir uns für Zwecke der Wissenschaft oder Praxis auf den Wahrscheinlichkeitsschluss überhaupt sollen verlassen können, und die gemeine Form des letzteren, die in solchen Fällen nichts desto weniger sehr häufig im gewöhnlichen Leben angewandt

wird, ist dann eine der häufigsten Quellen von Irrthümern, da sie nicht selten dazu verführt, auf einige übereinstimmende Fälle hin etwas als wahrscheinlich anzunehmen, was sich bei der numerischen Bestimmung als zweifelhaft oder sogar als unwahrscheinlich herausstellt.

Ueberall nun, wo an die Stelle der unbestimmten Folgerung der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses die numerische Bestimmung der letzteren tritt, verwandelt sich der gemeine in den mathematischen Wahrscheinlichkeitsschluss. Auch bei ihm können wir entweder a priori oder empirisch folgern, je nachdem die Bedingungen für den Eintritt eines Ereignisses von vornherein bekannt sind oder nicht. Wenn wir z. B. wissen, dass eine Urne, aus der eine einzelne Kugel gezogen werden soll, zwölf weisse und sechs schwarze Kugeln enthält, so werden wir sofort schliessen, dass die Wahrscheinlichkeit einer weissen zu der einer schwarzen sich verhält wie $\frac{12}{18} : \frac{6}{18}$ oder wie 2 : 1. Der Schluss, den wir hier vollziehen, unterscheidet sich von dem gemeinen Wahrscheinlichkeitsschlusse dadurch, dass die Urtheile, aus denen er besteht, die Form von Gleichungen besitzen, und dass in jedem Urtheil das Prädicat oder die Glieder des Prädicats mit numerischen Coëfficienten versehen sind, welche in den Prämissen die relative Häufigkeit der einzelnen Fälle, in der Conclusion die relative Wahrscheinlichkeit derselben ausdrücken. So würden wir den im obigen Beispiel ausgeführten Schluss in folgender Weise zerlegen können:

$$M = 12\,P_1 + 6\,P_2,$$
$$S = \frac{1}{18}\,M,$$
$$\overline{S = \frac{12}{18}\,P_1 + \frac{6}{18}\,P_2.}$$

Allgemein können wir demnach dem mathematischen Wahrscheinlichkeitsschlusse die Form geben:

$$M = a\,P_1 + b\,P_2 + c\,P_3 \ldots.,$$
$$S = \frac{x}{n}\,M,$$
$$\overline{S = \frac{a\,x}{n}\,P_1 + \frac{b\,x}{n}\,P_2 + \frac{c\,x}{n}\,P_3 \ldots.,}$$

worin n die Gesammtzahl der Fälle $a + b + c \ldots$ und x die Häufigkeit des Ereignisses S, dessen Wahrscheinlichkeit bestimmt werden soll, bedeutet. Es ergiebt sich also die Regel: die Conclusion enthält die nämlichen Prädicatglieder wie die obere Prämisse; die in dieser mit den einzelnen Gliedern verbundenen Häufigkeitscoëfficienten a, b, c ... gehen aber in die Quotienten $\frac{a\,x}{n}$, $\frac{b\,x}{n}$, $\frac{c\,x}{n}$... über, in denen $\frac{x}{n}$ das in der unteren Prämisse bestimmte numerische Verhältniss x des Ereignisses S,

für welches die Wahrscheinlichkeit der einzelnen möglichen Fälle bestimmt werden soll, zur Gesammtzahl n der Ereignisse, die überhaupt stattfinden können, ausdrückt. Der mathematische Wahrscheinlichkeitsschluss ist demnach nicht mehr, wie der gemeine, ein Subsumtions-, sondern ein Identitätsschluss, und zwar besitzt er die Form des Substitutionsschlusses. Bezeichnen wir in den Quotienten $\frac{a\,x}{n}$, $\frac{b\,x}{n}$ u. s. w. den Bruch $\frac{a}{n}$, $\frac{b}{n}$. . ., welcher für jedes einzelne der möglichen Ereignisse das Verhältniss der günstigen zur Gesammtzahl der Fälle ausdrückt, allgemein durch $\frac{g}{n}$, so ist dieser Bruch der Wahrscheinlichkeitsquotient. Damit ein Ereigniss im exacten Sinne ein wahrscheinliches genannt werden könne, muss $\frac{g}{n} > \frac{1}{2}$ sein; ist $\frac{g}{n} < \frac{1}{2}$, so gilt es als unwahrscheinlich, wird $\frac{g}{n} = \frac{1}{2}$, so nennen wir es zweifelhaft. Als gewiss gilt endlich ein bestimmter Erfolg in den zwei Fällen, wenn $\frac{g}{n} = 1$ (also $g = n$), und wenn $\frac{x}{n} = 1$ (also $S = M$) wird. Das erstere findet dann statt, wenn die günstigen Fälle g alle möglichen Fälle n umfassen: der Schluss behält nun die Form des Substitutionsschlusses, aber das Prädicat der ersten Prämisse enthält nur ein einziges Glied, dessen Coëfficient n mit dem Nenner des Quotienten der zweiten Prämisse übereinstimmt, so dass beide in der Conclusion verschwinden. Wird dagegen $\frac{x}{n} = 1$, so bedeutet dies, dass die Ereignisse S, deren Eintritt bestimmt werden soll, alle überhaupt möglichen Ereignisse M umfassen: es geht dann der Schluss in einen gewöhnlichen Identitätsschluss über, bei welchem in der Conclusion die einzelnen Glieder wieder mit den nämlichen Coëfficienten verbunden sind wie in der ersten Prämisse, und wobei nun durch dieselben die Häufigkeit der einzelnen Ereignisse mit Gewissheit bezeichnet wird. Diese beiden Grenzfälle des Wahrscheinlichkeitsschlusses können also symbolisch ausgedrückt werden durch die Formeln:

$$\begin{array}{ll} M = n\,P, & M = a\,P_1 + b\,P_2 + c\,P_3 \ldots, \\ S = \frac{x}{n}\,M, & S = M, \\ \hline S = x\,P. & S = a\,P_1 + b\,P_2 + c\,P_3 \ldots \end{array}$$

Wenn wir a priori die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses bestimmen, so ist n nicht bloss gleich der Summe der Coëfficienten a, b, c . . ., sondern es bezeichnet stets zugleich die Gesammtzahl der überhaupt möglichen Fälle. Die Bedingung eines apriorischen Wahrscheinlichkeits-

schlusses ist daher die Kenntniss aller möglichen Fälle*). Die Wahrscheinlichkeit einer Ziehung z. B. können wir nur dann a priori bestimmen, wenn wir die Beschaffenheit aller einzelnen Loose kennen. Bei dem empirischen Wahrscheinlichkeitsschlusse dagegen ist die Kenntniss aller möglichen Fälle ausgeschlossen. Wollen wir z. B. den Grad der Wahrscheinlichkeit ermitteln, der für ein neugeborenes Kind vorhanden ist ein bestimmtes Lebensalter zu erreichen, so können wir nur auf eine verhältnissmässig beschränkte Zahl früherer Erfahrungen unsern Schluss gründen, und es ist von vornherein klar, dass die Sicherheit dieses Schlusses nicht bloss von der Menge der Erfahrungen, sondern auch davon abhängen wird, dass wir so viel als möglich auf die durchschnittliche Lebensdauer solcher Menschen ihn gründen, die unter annähernd ähnlichen Bedingungen gelebt haben. Bei dem empirischen Wahrscheinlichkeitsschlusse nimmt daher nun die Zahl n eine andere Bedeutung an: sie bezeichnet nicht mehr die Gesammtheit der möglichen, sondern lediglich die Summe derjenigen Fälle, deren Beobachtung wir der Bestimmung der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses zu Grunde legen. Bei dieser veränderten Bedeutung muss dann wiederum die Summe der Häufigkeitscoëfficienten der ersten Prämisse $a + b + c \ldots = n$ sein. Für die Wahl der Gesammtzahl n von Fällen, welche bis zu einem gewissen Grade der Willkür überlassen zu sein pflegt, gelten aber die beiden Regeln, dass 1) diese Zahl hinreichend gross sei, und dass sie 2) solche Fälle umfasse, welche denjenigen Ereignissen, deren Wahrscheinlichkeit bestimmt werden soll, möglichst gleichartig sind. Der Schluss selbst behält aber dabei die oben festgestellte allgemeine Form. Wenn wir z. B. aus einer Urne, deren Inhalt uns unbekannt ist, auf 10,000 Ziehungen 8000 Nieten und 2000 Treffer gezogen und dabei jedesmal das gezogene Loos wieder in die Urne zurückgelegt hätten, so würden wir schliessen, dass bei einer abermaligen Ziehung die Wahrscheinlichkeit für eine Niete $\frac{8}{10}$ und für einen Treffer $\frac{2}{10}$ sein werde, gerade so, als wenn wir von vornherein gewusst hätten, dass die Urne auf 10,000 Loose 8000 Nieten und 2000 Treffer enthalte. Freilich würde im letzteren Fall der Schluss eine grössere Wahrscheinlichkeit für sich haben, welcher sich der aus einer blossen Statistik der seitherigen Ziehungen entnommene Schluss erst nach einer sehr grossen Zahl unter den nämlichen Bedingungen angestellter Beobachtungen zu nähern vermag. Doch die Erwägung des verschiedenen Grades der Wahrscheinlichkeit, die wir durch solche Schlüsse erreichen können, gehört nicht mehr zur Untersuchung

*) Man bezeichnet meistens die apriorische als die mathematische Wahrscheinlichkeit. Wir gebrauchen hier die letztere Bezeichnung im Sinne des allgemeineren Gegensatzes zur gemeinen Wahrscheinlichkeitsbestimmung und unterscheiden daher apriorische und empirische Wahrscheinlichkeitsschlüsse als Unterformen der mathematischen.

der Schlussformen, sondern theils in die Wahrscheinlichkeitsrechnung, theils in die erkenntnisstheoretische Erörterung des Begriffes der Wahrscheinlichkeit *).

c. Der Analogieschluss.

Ein Analogieschluss entsteht, wenn aus der nachgewiesenen Uebereinstimmung mehrerer Gegenstände oder Ereignisse in Bezug auf gewisse Eigenschaften oder Bedingungen die Uebereinstimmung der nämlichen Gegenstände oder Ereignisse in Bezug auf andere Eigenschaften oder Bedingungen gefolgert wird. Die einfachste Form des Analogieschlusses besteht demnach darin, dass wir von einem Begriff auf einen andern ihm ähnlichen schliessen, indem wir aus der Aehnlichkeit in einzelnen Beziehungen folgern, dass die beiden Begriffe wahrscheinlich auch in einer oder mehreren anderen Beziehungen sich ähnlich sein werden. So hat man z. B. nach Analogie geschlossen:

Die Erde ist bewohnt.
Der Mars ist der Erde ähnlich in vielen Eigenschaften: er ist ein Planet von bedeutender Grösse, von fester Oberfläche, hat Atmosphäre und Wasser, ähnliche Erwärmungsverhältnisse u. s. w.
Also ist auch der Mars möglicher Weise oder wahrscheinlich bewohnt.

Während diese Folgerung stets eine Vermuthung bleiben musste, verhielt es sich anders bei dem folgenden Analogieschluss:

Der Typhus ist contagiös.
Die Cholera gleicht dem Typhus in manchen Beziehungen: sie ist eine Darmerkrankung, die in Sumpfgegenden oder in schlecht gereinigten, mit schlechtem Wasser versorgten Städten leicht entsteht, ein s. g. Incubationsstadium zeigt u. s. w.
Also ist auch die Cholera wahrscheinlich contagiös.

Die wesentliche Verschiedenheit dieser Schlüsse von dem Wahrscheinlichkeitsschlusse erhellt sofort, wenn wir es versuchen irgend einen derselben in einen solchen überzuführen. Der erste würde dann z. B. die Form annehmen: »die grösseren Planeten mit fester Oberfläche, Atmosphäre und Wasser u. s. w. sind häufiger bewohnt als nicht bewohnt; der Mars ist ein derartiger Planet u. s. w.« Dieser Schluss würde augenscheinlich falsch sein, weil seine obere Prämisse falsch ist. Die Erde ist der einzige Planet, von dem wir wissen, dass er bewohnt ist. Wir können nun zwar von einem Gegenstand auf einen andern nach Analogie schliessen, niemals aber können wir auf einen einzigen Fall einen empirischen Wahrscheinlichkeitsschluss gründen. Die Kriterien, nach denen die Triftigkeit eines Analogieschlusses zu beurtheilen ist, sind daher auch wesentlich andere. Seine Zulässigkeit ist völlig unabhängig von der Zahl der Fälle,

*) Vergl. hierzu Abschn. V. Cap. I.

in denen ein bestimmtes Ereigniss oder eine bestimmte Eigenschaft aufgefunden wurde. Eine einzige Thatsache genügt, um von ihr aus eine Analogie zu ziehen, wenn nur die andere Thatsache, auf welche der Analogieschluss bezogen wird, ein zureichend ähnliches Verhalten darbietet. Die Triftigkeit dieses Schlusses ist dagegen abhängig 1) von den Beziehungen, in welchen die übereinstimmenden Eigenschaften der in Analogie gebrachten Begriffe zu der Thatsache stehen, in Bezug auf welche die Analogie gefolgert wird, und 2) von der Bedingung, dass beide Begriffe sich nicht durch Merkmale unterscheiden, welche der Analogie widersprechen. Neben diesen beiden Bedingungen kommt die Zahl der übereinstimmenden Merkmale nur in sehr untergeordnetem Maasse in Betracht. Obgleich z. B. Erde und Mond ebenfalls eine Reihe ähnlicher Eigenschaften darbieten, so wäre doch der Schluss, dass der Mond muthmasslich bewohnt sei, ein verhältnissmässig schlechter Analogieschluss, weil bei demselben unbeachtet bliebe, dass sich der Mond durch andere Eigenschaften, wie z. B. durch das Fehlen einer Atmosphäre, unterscheidet, die ein Bewohntsein, sofern die Bewohner organische Wesen von ähnlicher Beschaffenheit wie die Erdbewohner sein sollen, ausschliessen. Es gelten also die Regeln, dass 1) in dem Analogieschluss nur diejenigen übereinstimmenden Eigenschaften der analogen Begriffe von Gewicht sind, welche mit der zu erschliessenden Eigenschaft in Beziehung stehen, und dass 2) jede der letzteren widerstreitende Eigenschaft den Analogieschluss unzulässig macht.

Nach seiner Form ist der Analogieschluss gleichfalls eine Unterart des Subsumtionsschlusses. Wir schliessen nämlich:

M hat die Eigenschaft P.
S gleicht dem M in den Eigenschaften a, b, c . . .
Also hat auch S wahrscheinlich die Eigenschaft P.

Der Unterschied von dem exemplificirenden Subsumtionsschlusse liegt darin, dass das Subject S nicht ein specieller Fall von M, sondern ein demselben ähnlicher Fall ist, daher nun auch nur mit einer grösseren oder geringeren Wahrscheinlichkeit geschlossen werden kann, dass ihm das zu M gehörende Prädicat P ebenfalls zukomme. Von dem Wahrscheinlichkeitsschlusse unterscheidet sich diese Form dadurch, dass bei ihr die Gliederung des Mittelbegriffs in der unteren Prämisse und zugleich in einer wesentlich verschiedenen Weise stattfindet, insofern nämlich M Prädicat ist, die Analogieglieder a, b, c . . . aber ebensowohl zum Subject S wie zu M gehören. Wie übrigens in dem gemeinen Wahrscheinlichkeitsschluss nicht selten die obere Prämisse verkürzt wird zu der Form »M ist häufig P«, so kann auch bei den Analogieschlüssen des gewöhnlichen Lebens die Reihe der Analogieglieder unterdrückt werden, und man schliesst nun einfach: M ist P, S gleicht dem M, also hat auch S muthmasslich die Eigenschaft P.

Die untere Prämisse eines vollständigen Analogieschlusses lässt sich stets in zwei Urtheile auflösen, indem man die Analogieglieder a, b, c ..., die wir zusammen durch A bezeichnen wollen, zuerst dem M, dann dem S als Prädicate beilegt. Man hat daher zuweilen, einer Andeutung des Aristoteles folgend, dem Analogieschluss drei Prämissen zugeschrieben (M ist P, M ist A, S ist A)*). Diese Darstellung ist aber desshalb wenig angemessen, weil gerade die Verbindung der Begriffe S und M mittelst des Analogiegliedes A das charakteristische Merkmal des Analogieschlusses ist, welches ganz verschwindet, wenn man aus jenen drei einfachen Urtheilen sofort folgert: S ist P. Vielmehr behält die ursprüngliche Bedeutung des Wortes ἀναλογία, welche dem entspricht, was wir heute als mathematische Proportion bezeichnen, insofern noch jetzt einen guten Sinn, als wir in der That der unteren Prämisse eines Analogieschlusses stets die Form der Proportion geben können S : A = M : A. Bei den gewöhnlichen Analogieschlüssen würde zwar diese Form den Ausdruck schwerfällig machen, und desshalb wählt man sie in der Regel nicht, aber man überzeugt sich leicht, dass sie in Wahrheit der correcteste Ausdruck der Analogie ist. Der Sinn der unteren Prämisse in dem ersten der oben gewählten Beispiele ist offenbar: »Der Mars verhält sich zu den Eigenschaften: bedeutende Grösse, feste Oberfläche, Besitz von Atmosphäre und Wasser, wie sich die Erde verhält zu den gleichen Eigenschaften.« So nimmt denn auch in derartigen Schlüssen, sobald sie auf mathematischem Gebiete vorkommen, die eine der Prämissen stets die Form einer Proportion an. Zugleich werden dann wiederum alle Urtheile zu Gleichungen. Wenn aber in diesen exacten Schlüssen auch die Conclusion die Form einer Gleichung soll annehmen können, so wird es erforderlich in der Prämisse, welche die Analogie enthält, nicht bloss die übereinstimmenden Glieder A der beiden Grössen S und M zu berücksichtigen, sondern auch diejenigen Theile R und T, durch welche sie sich unterscheiden. Dabei können überdies die Grössen A, R und T einfach oder irgendwie zusammengesetzt sein, und das nämliche gilt selbstverständlich von den übrigen Grössen S, M und P. Ein exacter Analogieschluss wird demnach die allgemeine Form haben:

$$\begin{array}{c} M = P, \\ S : AR = M : AT, \\ \hline S = \frac{R}{T} P. \end{array}$$

Dieser Schluss setzt allerdings neben der syllogistischen Verknüpfung der Prämissen noch die Anwendung der algebraischen Operationen voraus, welche sich in besonderen Schlüssen darstellen lassen. Da wir aber bei der Ausführung mathematischer Schlüsse solche immer wiederkehrende Nebenschlüsse ohnehin unterdrücken, so können sie hier, wo es bloss auf

*) Aristoteles, analyt. pr. II. 24. Ueberweg, Logik, 4. Aufl. S. 384.

die Herstellung der dem Analogieschlusse als solchem zukommenden Theile ankommt, um so mehr hinwegbleiben. Bei jedem Exempel der Regel de tri bedienen wir uns nun eines derartigen Analogieschlusses, und auch sonst greift derselbe nicht selten in analytische und geometrische Beweisführungen ein. Freilich wendet man ihn dabei stets in abgekürzter Form an: indem der Obersatz unterdrückt wird, geht die Grösse P an Stelle von M in die untere Prämisse ein, in welcher ausserdem das übereinstimmende Glied A auf beiden Seiten hinwegbleibt, so dass man die einfachere Proportion bildet S : R = P : T, aus welcher dann sofort die Auflösung in Bezug auf S folgt. Gleichwohl kann der Schluss in seiner ausgeführten Gestalt der beiden Prämissen nicht entbehren. In der Ersetzung von M durch P liegt eben die Voraussetzung des Obersatzes M = P, der auf diese Weise sogleich mit in die Proportion hereingezogen wird. Ausserdem aber müssen die Glieder R und T stets, wenn eine Proportion zulässig sein soll, mit einem identischen Factor A multiplicirt gedacht werden können, da R und T nothwendig Grössen von gleicher Art sein müssen, also z. B. Gewichte oder Werthe, die nach derselben Einheit gemessen werden: in allen den Fällen, wo nur die unterscheidenden Glieder in die Proportion eingehen, lässt sich daher A als die stillschweigend hinzugedachte gemeinschaftliche Einheit betrachten.

Der mathematische unterscheidet sich hiernach dadurch von dem gewöhnlichen Analogieschlusse, dass bei ihm die Conclusion ihren problematischen Charakter verliert. Dies ist nothwendig begründet in der Natur der Analogie, welche, sobald sie sich auf Grössenverhältnisse bezieht, die übereinstimmenden und unterscheidenden Elemente der Grössen gleichzeitig berücksichtigen muss. Da nun aber die Grössen, deren Verhältniss gesucht wird, in solchem Falle vollständig bestimmbar sind, so verliert der Analogieschluss den Charakter, den er bei der Anwendung auf qualitativ verschiedene Begriffe besitzt: er folgert nicht mehr von der Uebereinstimmung in bekannten Eigenschaften auf diejenige in einer unbekannten Eigenschaft, sondern er folgert von einem unmittelbar auf ein bloss mittelbar gegebenes Grössenverhältniss. Wenn wir z. B. fragen, wie viel b Gramme einer Waare kosten, wenn a Gramme mit m Mark bezahlt werden, so ist das Verhältniss von a und b unmittelbar, das von m zu dem Preis x der b Gramme aber nur mittelbar in Folge der Voraussetzung gegeben, dass gleiche Gewichte den gleichen Preis haben. Das Verhältniss von x zu b wird nach Analogie des Verhältnisses von m zu a erschlossen. Die nämliche Rolle, die beim gewöhnlichen Analogieschluss die Ermittelung der Beziehungen spielt, welche zwischen den thatsächlich übereinstimmenden Eigenschaften und den nach der Analogie vermutheten stattfinden, kommt hier der Prüfung der Voraussetzung zu, von der die Zulässigkeit der aufgestellten Proportion abhängt. Da nun diese Voraussetzung bei den Grössenproportionen sich meistens darauf beschränkt, dass die in ein Verhältniss gebrachten Grössen auf beiden Seiten aus Einheiten derselben Art bestehen,

so ist eine solche Prüfung hier schnell erledigt, und sie führt sofort zu einer vollkommen bindenden Schlussfolgerung. Nichts desto weniger ist die letztere sowohl nach ihrer Beschaffenheit wie nach den Bedingungen, von denen sie abhängt, durchaus übereinstimmend mit dem gewöhnlichen Analogieschlusse; sie bildet gewissermassen nur den Grenzfall, wo vermöge der Einfachheit der Bedingungen der Grössenvergleichung der Schluss von dem unmittelbar gegebenen auf das nach Analogie zu bestimmende Verhältniss vollkommen bindende Kraft gewinnt. Der gewöhnliche Analogieschluss könnte daher auch als die qualitative, der mathematische als die quantitative Form bezeichnet werden. Diese Benennung dürfte in der That schon desshalb die angemessenere sein, weil auch auf mathematischem Gebiete qualitative Analogieschlüsse vorkommen. Nicht selten gehen dieselben bei Reihenentwicklungen, bei der Beurtheilung ob eine arithmetische Reihe convergent sei oder nicht u. dergl. quantitativen Analogieschlüssen oder andern strengeren Beweismethoden voran. Wenn man z. B. findet, dass

$$3 \,.\, 1^2 = 1 + 1^2 + 1^3,$$
$$3 \,.\, (1^2 + 2^2) = 1 + 2 + 2^2 + 2^3$$

ist, und daraus nun sofort folgert, es werde auch sein

$$3 \,.\, (1^2 + 2^2 + 3^2) = 1 + 2 + 3 + 3^2 + 3^3$$

u. s. w., so ist dies offenbar ein Analogieschluss, der zunächst nur auf den qualitativen Eindruck der Reihen sich gründet. Aehnlich wird man selbst die erste Auffindung des binomischen Satzes auf einen qualitativen Analogieschluss zurückführen können. Als Newton durch Ausmultipliciren die Binomien $(a + b)^2$, $(a + b)^3$, $(a + b)^4$ in Reihen entwickelt hatte, erschloss er die allgemeine Formel

$$(a + b)^n = a^n + n\, a^{n-1} b + \frac{n\,(n-1)}{1 \,.\, 2} a^{n-2} b^2 + \ldots + n\, a\, b^{n-1} + b^n$$

sofort aus dem qualitativen Eindruck, welchen die für einfachere Potenzen berechneten Reihen hervorbrachten. Es liesse sich ganz gut denken, dass Jemand einen solchen Analogieschluss ausführte, ohne von der Bedeutung der Zahl- und Buchstabensymbole eine Ahnung zu haben, bloss auf die Kenntniss hin, dass man die Zeichen 1, 2, 3, 4 . . . n in dieser Ordnung auf einander folgen lasse. Der qualitative wurde aber in einen quantitativen Analogieschluss verwandelt, als Bernoulli den Beweis lieferte, dass bis zu einer um eine Einheit grösseren Potenz n + 1 die Reihe nach dem nämlichen Gesetz wie bis zu einer Potenz n fortschreitet, denn da n beliebig genommen werden darf, so folgt nun strenge, dass die Reihe bei keiner irgend denkbaren Zahl einem andern Gesetze folgen kann. Mit Unrecht ist dieser Schluss von der Potenz n auf die Potenz n + 1 von den Mathematikern als die Bernoulli'sche Induction bezeichnet worden. Vielmehr ist derselbe ein quantitativer Analogieschluss, welchem, wie jedem Schluss der Regel de tri, die Voraussetzung des stetigen Fortschrittes der

Zahlenreihe zu Grunde liegt. Gewiss hat diese Voraussetzung schon Newton im allgemeinen vorgeschwebt, aber erst durch den Bernoulli'schen Beweis hat sie einen präcisen Ausdruck erhalten. Sie selbst ist übrigens nicht zu beweisen sondern ein allgemeines arithmetisches Axiom. Eben wegen dieses axiomatischen Charakters der Voraussetzung, auf welche sich der Schluss gründet, ist derselbe keine Induction sondern eine exacte Analogie. Nie kann sich eine Induction auf einen einzigen Fall gründen, wie der Bernoulli'sche Schluss, der an seiner Sicherheit nichts gewinnt, wenn man nachweist, dass er für eine Reihe von Potenzen, wie $(a + b)^2$, $(a + b)^3$, $(a + b)^4$, wirklich zutrifft, denn dieser Nachweis ist ja schon anticipirt, indem gezeigt wurde, dass das Gesetz allgemein für zwei Potenzen $(a + b)^n$ und $(a + b)^{n+1}$ gültig ist.

Hieraus ist ersichtlich, dass die Gewissheit, die der quantitative vor dem qualitativen Analogieschluss voraus hat, nicht in der Beschaffenheit des Schlusses selbst, sondern allein in der ausnahmslosen Gültigkeit der mathematischen Gesetze begründet ist, unter deren Voraussetzung er vollzogen wird. Auch der qualitative Analogieschluss würde seinen problematischen Charakter verlieren, wenn die übereinstimmenden Thatsachen, aus denen wir schliessen, mit dem zu folgernden Satze in einer unveräusserlichen causalen Verbindung ständen. Nun überzeugt uns aber von einer solchen nur die wiederholte Erfahrung. Sobald daher in diesen Fällen der Schluss seinen problematischen Charakter verliert, hört er zugleich auf ein Analogieschluss zu sein: wir folgern auf Grund eines durch Induction festgestellten allgemeinen Gesetzes in der Form eines gewöhnlichen Subsumtionsschlusses. Wer z. B. beim Anblick eines Kunstwerkes voraussetzt, dass es von menschlicher Hand geschaffen sei, folgert vermöge eines durch unzählige Erfahrungen festgestellten Satzes. Wäre ihm durch Mittheilung Anderer oder eigene Beobachtung bis dahin etwa nur die Entstehungsart eines einzigen derartigen Gegenstandes oder einer kleineren Zahl solcher bekannt geworden, so würde er nur nach Analogie schliessen können, aber der Schluss würde auch problematisch bleiben.

Diese Betrachtungen zeigen zugleich, dass der Analogieschluss ohne scharfe Grenze in den auf Induction gegründeten Subsumtionsschluss übergeht. Dies liegt in der Natur der Analogie. Wenn wir viele Gegenstände kennen lernen, die dem Begriff M zugehören, und bei ihnen allen übereinstimmende Eigenschaften mit S nachweisen können, so werden wir allmälig einer Grenze uns nähern, wo die Prämisse »S gleicht M« übergeht in die andere: »S ist M«. Damit ist aber auch der Analogieschluss zu einem exemplificirenden Subsumtionsschluss geworden. Als Keppler, nachdem er mit der Untersuchung der Marsbewegungen zu Ende gekommen war, schloss, dass alle andern Planeten den nämlichen Bewegungsgesetzen folgen, vollzog er zunächst einen Analogieschluss, der sofort, nachdem einige Messungen eine Uebereinstimmung mit der Voraussetzung ergeben hatten, einen quantitativen Charakter annahm und daher auch die Sicher-

heit des quantitativen Analogieschlusses erreichte. Wenn wir dagegen heute, nachdem die Keppler'schen und Newton'schen Gesetze durch eine sehr umfassende Induction festgestellt sind, bei der Entdeckung eines neuen Planeten sofort folgern, dass die Bewegungen desselben übereinstimmenden Gesetzen unterworfen seien, so vollziehen wir einen Subsumtionsschluss: wir folgern nicht von einem oder einigen Fällen auf andere ihnen ähnliche, sondern aus einem allgemeinen Gesetz auf einen speciellen Fall. Anderseits bleibt der Bernoulli'sche Schluss von der Potenz n auf n + 1, auch wenn man zu seiner Verdeutlichung einige Binomien ausrechnet, ein Analogieschluss, weil diese Anwendungen im Vergleich zu den überhaupt möglichen Potenzen immer nur eine verschwindende Zahl von Fällen umfassen und daher für die Gewissheit, die der binomische Satz besitzt, ebenso unwesentlich sind wie die wiederholte Ausrechnung eines Exempels der Regel de tri für die Sicherheit des Resultats, vorausgesetzt dass man richtig gerechnet hat.

III. Die Bedingungs- und Begründungsschlüsse.

Die sämmtlichen Formen der Abhängigkeitsurtheile, die wir im Cap. II des vorigen Abschnitts kennen lernten, können in Schlüsse eingehen. Wenn aber schon unter den verschiedenen hierher gehörigen Urtheilsformen eine, nämlich diejenige der Bedingungsurtheile, alle anderen an Allgemeinheit überragt, insofern auch die Raum- und Zeitbeziehungen als Arten der Bedingung aufgefasst werden können, so bestimmt bei den Schlussfolgerungen noch ein weiterer Grund die Bevorzugung der Bedingungsform. Da nämlich jeder Schluss eine Verbindung nach Grund und Folge enthält, so bietet sich ein durch die Conjunctionen »wenn« oder »weil« eingeleitetes Bedingungsurtheil überall da als die angemessene Form zur Einkleidung einer Schlussfolgerung dar, wo wir die Conclusion mit ihren beiden Prämissen oder mit einer derselben in ein einziges Urtheil zusammenfassen. Wird daher weiterhin irgend ein Abhängigkeitsurtheil zur Prämisse eines Schlusses, so überträgt sich auf dasselbe leicht jener Charakter der Bedingung, welcher der Schlussverbindung im Ganzen zukommt, und es erscheint jetzt jene Prämisse als eine ursprünglichere Bedingung, welche der im Schlusse formulirten abgeleiteten vorausgehen muss. In der That hat sehr häufig das Bedingungsurtheil, das als Prämisse verwendet wird, selbst schon die Bedeutung eines Schlusses, in welchem nur meistens die eine der Unterprämissen als selbstverständlich hinweggelassen ist. Denn es liegt im Wesen des Schlusses als einer von der Bedingung zur Folge fortschreitenden Gedankenform, dass zu den Voraussetzungen desselben häufig solche Urtheile gehören, die selbst schon Bedingungen enthalten, während anderseits Raum- und Zeitbeziehungen und einigermassen selbst Beschaffenheits- und Zweckurtheile dem Ausdruck thatsächlicher Verhältnisse dienen, die zur Anknüpfung von Schlussfolgerungen nicht leicht Anlass geben. Immerhin muss der Classe der Bedin-

gungsschlüsse, wenn sie alle hierher gehörigen Verbindungen, die von logischer Wichtigkeit sind, umfassen soll, ein etwas weiterer Umfang gegeben werden, als dies bei der gewöhnlichen Unterscheidung der hypothetischen Schlussform zu geschehen pflegt. Diese letztere entspricht nämlich nur jenen Bedingungsschlüssen im engeren Sinne, in denen der Ausdruck der logischen Bedingung vorkommt. Neben ihnen sind aber die Begründungsschlüsse, in denen die Bedingung als eine causale gedacht wird, von besonderer Wichtigkeit. Die Conjunctionen wenn und weil, welche der Unterscheidung dieser verschiedenen Bedingungsformen dienen, können zwar unter Umständen mit einander vertauscht werden, immer aber wird dadurch zugleich die Bedeutung der Urtheile und Schlüsse verändert. Uebrigens sind für die logische und für die causale Form die nämlichen Normen des Schliessens giltig, daher wir auch beide ungetrennt behandeln und unter dem allgemeineren Ausdruck der Bedingungsschlüsse, wo er ohne weiteren Zusatz gebraucht wird, die Begründungsschlüsse mit verstehen werden.

Der Bedingungsschluss in diesem weiteren Sinne kann im allgemeinen einen doppelten Zweck haben. Er kann dazu dienen 1) eine feststehende logische oder causale Bedingung auf einen einzelnen Fall anzuwenden, oder 2) aus einer Mehrzahl logischer oder causaler Bedingungen eine neue Bedingung herzuleiten. Hieraus entspringen zwei Formen des Schliessens, von denen man die erste ihrer logischen Bedeutung nach als die des verificirenden, die zweite als die des subsumirenden Bedingungsschlusses bezeichnen kann. Denn während dort die Function des Schlusses darin besteht, die Annahme eines Abhängigkeitsverhältnisses für einen bestimmten Fall zu bestätigen oder zu widerlegen, wird hier mittelst der Unterordnung unter gegebene Bedingungsverhältnisse, die als feststehend gelten, ein neues abgeleitet.

a. Der verificirende Bedingungsschluss und die disjunctiven Schlüsse.

Wenn die Frage entsteht, ob ein gewisses Verhältniss logischer Begründung oder causaler Abhängigkeit wirklich Platz greife, so kann in doppelter Weise auf diese Frage die Antwort gesucht werden. Man kann entweder 1) ermitteln, ob die vorausgesetzte Bedingung stattfinde, worauf dann auch die Folge anzunehmen ist, oder man kann umgekehrt 2) prüfen, ob die Folge gegeben sei, worauf dann, je nach dem Verhältniss, das zwischen Grund und Folge besteht, entweder mit Gewissheit oder mit Wahrscheinlichkeit auf das Stattfinden der vorausgesetzten Bedingung zurückzuschliessen ist. In beiden Fällen ist ein positiver und ein negativer Schluss möglich: der positive bestätigt das Stattfinden der Folge oder, sei es apodiktisch, sei es problematisch, dasjenige der Bedingung; der negative widerlegt die Nothwendigkeit der Annahme der einen oder der andern.

Der naturgemässe Verlauf eines derartigen Schlusses wird es aber sein, dass zunächst die obere Prämisse das allgemeine Abhängigkeitsverhältniss, um dessen Anwendung es sich handelt, ausspricht, worauf die untere hervorhebt, dass entweder allgemein oder in einem bestimmten einzelnen Fall die Bedingung oder ihre Folge wirklich stattfinde oder nicht stattfinde, und dann der Schlusssatz feststellt, dass demnach auch die Folge oder die Bedingung zutreffen oder nicht zutreffen werde. Es sind also die folgenden zwei Schlussweisen möglich:

1) vom Grund auf die Folge:	2) von der Folge auf den Grund:
Wenn A B ist, so ist C D,	Wenn A B ist, so ist C D,
A ist B,	C ist D,
also ist C D.	also ist wahrscheinlich (oder gewiss) A B.

Bei der negativen Form ist die untere Prämisse und der Schlusssatz verneinend. Derartige Schlüsse sind, weil in ihnen nur der Obersatz ein Bedingungsurtheil ist, von den Logikern gemischte hypothetische Schlüsse genannt worden. Da jedoch dieser Name nur auf die äussere Beschaffenheit der den Schluss constituirenden Urtheile geht, so ist er offenbar wenig zweckmässig. Ausserdem hat man nur den Schluss vom Grund auf die Folge als eine gültige Schlussnorm zugelassen. In der That gestattet der Schluss von der Folge auf den Grund in der Regel nur einen problematischen Schlusssatz. Nichts desto weniger bedienen wir uns sehr häufig dieser Schlussart, nicht bloss im practischen Leben, sondern auch in der Wissenschaft. Unzähligemal ist uns nur eine bestimmte Folge gegeben, und unser Bedürfniss zu gegebenen Thatsachen die Gründe zu finden treibt uns an, eine bestimmte logische oder causale Bedingung zu statuiren, sobald sie nur nach andern Erfahrungen als zugehörig zu der nämlichen Folge angesehen werden kann. In der That hat dieser Schluss in dem einen Fall apodiktische Sicherheit, wenn die betreffende Bedingung die einzige ist, aus welcher möglicher Weise die Folge entspringen kann. Die Probe hierauf besteht immer darin, dass Bedingung und Folge mit einander vertauscht werden können: dies ist aber das Merkmal, wodurch sich das Urtheil der Wechselbestimmung von dem der einseitigen Abhängigkeit unterscheidet (S. 214, 245). Der Schluss von der Folge auf den Grund hat daher schon desshalb einen gewissen logischen Werth, weil er zu der Untersuchung darüber antreibt, welches dieser beiden Verhältnisse anzunehmen sei. Im Falle einer einfachen Abhängigkeit ist natürlich die Conclusion nur problematisch, so lange nicht eine auf anderem Wege gefundene Bestätigung gezeigt hat, dass die angenommene Bedingung die wirklich stattfindende sei. Für den Schluss vom Grund auf die Folge gelten alle diese Beschränkungen nicht. Sobald das Bedingungsurtheil richtig ist, das die erste Prämisse aufstellt, so wird durch das Stattfinden der Bedingung auch das der Folge mit Gewissheit dargethan. So schliessen wir:

Wenn Dreiecke gleiche Höhe und gleiche Grundlinie haben, so haben sie gleichen Flächeninhalt.
Die Dreiecke, in welche ein Parallelogramm durch die Diagonale zerlegt wird, haben gleiche Höhe und Grundlinie.
Also haben diese Dreiecke auch gleichen Flächeninhalt.

Aber man würde natürlich nicht umgekehrt daraus, dass zwei Dreiecke von gleichem Flächeninhalt sind, schliessen können, dass sie gleiche Höhe und Grundlinie haben. Dagegen war es ein vollkommen bündiger Schluss, als man folgerte:

Wenn sich die Erde um ihre Axe dreht, so müssen fallende Körper von der Lothlinie abweichen.
Nun weichen (wie das Experiment lehrt) die fallenden Körper von der Lothlinie ab.
Also muss sich die Erde um ihre Axe drehen.

In vielen andern Fällen besitzt jedoch ein derartiger Schluss nur eine problematische Sicherheit. So hat bei der Aufstellung der Emanationstheorie der folgende Schluss mitgewirkt:

Wenn das Licht ein von den leuchtenden Körpern ausstrahlender Stoff ist, so bedarf es Zeit zu seiner Fortpflanzung.
Nun bedarf es (wie zuerst gewisse astronomische Beobachtungen gezeigt haben) Zeit zu seiner Fortpflanzung.
Also ist es muthmasslich ein von den leuchtenden Körpern ausstrahlender Stoff.

Hier ist der Schluss nicht bindend, weil die Bewegung eines Stoffes offenbar nicht die einzige Bedingung ist, unter welcher die Fortpflanzung einer Kraft Zeit beansprucht, sondern die nämliche Folge kann auch bei der Fortpflanzung einer Bewegung durch ein den Weltraum erfüllendes Medium stattfinden, wie es die Undulationstheorie voraussetzt. Gleichwohl ist auch in solchen Fällen der Schluss von der Folge auf den Grund nicht unzulässig, wie dies schon die grosse Bedeutung beweist, die derselbe in der Wissenschaft gehabt hat. Nur muss man sich freilich bewusst bleiben, dass er höchstens eine gewisse Wahrscheinlichkeit für die Voraussetzungen liefert, keine Gewissheit. In wie geringem Grade die herkömmliche Logik auf die wissenschaftliche Function der Schlussformen Rücksicht nimmt, geht übrigens wieder daraus hervor, dass sie von den beiden Formen des verificirenden Bedingungsschlusses nur jene beachtet, deren thatsächliche Bedeutung zweifellos die geringere ist. Für die logische Form der Conclusion gilt aber allerdings die Regel, dass nur der Schluss vom Grund auf die Folge unter allen Umständen apodiktisch ist, möge das im Obersatz ausgedrückte Verhältniss ein solches der Wechselbestimmung sein oder auch eine bloss einseitige Abhängigkeit enthalten, während der Schluss von der Folge auf den Grund nur im Falle der Wechselbe-

stimmung apodiktisch, sonst aber bloss problematisch wird. Unter Anwendung der früher benützten Symbole lassen sich daher, wenn wir die problematische Conclusion durch das Zeichen ? andeuten, die verificirenden Bedingungsschlüsse durch folgende Formeln darstellen:

$$\begin{array}{l} (A \leqq B) \; {}^{\mp}_{\rceil} \; (C \leqq D), \\ A \leqq B, \\ \hline C \leqq D. \end{array} \qquad \begin{array}{l} (A \leqq B) \mp (C \leqq D), \\ C \leqq D, \\ \hline A \leqq B. \end{array} \qquad \begin{array}{l} (A \leqq B) \rceil (C \leqq D), \\ C \leqq D, \\ \hline A \leqq B \, ? \end{array}$$

Als Specialfälle dieser Schlussformen haben wir schliesslich noch zwei zu erwähnen. Erstens kann das Bedingungsurtheil der oberen Prämisse von solcher Beschaffenheit sein, dass die beiden Unterurtheile ein gemeinsames Subject haben. Von dieser Form »wenn A B ist, so ist es zugleich C« $[(A \leqq B) \rceil (A \leqq C)]$ ist z. B. der Obersatz in dem ersten der obigen Beispiele (»wenn Dreiecke« u. s. w.). Zweitens ist die untere Prämisse häufig nicht eine blosse Wiederholung von einem der Unterurtheile des Obersatzes, sondern ein Specialfall dieses Unterurtheils und unterscheidet sich also von dem letzteren durch den beschränkteren Umfang des Subjectbegriffs. Der Untersatz lautet nun: »ein einzelnes (zu A gehöriges) A′ ist B« oder »ein einzelnes C′ ist D«, worauf dann natürlich auch die Folgerung nur für diesen speciellen Fall stattfinden kann. So gilt in dem ersten der obigen Beispiele die obere Prämisse für Dreiecke überhaupt, während die untere speciell diejenigen Dreiecke heraushebt, welche durch die Theilung eines Parallelogramms entstehen. Aber auch da, wo sich nicht, wie im angegebenen Beispiel, beide Begriffe geradezu wie Art und Gattung zu einander verhalten, pflegt ein bestimmter Zusatz zur unteren Prämisse deren Aufstellung zu motiviren. Dieser Zusatz hat durchweg die Bedeutung, dass er jene Aufstellung auf einzelne thatsächliche Erfahrungen zurückführt. Letzteres trifft immer dann zu, wenn der verificirende Schluss seine wichtigste und häufigste Function erfüllt, allgemeine Voraussetzungen durch den Hinweis auf einzelne Thatsachen zu bestätigen oder zu widerlegen. Wenn wir z. B. durch die Abweichung fallender Körper von der Lothlinie die Annahme der Axendrehung der Erde bestätigen, so enthält der Obersatz jene Abweichung bloss als allgemeine Voraussetzung, der Untersatz aber kann ihr wirkliches Stattfinden überzeugend nur aussprechen, indem er zugleich auf die Versuche hinweist, welche dasselbe gezeigt haben.

Aus jener vereinfachten Form des Bedingungsschlusses, bei der die obere Prämisse in ihren beiden Unterurtheilen nur einen Subjectbegriff enthält, geht durch die Einführung der Negation unmittelbar eine anscheinend neue Form, die des alternativen Schlusses hervor. Setzen wir nämlich statt des positiven Bedingungsurtheiles »wenn A B ist, so ist es zugleich C« die negative Form »wenn A B ist, so ist es nicht C«,

so begründet der Untersatz »ein einzelnes (zu A gehöriges) A' ist B« die Conclusion »A' ist nicht C«. Lautet dagegen die obere Prämisse: »wenn A nicht B ist, so ist es C«, so begründet der negative Untersatz »ein einzelnes A' ist nicht B« die Conclusion »A' ist C«. Nun können wir den Inhalt der beiden Prämissen »wenn A B ist, so ist es nicht C« und »wenn A nicht B ist, so ist es C« durch das alternative Urtheil ausdrücken: »A ist entweder B oder C«. Dieses giebt demnach, als Obersatz gewählt, Veranlassung zu den beiden Schlussformen:

A ist entweder B oder C.	A ist entweder B oder C.
A' ist B.	A' ist nicht B.
Also ist A' nicht C.	Also ist A' C.

Bei diesen Schlussformen wird anscheinend aus lauter positiven Prämissen ein negativer, und umgekehrt aus Prämissen, von denen die eine negativ ist, ein positiver Schluss gefolgert, wesshalb auch die Logiker die erste Form als den modus ponendo tollens und die zweite als den modus tollendo ponens bezeichnet haben. Die Ausnahme wird aber zu einer bloss scheinbaren, wenn man erwägt, dass im ersten Fall der alternative Obersatz das Bedingungsurtheil vertritt »wenn A B ist, so ist es nicht C«, aus welchem die Negation in den Schlusssatz übergeht, und dass er im zweiten Fall für das Bedingungsurtheil steht »wenn A nicht B ist, so ist es C«, dessen negativer Bedingungssatz durch den ihm gleichen negativen Untersatz aufgehoben wird.

Es steht nun nichts im Wege, eine ähnliche Schlussweise auch dann anzuwenden, wenn der Begriff A in eine grössere Zahl von Gliedern zerlegt werden kann. Hierdurch entstehen die allgemeineren Formen des disjunctiven Schlusses:

A ist entweder B oder C oder D . . .	A ist entweder B oder C oder D . . .
A' ist B.	A' ist weder C noch D . . .
Also ist A' weder C noch D . . .	Also ist A' B.

So schliessen wir etwa nach dem modus tollendo ponens und alternativ:

Alle Gebirge sind entweder durch vulkanische Erhebung oder durch horizontale Faltung der Erdoberfläche entstanden.
Die Alpen sind nicht vulkanischen Ursprungs.
Also sind sie durch horizontale Faltung der Erdoberfläche entstanden.

Oder nach dem modus ponendo tollens und disjunctiv:

Die Kometenbahnen sind entweder Ellipsen oder Parabeln oder Hyperbeln.
Die Bahn eines wiederkehrenden Kometen kann weder eine Parabel noch eine Hyperbel sein.
Also ist sie eine Ellipse.

Bei dem positiven Schlusse werden demnach gewisse Aussagen, die über einen Begriff A′ vermöge seiner allgemeinen Beschaffenheit A gemacht werden könnten, mittelst der nachgewiesenen Beziehung desselben zu einem bestimmten Begriffe B als unmöglich zurückgewiesen. Bei dem negativen wird umgekehrt durch die Wegräumung anderer möglicher Beziehungen die Verbindung von A′ mit dem Begriff B erst gewonnen. In beiden Fällen ist also die Schlussweise eine indirecte. Der modus tollendo ponens ist aber im allgemeinen die fruchtbarere Schlussform, da wir nicht selten in die Lage kommen einen Satz erst durch Ausschliessung anderer zu gewinnen, während es von verhältnissmässig untergeordneter Bedeutung ist, wenn diese Ausschliessung selbst in Folge der Feststellung einer positiven Beziehung sich ergiebt. Uebrigens schliesst auch hier, ähnlich wie beim Subsumtionsschlusse, dem diese indirecten Folgerungen logisch verwandt sind, die untere Prämisse immer nebengehende Denkacte ein, die ein constructives Verfahren oder irgend welche Thatsachen der Beobachtung enthalten, auf welche die Urtheile »A′ ist B« oder »A′ ist weder C noch D . . .« sich stützen.

b. Der subsumirende Bedingungsschluss.

Indem der subsumirende Bedingungsschluss aus gegebenen Bedingungen eine neue ableitet, ist er seiner logischen Bedeutung wie seiner Form nach dem gewöhnlichen Subsumtionsschluss verwandt. Gleich diesem enthält er eine Unterordnung, die aber bei ihm durch den Charakter der Bedingung modificirt wird. Hiernach findet derselbe in solchen Fällen seine Anwendung, wo aus einem gegebenen, durch Beobachtung oder Schlussfolgerung festgestellten Verhältniss von Bedingung und Folge ein neues Abhängigkeitsverhältniss erschlossen wird, in welchem mit der nämlichen Bedingung eine andere Folge verbunden ist. Ein derartiger Schluss hat die Form:

	Symbolisch ausgedrückt:
Wenn A B ist, so ist M N.	$(A \leqq B) \rceil (M \leqq N)$,
Wenn M N ist, so ist C D.	$(M \leqq N) \rceil (C \leqq D)$,
Also wenn A B ist, so ist C D.	$\overline{(A \leqq B) \rceil (C \leqq D)}$.

Dabei kann unter Umständen statt des Zeichens $\rceil$ auch das symmetrische $\mp$ anwendbar sein, welches aber nur, wenn es in beiden Prämissen steht, auch im Schlusssatze wiederkehrt.

Einfache Beispiele solcher Bedingungsschlüsse sind die folgenden:

Wenn sich ein Pendel erwärmt, so verlängert sich dasselbe.
Wenn es sich verlängert, so verlangsamt sich seine Schwingungsdauer.
Also wenn sich ein Pendel erwärmt, so verlangsamt sich seine Schwingungsdauer.

Wenn sich die Erde bewegt, so muss das Licht der Fixsterne (vermöge der s. g. Aberration) in der Richtung der Bewegung der Erde abgelenkt erscheinen.

Wenn das Fixsternlicht eine derartige Ablenkung erfährt, so müssen die Fixsterne eine scheinbare jährliche Bahn am Himmel beschreiben.

Also müssen, wenn sich die Erde bewegt, die Fixsterne eine scheinbare jährliche Bahn am Himmel beschreiben.

In ihrer äusseren Form sind diese Schlüsse dem classificirenden Subsumtionsschlusse verwandt, aber sie dienen nicht der Unterordnung von Begriffen unter andere Begriffe, sondern der Zurückführung von Urtheilen auf andere Urtheile. Wir bedienen uns einer solchen Subsumtion, theils wenn wir die unmittelbare Folge einer gegebenen Bedingung benützen wollen, um eine weitere Folge daraus abzuleiten, theils aber auch, wenn die aufgestellte Bedingung selbst erst durch die daran geknüpften Folgesätze als wirklich stattfindend erwiesen werden soll. In dem ersten der obigen Beispiele ist offenbar das erstere der Fall: die Erwärmung des Pendels ist thatsächlich gegeben, und man folgert nun aus ihr zunächst die Verlängerung und dann aus dieser die Schwingungsabnahme, die möglicher Weise beide durch Messung verificirt werden können. In dem zweiten Beispiel dagegen hat der Schluss den Zweck nachzuweisen, dass die in der ersten Prämisse ausgesprochene Bedingung, die Bewegung der Erde, thatsächlich stattfinde; dazu werden zwei Folgesätze benützt, weil der nächste, die Aberration, erst durch den weiteren, die durch die Aberration erzeugte scheinbare Bewegung am Himmel, nachzuweisen ist. In beiden Fällen, ob es sich nun um die Ableitung mehrerer Folgerungen aus einer gegebenen Bedingung oder um die Bestätigung einer solchen durch die aus ihr entwickelten Folgerungen handeln möge, ist es offenbar das angemessene, dass der Schluss mit der ursprünglichen Bedingung beginnt und von ihr aus zuerst zur näheren und dann zur entfernteren Folge fortschreitet. Dabei ist dann die nähere Folge zugleich Bedingung für die entferntere, so dass das Unterurtheil, das sie enthält, und das dem Mittelbegriff im gewöhnlichen Subsumtionsschlusse entspricht, in der ersten Prämisse als Nachsatz und in der zweiten als Vordersatz auftritt.

IV. Die Beziehungsschlüsse.

Als Beziehungsschlüsse bezeichnen wir solche Urtheilsverbindungen, bei denen ein völlig bestimmter Schluss aus dem Verhältniss der übrigen Begriffe zum Mittelbegriff nicht sich ergiebt, sondern nur die Folgerung zulässig ist, dass zwischen den in der Conclusion verbundenen Begriffen irgend eine Beziehung bestehe. Während also der Schlusssatz der Identitäts- und Subsumtionsschlüsse eine fest bestimmte Relation, nämlich wieder ein Verhältniss der Identität oder Subsumtion, enthält, bleibt bei dem

Beziehungsschlusse die nähere Form dieses Verhältnisses unbestimmt, indem bald ein Identitäts- oder Subsumtionsverhältniss, bald irgend ein anderes, ein solches der Coordination, der Kreuzung oder Abhängigkeit der Begriffe, als das für die Conclusion passende sich ergeben kann. Immer aber bleibt die Entscheidung darüber, welche Relation die zulässige sei, einer nachträglichen Prüfung des Schlusssatzes vorbehalten, sie wird nicht durch den Schluss selbst schon herbeigeführt. Die nächste logische Formulirung des Schlusssatzes ist daher die der Relation überhaupt: S und P stehen in irgend einer Beziehung ($S \frown P$).

Hiernach können die Beziehungsschlüsse auch als mehrdeutige Schlüsse bezeichnet werden, und ihr Gebiet ist ebenso weit, als es ausserhalb der eindeutigen Schlussformen noch Combinationen von Prämissen giebt, welche den Schluss auf irgend ein Verhältniss zwischen verschiedenen Begriffen zulassen. Mit Ausnahme der Identitätsurtheile, die nothwendig immer eindeutige Schlussfolgerungen begründen, können daher auch Urtheile jeder Art als Prämissen in diese Schlüsse eingehen. Doch gestatten allerdings nicht alle möglichen Verbindungen beliebiger Urtheile, denen ein Begriff gemeinsam zukommt, einen Beziehungsschluss, sondern es giebt auch solche Combinationen, bei denen überhaupt kein Schluss auf irgend ein Verhältniss zulässig ist. Wird schon hierdurch die Zahl der möglichen Schlüsse dieser Art wesentlich eingeschränkt, so lässt sich das Gebiet der wissenschaftlich werthvolleren noch weit mehr begrenzen. In der Entwicklung des Wissens sehen wir nämlich den Beziehungsschluss hauptsächlich zwei Functionen übernehmen: die erste besteht in der Bildung von Art- und Gattungsbegriffen vermittelst der Feststellung gleicher und unterscheidender Merkmale der Gegenstände, die zweite in der Entwicklung allgemeiner Regeln durch Verbindung übereinstimmender und Ausscheidung nicht übereinstimmender Fälle. Die Beziehungsschlüsse zerfallen demnach in zwei Formen. Wir wollen die erste Form als die des Vergleichungsschlusses, die zweite, da es sich bei ihr stets um eine Verbindung einzelner Fälle handelt, als die des Verbindungsschlusses bezeichnen. Die erste dieser Formen ist die Vorbedingung des classificirenden Subsumtionsschlusses, welcher erst dann angewandt werden kann, wenn zuvor Art- und Gattungsbegriffe mit ihren Merkmalen durch Vergleichung gewonnen worden sind; die zweite Form geht dem exemplificirenden Subsumtionsschlusse voraus, da einzelne Thatsachen zu allgemeinen Regeln verbunden sein müssen, bevor diese wieder auf einzelne Thatsachen angewandt, mittelst derselben geprüft oder durch sie verdeutlicht werden können. Uebrigens haben beide Formen dies gemein, dass zu einer fruchtbaren Verwendung derselben immer die Combination vieler Schlüsse erfordert wird. Die Verbindung mehrerer Schlüsse zu Schlussketten und Beweisen spielt daher vor allem bei den Beziehungsschlüssen eine wichtige Rolle. Schon bei dem einzelnen Schlusse ist dies daran zu erkennen, dass bei ihm die Urtheile, aus denen er besteht, viel häufiger noch als bei den eindeu-

tigen Schlussweisen die coordinirende Form besitzen, indem entweder das Subject oder das Prädicat aus mehreren additiv verbundenen Gliedern gebildet ist. Auch hier ist es der Mittelbegriff, der eine solche Zerlegung zu erfahren pflegt.

a. Der Vergleichungsschluss.

Der Vergleichungsschluss dient der Begriffbildung theils in positiver, theils in negativer Weise; er combinirt 1) solche Gegenstände, die hervortretende Merkmale gemein haben, und er unterscheidet 2) solche Gegenstände, von denen der eine die hervortretenden Merkmale theilweise oder sämmtlich nicht besitzt, die dem andern eigenthümlich sind. Der Schluss ist daher in seiner positiven Form ein Uebereinstimmungs-, in seiner negativen ein Unterscheidungsschluss. Ihre einfachste Gestalt nehmen diese Schlüsse dann an, wenn nur ein einziges Merkmal M zur Feststellung der Uebereinstimmung oder des Unterschieds zwischen zwei Begriffen A und B benutzt wird. Dann lauten die Schlüsse:

A hat das Merkmal M.
B hat das Merkmal M.
Also haben A und B ein übereinstimmendes Merkmal.

A hat das Merkmal M.
B hat nicht das Merkmal M.
Also haben A und B ein unterscheidendes Merkmal.

Das übereinstimmende oder unterscheidende Merkmal ist demnach der Mittelbegriff. Die Reihenfolge der Prämissen ist aber offenbar vollkommen gleichgültig, und ebenso ist es gleichgültig, ob man in der Conclusion A zum Subject und B zum Prädicat macht oder umgekehrt, oder aber ob man, wie oben, beide in das Subject nimmt und bloss ihre Uebereinstimmung oder Verschiedenheit prädicirt. Ebendesshalb ist es auch nicht passend, in einem solchen Schlusse denjenigen Begriff, der im Schlusssatze zufällig Subject ist, durch das Symbol S und den andern durch P zu bezeichnen. Die unbestimmteren Zeichen A und B deuten dagegen sogleich an, dass es gleichgültig ist, welche Stellung man den Begriffen A und B giebt, woraus dann sofort folgt, dass auch die Stellung der Prämissen gleichgültig ist. Dies verhält sich ganz anders bei dem Subsumtionsschlusse, in welchem der mit S bezeichnete Begriff sowohl in den Prämissen wie im Schlusssatze nur Subject und der mit P bezeichnete nur Prädicat sein kann.

In weitaus den meisten Fällen, und namentlich bei den positiven Vergleichungsschlüssen, ist es jedoch ungenügend, wenn nur ein einziges übereinstimmendes oder unterscheidendes Merkmal festgestellt wird, sondern es zerlegt sich in beiden Prämissen der Mittelbegriff in eine Mehrzahl von Merkmalen. Es entstehen also die beiden Formen:

A hat die Merkmale M_1, M_2, M_3 . . .
B hat die Merkmale M_1, M_2, M_3 . . .
Also stimmen A und B überein.

A hat die Merkmale M_1, M_2, M_3 . . .
B hat nicht die Merkmale M_1, M_2, M_3 . . .
Also sind A und B verschieden.

Die Prämissen des Vergleichungsschlusses sind nach ihrer logischen Bedeutung meistens beschreibende Urtheile. Wandelt man dieselben durch Ergänzung eines geeigneten Gegenstandsbegriffes zu dem Prädicat in Relationsurtheile um, so erhalten sie die Bedeutung von Subsumtionsurtheilen, da das Merkmal M oder die Merkmale M_1, M_2, M_3 . . . einer grösseren Zahl von Objecten S gemeinsam angehören und also A und B in Bezug auf diese Merkmale einem umfassenderen Begriffe untergeordnet werden. Symbolisch würde also, wenn wir mit M S ein Object von der Eigenschaft M bezeichnen, der Vergleichungsschluss in seiner einfachsten positiven und negativen Form dargestellt werden können durch die Formeln:

$$\begin{array}{c} A < M S, \\ B < M S, \\ \hline \overset{\frown}{A\,B}. \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c} A < M S, \\ B < \bar{M} S, \\ \hline \overset{\frown}{A\,B}. \end{array}$$

Bei der wissenschaftlichen Anwendung derartiger Schlüsse ergeben sich nun die zur Vergleichung benützten Merkmale stets aus einer systematischen Vergleichung der Gegenstände. Auch hier setzt daher der Schluss eine begleitende Denkthätigkeit voraus, die in der Form des Schlusses selbst nicht enthalten ist, sondern deren Resultate nur von demselben registrirt und benützt werden. Diese Thätigkeit ist aber nicht, wie bei dem Subsumtionsschlusse, synthetischer, sondern analytischer Art. Die Gegenstände, die zur Begriffbildung dienen, müssen in ihre charakteristischen Eigenschaften zerlegt und unter diesen die passenden ausgesucht werden. Wollte man diesen Vorgang in den Schluss aufnehmen, so würden dessen Prämissen die Form annehmen:

An A ergeben sich durch Analyse die passenden Gattungsmerkmale M_1, M_2, M_3 . . .
An B ergeben sich die nämlichen Gattungsmerkmale, oder (bei der negativen Form) dieselben sind nicht zu finden.

Ob nun aber bestimmte Eigenschaften zu Gattungsmerkmalen sich eignen, dies kann immer erst durch die analytische Vergleichung einer grossen Zahl zusammengehöriger Gegenstände A, B, C, D . . . festgestellt werden. Isolirt kann daher ein Schluss wie der obige nur die Bedeutung einer Probe haben, und die wirkliche Constitution eines Gattungsbegriffs wird immer erst auf Grund vieler derartiger Schlüsse von positiver und negativer Form stattfinden können, wobei die einen allmälig die passenden Merkmale sammeln, die andern die unpassenden zurückweisen. Je grösser

die Zahl der Gegenstände ist, die in eine Gattung zusammengestellt werden sollen, um so kleiner ist die Zahl der Merkmale, auf welche sich die Aufmerksamkeit zu richten hat, von um so allgemeinerer Bedeutung müssen aber natürlich diese Merkmale sein. So ist der Begriff des Wirbelthiers auf das *eine* charakteristische Merkmal eines die Längsaxe des Körpers durchsetzenden inneren Scelets gegründet. Dass dieses Axenscelet in eine Mehrzahl von Gliedern, die s. g. Urwirbel, zerfällt, dass es das centrale Nervensystem einschliesst, in einen dorsalen und ventralen Theil zu zerlegen ist u. s. w., dies sind zwar ebenfalls Merkmale, welche für die ganze Classe der Wirbelthiere gültig, dabei aber an jenes allgemeinere Merkmal gebunden sind, als dessen Untermerkmale sie betrachtet werden können. Dagegen trifft man bei jeder einzelnen Wirbelthierclasse eine grössere Zahl coordinirter Merkmale, die zur Unterscheidung von andern Classen benützt werden können. So zeichnen sich z. B. die Säugethiere nicht bloss durch den Besitz der Milchdrüsen, sondern ausserdem durch eine Reihe davon ganz unabhängiger Eigenschaften vor den andern Wirbelthieren aus; sie besitzen kernlose rothe Blutkörper, einen doppelten Occipital-Condylus, totale Dotterfurchung u. s. w. Auf diese Weise nimmt durchweg die Zahl unabhängiger Glieder, aus denen der Mittelbegriff des Vergleichungsschlusses besteht, zu, wenn man von den Hauptclassen eines Systems zu den Unterclassen und von diesen zu den Ordnungen, Gattungen, Arten übergeht. Zugleich ist ersichtlich, dass hierbei überall die Frage nach der Rangordnung der Merkmale und ihrer gegenseitigen Beziehung sich erhebt. Doch gehört die Untersuchung dieser Frage bereits in das Gebiet der systematischen Classification, da für die Ausführung blosser Vergleichungsschlüsse die wechselseitige Beziehung, in welcher die Merkmale stehen mögen, noch nicht in Betracht kommt. Dem Stadium, in welchem sich das Denken beim Vollzug derartiger Schlüsse befindet, entspricht daher die Anordnung derselben in einem coordinirenden Urtheil, d. h. die Zerlegung des Mittelbegriffs in eine Anzahl additiv verbundener Glieder. In der That ist ja ein Urtheil von der Form »A hat die Merkmale M_1 und M_2 und M_3 u. s. w.« niemals unrichtig, auch wenn etwa M_2 theilweise mit M_1 sich decken oder sogar demselben untergeordnet sein sollte; eine derartige Form der Prämissen präjudicirt also niemals dem, was die spätere systematische Untersuchung über die wechselseitige Beziehung der Classificationsmerkmale feststellen mag.

An die durch Vergleichungsschlüsse gebildeten Gattungsbegriffe können nun noch weiterhin ähnliche Schlüsse angeknüpft werden, welche, indem sie feststellen, ob bestimmte Gattungsmerkmale einem Gegenstande zukommen oder nicht, entweder die Unterordnung des letzteren in die fragliche Gattung vorbereiten oder eine solche abwehren. Derartige Schlüsse haben die nämliche Form, aber sie unterscheiden sich dadurch, dass die eine Prämisse allgemeiner ist als der Schlusssatz. Während daher der bei der Bildung der Gattungsbegriffe verwendete primäre Vergleichungsschluss der Induction dient, stützen sich diese secundären Vergleichungsschlüsse auf

eine schon vollzogene Induction, welche sie auf weitere Gegenstände anzuwenden suchen. Jeder positive Vergleichungsschluss dieser Art bildet so die Vorbereitung zu einem classificirenden Subsumtionsschluss, in den er übergehen muss, wenn er überhaupt bindende Kraft gewinnen soll. So lange dies nicht der Fall ist, bleibt die Conclusion bloss problematisch. Wir schliessen nämlich:

Der Gegenstand A hat das Merkmal M.
Die Gattung X hat das Merkmal M.
Also gehört A möglicher Weise zur Gattung X.

Derartige Schlüsse haben ihre naturgemässe Stellung in derjenigen Entwicklungsphase des systematischen Denkens, welche zwar zur Bildung eines bestimmten Gattungsbegriffes gelangt, über den Umfang desselben aber noch unsicher ist, so dass eine fortgesetzte Prüfung einzelner Gegenstände in Bezug auf ihre zur Einordnung in die nämliche Gattung geeignete Beschaffenheit erforderlich scheint. In diesem Stadium können alle Gegenstände, welche durch das Merkmal M bereits als zu einer und derselben Gattung gehörig bestimmt sind, in diese Gattung X zusammengefasst werden, und es handelt sich darum an einem weiteren Gegenstande A das nämliche Merkmal zu constatiren. Aber so lange wir der zweiten Prämisse die Form geben »die Gattung X hat das Merkmal M«, so lange sind wir nicht sicher, ob M auch wirklich das geeignete Gattungsmerkmal sei. In diesem Stadium ist es nicht ausgeschlossen, dass ein Gegenstand A das Merkmal M besitzt und doch wegen anderer Eigenschaften nothwendig von X unterschieden werden muss, so dass M einen zu weiten Umfang hat. Ist man erst so weit gelangt, M unzweifelhaft als das charakteristische Gattungsmerkmal ansehen zu dürfen, dann muss, um dies auszudrücken, die allgemeine Prämisse umgekehrt werden, worauf von selbst die Conclusion die kategorische Beschaffenheit annimmt. Nun also geht der Schluss in die Form über:

A hat das Merkmal M.
Was das Merkmal M hat ist X.
Also gehört A zu X.

Dies ist ein classificirender Subsumtionsschluss, zu welchem auf diese Weise der Vergleichungsschluss stetig hinüberführt.

Anders verhält es sich mit der negativen Form des letzteren. Zwar wird in dem nämlichen Entwicklungsstadium, in welchem bei der positiven Form die eine Prämisse allgemein wird, dies auch bei der negativen der Fall sein, aber nichts nöthigt uns die so hergestellte Form eines allgemeinen Unterscheidungsschlusses nun zu verlassen oder an der Beschaffenheit der Prämissen etwas zu ändern. Wir schliessen nämlich:

A hat nicht das Merkmal M.	Oder:	A hat das Merkmal M.
X hat das Merkmal M.		X hat nicht das Merkmal M.

Also gehört A nicht zu X.

Hier ist der Schlusssatz nicht problematisch, weil die Differenz in Bezug auf irgend ein charakteristisches Merkmal genügt, einen Gegenstand A aus einer Classe X auszuschliessen, so dass es gar nicht nöthig ist erst zu prüfen, ob M passend gewählt sei. Würde nämlich die Gattung X durch den Besitz des Merkmals M einen zu weiten Umfang gewinnen, so würde A, wenn ihm M nicht zukommt, um so sicherer auch aus X ausgeschlossen; würde dagegen M zu eng sein, so würde gleichwohl der Schluss richtig bleiben, indem nun eben auch die Gattung X auf diejenigen Gegenstände beschränkt würde, die das Merkmal M besitzen, und zu denen A nicht gehört. Das nämliche gilt, wenn X durch die Negation von M zu weit oder zu eng bestimmt sein sollte.

Der Unterscheidungsschluss zeichnet sich also gegenüber dem Schluss der Uebereinstimmung dadurch aus, dass jener, sofern nur die Prämissen richtig sind, stets auch einen richtigen Schlusssatz liefert, während bei diesem unter der gleichen Voraussetzung der Schlusssatz falsch sein kann und daher vorläufig, so lange er nicht durch die Umwandlung in den entsprechenden Subsumtionsschluss geprüft worden ist, nur eine problematische Formulirung zulässt. Bei dem Unterscheidungsschlusse wäre dagegen eine solche Umwandlung nicht nur überflüssig sondern auch unangemessen. Denn sobald wir zwei Begriffe unterscheiden, indem wir dem einen ein Merkmal beilegen, welches dem andern nicht zukommt, so entspricht es allein dem naturgemässen Verlauf des Denkens, die zu unterscheidenden Begriffe zu Subjecten, das Unterscheidungsmerkmal aber zum Prädicat unserer Urtheile zu nehmen. Hierbei ist es gleichgültig, ob die Begriffe von gleicher Ordnung sind oder nicht. Anders verhält sich dies bei den Schlüssen der Uebereinstimmung. Bei ihnen werden wir im allgemeinen nur so lange das gemeinsame Merkmal zum Prädicat aller Urtheile wählen, als es sich um die Vergleichung von Begriffen gleicher Ordnung handelt, was beim begriffbildenden Vergleichungsschlusse durchweg der Fall ist. Hat sich aber erst mit Hülfe des letzteren ein Gattungsbegriff gebildet, und constatiren wir nun ein Merkmal M dieser Gattung an einem neuen Begriff A, so kann A zur Gattung X nur dann gerechnet werden, wenn M auch wirklich das unterscheidende Merkmal der Gattung X ist. Dies wird aber stets durch einen Subsumtionsschluss entschieden, der zur allgemeinen Prämisse ein Identitätsurtheil hat. An und für sich ist nun allerdings in dem Identitätsurtheil die Stellung der Begriffe gleichgültig, und wir können daher auch bei dem Subsumtionsschlusse die nämliche Stellung der Begriffe wählen, die dem Vergleichungsschlusse entspricht, sofern wir nur durch die Formulirung der allgemeinen Prämisse keinen Zweifel daran lassen, dass dieselbe ein Identitätsurtheil sei. Nach unsern sprachlichen

Gewohnheiten bedürfen wir aber, wenn wir mit einem Gattungsbegriff X das ihn vollständig definirende Merkmal in der Form »X ist M« verbinden, besonderer Zusätze, welche es bemerklich machen, dass ein Identitätsurtheil gemeint sei, während ein Urtheil von der Form »was das Merkmal M hat ist X« sofort andeutet, dass das Merkmal M keinen weiteren Umfang hat als die hinzugefügte Gattung.

In der Aristotelischen Logik bilden die Schlüsse von der Form PM, SM, SP die Schlüsse der zweiten Figur. Es wird aber die Beschränkung hinzugefügt, dass die eine Prämisse negativ sein müsse, wenn ein gültiger Schluss zu Stande kommen solle*). Also wird nur dem Unterscheidungsschlusse eine Berechtigung zugestanden, und, indem die Voraussetzung hinzukommt, dass P ein allgemeinerer, S aber ein engerer Begriff sei, handelt es sich offenbar allein um den zuletzt besprochenen Unterscheidungsschluss, welcher einen einzelnen Gegenstand vermittelst eines unterscheidenden Merkmals von einer Gattung ausschliesst. Insofern nun, wie soeben bemerkt, die positive Ergänzung dieses speciellen Unterscheidungsschlusses der classificirende Subsumtionsschluss ist, hat es eine Berechtigung, wenn die Aristotelische Logik, welche die eigentlichen Inductionsschlüsse nicht kennt, bei der vorliegenden Form nur einen negativen Schluss zulässt. Von allen hier behandelten Schlüssen ist daher der Aristotelischen Logik nur derjenige geblieben, welcher nicht mehr, wie die übrigen, der Begriffbildung, sondern bereits, gleich dem Subsumtionsschlusse, der Anwendung fertiger Begriffe auf einzelne Gegenstände dient. Auch dies entspricht vollkommen dem Standpunkte einer Logik, welche ein fertiges Begriffssystem voraussetzt und allein die subjective Reconstruction objectiv gegebener Begriffsverhältnisse dem logischen Denken zuweist.

b. Der Verbindungsschluss.

Der Verbindungsschluss gewinnt durch die Vereinigung zusammen vorkommender und durch die Trennung nicht mit einander vorkommender Thatsachen oder Ereignisse allgemeine Regeln des Zusammenseins und der Aufeinanderfolge. Ein einfacher Verbindungsschluss entsteht daher, wenn wir an einem Gegenstande M zuerst eine Eigenschaft oder einen Vorgang A und hierauf an demselben Gegenstand eine Eigenschaft oder einen Vorgang B beobachten: wir folgern dann sofort, dass die Eigenschaften oder Vorgänge A und B, da sie am nämlichen Objecte vorkommen, mit einander in irgend einem Zusammenhange stehen müssen. Statt des Vorkommens an einem und demselben Objecte, welches im Grunde nur eine constante räumliche Verbindung ist, kann aber ebenso die regelmässige Gleichzeitigkeit oder die regelmässige Aufeinanderfolge zweier Erscheinungen uns veranlassen auf ihren Zusammenhang zu schliessen. Wir sagen dann: die

*) Analyt. prior. I. 5.

Erscheinungen sind verbunden, weil sie den Inhalt eines räumlichen oder zeitlichen Zusammenhangs M bilden. Umgekehrt folgern wir, dass zwei Eigenschaften oder Vorgänge A und B, die niemals an einem und demselben Orte M oder in einer bestimmten zeitlichen Verbindung M vorkommen, in keinem unmittelbaren Zusammenhange mit einander stehen. In ihrer einfachsten Gestalt lauten demnach diese Schlüsse in ihrer positiven und negativen Form:

M zeigt die Erscheinung A.	M zeigt die Erscheinung A.
M zeigt die Erscheinung B.	M zeigt nicht die Erscheinung B.
Also sind A und B verbunden.	Also sind A und B nicht verbunden.

Ist M ein Gegenstandsbegriff, so können durch A und B sowohl Eigenschaften wie Vorgänge bezeichnet sein; ist dagegen M bloss ein Raum- oder Zeitbegriff, so bedeuten A und B stets Vorgänge, die sich neben oder nach einander ereignen, und die in solchem Falle in der Regel an verschiedene coexistirende Gegenstände gebunden sind. Die Prämissen sind demnach beschreibende oder erzählende Urtheile und können wiederum erst durch Hinzufügung eines geeigneten Gegenstandsbegriffes zu dem Prädicat in Relationsurtheile umgewandelt werden.

So lange nur ein einziger Gegenstand oder ein einziger räumlicher und zeitlicher Zusammenhang M für die beiden Begriffe A und B nachgewiesen ist, bleibt ein derartiger Schluss verhältnissmässig unvollkommen: wir sehen uns dann im allgemeinen auf die Folgerung beschränkt, dass A und B unter Umständen mit einander vereinbar oder von einander unabhängig seien. Meistens muss darum auch hier, ehe eine wissenschaftliche Anwendung möglich ist, die Verbindung oder Trennung von A und B in einer grösseren Zahl von Fällen M_1, M_2, M_3 . . . beobachtet worden sein, und die Folgerung lautet nun:

In den Fällen M_1, M_2, M_3 . . . trifft die Erscheinung A zu.	In den Fällen M_1, M_2, M_3 . . . trifft die Erscheinung A zu.
In denselben Fällen trifft die Erscheinung B zu.	In denselben Fällen trifft die Erscheinung B nicht zu.
Also besteht zwischen A und B ein Zusammenhang.	Also besteht zwischen A und B kein nothwendiger Zusammenhang.

Das prädicative Verhältniss, welches der unbestimmten Formulirung der Prämissen »im Falle M zeigt sich die Erscheinung A« entspricht, kann entweder die Bedeutung einer Unterordnung von M unter A oder aber einer Beziehung von Grund und Folge besitzen, wobei bald M als Bedingung und A als Folge, bald umgekehrt M als Folge und A als Bedingung gedacht wird. Auch Verhältnisse der Coordination und der Kreuzung der Begriffe können in den Prämissen eines Verbindungsschlusses vorkommen, doch gehören sie mehr den psychologischen Vorstufen der generalisirenden

Thätigkeit, die in dieser Schlussform ihren Ausdruck findet, als der wissenschaftlichen Anwendung derselben an. Beschränken wir uns auf die letztere, so werden wir demnach den einfachen Verbindungsschluss und seine Negation darstellen können durch die Formeln:

$$\begin{array}{c} M \underset{\text{ꟻ, F}}{<} A, \\ M \underset{\text{ꟻ, F}}{<} B, \\ \hline A \frown B. \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c} M \underset{\text{ꟻ, F}}{<} A, \\ M \underset{\text{ꟻ, F}}{<} \bar{B}, \\ \hline A \frown \bar{B}. \end{array}$$

Wo es sich um ein Abhängigkeitsverhältniss (ꟻ oder F) handelt, da pflegen den einfachen Symbolen M, A und B Unterurtheile zu entsprechen, wie dies die gewöhnliche Structur der Bedingungsurtheile mit sich bringt. Da wir ferner solche Abhängigkeitsverhältnisse meistens durch die Conjunctionen »wenn« oder »weil« einleiten, wobei die Bedingung der Folge vorangeht, so kommt in diesem Fall, gemäss der entgegengesetzten Bedeutung der Zeichen ꟻ und F, die doppelte Form vor:

Wenn M N ist, so ist A B,	Wenn A B ist, so ist M N,
wenn M N ist, so ist C D,	wenn C D ist, so ist M N,

also besteht zwischen der Verbindung von A und B und der Verbindung von C und D ein Zusammenhang.

Bei der ersten Form schliessen wir auf den Zusammenhang von Folgen, die zu übereinstimmenden Bedingungen gehören, bei der zweiten umgekehrt auf den Zusammenhang von Bedingungen, die übereinstimmende Folgen hervorbringen. Beide Schlussweisen sind sowohl unter einander wie mit jenem Verbindungsschlusse, der Subsumtionsurtheile zu Prämissen hat, nahe verwandt. Auch scheidet der sprachliche Ausdruck nicht immer deutlich die Bedingung von der Subsumtion, da gerade hier nicht selten unter der kategorischen Form ein Verhältniss der Abhängigkeit sich verbirgt. Es mag dies darin seinen Grund haben, dass die Conclusion, auch wenn die Prämissen Bedingungsurtheile sind, nicht immer wieder in der Form der Bedingung sich darstellen lässt.

Die Verbindungsschlüsse, nebst ihren negativen Begleitern, den Trennungsschlüssen, dienen in ihren verschiedenen Formen der Gewinnung allgemeiner Gesetze durch Generalisation. Sie theilen sich auf diese Weise mit den Vergleichungsschlüssen in die beiden Aufgaben der Induction, in die Begriffbildung und Generalisation. Die generalisirende Kraft eines Verbindungsschlusses ist nur gering, wenn nur ein einziger Mittelbegriff M existirt, wie in den zwei folgenden Beispielen:

Das Verbum der semitischen Sprachen besitzt nur eine mangelhafte Unterscheidung des Tempus.
Das Verbum der semitischen Sprachen besitzt zahlreiche Modi.
Also ist eine Unterscheidung zahlreicher Modi mit mangelhafter Unterscheidung des Tempus vereinbar.

Die Pilze gehören (nach ihren Wachsthums- und Fortpflanzungsverhältnissen) zu den Pflanzen.
Die Pilze führen kein Chlorophyll.
Also ist die pflanzliche Organisation vereinbar mit dem Mangel von Chlorophyll.

Deutlicher tritt die generalisirende Wirkung dann hervor, wenn die Prämissen coordinirende Urtheile sind. So wurde Galilei durch folgenden Schluss zur Aufstellung seines ersten Fallgesetzes geführt:

Beim freien Fall, bei horizontal geworfenen Körpern, bei der Bewegung auf der schiefen Ebene, bei der Pendelbewegung geschieht die Abwärtsbewegung mit gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit.
In allen diesen Fällen handelt es sich um die Bewegung schwerer Körper.
Also entsteht unter dem Einfluss der Schwere eine gleichförmige Beschleunigung der Bewegungen.

In der Theorie der epidemischen Krankheiten hat in neuerer Zeit der folgende Schluss eine gewisse Rolle gespielt, auf den man die Annahme stützt, dass diese Krankheiten mikroskopischen Organismen, welche sich in der Luft verbreiten, ihren Ursprung verdanken:

Grosse Hitze nach vorangegangenem Regen, Eintrocknen von Sümpfen, rasches Sinken des Grundwassers sind Bedingungen, unter denen man das spontane Auftreten epidemischer Krankheiten beobachtet.
Die nämlichen Umstände sind Bedingungen, welche den Uebergang fester Theilchen aus dem Boden in die Atmosphäre begünstigen.
Also treten epidemische Krankheiten unter Bedingungen auf, welche den Uebergang fester Theilchen aus dem Boden in die Atmosphäre begünstigen.

Wir können dieses Beispiel zu einem negativen Schluss gestalten, wenn wir als zweite Prämisse die folgende nehmen:

Die nämlichen Umstände sind Bedingungen, welche im Hochgebirge in der Regel nicht vorkommen können.
Also werden epidemische Krankheiten im Hochgebirge in der Regel nicht spontan auftreten.

Ueberall wo man aus einzelnen Fällen allgemeine Regeln ableitet, lässt sich der Schluss in eine ähnliche Form bringen. So ist z. B. auf linguistischem Gebiet die Verallgemeinerung versucht worden:

Reduplication, Augment, Vorsetzen des Verbalstammes vor das Personalpronomen, vollere Vocalisation des Verbalstammes sind Hülfsmittel zum Ausdruck der vollendeten Handlung oder der vergangenen Zeit.
Durch die nämlichen Hülfsmittel wird stets der Verbalstamm stärker betont.
Also wird die vollendete Handlung oder die vergangene Zeit insgemein durch stärkere Betonung des Verbalstammes ausgedrückt.

Bei allen diesen Schlüssen macht sich die Neigung fühlbar, der Conclusion eine allgemeinere Form zu geben, als vermöge der Beschaffenheit der Prämissen eigentlich gestattet ist. Statt zu sagen »A und B sind vereinbar« oder »A und B sind häufig verbunden« sind wir geneigt zu folgern: »A und B stehen in einem nothwendigen Zusammenhang«. Hierin verhält sich der verallgemeinernde dem begriffbildenden Inductionsschluss analog, bei welchem letzteren der Schluss selbst auch nur die Folgerung zulässt, dass A und B eine Anzahl von Merkmalen mit einander gemein haben, worauf dann aber sofort die Neigung entsteht, aus diesen gemeinsamen Merkmalen einen Gattungsbegriff zu bilden, der A und B als Arten in sich schliesst. Alle diese Umwandlungen, die mit der Conclusion des Verbindungsschlusses vorgenommen werden, gehören jedoch nicht mehr dem letzteren selbst an, wenn auch häufig in dem Verlauf unseres Denkens die begrenztere und strengere Formulirung des Schlusssatzes übersprungen und zu der allgemeineren übergegangen wird. In Wahrheit stützt sich aber diese stets auf das Hinzutreten weiterer synthetischer Processe, die dem zusammengesetzten Inductionsverfahren und nicht dem einfachen Schlusse angehören. Dieser ist immer ein verhältnissmässig elementarer Vorgang, der zunächst nur das Material zur Bildung allgemeiner Begriffe und Gesetze herbeischafft.

In Bezug auf die Form der Prämissen lässt sich, so lange dieselben eine kategorische Form besitzen, der Verbindungsschluss in den meisten Fällen als eine Umkehrung des Vergleichungsschlusses ansehen. Während bei dem letzteren der Mittelbegriff im Prädicat steht, bildet er bei dem ersteren das Subject. Wie jener der zweiten, so pflegt also dieser der d r i t t e n Aristotelischen Figur zu folgen. Doch ist allerdings die Stellung der Mittelbegriffe hier von verhältnissmässig untergeordneter Bedeutung, und es kommen theils solche Fälle vor, in denen M sowohl zum Subject wie zum Prädicat gewählt werden kann, theils solche, in denen wir vorziehen es zum Prädicat zu machen. Letzteres geschieht besonders dann, wenn M oder die Glieder M_1, M_2, M_3 . . . zu den Eigenschaftsbegriffen gehören. Hier macht sich die sprachliche Gewohnheit, die Eigenschaft prädicativ mit dem zugehörigen Gegenstand zu verbinden, auch da geltend, wo die Eigenschaften nicht als Merkmale zur Bildung eines Gattungsbegriffes, sondern als einzelne Thatsachen zur Entwicklung einer allgemeinen Regel benützt werden. Immerhin pflegen solche Fälle auf der Grenze zu stehen zwischen Generalisation und Begriffbildung. Wir schliessen z. B.:

Die Athmung der Thiere besteht in der Aufnahme von Sauerstoff und in der Ausscheidung von Kohlensäure.
Die Athmung der nicht-grünen Pflanzentheile besteht in den nämlichen Vorgängen.
Also ist die Athmung der Thiere und der Pflanzen, mit Ausnahme der grünen Theile der letzteren, eine übereinstimmende.

Offenbar würde dieser Schluss in seinem logischen Werth durchaus nicht geändert, wenn wir in beiden Prämissen Subject und Prädicat mit einander vertauschten. Es kann daher überhaupt für die Form des generalisirenden Inductionsschlusses nur dies als wesentlich angesehen werden, dass bei ihm der Mittelbegriff in allen Prämissen eine übereinstimmende Stellung hat. Nebenbei erscheint es uns dann aber allerdings auch meist als das angemessenere ihn zum Subjecte zu wählen, weil bei der generalisirenden Induction die übereinstimmenden Thatsachen der Beobachtung zuerst unsere Aufmerksamkeit zu fesseln pflegen, während wir umgekehrt bei der begriffbildenden Induction nothwendig von den verschiedenen Gegenständen ausgehen, für die der gemeinsame Begriff gesucht wird. Der Grund dieses Unterschieds ist also nicht sowohl logischer als psychologischer Art. Eine weitere Differenz zwischen beiden Formen, die mit ihren verschiedenen Zwecken zusammenhängt, besteht endlich noch darin, dass bei der ersten Form die negativen Schlüsse eine ungleich grössere Bedeutung besitzen als bei der zweiten. Bei der Begriffbildung greifen stets Uebereinstimmung und Unterscheidung in einander ein, und wenn zwei Gegenstände in einer Anzahl wichtiger Merkmale verschieden sind, so liegt darin ein zureichender Grund, sie nicht zur nämlichen Gattung zu rechnen. Allgemeine Regeln dagegen gründen wir vorzugsweise auf die Verbindung übereinstimmender Fälle, und wenn in einer Anzahl von Fällen zwei Erscheinungen nicht verbunden waren, so lässt sich daraus im allgemeinen noch nicht schliessen, dass sie überhaupt in keinem Zusammenhang stehen können.

Mehr noch als bei den Prämissen von kategorischer Form wechselt bei denjenigen Verbindungsschlüssen, die Bedingungsurtheile enthalten, die Stellung der Glieder. Sie bezeichnet aber hier zugleich, wie schon hervorgehoben wurde, einen nicht unwichtigen Unterschied der Schlussfolgerungen, indem wir die Mittelbegriffe oder die Unterurtheile, die als Mittelbegriffe dienen, dann voranstellen, wenn wir aus übereinstimmenden Bedingungen schliessen, und die entgegengesetzte Stellung wählen, wenn umgekehrt übereinstimmende Folgen den Schluss begründen. So schloss man z. B. in der ersten Form:

Wenn heterogene Metalle zum Kreise geschlossen sind, so entsteht in einem in die Leitung aufgenommenen Froschschenkel eine galvanische Zuckung.
Unter denselben Bedingungen entsteht ein elektrischer Strom.
Also ist die galvanische Zuckung regelmässig verbunden mit einem elektrischen Strom.

Ein negatives Beispiel der zweiten Form würde das folgende sein:

> Wenn Thiere mit Kohlenoxydgas vergiftet sind, so kann ihr Blut den Sauerstoff nicht mehr binden.
> Wenn die Athmung fortbestehen soll, so muss das Blut Sauerstoff binden können.
> Also kann, wenn Thiere mit Kohlenoxydgas vergiftet sind, ihre Athmung nicht mehr fortbestehen.

Oft geben wir, wie oben bemerkt, gerade bei inductiven Generalisationen den in diese aufgenommenen Abhängigkeitsurtheilen die kategorische Form. Man erkennt hier die Art der prädicativen Verbindung immer leicht an der Möglichkeit der Ueberführung der Prämissen in die Bedingungsform. Diese lässt sich z. B. in den auf S. 332 angeführten Fällen sofort bewerkstelligen, indem wir den Prämissen die Form geben: »wenn grosse Hitze nach vorangegangenem Regen eintritt u. s. w.« und: »wenn Reduplication und Augment u. s. w. vorkommen, so dienen sie u. s. w.« Daran zeigt sich also, dass auch in diesen Fällen nicht etwa $M < A$, $M < B$, sondern $M \rceil A$, $M \rceil B$ die Formel ist, der die Prämissen folgen. Für die Bevorzugung der Stellung $\overset{\frown}{M\;A}$ bei allen Verbindungsschlüssen ist es übrigens bezeichnend, dass dieselbe auch da fast immer gewählt wird, wo der Schluss aus Abhängigkeitsurtheilen in kategorischer Form besteht.

c. Verhältniss der Beziehungsschlüsse zu den Wahrscheinlichkeits- und Analogieschlüssen.

Da wir bei allen Beziehungsschlüssen geneigt sind, der Conclusion eine bestimmtere Fassung zu geben, als streng genommen die Prämissen zulassen, so macht nicht selten eine nachträgliche Berichtigung dieses Verfahrens darin sich geltend, dass wir zugleich die Conclusion mit einem problematischen Zusatze versehen. Aus den Prämissen $M < A$, $M < B$ z. B. würde sich irgend eine Beziehung $\overset{\frown}{A\;B}$ mit apodiktischer Sicherheit folgern lassen, aber wenn wir eine bestimmte Beziehung, z. B. $A < B$, annehmen, so ist dies so lange problematisch, als uns nicht eine nachträgliche Prüfung von ihrer Richtigkeit überzeugt hat. Nun haben wir gesehen, dass noch zwei andere, von einander sowohl wie von dem Beziehungsschluss gänzlich verschiedene Schlussweisen, nämlich der Wahrscheinlichkeits- und der Analogieschluss, eine problematische Folgerung hervorbringen können. Dieser Umstand trägt die Schuld daran, dass diese Schlussweisen häufig mit einander vermengt und verwechselt werden*).

*) Diese Vermengung, an der die meisten Darstellungen der Logik leiden, herrscht z. B. in höchst augenfälliger Weise in der Schrift von Apelt, die Theorie der Induction. Leipzig 1854. Man muss anerkennen, dass der ausgedehnte Gebrauch von Wahrscheinlichkeitsausdrücken in den Conclusionen ver-

Es sei daher nochmals hervorgehoben, dass 1) im Beziehungsschluss die problematische Form, wenn sie vorkommt, stets einen vieldeutigen Ausdruck verbirgt, und dass sich derselbe immer auf eine Verbindung von verschiedenen Subjecten mit gleichen Prädicaten oder von verschiedenen Prädicaten gleicher Subjecte zurückführen lässt. Dagegen ist 2) der Wahrscheinlichkeitsschluss ein exemplificirender Subsumtionsschluss, in welchem das Prädicat der oberen Prämisse entweder ausdrücklich verschiedene mögliche Fälle umfasst oder dies durch eine die Allgemeinheit beschränkende Bestimmung andeutet. Endlich 3) der Analogieschluss hat ebenfalls die Form eines exemplificirenden Subsumtionsschlusses, seine untere Prämisse behauptet aber nicht die Zugehörigkeit des Subjectes zu dem Mittelbegriff, sondern die Aehnlichkeit mit demselben, wobei entweder bloss die Thatsache der Aehnlichkeit hervorgehoben oder die Reihe der übereinstimmenden und, sofern die Analogie eine exacte sein soll, auch die Reihe der nicht übereinstimmenden Elemente der Begriffe aufgeführt wird.

2. Die Schlusskette.

Verbindungen einfacher Schlüsse zu Schlussketten können bei jeder Schlussform vorkommen. Nur selten geben aber die Subsumtionsschlüsse zu solchen Verbindungen Anlass, da sowohl bei der Unterordnung eines Gegenstandes unter einen Gattungsbegriff wie bei der Anwendung einer allgemeinen Regel auf einen einzelnen Fall meistens kein Motiv vorhanden ist, zuerst eine Reihe zwischenliegender Gattungen oder Anwendungen zu durchlaufen, bevor man bei der gesuchten Subsumtion anlangt. So besitzen denn auch die hierher gehörigen Beispiele der Compendien durchaus nur den Charakter logischer Artefacte. Häufiger bietet sich bei dem die Form der Subsumtion einhaltenden zusammengesetzten Bedingungsschlusse Gelegenheit zur Verbindung einer Mehrheit von Prämissen. Denn bei der Entwicklung der Folgen aus einer gegebenen Bedingung hindert uns nichts, über die nächsten Folgesätze zu weiteren fortzuschreiten. Da hier stets die Verbindung des zuletzt entwickelten Folgesatzes mit der Bedingung der eigentliche Zweck des Schlusses ist, so werden die Zwischenfolgerungen, die durch die Combination je zweier Prämissen möglich sein würden, regelmässig ausgelassen, und man begnügt sich mit der letzten Conclusion: die

schiedener Schlüsse leicht zu einer entsprechenden Erweiterung des Begriffs der Wahrscheinlichkeitsschlüsse verführen kann. Immerhin ist derjenige Schluss, auf den wir oben die Bezeichnung Wahrscheinlichkeitsschluss beschränkt haben, dadurch vor allen andern Formen ausgezeichnet, dass bei ihm die Conclusion immer problematisch bleibt, selbst dann, wenn die Prämissen eine exacte mathematische Form annehmen. In allen andern Fällen haben wir es nur mit Schlüssen zu thun, deren Conclusionen allein unter bestimmten Bedingungen problematisch werden.

Schlusskette wird dann zum sogenannten Kettenschluss. Uebrigens ist es bemerkenswerth, dass mit Vorliebe solche Folgerungen, die thatsächlich falsch sind, aus derartigen Kettenschlüssen abgeleitet werden. Dies hat seinen guten Grund darin, dass in einer grösseren Reihe von Bedingungsurtheilen ein einzelnes, dessen Triftigkeit bestreitbar ist, leichter übersehen wird, als wo man nur zwei Prämissen zu combiniren hat. Dabei können natürlich diese Kettenschlüsse formell vollkommen richtig sein. So hat man z. B. geschlossen:

> Wenn die Welt unendlich ist, so muss die Zahl der leuchtenden Fixsterne unendlich gross sein.
> Wenn die Zahl der leuchtenden Fixsterne unendlich gross ist, so treffen sich in jedem Punkt des Raumes eine unendliche Zahl von Licht- und Wärmestrahlen.
> Wenn sich in einem jeden Punkt des Raumes eine unendliche Zahl von Licht- und Wärmestrahlen treffen, so müssen Lichtintensität und Temperatur an jedem Punkt unendlich gross sein.
> Wenn die Welt unendlich ist, so müssen also Lichtintensität und Temperatur an jedem Punkt des Raumes unendlich gross sein.

Dieser Schluss ist formell richtig, aber die zweite Prämisse ist materiell unbegründet, denn es ist übersehen, dass dieselbe theils wegen der Licht- und Wärmeabsorption theils wegen der Vertheilung der Sterne im Weltraum unzulässig sein kann.

Am häufigsten kommen Schlussketten bei den verschiedenen Formen der Inductionsschlüsse zur Anwendung; auch hier nehmen sie aber stets die abgekürzte Form des Kettenschlusses an. Indem der Inductionsschluss theils Objecte mit übereinstimmenden Merkmalen zu Gattungsbegriffen verbindet, theils aus zusammengehörigen Fällen allgemeine Regeln ableitet, ist er von vornherein auf eine möglichst grosse Zahl von Prämissen angelegt, da diese die thatsächlichen Grundlagen enthalten, die das allgemeine Resultat meistens um so sicherer machen, je zahlreicher sie sind. So schliessen wir bei der Bildung von Gattungsbegriffen:

A hat die Merkmale M_1, M_2, M_3 . . .
B » » » » » »
C » » » » » » u. s. w.
Also bilden A, B, C u. s. w. eine Gattung mit den gemeinsamen Merkmalen M_1, M_2, M_3 . . .

Etwas verwickelter pflegen sich bei generalisirenden Schlüssen die Bedingungen zu gestalten. So lange die Erscheinungen A und B, die durch den Schluss mit einander in Beziehung gesetzt werden, in einer Reihe von Fällen M_1, M_2, M_3 . . . in übereinstimmender Weise und ohne unterscheidende Complicationen auftreten, liegt kein Anlass vor, über einen einfachen Schluss mit coordinirenden Urtheilen als Prämissen hinauszugehen. Dagegen kann es vorkommen, dass die Erscheinungen A und B in den verschiedenen

Fällen M_1, M_2, M_3 . . . mit andern nicht übereinstimmenden Erscheinungen p_1, p_2, p_3 . . . complicirt sind, die es nicht gestatten, die Beziehungen von A und B zu M_1, M_2 M_3 . . . in je einem einzelnen Urtheile zu formuliren, die aber beim Endergebniss eliminirt werden. Hierbei können die Mittelbegriffe, je nach der Kategorie, zu der sie gehören, entweder die Subjecte oder die Prädicate der einzelnen Urtheile bilden. Der Kettenschluss nimmt daher nun die folgenden Formen an:

Im Falle M_1 gilt p_1 A.		p_1 A hat die Eigenschaft M_1.
» » M_1 » p_1 B.	Oder:	p_1 B » » » M_1.
» » M_2 » p_2 A.		p_2 A » » » M_2.
» » M_2 » p_2 B.		p_2 B » » » M_2.
.		

Also besteht zwischen A und B ein Zusammenhang.

Auch dann kann die verallgemeinernde Induction die Form eines Kettenschlusses annehmen, wenn nur der eine der beiden Begriffe, welche in der Conclusion verbunden werden, z. B. A, mit andern Begriffen p_1, p_2, p_3 . . . complicirt erscheint. Hier wird etwa in folgender Weise geschlossen:

Im Falle M_1 gilt p_1 A.
» » M_2 » p_2 A.
» » M_3 » p_3 A.
.
M_1, M_2, M_3 . . . stimmen in der Thatsache B überein.

Also besteht zwischen A und B ein Zusammenhang.

Der letzteren Formel würde z. B. die Folgerung entsprechen, auf welche Galilei seine Theorie der Fallbewegungen gründete:

Beim verticalen Fall wächst die Geschwindigkeit der Körper proportional dem Quadrat der Zeit.
Beim Herabrollen auf der schiefen Ebene nehmen die Körper eine mit dem Quadrat der Zeit wachsende Geschwindigkeit an, die der Höhe der schiefen Ebene direct und ihrer Länge umgekehrt proportional ist.
Beim horizontalen Wurf erfahren die Körper eine Ablenkung von der Wurfrichtung im verticalen Sinne, die dem Quadrat der Zeit proportional ist.
Bei der Bewegung des Pendels ist der Länge des schwingenden Pendels das Quadrat der Schwingungszeit proportional.
Nun entstehen beim senkrechten Fall, beim Herabrollen auf der schiefen Ebene, beim horizontalen Wurf, bei der Bewegung des Pendels ohne sichtbaren äusseren Einfluss abwärts gerichtete Bewegungen.
Also wächst bei allen ohne sichtbaren äusseren Einfluss entstehenden abwärts gerichteten Bewegungen schwerer Körper die verticale Geschwindigkeit proportional dem Quadrat der verflossenen Zeit.

Dagegen wird der folgende Schluss, auf welchen Darwin sein Princip der schützenden Färbungen stützte, der zweiten der obigen Formeln unterzuordnen sein:

Die meisten Thiere der Wüste sind gelb;
die Farbe der Wüste, ihrer Umgebung, ist gelb.
Die meisten im Polarschnee lebenden Thiere sind weiss;
die Farbe des Polarschnees, ihrer Umgebung, ist weiss.
Fast alle auf Blättern lebenden Insekten sind grün;
die Farbe der Blätter, ihrer Umgebung, ist grün.
Die auf Baumrinden lebenden Käfer und Raupen sind braun;
die Farbe der Baumrinde, ihrer Umgebung, ist braun, u. s. w.
Also besitzen zahlreiche Thiere die Farbe ihrer Umgebung.

Hier stehen für M_1, M_2, M_3 . . . die einzelnen Farben, für A ist in der obigen Formel der Begriff Thiere, für B der allgemeine Begriff »Farbe der Umgebung« einzusetzen. Als variable Elemente p_1, p_2, p_3 . . ., mit denen A und B complicirt sind, treten sodann die näheren Bestimmungen der Umgebung der Thiere (Wüste, Polarschnee u. s. w.) hinzu. Diese complicirenden Elemente werden ähnlich den Mittelbegriffen eliminirt, indem sie in je zwei zusammengehörigen Prämissen identisch sind und demgemäss hinwegfallen.

Drittes Capitel.

Der Algorithmus des Schliessens.

Da der Schluss seiner logischen Bedeutung nach eine Verbindung von Urtheilen darstellt, die durch übereinstimmende Begriffe zusammenhängen, so sind auch für die mathematische Behandlung der Schlussformen die allgemeinsten Gesichtspunkte bereits in denjenigen Fundamentalgesetzen gegeben, welche bei der Analyse der Urtheilsfunction entwickelt wurden. Hauptsächlich zwei Aufgaben bleiben übrig, die erst aus der Anordnung der Urtheile zu Schlüssen ihren Ursprung nehmen: die erste besteht in der Ermittelung der Abhängigkeit der prädicativen Verbindungsform eines Schlusses von den prädicativen Verbindungen seiner Prämissen, die zweite in der Uebertragung der für ein einzelnes Urtheil gültigen Eliminations- und Auflösungsmethoden auf eine Mehrheit durch gemeinsame Begriffe verbundener Urtheile.

1. Allgemeine Symbolik der Schlussformen.

Von den in Cap. IV des vorigen Abschnitts unterschiedenen Formen prädicativer Verbindung können diejenigen der Identität, Unterordnung, Ueberordnung, Coordination, Kreuzung und Abhängigkeit in beliebiger Combination in die Prämissen eines Schlusses eingehen. Bei den wechselseitig reciproken Operationen genügt es aber, sich auf je eine Form zu beschränken, als welche wir im Anschlusse an die durch die Sprache bevorzugten Verbindungen die Unterordnung ($<$) und Bedingung (⌉) wählen wollen. Demnach bleiben uns die folgenden sechs positiven Formen:

=, $<$,)(, ☒, ⌉, ∓,

wozu noch die zwei negativen Formen

$\overline{<}$ und $\overline{⌉}$

hinzukommen, bei denen jedoch bemerkt werden muss, dass, sobald sie angewandt werden, das Zeichen der Negation auf das Symbol des Prädicatbegriffs übergeht ($A < \bar{B}$, A ⌉ $\bar{B}$). Das Verhältniss disparater Begriffe kann, da durch die völlige Unbestimmtheit desselben eine Verwendung in Schlussfolgerungen an und für sich ausgeschlossen ist, hier ausser Rücksicht bleiben.

Während die logische Untersuchung der Schlüsse im vorigen Capitel von den inneren Unterschieden der Schlussfunction ausgieng, um daraus erst die äusseren Verbindungsformen zu entwickeln, welche den Hauptrichtungen jener Function entsprechen, wird es sich dagegen für die algorithmische Behandlung empfehlen nunmehr den entgegengesetzten Weg einzuschlagen, indem wir rein combinatorisch die Verbindungen bestimmen, in welchen theils gleiche, theils verschiedene prädicative Formen als Prämissen eines Schlusses vorkommen können, um dann für jede dieser Verbindungen diejenige prädicative Form zu ermitteln, welche die Conclusion annimmt. Da es für die letztere gleichgültig ist, in welcher Ordnung die beiden Prämissen auf einander folgen, so ist die Zahl der möglichen positiven Schlussformen, die aus den verschiedenen Arten prädicativer Verknüpfung entspringen können, einfach gleich der Zahl der Combinationen zweiter Classe mit Wiederholung, die zwischen sechs Elementen möglich sind, also $= 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$. Bezeichnen wir die sechs angegebenen Verhältnisse durch die Anfangsbuchstaben der für sie gebrauchten Ausdrücke: g, s, c, k, a w, so werden diese 21 Formen durch folgende Tafel dargestellt:

		2	3	4	5	6	
1	g g,	g s,	g c,	g k,	g a,	g w,	1
		s s,	s c,	s k,	s a,	s w,	2
			c c,	c k,	c a,	c w,	3
				k k,	k a,	k w,	4
					a a,	a w,	5
						w w.	
						6	

Die sechs Classen der Identitätsschlüsse, Subsumtionsschlüsse, Coordinationsschlüsse, Kreuzungsschlüsse, Bedingungsschlüsse und der Schlüsse der Wechselbestimmung sind in diesem Schema successiv längs der Linien 11, 22, 33, 44, 55, 66 angeordnet. Hierzu kommen noch die beiden Formen negativer Schlüsse, welche jedoch dadurch beschränkt sind, dass immer nur eine Prämisse die negative Form besitzen kann. Bezeichnen wir daher durch $\bar{s}$ und $\bar{a}$ die hier verwendbaren negativen Urtheile, so ergeben sich die folgenden 12 negativen Schlussformen:

7	$g\,\bar{s}$,	$s\,\bar{s}$,	$c\,\bar{s}$,	$k\,\bar{s}$,	$a\,\bar{s}$,	$w\,\bar{s}$,	7
8	$g\,\bar{a}$,	$s\,\bar{a}$,	$c\,\bar{a}$,	$k\,\bar{a}$,	$a\,\bar{a}$,	$w\,\bar{a}$.	8

Die prädicative Form eines Schlusssatzes ist nun, ausser von den prädicativen Verbindungsweisen der Prämissen, auch noch von der Anordnung der Begriffe in den letzteren abhängig. Solcher Anordnungsweisen können, mit Rücksicht auf die Gleichwerthigkeit der Aufeinanderfolge der Prämissen, nur drei stattfinden. Deuten wir wieder durch das Zeichen $\frown$ irgend eine Form prädicativer Verbindung an, so ergeben sich nämlich die den drei Aristotelischen Schlussfiguren entsprechenden Anordnungen als die einzig möglichen:

$$\begin{array}{ccc} \overset{\frown}{A\,B} & \overset{\frown}{B\,A} & \overset{\frown}{A\,B} \\ \overset{\frown}{B\,C} & \overset{\frown}{C\,A} & \overset{\frown}{A\,C}. \end{array}$$

Die Conclusion ist bei der ersten Form eine Verbindung $\overset{\frown}{A\,C}$, bei der zweiten und dritten eine Verbindung $\overset{\frown}{B\,C}$. Hierin findet zugleich die Thatsache ihren Ausdruck, dass die beiden letzteren Formen nicht nur in der Anordnung der Begriffe, sondern auch, wie sich zeigen wird, in dem

Verhalten der Conclusionen einander näher stehen. Demgemäss können wir bei jeder der 21 Hauptformen drei Unterformen unterscheiden, woraus sich im Ganzen 63 positive Schlussformen ergeben, zu denen 36 negative hinzukommen. Bei Benützung der biliteralen Symbole der obigen Tafel können wir die Stellung der Prämissen andeuten, indem wir die drei Figuren durch die beigefügten Ziffern (1), (2) und (3) bezeichnen, so dass also z. B. s s (1) eine Prämissenanordnung aus Subsumtionsschlüssen ist, welche der ersten Figur folgt.

Der Gesichtspunkt dieser Classification unterscheidet sich von demjenigen der Aristotelischen Syllogistik dadurch, dass die letztere die hier für die Untereintheilung benützten Unterschiede zum obersten Eintheilungsgrund macht. Da es nun aber die Aufgabe des syllogistischen Algorithmus ist, die prädicative Verbindungsform der Conclusion zu finden, und diese naturgemäss in erster Stelle von den prädicativen Verbindungsformen der Prämissen und nur in zweiter von der Anordnung der Begriffe in den letzteren abhängt, so ist die hier eingeführte Veränderung von selbst geboten. Die Aristotelische Syllogistik befand sich in dieser Beziehung in einer andern Lage, weil sie nur das eine Verhältniss der Subsumtion berücksichtigte, dem auch das particulare Urtheil zugerechnet wurde.

Geht man nun die durch die angegebene Eintheilung entstehenden 63 positiven und 36 negativen Schlussformen durch, so ergeben sich in Bezug auf das Verhalten der prädicativen Verbindungsform der Conclusion drei Hauptfälle: entweder ist diese Form durch die Beschaffenheit der Prämissen eindeutig bestimmt, oder sie ist mehrdeutig bestimmt, oder sie bleibt völlig unbestimmt. Es ist klar, dass nur im ersten dieser Fälle ein zwingender Schluss stattfinden kann. Im zweiten ist zwar ein solcher nicht möglich, sondern es bleibt die Wahl zwischen mehreren prädicativen Verbindungsformen; immerhin kann eine solche vieldeutige Conclusion von Werth sein, namentlich dann, wenn eine nachträgliche Prüfung die Wahl zwischen den verschiedenen möglichen Fällen entscheidet. Im dritten Fall endlich ist eine Conclusion unzulässig, sein Eintreffen bedeutet, dass die betreffende Combination von Prämissen logisch unbrauchbar sei. Dieser dritte Fall findet immer dann statt, wenn contradictorisch entgegengesetzte Formen, wie s und $\bar{s}$, a und $\bar{a}$, im Schlusssatze als möglich erscheinen. Denn wenn contradictorische Gegensätze gleich möglich sind, so heisst dies, jede beliebige Beziehung zwischen gegebenen Begriffen sei eventuell zulässig, d. h. die Conclusion bleibt völlig unbestimmt.

a. Eindeutige Schlüsse aus positiven Prämissen.

Die Identitätsschlüsse zeichnen sich vor allen andern Schlussformen dadurch aus, dass sie stets zu einer eindeutigen Conclusion führen. Dies gilt sowohl für die reinen wie für die gemischten Identitätsschlüsse. Bei den letzteren folgt die Conclusion derjenigen Prämisse, welche nicht Identitätsurtheil ist. So schliessen wir beispielsweise:

A = B	B ꟻ A	A = B	
B < C	C = A	A)(C	u. s. w.
A < C	B ꟻ C	B)(C	

Demnach lassen sich die sechs Formen positiver Identitätsschlüsse in triliteralen Symbolen festhalten, indem man in der Reihe 1 1 auf Seite 341 einfach den zweiten Buchstaben wiederholt:

g g g, g s s, g c c, g k k, g a a, g w w.

Mit diesem Vorzug der Eindeutigkeit der Identitätsschlüsse hängt die Wichtigkeit ihrer wissenschaftlichen Anwendung zusammen. Fast überall, wo wir unzweideutige Schlusssätze gewinnen wollen, müssen die Prämissen wenigstens theilweise aus Identitätsurtheilen bestehen. Darum ist der Identitätsschluss überhaupt bei allen deductiven Folgerungen wirksam, und zwar der reine Identitätsschluss (g g g) bei analytischen Gedankenentwicklungen, der gemischte, namentlich in den Formen g s s, g a a und g w w, bei allen andern Deductionen.

Sodann gehören hierher die folgenden vier reinen, d. h. aus einer Urtheilsform zusammengesetzten Schlussformen:

s s s (1), c c c (1, 2, 3), a a a (1), w w w (1, 2, 3).

Unter ihnen nehmen die Schlüsse der Coordination und der Wechselbestimmung insofern wieder eine bevorzugte Stellung ein, als sie, vermöge der in den Symbolen)(und ∓ angedeuteten Umkehrbarkeit der Urtheile, in jeder der drei möglichen Unterformen eindeutige Schlusssätze ergeben. Die Form c c c kann wegen der geringen logischen Wichtigkeit coordinirender Urtheile von der Form A)(B ausser Betracht bleiben. Eine viel grössere Bedeutung haben die Schlüsse w w w, welche den reinen Identitätsschlüssen am nächsten verwandt sind und für die Zwecke des logischen oder mathematischen Calcüls stets leicht in solche sich umwandeln lassen. Nur kommt dabei in Betracht, dass die Glieder A, B und C in der Regel als Unterurtheile gegeben sind, die bei der Umsetzung in eine Gleichung entweder in zwei- oder mehrgliedrige logische Determinationsproducte oder aber in mathematische Functionen umgewandelt werden müssen. Dagegen unterscheiden sich die Schlüsse der Wechselbestimmung von denen der Identität dadurch, dass ihre gemischten Formen nur noch in zwei Fällen eindeutige Schlusssätze ergeben, nämlich 1) in der schon besprochenen Combination mit Identitätsurtheilen (g w w), und 2) in der Combination mit Abhängigkeitsurtheilen (w a a), bei welcher der Schlusssatz ebenfalls ein Abhängigkeitsurtheil ist, nämlich:

A ∓ A	B ∓ A	A ∓ B	
B ꟻ C	C ꟻ A	A ꟻ C	*).
A ꟻ C	B F C	B ꟻ C	

*) Man überzeugt sich hiervon leicht durch die folgende Auflösung der Symbole:

Alle andern Combinationen, w s, w c, w k, deuten zwar auf irgend welche Beziehungen zwischen A und C hin, aber es bleibt unbestimmbar, welcher Art diese Beziehungen sein mögen.

In höherem Maasse noch ist bei den Subsumtions- und den Abhängigkeitsschlüssen die Eindeutigkeit der Schlussfolgerung eine beschränkte. Sie ist hier, abgesehen von den oben schon erwähnten zugleich Urtheile der Identität oder der Wechselbestimmung enthaltenden gemischten Formen, selbst bei dem reinen Subsumtions- und Abhängigkeitsschlusse nur bei der ersten Unterform erfüllt. Wir schliessen also eindeutig:

$$\frac{\begin{array}{c}A < B\\ B < C\end{array}}{A < C} \qquad \frac{\begin{array}{c}A \rceil B\\ B \rceil C\end{array}}{A \rceil C}.$$

Aber die Resultate von der Form $\widehat{B\,C}$ sind vieldeutig.

Den reinen Subsumtions- und Abhängigkeitsschlüssen zunächst verwandt sind die gemischten Combinationen von der Form s a. Sie geben nur in der zweiten und dritten Figur eine eindeutige Conclusion:

$$\frac{\begin{array}{c}B < A\\ C \rceil A\end{array}}{B \lceil C} \quad \text{und} \quad \frac{\begin{array}{c}A < B\\ A \rceil C\end{array}}{B \rceil C}.$$

Wenn A eine Folge von C, und B ein Theil von A ist, so ist auch B eine Folge von C. Ebenso: wenn C eine Folge von A, und A ein Theil von B ist, so ist C auch eine Folge von B. Beide Formen lassen sich festhalten in den Symbolen s a a' (2) und s a a (3), wobei wir durch a' das umgekehrte Bedingungsurtheil (B ist eine Folge von C) bezeichnen wollen.

Endlich sind hier als zwar in allen drei Figuren eindeutige, logisch aber wenig bedeutsame Schlüsse diejenigen von der Form s c zu erwähnen. Sie sind höchstens desshalb bemerkenswerth, weil sie, allen herkömmlichen Regeln der Logik entgegen, in der 1. und 2. Figur negative Conclusionen ergeben, obgleich beide Prämissen positiv sind, nämlich:

$$s\,c\,\bar{s}\ (1),\ s\,c\,\bar{s}\ (2),\ s\,c\,s'\ (3).$$

Wenn A ist, so ist B,	Wenn B ist, so ist A,	Wenn A ist, so ist B,
und wenn B ist, so ist A.	und wenn A ist, so ist B.	und wenn B ist, so ist A.
Wenn B ist, so ist C.	Wenn C ist, so ist A.	Wenn A ist, so ist C.
Wenn A ist, so ist C.	Wenn C ist, so ist B.	Wenn B ist, so ist C.

Dagegen lässt sich z. B. aus den Sätzen »wenn B ist, so ist A«, »wenn B ist, so ist C« nicht folgern »wenn C ist, so ist A«, weil die einseitige Abhängigkeit nicht ausschliesst, dass für A und C ausser der gemeinsamen Bedingung B auch noch Bedingungen D und E existiren, die für beide nicht zusammentreffen.

Man erhält eine Darstellung der ersten Form, wenn man in Fig. 6 a b = A, a c = B, c e = C setzt. Für die zweite setze man a c = A, b c = B, c e = C, für die dritte a b = A, a c = B, b c = C.

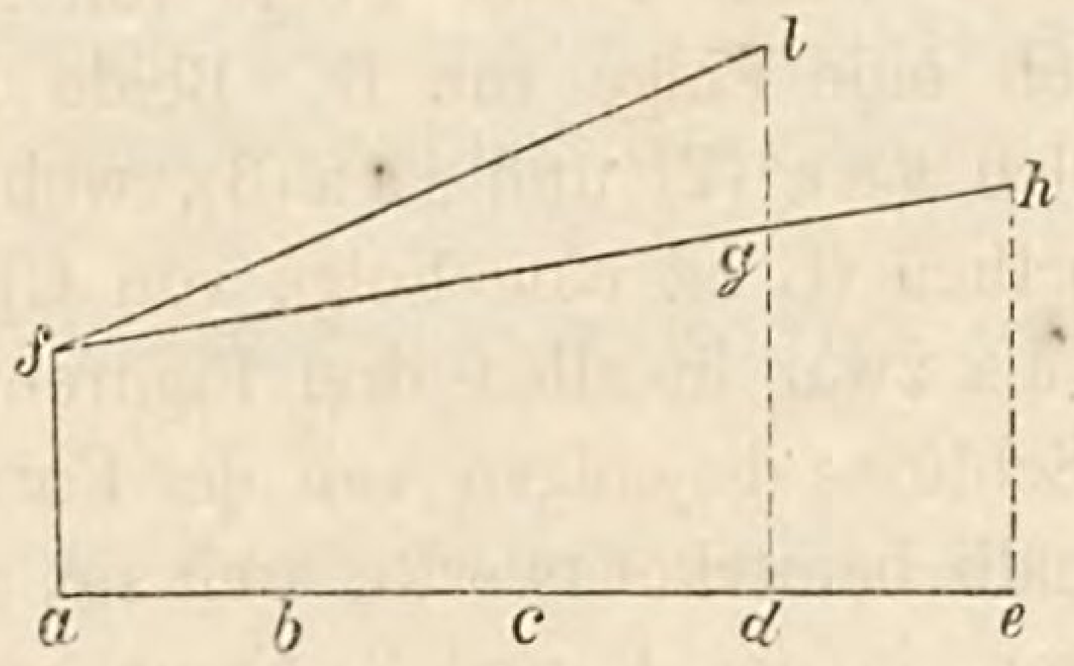
b. Mehrdeutige und unbestimmte Schlüsse aus positiven Prämissen.

Als solche bleiben uns noch übrig folgende Formen:

1) s s (2, 3), a a (2, 3), s a (1). Sie bedürfen, als die wichtigsten unter den mehrdeutigen Schlüssen, einer eingehenderen Betrachtung. Die Prämissen A < B, A < C lassen in Bezug auf das Verhältniss $\widehat{BC}$ ein vierdeutiges Resultat zu. Es kann nämlich sein: a) B = C (z. B. in Fig. 6 a b = A, a c = B = C), b) B < C (a b = A, a c = B, a d = C), c) B > C (a b = A, a d = B, a c = C), d) B ⌶ C (b c = A, a c = B, b d = C). Die Prämissen B < A, C < A dagegen ergeben ein fünfdeutiges Resultat, nämlich: a) B = C (a c = A, a b = B = C), b) B < C (a d = A, a b = B, a c = C), c) B > C (a d = A, a c = B, a b = C), d) B ⌶ C (a e = A, a c = B, b d = C), e) B)(C (a d = A, a b = B, b c = C).

Um die Folgerungen aus den Prämissen A $\dashv$ B und A $\dashv$ C zu veranschaulichen, stelle man die logischen Abhängigkeitsverhältnisse durch die geometrische Abhängigkeit linearer Gebilde dar. Man sieht dann, dass die

Fig. 6.



angegebene Combination ein fünfdeutiges Resultat zulässt: a) B = C (z. B. a e = A, f h = B = C), b) B < C (a e = A, f g = B, f h = C), c) B > C (a e = A, f h = B, f g = C), d) B $\dashv$ C (a d = A, f g = B, f l = C), e) B $\vdash$ C (a d = A, f l = B, f g = C). Ebenso gestatten die Prämissen B $\dashv$ A, C $\dashv$ A das siebendeutige Ergebniss: a) B = C (z. B. f h = A, a e = B = C), b) B < C (f g = A, a d = B, a e = C), c) B > C (f g = A, a e = B, a d = C), d) B $\dashv$ C (f l = A, a d = B, f g = C), e) B $\vdash$ C (f l = A, f g = B, a d = C), f) B ⌶ C (f g = A, b d = B, c e = C), g) B)(C (f g = A, b c = B, c d = C). Dass in beiden Fällen neben der Identität und den zwei Abhängigkeitsverhältnissen zwischen B und C noch Beziehungen der Ueber- oder Unterordnung möglich sind, lässt auch die sprachliche

Formulirung der Prämissen deutlich erkennen. Gilt die Voraussetzung: »wenn A ist, so ist B, und wenn A ist, so ist C«, so kann B möglicher Weise ein einzelner Fall von C, oder C ein Fall von B sein; und heisst die Voraussetzung: »wenn B ist, so ist A, und wenn C ist, so ist A«, so kann ebenfalls die eine Folge stattfinden, weil der Grund ein specieller Fall zu dem Grunde der andern Prämisse ist. So gelten z. B. neben einander die Sätze: »Wenn Dreiecke gleichschenklig sind, so sind die Winkel an der Grundlinie gleich« und »wenn Dreiecke gleichseitig sind, so sind die Winkel an der Grundlinie gleich«, denn das gleichseitige ist hier ein Specialfall des gleichschenkligen Dreiecks.

Aehnlich den Prämissen s s (2, 3) und a a (2, 3) verhält sich die gemischte Combination s a (1). Sie giebt aber nicht bloss ein mehrdeutiges sondern ein völlig unbestimmtes Resultat. Wenn A ein Theil von B und C eine Folge von B ist, so kann C möglicher Weise eine Folge oder keine Folge von A sein. Um diese Alternative zu entscheiden, müsste man wissen, ob von der gesammten Bedingung B der Theil A genügt, um C hervorzubringen, oder nicht. Wir schliessen also:

$$\frac{\begin{array}{c}\mathrm{A} < \mathrm{B}\\ \mathrm{B} \rceil \mathrm{C}\end{array}}{\mathrm{A} \rceil \mathrm{C}, \bar{\mathrm{C}},}$$

ein zwischen contradictorischen Gegensätzen schwankendes Resultat, welches wir auch durch die kürzere Formel $\mathrm{s\,a}\left\{\begin{array}{c}\mathrm{a}\\ \bar{\mathrm{a}}\end{array}\right.$ (1) ausdrücken können.

2) s k, s w. Der Schluss s k ist, wie man sich an Fig. 6 leicht überzeugen kann, in den drei zweideutigen Formen möglich:

$$\mathrm{s\,k}\,{}^{\mathrm{s}'}_{\mathrm{k}}\,(1, 3),\ \mathrm{s\,k}\,{}^{\bar{\mathrm{s}}}_{\mathrm{k}}\,(3).$$

Der Schluss s w ist in der ersten und zweiten Figur zwei-, in der dritten dreideutig:

$$\mathrm{s\,w}\,{}^{\mathrm{a}'}_{\mathrm{w}}\,(1, 2),\ \mathrm{s\,w}\,{}^{\mathrm{a},\,\mathrm{a}'}_{\mathrm{w}}\,(3).$$

Es findet dabei, was übrigens bei der Zweideutigkeit zwischen den Symbolen F und ∓ selbstverständlich ist, da das letztere Zeichen das erstere einschliesst, das eigenthümliche Verhältniss statt, dass beim ersten und zweiten Schluss die Resultate A F B und B F C jedenfalls gelten, während A ⌉ B und B ⌉ C eventuell noch daneben gelten können. Gilt z. B. der in B ∓ C enthaltene Satz: »wenn C ist, so ist B«, und ist ausserdem A ein Theil von B (A < B), so gilt auch nothwendig der Schluss: »wenn C ist, so ist A«. Dagegen folgt aus dem umgekehrten Satze: »wenn B ist, so ist C« und der weiteren Prämisse A < B nur, dass C möglicher Weise auch eine Folge von A sein kann.

3) c k, c a, c w. Der Schluss c k ergiebt in jeder seiner drei Unterformen das zweideutige Resultat: A)(, ≬ C oder B)(, ≬ C. Denn ist z. B. in Fig. 4 (S. 252) a c = A, c e = B und d f = C, so gilt A)(C, ist dagegen b d = C, so gilt A ≬ C. Der Schluss c a hat in allen drei Fällen ein unbestimmtes Resultat von der Form A ꟻ C, $\bar{C}$ (C ist entweder abhängig oder nicht abhängig von A). Denn die Prämissen A)(B, B ꟻ C, gestatten offenbar ebensowohl die Annahme, A sei dem B in solcher Weise coordinirt, dass C auch von ihm abhängig gedacht werden könne, als die entgegengesetzte Annahme, A liege in dem über A und B stehenden Begriff ausserhalb desjenigen Gebietes, in welchem C als Function dieses Begriffs sich darstellen lässt; in diesem Falle wird man daher zu irgend einem von C verschiedenen $\bar{C}$ übergehen müssen, um eine ähnliche functionelle Beziehung zu A zu erhalten, wie sie zwischen B und C besteht. Die Verbindung c w entspricht, wie leicht zu erkennen, in ihrem Verhalten vollständig c a, indem sie die unbestimmten Resultate A ₸ C, $\bar{C}$ und B ₸ C, $\bar{C}$ ergiebt.

4) k k, k a, k w. Bei dem Schlusse k k sind wegen der symmetrischen Bedeutung des Symbols ≬ die drei Unterformen einander äquivalent. Man erhält stets ein vierdeutiges Resultat von der Form A oder B)(, ≬, $<$, $>$ C. Die Schlüsse k a und k w endlich verhalten sich vollständig wie die Formen von c a und c w. Man erhält auch hier die unbestimmten Resultate:

A ꟻ C, $\bar{C}$	B F C, $\bar{C}$	B ꟻ C, $\bar{C}$
A ₸ C, $\bar{C}$	B ₸ C, $\bar{C}$	B ₸ C, $\bar{C}$.

Die folgende Tafel enthält eine Uebersicht der sämmtlichen Schlussformen mit positiven Prämissen. Die bei einzelnen in Klammern beigefügten Zahlen bedeuten die Schlussfiguren, für welche die betreffende Formel gilt; wo eine Zahl nicht beigefügt ist, gilt die nämliche Formel für alle drei Figuren.

Eindeutige positive Schlussformen.

a) Eindeutig in den drei Figuren:

g g g, g s s (1, 3), g s s' (2), g c c, g k k, g a a, g w w, c c c, w w w, a w a (1, 3), a w a' (2).

b) Eindeutig in einzelnen Figuren:

s s s (1), a a a (1), s a a (3), s a a' (2), s c s' (3).

c) Eindeutig aber mit negativer Conclusion:

s c $\bar{s}$ (1, 2).

Mehrdeutige positive Schlussformen.

a) Mehrdeutig in den drei Figuren:

$$\text{s k}\left\{\begin{matrix}\text{s}'\\ \text{k}\end{matrix}\right. (1, 3),\ \text{s k}\left\{\begin{matrix}\bar{\text{s}}\\ \text{k}\end{matrix}\right. (2),\ \text{c k}\left\{\begin{matrix}\text{c}\\ \text{k}'\end{matrix}\right.,\ \text{k k}\left\{\begin{matrix}\text{c}\\ \text{k}\\ \text{s, s}'\end{matrix}\right.,\ \text{s w}\left\{\begin{matrix}\text{a}\\ \text{w}\end{matrix}\right. (1, 2),\ \text{s w}\left\{\begin{matrix}\text{a, a}'\\ \text{w}\end{matrix}\right. (3).$$

b) Mehrdeutig in einzelnen Figuren:

$$ss\left\{\begin{matrix}g\\ s, s'\\ k\\ c\end{matrix}\right. (2),\qquad ss\left\{\begin{matrix}g\\ s, s'\\ k\end{matrix}\right. (3),\qquad aa\left\{\begin{matrix}g\\ s, s'\\ a, a'\\ k, c\end{matrix}\right. (2, 3).$$

Unmögliche positive Schlussformen.

a) Unmöglich in den drei Figuren:

$$ca\left\{\begin{matrix}a\\ \bar{a}\end{matrix}\right.,\qquad ka\left\{\begin{matrix}a\\ \bar{a}\end{matrix}\right.,\qquad cw\left\{\begin{matrix}w\\ \bar{w}\end{matrix}\right.,\qquad kw\left\{\begin{matrix}w\\ \bar{w}\end{matrix}\right..$$

b) Unmöglich in einer einzelnen Figur:

$$sa\left\{\begin{matrix}a\\ \bar{a}\end{matrix}\right. (1).$$

Unter allen überhaupt möglichen Combinationen positiver Prämissen giebt es demnach vier, nämlich c a, k a, c w und k w, deren Ergebniss stets zwischen contradictorischen Gegensätzen schwankt, so dass hier ein Schluss unbedingt unmöglich ist. Die Combination s a dagegen ist nur in bedingter Weise, nämlich bei einer der ersten Figur entsprechenden Stellung der Begriffe, zum Schlusse unbrauchbar.

c. Schlüsse mit einer negativen Prämisse.

Unter den auf S. 341 angeführten 12 Combinationen erledigen sich diejenigen, die ein Identitätsurtheil als positive Prämisse enthalten, durch die einfache Bemerkung, dass bei ihnen, wie bei den positiven Identitätsschlüssen, in der Conclusion lediglich eine Substitution des identisch gesetzten Begriffs in das Subsumtions- oder Abhängigkeitsurtheil stattfindet, so dass wir in allen Unterformen schliessen:

$$g\,\bar{s}\,\bar{s} \text{ und } g\,\bar{a}\,\bar{a}.$$

Ebenso lassen die Subsumtionsformen $s\,\bar{s}$ in allen drei Figuren die Conclusion $\bar{s}$ zu. Dagegen schliessen wir bei der Combination $s\,\bar{a}$ nur in zwei Fällen eindeutig, nämlich:

$$\begin{array}{c} A < B \\ B \rceil \bar{C} \\ \hline A \rceil \bar{C} \end{array} \quad\text{und}\quad \begin{array}{c} B < A \\ C \rceil \bar{A} \\ \hline B \lceil \bar{C} \end{array}$$

Gilt der Satz: »wenn B ist, so ist nicht C«, und ist A ein Theil von B, so gilt auch der Satz: »wenn A ist, so ist nicht C«. Ebenso, wenn B ein Theil von A und C keine Bedingung von A, so ist auch C keine Bedingung von B oder B keine Folge von C. In der dritten Figur sind aber keine Schlüsse möglich. Denn aus den Voraussetzungen, dass A ein Theil von B und A keine Bedingung von C sei, ist in Bezug auf das

allgemeine Verhältniss von B und C nichts zu schliessen. Allerdings ist ein Theil von B, nämlich derjenige, welcher A ist, keine Bedingung von C, ob aber diese Negation desshalb stattfindet, weil B überhaupt nicht Bedingung ist, oder desshalb, weil erst das vollständige B die Bedingung enthält, bleibt unbestimmt, und es sind daher wieder die beiden contradictorischen Schlusssätze B ⌉ C und B ⌉ C̄ möglich. Hiervon unterscheiden sich die Schlüsse von der Form c s̄ dadurch, dass sie zwar in der ersten und dritten, nicht aber in der zweiten Figur eindeutig sind. Es folgt nämlich: c s̄ s̄ (1, 3). Aus B)(A, C < Ā lässt sich dagegen in Bezug auf das Verhältniss von B und C nichts schliessen.

Die meisten andern noch möglichen Combinationen einer positiven mit einer negativen Prämisse, die Formen c ā, k s̄, k ā, a s̄, w s̄, liefern, welche Stellung man den Begriffen auch anweisen möge, ein unbestimmtes Resultat. Ist z. B. A coordinirt B, und C keine Folge von B, so kann offenbar A ebensowohl eine Bedingung wie keine Bedingung von C oder ebensowohl coordinirt wie nicht coordinirt C sein. Gelten ferner die Prämissen A ≬ B und B < C̄, so kann C möglicher Weise ein Theil oder kein Theil von A sein, u. s. w. Nur die Formen a ā und w ā lassen noch eindeutige Conclusionen zu, und zwar a ā in der ersten und zweiten, w ā aber in allen drei Figuren. Aus A ⌉ B und B ⌉ C̄ folgt nämlich A ⌉ C̄, aus B ⌉ A, C ⌉ Ā ebenso B ⌉ C̄, während die Prämissen A ⌉ B, A ⌉ C̄ unbestimmt lassen, ob zwischen B und C ein Verhältniss von Grund und Folge stattfinde, da die Beziehung A ⌉ B nicht ausschliesst, dass noch irgend eine andere Beziehung D ⌉ B existire, so dass durch A ⌉ C̄ die Möglichkeit von B ⌉ C nicht ausgeschlossen wird. Dagegen ergiebt die Form w ā in allen drei Figuren den eindeutigen Schluss w ā ā. Somit giebt es der Schlüsse mit negativen Prämissen 17 eindeutige und 19 unmögliche Formen:

Eindeutige negative Schlussformen.

g s̄ s̄, g ā ā, w ā ā,
s s̄ s̄ (1, 3), s ā ā (1), s ā ā′ (2), c s̄ s̄ (1, 3), a ā ā (1, 2).

Unmögliche negative Schlussformen.

s s̄ (3), s ā (3), c s̄ (2), a ā (3),
c ā, k s̄, k ā, a s̄, w s̄.

Während demnach die Schlüsse aus positiven Prämissen in eindeutige, mehrdeutige und unmögliche zerfallen, kommen, sobald die eine Prämisse negativ ist, nur eindeutige oder unmögliche Combinationen vor, wobei die eindeutigen stets zugleich negativ sind. Dieses Verhalten ist eine nothwendige Folge des unbestimmten Charakters der Negation und der Regel, dass der eindeutige Schluss aus einer negativen Prämisse stets negativ ist. Hiernach kann nämlich, sobald der Schluss mehrdeutig wird,

dies nur dadurch geschehen, dass neben der negativen auch positive Conclusionen möglich sind, unter welchen letzteren sich, da die Negation in der Verneinung entweder einer Subsumtion oder einer Abhängigkeit besteht, stets ein Urtheil s oder a finden wird, das sich zu der negativen Conclusion $\bar{s}$ oder $\bar{a}$, welche möglich ist, in einem contradictorischen Gegensatze befindet. Der mehrdeutige wird also in diesem Fall sofort und nothwendig zum unmöglichen Schluss.

In allen bisher betrachteten positiven und negativen Schlussformeln können die Symbole A, B, C sowohl einfache wie zusammengesetzte Begriffe bezeichnen. Insbesondere also können einzelne derselben entweder die Bedeutung logischer Summen besitzen, wie in den disjunctiven Schlussformen, oder prädicative Begriffsverbindungen darstellen, wie in den Bedingungsschlüssen. Unter den so entstehenden zusammengesetzten Formen fallen nur zwei eigenthümliche Schlussweisen, die durch die eine Prämisse oder die Conclusion den negativen Schlüssen sich anreihen, ausserhalb des Gebiets der hier geführten algorithmischen Untersuchung: der disjunctive Schluss und der s. g. gemischte hypothetische Schluss. (S. oben S. 317.) Bei beiden liegt nämlich das eigentliche Motiv des Schlusses nicht in der prädicativen Verbindung der Prämissen, sondern in der Zusammensetzung des einen Hauptbestandtheils der oberen Prämisse, meistens des Prädicats. Dies erhellt deutlich aus den beiden disjunctiven Grundformen (S. 320), auf welche sich der gemischte hypothetische Schluss zurückführen lässt:

$$\begin{array}{l} A \leqq B + C + D \ldots \\ A \leqq B \\ \hline A \leqq \bar{C} + \bar{D} \ldots \end{array} \qquad \begin{array}{l} A \leqq B + C + D \ldots \\ A \leqq \bar{C} + \bar{D} \ldots \\ \hline A \leqq B \end{array}$$

Hiermit steht in Zusammenhang, dass diese Schlussformen des eigentlichen Mittelbegriffs ermangeln, und dass sie der allgemeinen Regel, wonach auf eine negative Prämisse nur eine negative Conclusion folgen kann, widersprechen. In der That sind hier die beiden Prämissen nicht von einander unabhängige Urtheile, sondern die zweite fügt lediglich der ersten eine beschränkende Bestimmung hinzu, indem sie entweder aus den Gliedern des Prädicats ein einzelnes herausgreift oder aber eine Reihe von Gliedern durch Negation beseitigt. So besteht denn auch die Conclusion wiederum nur in einer Einschränkung der ersten Prämisse, die entweder in negativer oder in positiver Form vollzogen wird.

d. Logischer Werth der einzelnen Schlussformen.

Allen andern Prämissenverbindungen stehen an Wichtigkeit voran die reinen und gemischten Identitätsschlüsse, sowie die Schlüsse der Abhängigkeit und der Wechselbestimmung in ihren reinen und in ihren mit Identitäts- und Subsumtionsurtheilen gemischten Formen. Von beschränkterer Bedeutung sind die reinen Subsumtionsschlüsse, und von der geringsten die Schlüsse aus blossen Coordinations- und Kreuzungsurtheilen oder aus

Verbindungen dieser beiden mit Subsumtionsurtheilen. Das nämliche gilt von den negativen Schlüssen, bei denen übrigens die meisten der zuletzt erwähnten Combinationen an und für sich zu den unmöglichen Formen gehören.

Die Identitätsschlüsse verdanken ihren logischen Werth wesentlich dem Umstande, dass bei ihnen die Conclusion unter allen Bedingungen einen eindeutigen Werth besitzt. So sahen wir denn auch Identitätsurtheile regelmässig in die beiden Formen von Subsumtionsschlüssen eingehen, die eine wissenschaftliche Anwendung finden (S. 299). Den Identitätsurtheilen analog verhalten sich die Urtheile der Wechselbestimmung, und indem sich eine entsprechende Analogie zwischen den Subsumtions- und Abhängigkeitsurtheilen vorfindet, nehmen unter den Bedingungsschlüssen diejenigen der Wechselbestimmung in ihren reinen und gemischten Formen den gleichen Rang ein. Zugleich enthält die hier bemerkte Analogie eine Rechtfertigung dafür, dass man für die Zwecke des Calcüls den Bedingungsschlüssen unter Umständen Identitätsschlüsse substituiren kann, wie dies in Bezug auf die entsprechenden Urtheile schon früher geschehen ist (Abschn. III. Cap. IV). Vermöge dieser unbedingt eindeutigen Beschaffenheit ihrer Conclusionen sind diejenigen Schlüsse, in welche Urtheile der Identität und der Wechselbestimmung eingehen, in bevorzugter Weise anwendbar für die Zwecke der analytischen und der deductiven Gedankenentwicklung. In beschränkterem Grade ist dies der Fall mit den bedingt eindeutigen Subsumtions- und Abhängigkeitsschlüssen. Abgesehen davon, dass dieselben nur bei bestimmten Anordnungen der Begriffe ein eindeutiges Resultat ergeben, sind sie überhaupt nur für speciellere Zwecke verwendbar. So dient der Schluss s s s (1) lediglich der Subsumtion durch die mittlere Gattung (vgl. S. 295), ähnlich der Schluss a a a (1) der Verbindung einer entfernteren durch eine nähere Folge mit der zu beiden gehörigen Bedingung. Die letztere Art des Schliessens ist zwar wissenschaftlich von grösserer Bedeutung als der reine Subsumtionsschluss, immerhin steht sie jenen Bedingungsschlüssen nach, in welche ein Urtheil der Wechselbestimmung mit eingeht. Von noch untergeordneterem Werthe aber sind die gemischten Formen s a a (2) und s a a′ (3), welche nur dazu dienen zu constatiren, dass eine Bedingung, die für irgend eine Gattung gültig ist, auch für jede dieser Gattung untergeordnete Art Geltung besitzt.

Während Analyse und Deduction nur möglich sind, wo gegebene Prämissen eine eindeutige Schlussfolgerung gestatten, verhält es sich entgegengesetzt mit dem Verfahren der Induction, das sich überall aus mehrdeutigen Schlussformen entwickelt. Hierin besteht der wesentliche Unterschied der Vergleichungs- und Verbindungsschlüsse sowohl von den reinen Identitätsschlüssen wie von den classificirenden und exemplificirenden Subsumtions- und von den verificirenden und subsumirenden Bedingungsschlüssen. Zwischen ein- und mehrdeutigen Schlüssen stehen in gewissem Sinne die negativen in der Mitte. Insofern sie eindeutig sind, gehören sie zu den deductiven Folgerungen; insofern aber das negative Prädicat

zwischen einer unbestimmten Zahl positiver Begriffe die Wahl lässt, nehmen sie zugleich an der Vieldeutigkeit der Inductionsschlüsse Theil. Dieser Doppelstellung entspricht ihre Verwendung, die ebensowohl in den deductiven Gedankenprocess eingreift, um versuchte Subsumtionen und Anwendungen allgemeiner Regeln zu beseitigen, wie sie sich in der Form fundamentaler Unterscheidungen von Merkmalen, Gegenständen und Vorgängen an den Inductionsprocessen betheiligt.

In Folge der Mehrdeutigkeit der inductiven Schlüsse ist nun aber nach dem Vollzug eines solchen der Denkprocess, der zu dem Schlusse geführt hat, niemals erledigt, sondern es entsteht erst die Aufgabe einer Prüfung der verschiedenen Deutungen, welche der Conclusion gegeben werden können, und der Auswahl derjenigen Deutung, welche als die richtige übrig bleibt. Diese nachträgliche Prüfung ist theils eine thatsächliche, insofern man die möglichen Deutungen stets mit den Thatsachen vergleichen wird, welche in der Conclusion eine allgemeine Formulirung finden; theils aber ist sie eine logische, darin bestehend, dass man jede der möglichen Deutungen zum Obersatz neuer Schlüsse macht und zusieht, ob sich auf solche Weise zutreffende Folgerungen ableiten lassen, worauf dann natürlich die Conclusionen der letzteren abermals wieder einer thatsächlichen Prüfung anheimfallen. Leicht lassen sich aus beliebigen Beispielen inductiver Schlüsse, wie sie im vorigen Capitel benützt worden sind, Belege für jene thatsächliche Prüfung, der wir die Conclusion schon vor ihrer Formulirung unterziehen, entnehmen. In dem Beispiel »Grosse Hitze nach vorangegangenem Regen« u. s. w. (S. 332) folgen sichtlich die Prämissen der Form A ⌉ B, A ⌉ C oder a a (3). Sie lässt nach unserer Tafel g, s, s', a, a', k, c als mögliche Deutungen zu. Aber ein Blick auf die Begriffscomplexe, die hier mit A und B bezeichnet sind, lehrt sofort, dass die Fälle g, s, s', k, c vermöge der anderweitig bekannten Beschaffenheit der Begriffe ausgeschlossen sind, und dass es sich also höchstens noch um die Wahl zwischen a' und a handeln könnte, d. h. darum, ob der Uebergang fester Theilchen aus dem Boden in die Atmosphäre die Bedingung sei für das Auftreten epidemischer Krankheiten, oder ob umgekehrt das Auftreten epidemischer Krankheiten die Bedingung sei für den Uebergang fester Theilchen, eine Alternative, die sich unmittelbar im ersteren Sinne entscheidet.

Von Jevons und Sigwart*) ist bereits darauf hingewiesen worden, dass das Schlussverfahren, welches der Induction zu Grunde liegt, sich als eine Umkehrung des in der Deduction verwendeten Syllogismus betrachten lässt, insofern es sich bei jener stets darum handelt die Prämissen zu finden, aus denen deducirt werden kann. Dieses Verhältniss ist in der That vollkommen zutreffend. Wenn aber dabei zugleich behauptet wird, dass in Folge dessen der Inductionsschluss die Regeln des Syllogismus

*) Jevons, principles of science, p. 122. Sigwart, Logik, II. S. 357.

voraussetze, so hat hier die Vergleichung mit den inversen Operationen der Mathematik zu einer Annahme geführt, die nicht haltbar ist. Vielmehr sind die logischen Elementaroperationen der Induction ebenso ursprünglich wie diejenigen der Deduction. Der inductive Schluss führt aber desshalb nothwendig zu dem Versuch seiner Umkehrung, weil er ein vieldeutiger Schluss ist, dessen neben einander mögliche Conclusionen so lange als Prämissen benützt und in anderen wo möglich eindeutigen Schlüssen auf ihre Richtigkeit geprüft werden, bis unter der Zahl möglicher Deutungen die richtige gefunden ist. Der wesentlichere Unterschied zwischen den Schlüssen der Deduction und der Induction liegt also in der Eindeutigkeit jener und in der Vieldeutigkeit dieser. Dies sind aber Unterschiede, welche in den Combinationen der Denkacte von Anfang an vorgebildet sein mussten, so dass weder, wie Mill behauptet, alles deductive Schliessen eine vorangehende Induction noch aber auch umgekehrt diese das erstere als eine ursprünglichere Function voraussetzt*).

2. Die Entwicklung der Schlüsse in Gleichungen.

Die Ueberführung der Urtheile in Gleichungen und die nachfolgende Behandlung der letzteren nach den in Abschnitt III Cap. IV dargestellten Gesetzen ist im allgemeinen nur mit der Einschränkung statthaft, dass die Operationssymbole, die man in den zum Zweck einer Schlussfolgerung combinirten Gleichungen verwendet, überall die nämliche Bedeutung bewahren. Insbesondere also dürfen das Gleichheitszeichen und das Quantificationssymbol nicht ohne weitere Prüfung übereinstimmend behandelt werden, da das erstere ausser der Identität die Wechselbestimmung, das letztere ausser der Subsumtion die Abhängigkeit bezeichnen kann: kommen daher diese Symbole in verschiedenen Prämissen in abweichender Bedeutung vor, so ist nach der Ueberführung in Gleichungen die übereinstimmende Behandlung nur unter der Bedingung gestattet, dass ohne Aenderung des richtigen Sinnes den gleichen Symbolen auch eine gleiche Interpretation gegeben werden kann. Dies trifft nur in einem einzigen Falle zu, nämlich bei der Combination von Abhängigkeits- und Subsumtionsurtheilen, wo der Gleichung $vx = y$ in beiden Fällen diejenige Interpretation gegeben werden kann, die das Abhängigkeitsurtheil nach seiner Umwandlung in eine Gleichung zulässt: einige Fälle von x treffen zusammen mit allen Fällen von y. Diese Formel gilt zwar zunächst für den Ausdruck x ⌉ y; sie ist aber auch für $x > y$ nicht unrichtig: die mathematische Behandlung der Combination s a ist daher möglich unter der

*) Ueber die zusammengesetzten Verfahrungsweisen der Induction und Deduction vergl. Bd. II. (Methodenlehre).

Voraussetzung, dass für das Symbol v im Endresultat wieder das Functionssymbol f eingeführt werde. Hieraus erklärt es sich, dass nach der Tafel (S. 347) s s und s a sich entsprechend verhalten, nur dass ersteres in der Figur s s (1), letzteres aber in s a (2) und s a (3) eindeutig ist, weil bei der Umwandlung von a in s das Functionssymbol durch ein Quantificationssymbol auf der andern Seite ersetzt werden muss. Anders verhalten sich die Urtheile der Wechselbestimmung, wenn sie mit Subsumtionsurtheilen zusammentreffen. Auch hier können allerdings zwei Gleichungen $x = y$ und $x = v\,z$ der mathematischen Behandlung unterworfen werden, wenn man den Zeichen $=$ und v übereinstimmend die Interpretation von Bedingungsurtheilen giebt. Aber es muss dann die Conclusion $y = v\,z$ oder $v\,y = z$ in derselben Weise interpretirt werden, und dann wird das Symbol v zweideutig, indem es möglicher Weise bloss einen partiellen Werth der Gleichung $y = z$ bezeichnet.

Auf alle Combinationen von Prämissen, in deren Gleichungen die Operationssymbole eine übereinstimmende Bedeutung bewahren, ist die analytische Behandlung unbeschränkt anwendbar. Dagegen zeigt die Ausführung der Rechnungen, dass diese in allen Fällen, in welchen nach der obigen Untersuchung die Conclusion vieldeutig oder unbestimmt wird, resultatlos bleiben, indem man immer wieder auf die ursprünglichen Gleichungen zurückkommt. So gewinnt man z. B. aus der Form s s (3) oder $x = v\,y$, $x = v\,z$ die Nullgleichung $x\,\bar{y} + x\,\bar{z} = 0$, aus welcher sich nur $x = v\,y + v\,z$ schliessen lässt. Nur **eindeutige** Combinationen von Prämissen sind also überhaupt einer analytischen Behandlung zugänglich; bei **vieldeutigen** Verbindungen können nur durch die mittelst der ursprünglichen prädicativen Symbole geführte Untersuchung die möglichen Deutungen gefunden werden. Durch dieses Ergebniss ist die, übrigens schon an sich der Natur des Inductionsverfahrens widersprechende Hoffnung beseitigt, es könne die analytische Behandlung des logischen Denkens jemals der Theorie der Induction zu Hülfe kommen.

Für die eindeutigen Schlüsse besteht nun das Verfahren lediglich in einer erweiterten Anwendung der für die Transformation der Urtheilsgleichungen gegebenen Regeln. Alle aus den einzelnen Prämissen gewonnenen Nullgleichungen kann man in eine gemeinsame Nullgleichung vereinigen, aus der man diejenigen Glieder auswählt, welche den zu bestimmenden Begriff enthalten, um sodann den letztern aus der so gewonnenen specielleren Nullgleichung zu isoliren. Die Behandlung wird bei den einfacheren Schlussformen natürlich viel complicirter als das gewöhnliche Schliessen; bei zusammengesetzten Schlussfolgerungen gewährt sie aber eine ungleich grössere Sicherheit als dieses und gestattet auch solche Begriffe verhältnissmässig leicht zu bestimmen, die in beliebigen verwickelten Verbindungen vorkommen.

Bei einfacheren Schlüssen genügt vollständig die Anwendung der Gleichungen 4b (S. 264) zur Elimination des Mittelbegriffs und zur Auf-

findung der Conclusion. So erhält man aus den Identitätsprämissen $x = y$, $y = z$ die Nullgleichung

$$y(\bar{x} + \bar{z}) + \bar{y}(x + z) = 0,$$

woraus folgt

$$(\bar{x} + \bar{z})(x + z) = 0,$$

$$x\bar{z} + z\bar{x} = 0, \quad x = z.$$

Aus $x = y$, $y = vz$ ergiebt sich

$$y(\bar{x} + \bar{z}) + \bar{y}x = 0,$$

$$x\bar{z} = 0, \quad x = vz.$$

Die nämliche Folgerung gewinnt man aus $x = vy$, $y = vz$. Ist die eine Prämisse negativ, $x = vy$, $y = v\bar{z}$, so erhält man dagegen:

$$x\bar{y} + yz = 0, \quad xz = 0, \quad x = v\bar{z}.$$

Sind die Prämissen von verwickelterer Beschaffenheit, so richtet sich das einzuschlagende Verfahren nach dem speciellen Fall. Theoretisch kommen dabei keine neuen Gesichtspunkte zur Geltung. Es mag daher genügen, hier einige Beispiele für die Entwicklung solcher Schlussfolgerungen anzuschliessen, bei denen die Prämissen nicht die gewöhnliche syllogistische Anordnung besitzen, oder wo nach der Definition eines Begriffes gefragt wird, der in Verbindungen enthalten ist, aus denen er befreit werden soll *).

1) Es seien gegeben die beiden Sätze der Elementargeometrie: »a) Aehnliche Figuren sind solche, deren correspondirende Winkel gleich, und deren Seiten proportional sind. b) Dreiecke, deren correspondirende Winkel gleich sind, haben proportionale Seiten und umgekehrt.« Wir bezeichnen ähnliche Figuren durch S, Figuren, deren correspondirende Winkel gleich sind, durch W, solche, deren Seiten proportional sind, durch P, Dreiecke durch T. Es sollen die Begriffe S und $\bar{S}$ durch T und $\bar{T}$ definirt werden. Die beiden Prämissen lauten:

$$\text{a)}\ S = wP, \qquad \text{b)}\ wT = pT.$$

Man determinire die rechte Seite von Gleichung a durch $T + \bar{T}$, womit sofort die erste Frage beantwortet ist:

$$S = wpT + wp\bar{T}.$$

Dann entwickle man die auf der rechten Seite von a zur vollständigen Einheitsgleichung fehlenden Glieder, welche, da $S + \bar{S} = 1$, geben

$$\bar{S} = w\bar{P} + \bar{w}P + \bar{w}\bar{P}.$$

Determinirt man hier ebenfalls durch $T + \bar{T}$, entwickelt dann aus Gleichung b die Nullgleichung

$$w\bar{p}T + \bar{w}pT = 0,$$

und setzt diese Glieder in der Gleichung für $\bar{S}$ gleich Null, so bleibt:

$$\bar{S} = \bar{w}\bar{p}T + w\bar{p}\bar{T} + \bar{w}p\bar{T} + \bar{w}\bar{p}\bar{T},$$

deren logische Interpretation nach dem Muster der auf S. 266 u. f. gegebenen Beispiele auszuführen ist.

*) Die Prämissen der folgenden Beispiele entnehme ich dem Werke von Boole, um für den Leser eine Vergleichung der verschiedenen Rechnungsmethoden möglich zu machen. Vergl. Boole, laws of thought, p. 125, 195, 146, 118 und 128.

2) Gegeben sind die folgenden Sätze Spinoza's: »a) Jedes Wesen muss entweder aus nichts entstehen oder durch eine äussere Ursache oder durch sich selbst hervorgebracht sein. b) Kein Wesen entsteht aus nichts. c) Gott als das unbedingte Wesen ist nicht durch eine äussere Ursache entstanden.« Es bezeichne N Wesen, die aus nichts entstehen, E solche, die durch eine äussere Ursache entstehen, S von selbst existirende, D das unbedingte. Für D soll eine positive Definition gefunden werden. Die obigen Sätze bilden die drei Gleichungen:

$$\text{a) } \bar{e}\,\bar{s}\,N + \bar{n}\,\bar{s}\,E + \bar{e}\,\bar{n}\,S = 1,$$

$$\text{b) } N = 0, \qquad \text{c) } D = v\,\bar{E}.$$

Da nach b $N = 0$ und $\overline{N} = 1$ ist, so folgt aus a:

$$e\,\bar{S} + \bar{e}\,S = 1.$$

Dies ist aber eine Einheitsgleichung zwischen E und S, der zur allgemeinen Einheitsgleichung zwei Glieder fehlen; diese müssen demnach die zugehörige Nullgleichung bilden. Da ausserdem nach c $e\,D = 0$ ist, so erhält man:

$$e\,(D + S) + \bar{e}\,\bar{S} = 0,$$

woraus nach Satz 4b (S. 264) folgt:

$$(D + S)\,\bar{S} = 0, \; D\,\bar{S} = 0,$$

also

$$D = v\,S.$$

3) Eine Anzahl von Denkobjecten (Begriffselementen, Ereignissen u. dergl.) x, y, z, p und w ist folgenden Bedingungen unterworfen: »a) Wenn x und y fehlen, so ist w vorhanden und entweder mit y oder mit p verbunden, aber nicht mit beiden zusammen. b) Wenn x und p ohne w vorkommen, so finden sich y und z entweder beide vor, oder sie fehlen beide. c) Wenn x mit y oder w oder mit beiden zusammen vorkommt, so ist auch z oder p vorhanden, aber nicht beide zugleich; umgekehrt, wenn z ohne p oder p ohne z vorkommt, so ist auch x mit y oder w oder mit beiden zugleich verbunden.« Unter welchen Bedingungen ist x mit y, z und p, und unter welchen ist y mit x, z und p verbunden? Die obigen drei Bedingungen ergeben die folgenden drei Gleichungen, die wir sogleich mit den aus ihnen gebildeten Nullgleichungen anschreiben:

$$\bar{x}\,\bar{z} = v\,w\,(y\,\bar{p} + p\,\bar{y}). \qquad \bar{x}\,\bar{z}\,(\bar{w} + \bar{p}\,\bar{y} + p\,y) = 0.$$

$$x\,p\,\bar{w} = v\,(y\,z + \bar{y}\,\bar{z}). \qquad x\,p\,\bar{w}\,(\bar{y}\,z + y\,\bar{z}) = 0.$$

$$x\,(y + w) = z\,\bar{p} + p\,\bar{z}. \qquad x\,(y + w)\,(\bar{z}\,\bar{p} + z\,p) + (z\,\bar{p} + p\,\bar{z})\,(\bar{x} + \bar{y}\,\bar{w}) = 0.$$

Die gestellte Aufgabe erfordert zunächst die Elimination von w und $\bar{w}$. Ordnet man die mit diesen Elementen verbundenen Glieder in eine gemeinsame Nullgleichung, so findet sich:

$$w\,(x\,\bar{z}\,\bar{p} + x\,z\,p) + \bar{w}\,(\bar{x}\,\bar{z} + x\,p\,\bar{y}\,z + x\,p\,y\,\bar{z} + \bar{y}\,z\,\bar{p} + \bar{y}\,p\,\bar{z}) = 0.$$

Daraus erhält man nach Satz 4b

$$x\,z\,p\,\bar{y} = 0,$$

welches Glied mit den von w und $\bar{w}$ freien Gliedern der ursprünglichen Nullgleichungen zu verbinden ist, wodurch man, geordnet nach x und $\bar{x}$, erhält:

$$x\,(y\,\bar{z}\,\bar{p} + y\,z\,p + \bar{y}\,z\,p) + \bar{x}\,(z\,\bar{p} + \bar{z}\,p + \bar{y}\,\bar{z}\,\bar{p}) = 0,$$

und daraus, da $(y + \bar{y})\,z\,p = z\,p$ ist,

$$x\,(z\,p + y\,\bar{z}\,\bar{p}) + \bar{x}\,(z\,\bar{p} + \bar{z}\,p + \bar{y}\,\bar{z}\,\bar{p}) = 0.$$

Die Negation des mit $\bar{x}$ verbundenen Factors ist $= z\,p + y\,z\,p + y\,\bar{z}\,\bar{p} = z\,p + y\,\bar{z}\,\bar{p}$, also entspricht die gefundene Nullgleichung einer Identität, und es ist:

$$x = z\,\bar{p} + p\,\bar{z} + \bar{y}\,\bar{z}\,\bar{p}.$$

Um y zu finden, bilde man aus dieser Gleichung für x eine Nullgleichung, aus der sich die y und $\bar{y}$ enthaltenden Glieder zu einer specielleren Nullgleichung vereinigen lassen. Man erhält so:

$$y(x\bar{z}\bar{p} + xzp) + \bar{y}\bar{x}\bar{z}\bar{p} = 0.$$

Durch Auflösung nach Satz 4b findet man hieraus:

$$y = \bar{x}\bar{z}\bar{p} + v\,\overline{(x\bar{z}\bar{p} + xzp)} = \bar{x}\bar{z}\bar{p} + v(\bar{x} + z\bar{p} + p\bar{z}).$$

Um $v\bar{x}$ näher zu bestimmen, determinire man das zweite Glied durch $(x + \bar{x})(z + \bar{z})(p + \bar{p})$. Man erhält dann:

$$y = \bar{x}\bar{z}\bar{p} + v(xz\bar{p} + x\bar{z}p + \bar{x}[zp + z\bar{p} + \bar{z}p + \bar{z}\bar{p}]),$$

und hieraus, mit Rücksicht darauf, dass $v\bar{x}\bar{z}\bar{p}$ schon im ersten Glied enthalten ist:

$$y = \bar{x}\bar{z}\bar{p} + v(z\bar{p} + \bar{z}p + \bar{x}zp).\text{*)}$$

4) Die Denkobjecte x, y, z und w sind folgenden Bedingungen unterworfen: »a) Wo x und y verbunden sind, da ist entweder z oder w vorhanden, aber beide nicht gleichzeitig. b) Wo y und z verbunden sind, da sind x und w entweder beide vorhanden oder beide abwesend. c) Wo x und y beide abwesend sind, da sind z und w ebenfalls beide abwesend, und ebenso umgekehrt.« Es soll bestimmt werden, unter welchen Bedingungen x mit y und z, y mit x und z und z mit x und y verbunden ist. — Die drei aufgestellten Bedingungen liefern die folgenden Gleichungen nebst zugehörigen Nullgleichungen:

$$xy = v(\bar{z}w + \bar{w}z). \qquad xy(z + \bar{w})(\bar{z} + w) = 0.$$
$$yz = v(xw + \bar{x}\bar{w}). \qquad yz(\bar{x} + \bar{w})(x + w) = 0.$$
$$\bar{x}\bar{y} = \bar{z}\bar{w}. \qquad \bar{x}\bar{y}(z + w) + \bar{z}\bar{w}(x + y) = 0.$$

Man findet leicht, dass w und $\bar{w}$ nicht unmittelbar eliminirt werden können, weil, wenn man die gemeinsame Nullgleichung nach w und $\bar{w}$ ordnet, die mit beiden verbundenen Factoren nach Satz 4b durch einander determinirt das Resultat $0 = 0$ ergeben, woraus zugleich hervorgeht, dass zwischen x, y und z keine Beziehung stattfindet, die unabhängig von w ist. Um gleichwohl, wie es verlangt wird, abstrahirend von w die zwischen x, y und z bestehenden Beziehungen zu ermitteln, ordne man daher zuerst die gemeinsame Nullgleichung nach z und $\bar{z}$. Man erhält so:

$$z(yw + \bar{x}\bar{y}) + \bar{z}(x\bar{w} + y\bar{w}) = 0,$$

was der Identitätsgleichung entspricht:

$$z = \bar{w}(x + y).$$

Bildet man aus dieser eine neue Nullgleichung zur Bestimmung von w, so findet sich:

$$w(z + \bar{x}\bar{y}) + \bar{w}(x\bar{z} + y\bar{z}) = 0,$$

und hieraus:

$$w = \bar{z}(x + y), \quad \bar{w} = z + \bar{x}\bar{y}.$$

Führt man diese Werthe für w und $\bar{w}$ in die drei ursprünglichen Nullgleichungen ein, so heben sich alle Glieder mit Ausnahme von:

$$xyz + \bar{x}\bar{y}z = 0.$$

Hieraus ergiebt sich nach Satz 4c (S. 265):

$$x = \bar{y}z + v\bar{y}\bar{z}, \quad y = \bar{x}z + v\bar{x}\bar{z},$$

und da $z = v\,\overline{(xy + \bar{x}\bar{y})}$, so folgt ausserdem:

$$z = v\bar{x}y + v\bar{y}x.$$

*) Das vorstehende Beispiel ist auch von E. Schröder zum Theil in übereinstimmender Weise behandelt worden (a. a. O. S. 25 f.).

Fünfter Abschnitt.

Von den Grundbegriffen der Erkenntniss.

Erstes Capitel.

Der Begriff des Wissens.

1. Die erkenntnisstheoretischen Richtungen.

Wie sehr auch die Meinungen über die Entwicklung der Erkenntniss aus einander gehen, so gilt doch das eine als feststehend, dass das logische Denken an dieser Entwicklung betheiligt sei. Sogar der absolute Zweifel, für den es überhaupt keine Erkenntniss der Wahrheit giebt, sucht wenigstens für dies negative Resultat logische Beweise aufzufinden. Nicht minder einmüthig ist man aber darin, dass das Denken allein nicht genüge, um ein Erkennen zu Stande zu bringen, sondern dass es einen Inhalt besitzen müsse, der ihm auf irgend eine Weise gegeben werde. Wer selbst dem Denken die Macht zutraut, alles Erkennen aus einer kleinen Zahl ursprünglicher Ideen oder aus dem Begriff des reinen Seins zu entwickeln, muss immerhin diesen Anfang als gegeben voraussetzen.

Erst mit der Frage, wie dem Denken sein ursprünglicher Inhalt gegeben werde, beginnt der Streit der erkenntnisstheoretischen Richtungen. Da das Denken nur in Verknüpfungen des mannigfaltigen Inhalts äusserer und innerer Erfahrungen besteht, so stammt alles Wissen, wie der Empirismus folgert, aus der Erfahrung. Da aber anderseits alles Wissen Gewissheit und diese wieder Unterordnung unter evidente Sätze voraussetzt, so entgegnet der Rationalismus, nur ein Inhalt, der ebenso ursprünglich und vor aller Erfahrung evident wie das logische Denken selbst sei, könne wirkliche Erkenntniss hervorbringen. Die Ansprüche beider sucht der Skepticismus zu vernichten, indem er darauf hinweist, dass der Inhalt

der Erfahrung in Folge der Sinnestäuschungen und des fortwährenden Wechsels der Erscheinungen sich der Gewissheit entziehe, und dass das logische Denken bereitwillig zum Beweis einander widerstreitender Sätze sich hergebe. Zu diesen drei Richtungen gesellt sich schliesslich der Kriticismus, der sich anheischig macht als unparteiischer Richter jedem das seine zu geben: nach ihm hat der Empirismus recht, insofern er den Inhalt des Wissens auf die Erfahrung zurückführe, der Rationalismus, insofern er unbedingte Gewissheit nur denjenigen formalen Bestandtheilen der Erkenntniss zugestehe, die sich nicht aus der Erfahrung ableiten lassen; ja selbst der Skepticismus wird zugelassen, wenn er sich nur darauf beschränken wolle die Ansprüche jenes bald rationalistischen bald empiristischen Dogmatismus ferne zu halten, der statt der Erscheinungen »Dinge an sich« zu erkennen behaupte, und der die Existenz der Glaubensobjecte entweder zum Gegenstand einer begrifflichen Demonstration mache, oder aus der Unmöglichkeit sie in der Erfahrung anzutreffen schliesse, dass sie überhaupt nicht existiren.

Diese Unterschiede erkenntnisstheoretischer Richtungen sind aber mehr noch als die der metaphysischen Weltanschauungen dem Wandel im Laufe der Zeiten unterworfen gewesen. Selbst die Gegensätze von Empirismus und Rationalismus existiren kaum in der alten Philosophie. Wie das naive Bewusstsein den Glauben an die unmittelbare Wahrheit der Erfahrung mit subjectiven Bestandtheilen vermengt, so geht die früheste Naturphilosophie überall darauf aus die Erfahrung durch etwas zu erklären, was nicht in der Erfahrung gegeben ist. Auf der anderen Seite aber bestreitet selbst der Apriorismus Plato's weniger die Realität der sinnlichen Erfahrung als den Werth derselben, und durch die Lehre von der Wiedererinnerung führt er selbst die Ideen auf eine Art vorzeitlicher Erfahrung zurück. Nicht minder ist die Aristotelische Metaphysik überall bemüht nachzuweisen, dass den Begriffen ein objectives Correlat in der Erfahrung gegenüberstehe. Nicht Empirismus und Rationalismus sondern Dogmatismus und Skepticismus sind daher die erkenntnisstheoretischen Gegensätze, welche die alte Philosophie beherrschen. Dabei ist der Skepticismus die einzige Richtung, die, während die andern zu immer grösserer Consequenz gelangt sind, daran im Gegentheil fortdauernd verlor, so dass diese Denkweise in der neueren Philosophie fast nur noch als Ergänzung des einseitigen Empirismus oder Rationalismus zu finden ist, indem der erstere den aprioristischen Voraussetzungen, der letztere der Erfahrungserkenntniss gegenüber sich skeptisch verhält. Von um so grösserem Gewicht ist der Skepticismus in der alten Philosophie, wo er nicht nur fortwährend sich erhebt gegen die dogmatischen Schulen sondern auch, in freilich einseitiger Richtung, auf diese selbst Einfluss gewinnt, indem sich zuerst in der Philosophie der Eleaten und dann durch diese in dem Platonismus mit aprioristischen Ideen jene skeptische Bekämpfung der sinnlichen Erfahrung verbindet, die den Keim des späteren Rationalismus in sich birgt. Im

Gegensatze hiezu wurde dann der radicalere Skepticismus mehr auf die Erfahrungsseite gedrängt, da er, alle objectiven Erkenntnissnormen verwerfend, die subjective Wahrnehmung immerhin bestehen lassen musste. So sind die Keime vorhanden, aus denen zuerst die Richtungen des Realismus und Nominalismus hervorgiengen, die dann ihrerseits in den neueren Rationalismus und Empirismus sich fortentwickelten.

Der stetige Zusammenhang dieser Richtungen mit jenen älteren scholastischen Parteigegensätzen verräth sich vor allen Dingen darin, dass die Streitpunkte im wesentlichen die nämlichen geblieben sind. Ob die Glaubensobjecte zu Gegenständen des Wissens erhoben werden können, dies ist die Frage, um welche der Kampf der Neueren seit Hobbes und Descartes ebenso wie der ihrer älteren scholastischen Geistesverwandten sich bewegt. Selbst die Waffen, mit denen dieser Kampf geführt wird, sind wenig verändert. Der Empirismus verficht, gleich seinem nominalistischen Vorläufer, die ausschliessliche Realität der Einzeldinge; höchstens setzt er, um eine Aussage über alles was jenseits des erkennenden Bewusstseins liegt vorsichtig zu vermeiden, an die Stelle der einzelnen Dinge die einzelnen Vorstellungen, er leugnet aber nothwendig alles Wissen transscendenter Wahrheiten oder Ideen, wobei er jedoch häufig den Glauben an dieselben nicht antasten will. Der Rationalismus sucht umgekehrt gerade diese Ideen als Gegenstände einer nothwendigen und darum der zufälligen Erfahrung vorausgehenden Erkenntniss nachzuweisen; er wiederholt zu diesem Zweck in wenig veränderter Form die ontologischen Beweisführungen des scholastischen Realismus; damit verbindet sich dann in mehr wechselnder Weise die Annahme angeborener Vorstellungen oder der Realität allgemeiner Begriffe. So sind die Ausgangspunkte für beide Richtungen verschiedenartige: dem Empirismus ist die Beschränkung auf die Erfahrungserkenntniss die Hauptsache, die Unbeweisbarkeit der Glaubensobjecte nimmt er als eine unvermeidliche Folge dieser Beschränkung, manchmal sogar widerwillig, hin; dem Rationalismus ist gerade an dieser Beweisbarkeit alles gelegen, und nur um die Nothwendigkeit eines transscendenten Grundes der Dinge ins Licht zu stellen, weist er auf die unzulängliche und trügerische Natur der Erfahrungserkenntniss hin. Der Empirist wird also insgemein durch theoretische, der Rationalist durch practische Motive geleitet*). Dadurch erklärt sich einerseits die Schwierigkeit der Verständigung und die Leidenschaft des Kampfes, anderer-

*) Wenn ein Spinoza den amor intellectualis Dei den vollkommensten Affect nannte und die menschlichen Leidenschaften gleich geometrischen Figuren ohne Leidenschaft zu betrachten verlangte, so könnte es wohl scheinen, als wenn gerade bei diesem grössten Vertreter des Rationalismus das theoretische Interesse das weitaus überwiegende gewesen sei. Aber wer irgend hieran denken könnte, den müsste, von anderm zu schweigen, ein Blick in den tractatus de intellectus emendatione vom Gegentheil überzeugen.

seits aber auch die Thatsache, dass sich unter Umständen beide Richtungen verbinden können, ohne dass man sich eines Widerspruchs dabei bewusst wird, indem man einfach die Dinge dieser Welt als Gegenstände der Erfahrung behandelt, über die Fragen nach jener Welt aber mit den Hülfsmitteln des ontologischen Rationalismus Aufschluss zu gewinnen sucht. Freilich pflegt dann ein solcher Vertrag zwischen den beiden streitenden Mächten nicht ohne Gebietsüberschreitungen stattzufinden, aber da sich die Erfahrung von jeher aprioristische Zuthaten geduldig hat gefallen lassen, so pflegt dadurch der Friede nicht gestört zu werden. So ist denn nicht nur in dem älteren Rationalismus vor Leibniz das Bewusstsein einer grundsätzlichen Verschiedenheit beider Richtungen noch wenig entwickelt, sondern es ist dasselbe namentlich auch der Wolff'schen Schule wieder gänzlich abhanden gekommen, so dass Kant unter dem von ihm bekämpften »Dogmatismus« ebensowohl den Empirismus wie den Rationalismus verstehen konnte. Diejenige Philosophie, die er dabei vorzugsweise im Auge hatte, war eben ein Eklekticismus, dessen dogmatischer Charakter durch die Verbindung verschiedenartiger Elemente nur noch erhöht wurde.

Ihre erste schärfere Ausprägung erhalten jene Gegensätze bei Locke und Leibniz, wobei es freilich von Nachtheil ist, dass zwar Leibniz die Ausführungen Locke's vor Augen hatte, dass aber dieser auf die ihm gemachten Einwürfe nicht mehr antworten konnte*). Locke wendet sich in seinen Essays polemisch gegen die Cartesianische Philosophie, Leibniz greift in seinen nouveaux essays Locke an, aber nicht um Descartes zu vertheidigen, dessen Lehren er vollständig preisgiebt, sondern um eine neue Form rationalistischer Erkenntnisstheorie zu begründen, welche selbst einen stark empiristischen Zusatz hat, indem sie die angeborenen Ideen in Anlagen verwandelt, welche erst aus Anlass der Erfahrung zur Entwicklung kommen. So ist der Kampf ein ungleicher: die Form des Apriorismus, die Locke bekämpft, bezeichnet sein Gegner selbst als eine abgethane, und dieser hat daher den Vortheil des Angriffs, ohne sich auf Gegeneinwürfe vertheidigen zu müssen. Wenn Leibniz eindringlich hervorhebt, dass der Verstand selbst zu aller Erfahrung erforderlich sei, so hätte Locke wahrscheinlich diesem Satze im allgemeinen zugestimmt, denn er ist weit entfernt die Thätigkeiten des Verstandes gering zu achten. Mit der Art, wie Leibniz die angeborenen Ideen theils durch äussere Einwirkungen theils durch die Aufmerksamkeit sich entwickeln

*) Für Leibniz selbst war dies bekanntlich ein Grund, von der Veröffentlichung der nouveaux essays abzustehen, so dass dieses wichtigste Document seiner Erkenntnisstheorie erst 60 Jahre nach seinem Tode bekannt wurde, daher die Erinnerung an dasselbe auch das Bündniss nicht stören konnte, welches in der Wolff'schen Philosophie Locke'scher Empirismus und Leibniz'sche Metaphysik mit einander eingiengen.

liess, wäre er zwar ohne Zweifel nicht einverstanden gewesen; gleichwohl nahm auch er an, dass unser Verstand Begriffe bilden könne, die über die Erfahrung hinausgehen, wie z. B. den Begriff der Substanz. Er meinte nur, auch in solchen Fällen seien in dem Zusammenwirken der Erfahrung und unseres eigenen Nachdenkens zureichende Gründe für die Bildung der Begriffe gegeben, ohne dass es erforderlich wäre angeborene Ideen zu Hülfe zu nehmen.

Man erhält daher von diesem Streite den Eindruck, dass sich die Gegner in Bezug auf die thatsächlichen Fragen möglicher Weise verständigen könnten, und dass sie erst von dem Punkte an unversöhnlich sein würden, wo bei Leibniz metaphysische Voraussetzungen mit ins Spiel kommen. In der That vertritt Leibniz ebenso wenig einen starren Apriorismus wie Locke einen consequenten Empirismus. Während jener die Erfahrung als eine zur Entwicklung der Erkenntniss unerlässliche Bedingung ansieht, betrachtet dieser nicht nur die Substanz als einen subjectiv gebildeten Begriff, dem gleichwohl eine objective Bedeutung zukomme, sondern auch seine Unterscheidung der primären und secundären Qualitäten der Sinnesvorstellungen ist ein dem Cartesianischen Rationalismus verwandter Zug. Auch ist nicht abzusehen, warum die sogenannten primären Qualitäten, Ausdehnung, Zahl und Bewegung, in höherem Grade die Bürgschaft objectiver Realität in sich tragen sollen als Farbe, Ton und Wärme, wenn nicht, wie es schon bei Descartes geschah, der mathematische Charakter der Vorstellungen zum Maasse ihrer objectiven Sicherheit genommen wird. Der Umstand, dass mehrere Sinne gleichzeitig jene Anschauungen vermitteln, den Locke in den Vordergrund stellt, könnte doch selbst vom Standpunkte der Erfahrung aus kaum ein zureichendes Motiv abgeben, wenn nicht apriorische Gründe hinzukämen.

Diese Inconsequenzen sind erst durch Berkeley und Hume aus der Theorie des Empirismus beseitigt worden, indem sie den Rangunterschied der primären und secundären Qualitäten aufhoben und die Begriffe nicht bloss hervorgehen liessen aus Einzelvorstellungen, sondern ihre völlige Identität mit den letzteren behaupteten. Aus dieser Auffassung ergab sich unmittelbar die Deutung, welche Hume den beiden Fundamentalbegriffen der Substanz und der Causalität gab. Da sie auf bestimmte Einzelvorstellungen nicht zurückgeführt werden können, so mussten sie ihm als Producte von Associationen erscheinen, die Substanz als eine simultane, die Causalität als eine successive Verbindung von Vorstellungen. Aber während Hume bei diesen Grundbegriffen der Erfahrung bestrebt war, an die Stelle der begrifflichen Abstractionen das in der Erfahrung wirklich Gegebene zu setzen, hielt er bei den mathematischen Begriffen diesen Standpunkt nicht völlig inne. Grösse und Zahl sind zwar gleichfalls von den Objecten der Erfahrung abstrahirt; aber Algebra und Arithmetik haben es nicht mit diesen Objecten zu thun sondern nur mit unsern Grösse- und Zahlbegriffen und sollen daher demonstrative Wissenschaften von voll-

kommener Gewissheit sein. Etwas unsicherer seien schon die Beweisführungen der Geometrie, die nicht nur den Begriff des Raumes sondern auch die Definitionen der einzelnen räumlichen Gebilde der Erfahrung entnehme. Da wir aber bei einfachen räumlichen Schätzungen der Täuschung verhältnissmässig wenig unterworfen sind, so stehe die Geometrie immerhin jenen abstracten mathematischen Wissenschaften in Bezug auf Gewissheit am nächsten *). So führt nach Hume eine Stufenfolge abnehmender Gewissheit von den allgemeinsten Grösse- und Zahlgesetzen zunächst zu der Auffassung der einfachsten Raumverhältnisse und von dieser endlich zu den Causalgesetzen, die immer nur zu einer gewissen Wahrscheinlichkeit sich erheben können. Alle unsere wissenschaftlichen Sätze haben aber ihre Quelle schliesslich in Sinneseindrücken, ohne die selbst die Grösse- und Zahlbegriffe niemals entstehen könnten; das Vertrauen auf jene Sätze hängt daher in letzter Instanz davon ab, inwiefern wir geneigt sind, den Sinneseindrücken Glauben zu schenken. Dass diese Neigung vorhanden und vermöge der durchgängigen Uebereinstimmung unserer Vorstellungen auch eine berechtigte sei, wird nicht geleugnet, immerhin hat nach Hume die Ueberzeugung von der Realität der Erfahrung nur den Charakter eines Glaubens, nicht den eines Wissens. Auch der Glaube freilich fordert Gründe, die aus der Erfahrung stammen müssen. Eine übersinnliche Welt kann daher — dahin drängt augenscheinlich Hume's Auffassung — nicht einmal Gegenstand eines Glaubens sein.

In der Polemik, welche Leibniz gegen Locke geführt, war die Frage nach der Beweisbarkeit der transscendenten Ideen in den Hintergrund getreten, und die Discussion hatte sich darum vorwiegend auf dem Boden der eigentlichen Erkenntnisstheorie bewegt. Locke hatte neben dem empirischen Wissen noch Platz gelassen für einen Glauben, der die ontologischen Beweisführungen des Rationalismus entbehren konnte. Bei Hume dagegen, der das Wissen selbst in Glauben verwandelte, war, wie es schien, für den letzteren kein Raum mehr. Anderseits war Hume's Kritik der Erfahrungserkenntniss von bestechender Consequenz; nur seine Anschauungen über die mathematischen Grundbegriffe mochten sogleich im einen oder andern Sinne einer Revision bedürftig erscheinen, sei es, dass man, im Einklang mit Hume's Grundgedanken, die mathematische Demonstration ebenfalls auf das Niveau einer blossen Wahrscheinlichkeit herabzudrücken, sei es, dass man für die bei ihm nicht zureichend gerechtfertigte Gewissheit des Mathematischen eine bessere Begründung zu gewinnen versuchte.

Aus diesen verschiedenen Motiven dürfte sich wohl der Einfluss zusammensetzen, den Hume auf die Untersuchungen Kant's nach dessen

*) Treat., III, 1. Hume selbst mag die Schwäche dieser Ausführungen einigermassen gefühlt haben, da er in seinem späteren Werk, den Essays, nicht mehr darauf zurückkommt.

eigener Versicherung geübt hat*). Im Vordergrund stand dabei, wie Kant's Worte deutlich erkennen lassen, die skeptische Zurückweisung der transscendenten Ideen. Der Gefahr vorzubeugen, welche hier aus Hume's Empirismus zu erwachsen drohte, wurde Kant's vornehmstes Augenmerk. Mit den alten Mitteln des Ontologismus konnte hier freilich nichts mehr geleistet werden. War es doch Kant selbst gelungen, zum ersten Mal den Grundfehler des ontologischen Beweisverfahrens blosszulegen und so den älteren Rationalismus wirksamer, als dies bis dahin durch alle Empiriker und Skeptiker geschehen war, aus seinen Stellungen zu verdrängen. Es handelte sich also darum, die Rettung der Glaubensobjecte auf neuen Wegen zu versuchen: den einen an und für sich vollkommen zureichenden bot die practische Philosophie dar; aber noch einen andern hoffte Kant zu finden, indem er den Nachweis zu führen suchte, dass von uns hinter den Erscheinungen, welche allein Gegenstand der Erfahrungserkenntniss seien, ein »Ding an sich« vorausgesetzt werde, welches, transscendent wie die Glaubensobjecte, wenn nicht als ein theoretischer Beweis, so doch als ein Hinweis auf dieselben betrachtet werden müsse. Auf diese Weise meinte Kant die Ideen der Freiheit, der Unsterblichkeit und der Gottheit aus Gegenständen des Glaubens abermals in solche des Wissens umwandeln zu können, zwar nicht eines Wissens, das den Inhalt dieser Ideen näher zu bestimmen vermöge, wie dies die ältere rationalistische Metaphysik versucht hatte, sondern das auf die Ueberzeugung von ihrer realen Existenz sich beschränke.

So wurde die Frage, die seit den Tagen der Scholastik in dem Streit der erkenntnisstheoretischen Richtungen in den Hintergrund getreten war, die Frage nach der Beweisbarkeit der Glaubensobjecte, bei Kant wieder die dominirende. Gewiss ist es ein bemerkenswerthes Zeugniss für die transscendenten Neigungen des menschlichen Geistes, dass derselbe Mann, dem es gelang, wie keinem vor ihm, die Begriffsdialektik des Ontologismus zu durchschauen, dem Verhängniss das Unerkennbare in einen Gegenstand der Erkenntniss verwandeln zu wollen nicht völlig entgieng. Nicht um Empirismus und Rationalismus handelt es sich mehr bei Kant's Kritik, sondern zwischen Dogmatismus und Skepticismus will der Kriticismus einen Mittelweg einschlagen. Mit den Empirikern erklärt Kant, unsere Erkenntniss reiche genau so weit wie die Erfahrung; er unterscheidet sich von ihnen aber dadurch, dass er nachzuweisen sucht, wie die Erfahrung selbst durch a priori gegebene Bedingungen des Denkens, Anschauungsformen und Begriffe, geformt wird. Hatte selbst Hume den Grösse-, Zahl- und bis zu einem gewissen Grade auch den Raumbegriffen eine Gewissheit zugeschrieben, die er aus der, wenn auch durch die Erfahrung angeregten, so doch schliesslich subjectiv vor sich gehenden Entstehung

*) Prolegomena zu jeder künftigen Metaphysik, Vorrede.

dieser Begriffe ableitete, so betrachtete Kant schon die Voraussetzungen jener mathematischen Begriffe, den Raum und die Zeit, als a priori in uns liegende Anschauungsformen. Wie aber auf mathematischem Gebiete die Evidenz, so schien ihm bei aller Erfahrung der an die Gesetze des Geschehens sich knüpfende Begriff der Nothwendigkeit auf Bedingungen a priori hinzuweisen, welche in die Erfahrung eingehen. So gewann Kant seine Stammbegriffe des Verstandes, bei deren Untersuchung auch ihm sichtlich der Begriff der Causalität als Leitstern gedient hat, an welchen sich dann zunächst derjenige der Substanz anschloss, während die andern zum Theil erst durch die nach vielen Mühen gefundene Ableitung aus den logischen Urtheilsformen hinzukamen. Der Streit zwischen Empirismus und Rationalismus war damit für Kant in einer vermittelnden Weise entschieden, indem ihm alle Erkenntniss gleichzeitig gebunden ist an einen empirisch gegebenen Inhalt, den Stoff der Empfindung, und an a priori gegebene Formen, die Anschauungsformen und Kategorieen. Zugleich aber glaubte er den älteren Streit zwischen Dogmatismus und Skepticismus beigelegt zu haben. Hierzu diente ihm der zunächst auf erkenntnisstheoretischem Wege gefundene Begriff des »Dinges an sich«. Eine positive Bedeutung gewann dieser Begriff für ihn darin, dass er zu einem Hülfsmittel wurde, die Erkenntnisstheorie mit der practischen Philosophie zu verbinden und die Glaubensobjecte, für die in der letztern mehr als eine moralische Ueberzeugung nicht zu gewinnen war, mittelst der ersteren im gewissen Sinne doch wiederum zu Objecten des Wissens zu machen.

Es ist hier nicht der Ort, eine Kritik Kant's zu liefern; nur auf die Einflüsse musste hingewiesen werden, welche die eigenthümlich verwickelte Gestalt seiner Erkenntnisstheorie bestimmt haben. Kant's unvergängliche Leistung, die Zerstörung des Ontologismus durch seine »transscendentale Dialektik«, hat ihre Wirkung gethan, und im Gefolge dieser Wirkung ist auch die Erkenntniss gereift, dass der Glaube nicht in ein Wissen umgewandelt werden kann, indem man es mit diesem den Platz wechseln lässt. Die Religion hat durch die »Dinge an sich« ebenso wenig wie durch die ontologischen Gottesbeweise gewonnen. Jene enthalten in der practischen Deutung, die Kant ihnen gegeben, den fundamentalen Irrthum, dass Glaubensobjecte demonstrirt werden können, nur in einer neuen Gestalt, und die scholastische Unterscheidung der Phänomena und Noumena ist ein Ornament, dessen die einfache Erhabenheit der Kant'schen Ethik besser entrathen würde. Abstrahiren wir von diesen Zugaben, die der Furcht vor der sittlichen Gefahr des Skepticismus ihren Ursprung verdanken, so bleibt als der Grundgedanke der Kant'schen Erkenntnisstheorie die Anschauung übrig, dass der Inhalt der Erkenntniss aus der Erfahrung, ihre Form aus Bedingungen a priori hervorgeht, welche wieder theils anschaulicher, theils begrifflicher Natur sind. So steht denn bei der Beurtheilung der Kant'schen Erkenntnisstheorie seine Lehre von der Apriorität von Raum und Zeit und von der Apriorität der Kategorieen im Vorder-

grund. Wir werden auf dieselbe unten an den geeigneten Stellen zurückkommen *).

Der ältere Rationalismus hatte sein charakteristisches Gepräge dadurch empfangen, dass sich in ihm die ontologische Demonstration des Transscendenten mit einer mehr oder weniger empirischen Auffassung der sinnlichen Welt friedlich vertrug. Kant hatte den Ontologismus zerstört, aber ein Schatten desselben lebte auch noch in seiner Philosophie fort, die überdies durch ihre Schätzung der Erfahrung den früheren Richtungen verwandt ist. Eine strengere Trennung vollzieht sich erst in der auf Kant folgenden Entwicklung, in der nun deutlich drei Hauptströmungen erkenntnisstheoretischer Anschauungen sich unterscheiden lassen. Eine erste besteht in Erneuerungen des Ontologismus unter verschiedenen Formen: hierher gehören die unter sich wieder beträchtlich abweichenden Anschauungen Herbart's und Schopenhauer's, welche aber doch darin übereinstimmen, dass sie die charakteristischen Züge des älteren Rationalismus an sich tragen: sie versuchen theils, wie Herbart, durch ein ontologisches Beweisverfahren, theils, wie Schopenhauer, mittelst genialer Intuition eine transscendente Realität zu construiren, deren Abglanz die Sinnenwelt ist; in der Beurtheilung der letzteren räumen sie dann der Erfahrung weitgehende Rechte ein. Die zweite Richtung ist die des absoluten Apriorismus, welche, von Fichte begründet, von Hegel ausgebildet, das Unternehmen der antiken Dialektik in strengerer Form erneuert, indem sie alles Gegebene in die logische Entwicklung eines transscendenten Seins auflöst. Dieser moderne Panlogismus unterscheidet sich somit darin von dem älteren Ontologismus, dass er die Erfahrung selbst aus der dialektischen Selbstbewegung des absoluten Grundes der Dinge zu deduciren sucht. Wenn Spinoza Denken und Ausdehnung als die Attribute der Substanz, Leibniz Vorstellung und Streben als die Eigenschaften der Monade bezeichnet, so nehmen beide ohne Bedenken diese Bestimmungen aus der Erfahrung auf. Bei Hegel sind alle jene Formen innerer oder äusserer Erfahrung Stufen der immanenten Begriffsentwicklung des Absoluten. Die dritte Richtung endlich ist die des absoluten Empirismus. Sie war schon durch Hume ihrer Ausbildung nahe gebracht worden. Es bedurfte nur einerseits einer Ermässigung des skeptischen Elementes in Hume's Ausführungen, ander-

*) Die Einflüsse, die bei Kant die ethischen und religiösen Interessen auf seine theoretische Philosophie ausgeübt haben, sind neuerdings besonders von C. Göring mit grossem kritischem Scharfsinn entwickelt worden (System der kritischen Philosophie, Bd. II.). Dabei ist freilich, wie mir scheint, weder der umgekehrte Einfluss noch das selbständige Interesse, das bei Kant die theoretischen Fragen beanspruchen, hinreichend zur Geltung gekommen. Die »Rettung der Glaubensobjecte« kann zwar bei der Glaubensphilosophie eines Jacobi, nicht aber bei der Kritik der reinen Vernunft als das einzige oder auch nur als das vorwaltende Motiv betrachtet werden.

seits einer Revision der bei ihm nicht in zureichende Uebereinstimmung mit seiner sonstigen Theorie gebrachten Ansichten über die Natur der mathematischen Begriffe und Lehrsätze, um denjenigen Standpunkt zu begründen, den man in neuerer Zeit zuweilen als den der »reinen Erfahrung« dem Apriori des »reinen Denkens« gegenübergestellt hat. Es ist hauptsächlich John Stuart Mill, dem diese Entwicklung des Empirismus zu seinen letzten Folgesätzen zu verdanken ist*).

Diese Entwicklung der beiden gegensätzlichen Richtungen zu einer ihnen bis dahin fehlenden Consequenz bietet den grossen Vortheil dar, dass sie die letzten Ziele und Resultate klarer hervortreten lässt, als es zuvor jemals der Fall gewesen. Hier zeigt sich nun die eigenthümliche Erscheinung, dass die Ergebnisse nicht etwa bloss hinter den erstrebten Zwecken zurückbleiben, was ja ein allgemeines Resultat menschlicher Unternehmungen ist, sondern dass die Rollen schliesslich völlig vertauscht erscheinen. Das »reine Denken« setzt sich die Aufgabe alles Gegebene umzusetzen in die Form der immanenten Begriffsnothwendigkeit. Es verwirft daher die Untersuchungs- und Betrachtungsweisen der Erfahrungswissenschaften, um seinen eigenen Weg zu gehen. Das Resultat aber ist, dass es im wesentlichen bei der wissenschaftlich ungeprüften rohen Erfahrung stehen bleibt, die es einem äusserlich an dieselbe herangebrachten Begriffsschema einverleibt. Der empirische Naturforscher, der Hegel's Naturphilosophie zur Hand nimmt, fühlt sich fortwährend versucht den Philosophen zu belehren, dass Schwere, Wärme, Licht und Schall keine Wesenheiten sind, sondern sinnliche Erscheinungen, die auf Vorgängen beruhen, welche selbst nicht unmittelbar wahrgenommen werden können. So hat hier der Apriorist mit dem Empiristen die Rollen gewechselt. Anderseits setzt sich der Standpunkt der »reinen Erfahrung« die Aufgabe, aus dem in der Erfahrung Gegebenen Alles zu eliminiren was unser Denken erst an dieselbe heranbringt oder auch aus ihr glaubt schliessen zu dürfen. Hier müssen nun vor allem die Begriffe der Causalität und der Substanz als Opfer fallen, ihnen folgen die Begriffe, welche das naive Bewusstsein zu der Erfahrung hinzudenkt, das Ding, seine Eigenschaften und Wirkungen, diese gemeinen Vorläufer der vornehmeren Substanz- und Causalbegriffe; nicht minder müssen die hypothetischen Voraussetzungen beseitigt werden, durch welche der empirische Forscher die Erfahrung glaubt erklären zu sollen. So endigt dieses Eliminationsverfahren schliesslich bei der Empfindung, an die man etwa noch, selbstverständlich ohne substantiellen Träger, die Bewegung bindet **). Da aber die Bewegung, ebenso wie Raum

*) In Bezug auf das Mathematische hat zwar vor Mill schon Dugald Stewart verwandte Ansichten entwickelt. Seinen allgemeineren Anschauungen nach gehört er aber einer vermittelnden Richtung an, wie sie überhaupt durch die schottische Schule, zu der er zählt, vertreten wird.

**) Sehr klar sind diese Consequenzen des Standpunktes der reinen Er-

und Zeit, die bei ihr voraugesetzt sind, auf eine Ordnung von Empfindungen zurückführt, so bleibt wohl der einzige diesem Reductionsverfahren widerstehende Rest die reine Empfindung. Daneben mag man einige der gewohnten Begriffe, wie es schon Hume andeutet, beibehalten; aber man soll sich stets gegenwärtig halten, dass sie nur Namen sind für Complexe von Empfindungen, die Substanz für ein regelmässiges Zusammensein, die Causalität für eine regelmässige Aufeinanderfolge derselben *).

Ohne Zweifel haben diese Bestrebungen, den Standpunkt der reinen Erfahrung zu einer möglichst folgerichtigen Durchführung zu bringen, ihren grossen Nutzen gehabt. Es ist durchaus erforderlich, dass man aus einander halte, was innerhalb der gewöhnlich sogenannten Erfahrung wirklich erfahren wird, und was wir hinzudenken. Die gemeine Erfahrung vermengt beides, und der ältere Empirismus hat es ebenso wenig wie der Rationalismus zu einer deutlichen Sonderung gebracht. In der That ist wohl auch bei manchen Vertretern der reinen Erfahrung dies die Hauptabsicht. Sobald man aber weiter geht und der wissenschaftlichen Forschung die Aufgabe stellen will sich auf jene durch Elimination gewonnenen reinen Erfahrungselemente zu beschränken, so ist es das unvermeidliche Schicksal dieses Empirismus, dass er an die Stelle der Erfahrungswissenschaft eine aprioristische Metaphysik setzt. Die Erfahrungswissenschaften bedienen sich nämlich thatsächlich fortwährend solcher Voraussetzungen, die selbst nicht unmittelbar der Erfahrung entnommen sind, sondern zu derselben hinzugefügt werden, um die einzelnen Erfahrungen in eine das Erklärungsbedürfniss des menschlichen Geistes befriedigende Verbindung zu bringen. Sobald man daher den Satz, dass alles Wissen auf die in ihm enthaltene reine Erfahrung zu reduciren sei, nicht bloss als erkenntnisstheoretisches Postulat benützen, sondern zum Princip der wissenschaftlichen Forschung erheben wollte, so würde man unvermeidlich auf einen Weg gerathen, der von den Verfahrungsweisen der wirklichen Erfahrungswissenschaften weit abführte. Nachdem die reine Empfindung als der einzige nicht zu eliminirende Bestandtheil der Erfahrung ermittelt ist, würde es sich ja nun darum handeln, aus ihr eine wissenschaftliche Anschauung zu entwickeln. Hier würde dann wohl eine doppelte Ausführung möglich sein: entweder reducirt man, dem Einheitsbedürfniss des Denkens nachgebend, die Vielheit der Empfindungen auf eine einzige Urempfindung, in der entweder das reine Sein der Eleaten oder das ewige Werden Heraklits sich wiederholen würde **); oder man lässt jene letzten Elemente als eine

fahrung dargelegt worden von R. Avenarius, Philosophie als Denken der Welt gemäss dem Princip des kleinsten Kraftmaasses. Leipzig 1876.

*) Vergl. Paulsen, über den Begriff der Substantialität, Vierteljahrsschr. f. wiss. Philosophie, I. S. 488, sowie die Abhandlungen von C. Göring über den Begriff der Erfahrung, ebend. S. 384, 525 und II. S. 106.

**) Andeutungen einer solchen Anschauung vergl. bei Avenarius a. a. O. S. 64.

Vielheit bestehen und sucht aus ihren Beziehungen die Welt zu erklären, — dann geräth man direct in die Herbart'sche Metaphysik hinüber, aus welcher bloss der Name der Substanz entfernt worden ist.

Wenn wir hiernach wahrnehmen, dass der radicale Apriorismus gelegentlich in einen naiven Empirismus umschlägt, während der folgerichtigste Empirismus seinerseits einer aprioristischen Metaphysik zusteuert, so dürfte denn doch der Schluss naheliegen, dass diese Richtungen künstlich zu gegensätzlichen Anschauungen über die Natur der Erkenntniss emporgeschraubt worden sind, während ihre ursprüngliche und berechtigte Bedeutung nur darin liegt, dass sie verschiedene Wege darstellen, auf denen sich über die Entwicklung der Erkenntniss Untersuchungen führen lassen. In der That, als methodische Verfahrungsweisen sind diese Richtungen des Denkens untrennbar verbunden und sind sie noch immer verbunden worden. Der verzweifeltste Apriorist kann um die Erfahrung nicht herumkommen und muss ihr wohl oder übel in seinen Constructionen irgend eine Rücksicht schenken. Nicht minder gewinnen für den empirischen Forscher erst die durch das Nachdenken geprüften, in Verbindung gebrachten und unter Umständen sogar mit speculativen Voraussetzungen vermischten Erfahrungen wissenschaftliche Geltung. Der Streit beginnt aber, wenn von beiden Seiten apodiktische Behauptungen über die Quellen der Erkenntniss aufgestellt werden. Doch ist man sich auch dann oft genug über die wirklichen Gegensätze keineswegs klar. Dass alles was erkannt werden soll irgendwie uns zum Bewusstsein gelangen, also von uns innerlich erfahren werden muss, wird allerseits zugegeben. Der Apriorist muss also bekennen, dass er schliesslich auf Erfahrung und nur auf Erfahrung sich stützt, und der Empirist muss zugestehen, dass jede Erfahrung zunächst eine innere, also ein Ereigniss unseres Denkens ist. So läuft der Gegensatz schliesslich darauf hinaus, dass der erstere mehr den willkürlich von uns hervorgebrachten Vorstellungsverbindungen, der letztere denjenigen, die mit einem ohne unsern Willen stattfindenden Zwang sich aufdrängen, den höheren Werth beimisst. Aber weder vermag sich jener dem Zwang der Wahrnehmung zu entziehen noch dieser der Willkür des Denkens. Wie kann es da Wunder nehmen, wenn zuweilen keiner von beiden mehr sicher weiss, ob er Apriorist oder Empirist sei? Nach einer vielleicht nicht ganz angemessenen, aber vielfach adoptirten Bezeichnung pflegt man die neueren Theorieen der Sinneswahrnehmung in empiristische und nativistische zu unterscheiden. Der Empirist will durch diese Namen den Nativisten daran erinnern, dass in seiner eigenen, der empiristischen Auffassung die Erfahrung die Hauptrolle spiele, während bei dem Nativisten in der Annahme einer ursprünglichen Localisation der Sinneseindrücke ein Stück angeborener Ideenwelt rückständig geblieben sei. Dagegen verwahrt sich nun der Nativist, indem er behauptet, dass umgekehrt bei ihm der wahre Empirismus zu finden sei, da er der unmittelbaren Sinnesempfindung Realität zugestehe, während der angebliche Empirist die Anschauung erst aus einer

geistigen Verarbeitung der Sinneseindrücke hervorgehen lasse. Wer hat hier Recht? Beide, wie ich denke. Denn der Nativist, dessen Einwand nicht zu bestreiten ist, muss seinerseits anerkennen, dass er in die Empfindung einen geistigen Act aufnimmt, und dass in gewissem Sinne seine Auffassung der Empfindung um so aprioristischer wird, je untrennbarer er dies geistige Element mit der Empfindung verbunden ansieht. Aehnlich verhält es sich überall, wo man realen Problemen näher tritt. Darum verschwinden auch, abgesehen von vereinzelten Beispielen wie den obigen, die Bezeichnungen empiristisch und aprioristisch immer mehr, sobald es sich um bestimmte wissenschaftliche Aufgaben handelt. Sie spielen dagegen noch heute mit vielem Geräusch ihre Rolle in den Discussionen über »allgemeine Standpunkte«. Die erhöhte Temperatur solcher Debatten rührt übrigens meistens nicht von einem lobenswerthen erkenntnisstheoretischen Eifer, sondern von einer übel angebrachten Vermengung mit ethischen Interessen her. Ihr Gebiet nach dieser Seite hin sorgfältig abzugrenzen, ist daher die erste Aufgabe der Erkenntnisstheorie.

2. Glauben und Wissen.

Glauben und Wissen finden ihre Vereinigung in dem allgemeineren Begriff des Fürwahrhaltens. Alles Fürwahrhalten stützt sich auf Zeugnisse, d. h. auf Thatsachen der innern oder äussern Erfahrung, und diese Zeugnisse können wieder doppelter, nämlich entweder subjectiver oder objectiver Art sein. Das subjective Fürwahrhalten nennen wir Glauben, das objective ist zunächst die Meinung, und diese wird, sobald sich mit ihr die Ueberzeugung ihrer thatsächlichen Wahrheit verbindet, zum Wissen. Bei dem subjectiven Fürwahrhalten unterscheidet die Sprache gewöhnlich nicht die unsichereren Vorstufen von dem vollkommen überzeugten Glauben, der seines Gegenstandes ebenso sicher sein kann wie das Wissen; dass sie gleichwohl existiren, versteht sich von selbst, auch bezeichnet die Ahnung, freilich mit einer auf die Zukunft hinweisenden Nebenbedeutung, eine bestimmte Färbung eines unsicheren Glaubens; im Ganzen aber ist offenbar die subjective Natur des Glaubens einer klareren Ausprägung verschiedener Stufen desselben hinderlich gewesen.

Als die niedrigste dieser verschiedenen Formen des Fürwahrhaltens erscheint schon unserm natürlichen Sprachgefühl die Meinung. Bei ihr fehlt das Kriterium des Wissens sowohl wie des festen Glaubens, die Sicherheit der Ueberzeugung. Durch irgend welche objective Zeugnisse werden wir veranlasst ein Urtheil vorläufig als wahr anzunehmen; aber weder setzt das Meinen einen besonderen Grund subjectiver Bevorzugung noch ein solches Gewicht objectiver Gründe voraus, dass kein Zweifel zurückbliebe. Der Meinende fühlt sich subjectiv frei, objectiv ist er zwar bestimmt, aber in keiner Weise zwingend bestimmt. Es bedarf kaum des

Hinweises, dass zahlreiche Sätze, obgleich sie als wissenschaftliche Lehrsätze gelten oder gegolten haben, gleichwohl im logischen Sinne nur den Charakter von Meinungen besitzen. Wenn z. B. die Chemiker des vorigen Jahrhunderts die Alkalien für einfache Körper hielten, so war dies eine Meinung, obgleich sie geneigt waren, diese Meinung für ein Wissen anzusehen. Wenn die heutige Chemie annimmt, dass Wasserstoff, Sauerstoff, Chlor u. s. w. Elemente seien, so ist dies offenbar ebenfalls eine Meinung, denn diese Ansicht beruht nicht auf irgend welchen überzeugenden positiven Thatsachen sondern nur auf dem negativen Umstande, dass jene Körper bis jetzt nicht zerlegt worden sind. In diesem Falle ist man nicht nur berechtigt sondern vorläufig (so lange die in neuerer Zeit gemachten Versuche die zusammengesetzte Beschaffenheit der Elemente zu beweisen keinen sichern Erfolg haben) auch genöthigt an jener Ansicht festzuhalten. Gleichwohl wäre es falsch dieselbe als ein Wissen zu bezeichnen, weil das Wissen die Ueberzeugung einschliesst, dass künftige Erkenntnisse das Urtheil nicht umstossen können.

Auch der Glaube kann sich nun auf Gegenstände oder Ereignisse der Erfahrung beziehen, und in solchen Fällen fliesst er leicht, nicht nur als Zustand unseres Bewusstseins sondern noch mehr in dem sprachlichen Ausdruck, mit der Meinung zusammen. Gleichwohl werden wir kaum von einem Glauben an eine Sache sprechen, wenn es sich bloss um objective Gründe handelt. Ein Physiker würde z. B. leicht sagen können, er glaube nicht an eine Wirkung in die Ferne, denn es sind offenbar subjective Gründe, die ihn dieser Annahme, die durch die Erfahrung nahe gelegt wird, widerstreben lassen*), dagegen würde er die künftige Zerlegbarkeit des Wasserstoffes wahrscheinlich als eine Vermuthung äussern, d. h. als eine Meinung, die sich auf ein zukünftiges Ereigniss bezieht. Die Vermuthung würde in diesem Fall gegenstandslos sein, wenn sie nicht objective Gründe für sich anzuführen wüsste; für eine subjective Neigung in der einen oder andern Richtung ist dagegen hier keinerlei Anlass gegeben. So finden wir stets als Kriterium des Glaubens gegenüber der Meinung dieses Uebergewicht subjectiver Elemente.

Die Natur der objectiven Zeugnisse, auf welche eine Meinung sich stützt, lässt sich im allgemeinen leicht nachweisen. Diese Zeugnisse bestehen immer in irgend welchen Thatsachen der Erfahrung, welche eine bestimmte Annahme wahrscheinlich machen, ohne aber derselben Gewissheit zu verleihen. So lange man die Alkalien für einfache Körper hielt, war es lediglich die Thatsache, dass sie noch nicht zerlegt worden waren, die diese Meinung aufrecht hielt. Als Columbus die Meinung verfocht, dass ein Seeweg nach Indien sich auffinden lasse, war die nachgewiesene

*) »I do not believe in atoms« sagt in der That, mit Rücksicht auf die leeren Zwischenräume und die Fernewirkung, Sir William Thomson (Papers on Electrostatics and Magnetism, p. 318).

Kugelgestalt der Erde die Thatsache, auf die er sich stützte. Etwas schwieriger ist es über jene subjectiven Zeugnisse Rechenschaft abzulegen, die in den verschiedenen Fällen des Glaubens wirksam sind, denn diese Zeugnisse sind psychologischer Art und kommen meistens dem glaubenden Subjecte selbst nicht deutlich zum Bewusstsein. Im allgemeinen sind es wohl zweierlei subjective Thatsachen, die hier in Betracht kommen. Die niedrigeren Formen des Glaubens haben ihren Ursprung in unsern Affecten der Neigung und Abneigung. Wie diese Affecte selbst vielgestaltiger Art sind, so können auch die aus ihnen entspringenden niedrigen Glaubensmotive in dem Streben nach äusserer Wohlfahrt, in einem ästhetischen oder intellectuellen Wohlgefallen oder schliesslich selbst, wo die Person eines Mitmenschen oder unsere eigene Gegenstand der Beurtheilung ist, in Liebe und Hass und in der Selbstliebe ihre Quelle haben. Diese Motive der Zu- und Abneigung machen sich durchgängig in störender Weise geltend, vermittelst ihrer drängt sich das Glauben in die Gebiete der Meinung und des Wissens ein, und es unterhält hier Vorurtheile, die ohne jene subjectiven Motive längst würden verschwunden sein. So ist der Widerstand gegen das Copernikanische Weltsystem nicht bloss durch die Autorität der Bibel, sondern auch durch die intellectuelle Abneigung gegen eine Annahme veranlasst worden, welche mit der unmittelbaren Wahrnehmung im Widerspruch ist. Der Grund, aus welchem viele Physiker und Philosophen von Leibniz an bis auf unsere Tage der Annahme einer Wirkung in die Ferne widerstrebten, ist offenbar ebenfalls von subjectiver Art. Er besteht in der intellectuellen Abneigung, eine Art der Kraftwirkung anzunehmen, welche mit derjenigen nicht übereinstimmt, durch welche wir unsere eigene Muskelkraft auf die Körper der Aussenwelt übertragen. Dies schliesst nicht nothwendig aus, dass mit der Zeit noch objective Gründe gefunden werden, vermöge deren man auch in denjenigen Fällen, wo gegenwärtig eine actio in distans angenommen wird, wie bei der Gravitation, eine Uebertragung durch ein Zwischenmedium voraussetzen wird. Nicht jede Hypothese, die auf solche unzureichende subjective Gründe hin geglaubt wird, ist darum falsch. Galt doch auch dem Copernikus, ebenso wie seinen Vorläufern im Alterthum, dies als ein grosser Vorzug des heliocentrischen Systems, dass dasselbe das edelste Element, das Feuer, in die Mitte der Welt setze, ein Motiv, welches wir heute unbedenklich zu den ästhetischen Vorurtheilen rechnen werden*).

Die höhere Form des Glaubens entspringt aus sittlichen Forderungen. Dieselben pflegen sich zwar mit intellectuellen Neigungen zu verbinden und fast mehr noch, als es dieser natürlichen Verbindung entspricht, mit ihnen vermengt zu werden; aber das entscheidende Gewicht kommt in solchen complexen Producten doch stets dem moralischen Factor

*) Copernicus, de revolutionibus orbium coelestium. Deutsche Uebers. von Menzzer. S. 27.

zu, dessen Bedeutung, wie man freilich spät erst erkennt, durch jene ihm beigegebenen andersartigen Elemente leicht beeinträchtigt werden kann. Die Betrachtung des Naturlaufs drängt uns mit unabweisbarer Gewalt die Ueberzeugung auf, dass, wie weit auch der Einzelne oder die nächste Gesammtheit, der er angehört, oder endlich die ganze Menschheit in der Erstrebung sittlicher Zwecke gelangen mögen, doch irgend einmal ein Zeitpunkt eintreten müsse, wo nicht nur dieses sittliche Streben selbst sondern auch alles was durch dasselbe in der Sinnenwelt erreicht worden ist wieder untergeht. Zuerst macht sich dem Einzelnen der Gedanke, dass seinen Bemühungen eine kurze Frist gesetzt ist, schmerzlich fühlbar. Allmälig erhebt man sich dann zu der Idee, dass die sittliche Gesammtarbeit der Menschheit ein höherer Zweck sei, in welchem der Einzelne mit seinen Bestrebungen aufgehe. Aber sofort folgt dieser erhebenden Aussicht die nicht abzuweisende Erkenntniss, dass in dem unaufhaltsamen Gang des Naturlaufs dem Menschengeschlecht nur eine kurze Zeit gelassen ist, nach welcher die niedrigsten Bestrebungen und die grossartigsten Entwürfe gleichmässig in der Nacht des Vergessens verschwinden. Dieser Gedanke, dass eine Welt hoffender und strebender Wesen einer Vernichtung geweiht sei, durch welche alles vorangegangene Denken und Trachten sich schliesslich als zwecklos erweisen würde, ist dem Menschen stets unerträglich gewesen und wird es bleiben.

Solch' trostloser Aussicht auf einen spurlosen Untergang des sittlichen Lebens hat man nun allerdings zuweilen durch Annahmen zu entgehen gesucht, nach denen jene Forderung einer Erhaltung der sittlichen Zwecke innerhalb der erfahrungsmässigen Entwicklung des Naturlaufs ihre Befriedigung finden sollte. Es sind zwei derartige Annahmen aufgetaucht, von denen die eine eine optimistische, die andere eine pessimistische Färbung trägt. Jene besteht in der Voraussetzung eines unbegrenzten sittlichen und (was gewöhnlich damit verbunden gedacht wird) intellectuellen Fortschritts der Menschheit, diese in der Vermuthung eines unbegrenzten Kreislaufs der Dinge, in welchem Perioden der Erhebung und des Verfalls fortwährend mit einander abwechseln. Beide Annahmen begegnen sich darin, dass sie für die Menschheit als solche eine unendliche Lebensdauer verlangen. Dies ist nun zwar eine Hypothese, welche die allgemeine Betrachtung des Naturlaufs sehr zweifelhaft erscheinen lässt, und welcher specielle kosmologische und biologische Thatsachen schwere Bedenken entgegensetzen. Sehen wir aber auch ganz ab von diesen Schwierigkeiten, so wird der thatsächliche Stand der ethischen Frage, auf welche diese Annahmen eine Antwort geben sollen, durch beide nicht im geringsten verändert. Die erste nämlich ist nichts anderes als eine der Formen, in denen sich der Glaube die sittliche Bestimmung des Menschen ausmalen kann. Denn es versteht sich von selbst, dass wir zwar an einen unendlichen Fortschritt glauben können, nie aber im Stande sind denselben in einen Gegenstand des Wissens zu verwandeln. Er ist ebenso gut ein

Glaube wie der Glaube der ersten Christen, dass demnächst das tausendjährige Reich anbrechen werde. Dieser letztere war nur ein naiverer Versuch, die Erfüllung der sittlichen Forderungen in den unmittelbaren Zusammenhang des Naturlaufs eintreten zu lassen. Zu warnen ist darum vor der Verwechslung eines solchen Glaubens mit wissenschaftlich berechtigten Inductions- oder Analogieschlüssen. Wir sind befugt zu schliessen, dass ein gewisser Verlauf von Ereignissen so lange seine gegenwärtige Richtung einhält, als in den Bedingungen desselben keine wesentlichen Veränderungen eingetreten sind. Wir mögen daher bei der Langsamkeit, mit der sich grosse Umwälzungen zu vollziehen pflegen, immerhin annehmen, dass die Entwicklung der Menschheit in derjenigen Richtung, welche sie gegenwärtig besitzt, noch eine sehr lange Zeit fortschreiten werde; aber diese Annahme auf unbegrenzte Zeiträume zu übertragen, dazu fehlt jede Berechtigung. Den nämlichen Schluss von einer endlichen, und zwar sehr begrenzten Erfahrung auf das Unendliche gestattet sich die zweite Annahme, die als einzige Erfahrungsinstanz den Niedergang der Cultur im Mittelalter für sich anzuführen pflegt*). Auch sie ist ein Glaube, der sich in das täuschende Gewand des Wissens zu kleiden sucht. Während aber die erste immerhin noch dem ethischen Verlangen, in welchem alle diese transcendenten Speculationen ihre Wurzel haben, gerecht zu werden sucht, erscheint hier der trostlose Eindruck des zwecklosen Vergehens ins unendliche vervielfältigt, da nach ihr die Menschheit in unaufhörlicher Sisyphusarbeit die in ihr gelegenen sittlichen Keime entwickeln soll, damit sie sofort wieder der Vernichtung anheimfallen.

So machen sich denn alle Versuche dieser Art in ihrer Weise des alten ontologischen Fehlers schuldig, Glaubensobjecte umwandeln zu wollen in Gegenstände des Wissens. Auch sie verkennen, dass jene Ueberzeugung von einem ausserhalb der Erfahrung gelegenen Weltzweck, die von Anfang an die Menschheit in ihrer Entwicklung begleitet hat, einzig und allein auf einem e t h i s c h e n Postulate beruht, dass sie ein Glaube, kein Wissen ist, weil die entscheidenden Zeugnisse für dieselbe n u r in uns selber liegen. Denn wenn sich auch das sittliche Streben der Menschheit in zahlreichen objectiven Thatsachen verkörpert hat, so würde diesen doch ohne unser hinzutretendes moralisches Gefühl nicht die geringste überzeugende Kraft beiwohnen. Aus dem nämlichen Grunde ist aber auch jenes nie enden wollende Bestreben der Philosophen und Theologen gänzlich verfehlt, für einen Glauben, dessen Sicherheit ebenso gross ist wie die Thatsache der Sittlichkeit selbst, sich entweder nach weiteren Zeugnissen objectiver Art umzusehen oder aber, wie dies, obgleich er auf dem richtigen Wege war, sogar noch K a n t widerfuhr, in erkenntnisstheore-

*) Vergl. z. B. K i r c h m a n n, Verhandl. der philos. Gesellschaft zu Berlin. Heft IX, 1878, S. 26.

tischen Sätzen wenigstens eine Unterstützung für denselben zu suchen. Für den religiösen Glauben sind diese Bestrebungen überdies nur nachtheilig gewesen. Denn sobald derartige ontologische oder erkenntnisstheoretische Begründungen scheiterten, musste nun regelmässig der Anschein entstehen, als wenn der Glaube selbst gefährdet sei. Die meiste Schuld an diesem Zustand der Dinge trägt der in der heutigen Metaphysik noch immer fortlebende Platonische Gedanke, dass die Philosophie es mit dem Uebersinnlichen zu thun habe, ein Gedanke, der von der Philosophie im Ganzen ebenso wenig wahr ist wie von der Physik oder Chemie, weil das Uebersinnliche überhaupt ausser dem Bereich unseres Wissens liegt.

Man könnte nun freilich denken, dass, nachdem erst das Uebersinnliche in practischen Forderungen sein sicheres Fundament gefunden, es immerhin eine wünschenswerthe Zugabe sei, wenn auch noch theoretische Erwägungen jenen Forderungen zu Hülfe kommen. In der That ist es dieser Gedanke, der noch bei Kant die Ethik auf Erkenntnisstheorie und Metaphysik mächtig hat herüberwirken lassen, und der neuere Religionsphilosophen mit ontologischen Neigungen immer und immer wieder veranlasst, bei der theoretischen Philosophie und wo möglich sogar bei der Naturwissenschaft ihre Anleihen zu machen. In Ermangelung eines besseren ist ihnen schon das Bekenntniss des empirischen Forschers, dass es theoretische Probleme giebt, die keine sichere Lösung zulassen, erwünscht, um daran die Bemerkung zu knüpfen, dass die sinnliche Welt der übersinnlichen zu ihrer Ergänzung bedürfe. In ihrer gewöhnlichen populären Fassung nimmt diese theoretische Forderung des Uebersinnlichen die Form an: alles in der Welt habe seine Ursache, also müsse die Welt selbst auch eine Ursache haben. Wir werden bei der Besprechung des Causalgesetzes sehen, dass diese Folgerung auf einem wissenschaftlich unzulässigen Gebrauch des Begriffs der Ursache beruht. Nie haben wir Anlass, nach der Ursache eines Dinges zu fragen, ausser sofern wir voraussetzen, dass es aus irgend einem Vorangegangenen entstanden sei. Nach einer Ursache der Welt zu fragen, haben wir daher theoretisch gar keinen Anlass. Alles Geschehen, auf das der Begriff der Ursache allein anwendbar ist, ereignet sich in der Welt, und unser discursives Denken vermag, Ursachen und Wirkungen verknüpfend, niemals ausserhalb derselben seinen Standpunkt zu nehmen. Ein theoretischer Beweggrund, die Welt als Ganzes irgend einmal entstanden zu denken, lässt sich nicht aufzeigen. Da wir aber mit diesem Gedanken alle Grenzen des Vorstellbaren überschreiten, so liegt darin ein hinreichender Grund für unser theoretisches Wissen, die Frage nach der Entstehung der Welt als eine solche von sich zu weisen, auf die man durch bloss theoretische Erwägungen überhaupt niemals gekommen wäre. Hier glaubt man nun noch eine weitere Lücke der theoretischen Welterkenntniss zu erblicken, in welche das Unerkennbare als unerlässlicher Hülfsbegriff eintreten soll. Können wir in unserem theoretischen Erkennen niemals über die unbegrenzte Verkettung von Ursachen und Wirkungen

hinausgelangen, so stellt die Annahme dieser unbegrenzten Verkettung selbst an unser Erkennen eine unvollziehbare Forderung, denn »die Vorstellung einer Existenz während unendlicher Vergangenheit schliesst«, wie Herbert Spencer sich ausdrückt, »die Vorstellung von unendlicher Vergangenheit selbst in sich ein, und diese ist für uns eine Unmöglichkeit« *). Diese Unvollziehbarkeit des Gedankens einer in Zeit und Raum unendlichen Welt soll demnach, als einen Hülfsbegriff, durch welchen wir die unmöglichen Ansprüche unserer Vernunft zum Schweigen bringen, die Idee des Unerkennbaren fordern, welches nothwendig von uns zugleich als der letzte Grund des Erkennbaren angesehen werden müsse.

Wie die vorige Argumentation von der Causalität, so macht diese von dem Begriff des Unendlichen eine unbefugte Anwendung. Das Unendliche existirt für unser Erkennen nie als eine vollziehbare Vorstellung, wohl aber als eine Forderung, nach welcher die Verknüpfung gegebener Thatsachen vorgenommen werden soll. Die Bemerkung, dass eine Reihe unendlich sei, bedeutet demnach, dass ich niemals erwarten darf, dieselbe bei irgend einem Gliede beendigt zu sehen, und daher von jedem gegebenen Gliede zu weiteren Gliedern fortschreiten muss. Darin liegt aber gerade, dass die unendliche Reihe eben niemals vollendbar ist, also auch niemals als vollendetes Ganzes vorgestellt werden kann. Wie hieraus eine Andeutung entnommen werden soll, dass wir uns, um die Reihe zu vollenden, ganz ausserhalb derselben begeben müssten, ist schwer begreiflich, da ja gerade darin ihre Unendlichkeit besteht, dass wir niemals im Stande sind aus ihr herauszukommen.

So liegt denn allen diesen Versuchen, theoretisch ein unerkennbares Absolutes zu erweisen, offenbar abermals die Vermengung mit ethischen Forderungen zu Grunde. Nur geschieht in dem letzteren Fall diese Vermengung häufig so unbewusst, dass man Ausführungen lesen kann, nach denen es den Anschein gewinnt, als wenn das Ethische an dem Ursprung der Religionen gar keinen Antheil habe **). In Wahrheit verhält es sich gerade umgekehrt. Das theoretische Denken, auf sich allein gestellt, würde nirgends einen Anlass finden, aus dem Zusammenhang der sinnlichen Welt herauszutreten. Es würden sich ihm mannigfache Gründe ergeben anzunehmen, dass es diesen Zusammenhang nie vollständig zu beherrschen im Stande sein werde. Aber niemals würde es Grund haben vorauszusetzen, dass was jenseits des Gesichtskreises seiner Erfahrung liege etwas anderes sei als eine ununterbrochene Fortsetzung der ihm zugänglichen Causalreihen. So viele Probleme auch die Welt unserem Erkennen zu lösen giebt, so liegt doch das Welträthsel selbst ursprünglich nicht auf dem Boden des theoretischen Erkennens. Erst indem der Mensch den Lauf der Welt an dem sittlichen Maassstabe abzumessen beginnt, den er

*) H. Spencer, Grundlagen d. Philosophie. Deutsch v. B. Vetter. S. 31.

**) Einen Beleg hierzu giebt der erste Theil von H. Spencer's System.

in sich trägt, wird ihm die Welt ein Räthsel, und sie wird ihm im Grunde immer räthselhafter, je weiter sein theoretisches Erkennen vorwärts schreitet. Der Wilde, der die Natur mit den Gestalten seiner Einbildungskraft bevölkert, lebt zwar in einer Welt der Täuschung, aber räthselhaft ist ihm diese Welt kaum. Je klarer dem denkenden Verstande der Zusammenhang des Erkennbaren sich enthüllt, um so dunkler wird ihm die Bedeutung der Welt. Ein leicht begreiflicher Irrthum glaubt nun den Grund hiervon in dem ursprünglichen Wesen des Erkennens zu finden, während es doch die sittliche Natur des Menschen ist, die erst dem Erkennen jenes Räthsel aufgiebt. So ist denn die Geschichte der Weltanschauungen von den frühesten mythologischen Gedankenkreisen an bis herab in die Systeme der jüngsten Vergangenheit zugleich eine Geschichte der Vermengung der Gemüthsbedürfnisse und ethischen Forderungen des Menschen mit seiner theoretischen Welterkenntniss, und nur langsam gelingt es der Philosophie unter der Beihülfe der empirischen Wissenschaften beide Gebiete von einander zu trennen. Nichts aber wird die sicher bevorstehende bleibende Trennung mehr befördern als die Einsicht, dass dadurch beide Theile nur gewinnen können. Der Glaube, indem er sich auf dem Boden, der ihm zugehört, sicher fühlt, wird der vergänglichen Stützen entbehren können, die ein trügerisches Wissen für ihn bereit hielt. Die Wissenschaft wird ein für allemal der Hemmnisse entledigt sein, die entweder ein übel berathener Glaube ihr in den Weg legte, oder die sich selbst schuf, indem sie sich auf unzugängliche Gebiete verirrte.

Von zwei Seiten her sehen wir nunmehr den Begriff des Wissens begrenzt. Die Meinung lernten wir als eine Vorstufe desselben kennen, den Glauben als seine subjective Ergänzung. Der Glaube im weiteren Sinne umfasst Zustände eines subjectiven Fürwahrhaltens, die mit der Meinung in die Vorbereitung des Wissens sich theilen. Sein bleibendes Gebiet ist die Ueberzeugung von der sittlichen Bestimmung des Menschen, die auf einen transscendenten Weltzweck als Ergänzung der Sinnenwelt hinweist. Die Meinung ist unsicher; der Glaube kann zwar zur Sicherheit unwandelbarer Ueberzeugung sich erheben, aber diese Sicherheit ist nicht diejenige des Wissens, insofern die Glaubensobjecte nicht selbst gegeben sein können, sondern von dem glaubenden Subjecte als ethische Postulate vorausgesetzt werden. Dadurch ist der Glaube fortwährend dem Zweifel ausgesetzt, den er auch nicht durch den Hinweis auf seine Objecte, sondern nur durch die energische Geltendmachung jener ethischen Forderungen mit Erfolg zurückweisen kann. Das Wissen dagegen ist im Besitz des Gegenstandes selbst, auf den es sich bezieht. In Folge des Bewusstseins hiervon ist für den Wissenden der Zweifel ausgeschlossen, dem Gegenstand des Wissens kommt Gewissheit zu. Die Frage nach den Kriterien des Wissens fällt daher zusammen mit der Frage nach den Bedingungen, unter welchen wir dem Inhalt unserer Erkenntniss Gewissheit zusprechen.

3. Gewissheit und Wahrscheinlichkeit.

a. Die Kriterien der Gewissheit.

Gewissheit kann nur dasjenige besitzen, was uns entweder unmittelbar als Thatsache gegeben oder was aus gegebenen Thatsachen in zwingender Weise erschlossen ist. Diese beiden Fälle bezeichnen zugleich zwei Formen der Gewissheit, die sich als die unmittelbare und als die mittelbare unterscheiden lassen. So ist die Empfindung blau, die ich beim Anblick des Himmels in mir finde, unmittelbar gewiss; sie ist mir gegeben als eine nicht zu bestreitende Thatsache meines Bewusstseins. Der Satz dagegen, dass sich die Erde um die Sonne bewegt, ist mittelbar gewiss, denn erst durch eine Reihe von Schlüssen lässt sich zeigen, dass eine Bewegung der Erde nothwendig angenommen werden muss, um die astronomischen Beobachtungen zu erklären.

Die mittelbare führt stets auf die unmittelbare Gewissheit zurück. Ein Urtheil von mittelbarer Gewissheit kann zwar, wie in dem zuletzt angeführten Beispiel, der unmittelbaren Wahrnehmung widersprechen, aber die Voraussetzungen, aus denen es abgeleitet wird, müssen schliesslich doch immer unmittelbar gegebene Thatsachen der inneren oder der äusseren Erfahrung sein. Wenn bereits die alten Skeptiker das einzig Gewisse die Empfindung nannten, so ist dies eine Verwechslung der letzten Elemente der Gewissheit mit der Gewissheit selber. Auch die astronomischen Beobachtungen, aus denen das Copernikanische System deducirt wird, bestehen freilich aus einer Menge unmittelbar gegebener Empfindungen, aber nicht diese sind es, die hier die Gewissheit constituiren, sondern die Schlussfolgerungen, die aus ihnen entwickelt wurden. Fast noch fehlerhafter ist es, wenn man die sinnliche Wahrnehmung als die Quelle der unmittelbaren Gewissheit bezeichnet. Schon das gemeine Leben lehrt die Wahrnehmung als eine Quelle so mannigfacher Täuschungen kennen, dass die wissenschaftliche Forschung die Wahrnehmung stets als ein Hülfsmittel ansieht, durch welches man sich zunächst nur Meinungen über die Dinge bildet, die aber einer mannigfachen Controle und Berichtigung unterworfen werden müssen, bevor sie sich der Gewissheit nähern. Wenn ich den Himmel als ein blaues halbkugelförmiges Gewölbe erblicke, so sind nur die Empfindungen gewiss, die diese Wahrnehmung zusammensetzen, und auch sie sind dies nur als subjective Thatsachen meines Bewusstseins. Völlig dem Gebiet der Meinung gehört aber die Deutung an, die ich diesen Empfindungen in der Wahrnehmung gebe. Die Wahrnehmung liefert die erste noch unsichere Interpretation der unmittelbaren Thatsachen des Bewusstseins, die fast überall von der Wissenschaft umgestossen wird, um an ihre Stelle solche Interpretationen zu setzen, welche die Widersprüche beseitigen, die sich fortwährend zwischen unsern Wahrnehmungen erheben

und frühe schon die Meinung, dass die Wahrnehmung Gewissheit enthalte, als unhaltbar erscheinen liessen. Nicht bloss darin also hat die antike Skepsis Recht, dass sie die Empfindungen oder, allgemeiner gesprochen, die elementaren Thatsachen unseres Bewusstseins für das einzige ansieht, was uns unmittelbar gewiss ist, sondern auch darin, dass sie diesen Thatsachen nur eine subjective Gewissheit zugesteht. Statt zu schliessen, dass es demzufolge überhaupt nur subjective Gewissheit gebe, hätte sie aber schliessen müssen, dass alle objective Gewissheit mittelbarer Natur sei. Nun ist die bloss subjective Gewissheit an sich von geringem Werthe. Sie führt niemals hinaus über das erkennende Subject, ja sie ist stets beschränkt auf einen gegebenen Moment. Die subjective Gewissheit hat daher überhaupt nur insofern einen Werth, als sie die Grundlage ist, von der alle objective Gewissheit ausgeht. Diese aber, welche allein die Gewissheit im wissenschaftlichen Sinne ausmacht, ist stets ein Resultat der Bearbeitung unmittelbar gegebener Thatsachen des Bewusstseins durch das Denken.

Der Uebergang von der subjectiven Gewissheit zur objectiven vollzieht sich allmälig, und die erste Station auf diesem Wege ist die Wahrnehmung. Nicht jede Vorstellung, in der sich in unserem Bewusstsein elementare subjective Zustände vereinigen, gilt uns als Wahrnehmung, sondern nur dann geschieht dies, wenn wir als zweifellos voraussetzen, dass der Vorstellung ein Object entspreche. Die Wahrnehmung ist, wie es der Name andeutet, das als wahr angenommene. In diesem Sinne reden wir mit Recht sowohl von inneren wie von äusseren Wahrnehmungen. Jeder subjective Zustand unseres Bewusstseins ist als solcher Gegenstand unserer inneren Wahrnehmung. Als äussere Wahrnehmungen gelten uns dagegen stets diejenigen Vorstellungen, denen wir unmittelbar eine gegenständliche Existenz in der Aussenwelt geben. Es ist zu beachten, dass wir solche objective Wahrnehmungen gar nicht unmittelbar zugleich als subjective Zustände unseres Bewusstseins auffassen. Die Vorstellung des gesehenen Gegenstandes ist eins mit dem Gegenstand selber; erst eine nachträgliche Reflexion unterscheidet diesen von seinem subjectiven Bilde. Das nächste Kennzeichen aber, nach welchem wir den Gegenstand der äussern von demjenigen der innern Wahrnehmung trennen, ist seine Unabhängigkeit von unserem Bewusstsein, wie sie in dem Zwang sich verräth, welchen die äussern Objecte dem Verlauf unserer Vorstellungen auferlegen.

Dieses nächste Kennzeichen einer objectiven Existenz stellt schon innerhalb der Erfahrungen des practischen Lebens als ein vielfach trügerisches sich heraus, und es treten daher nun zwei weitere Kriterien zu demselben hinzu. Diese bestehen in der Uebereinstimmung der Wahrnehmungen und in der Uebereinstimmung der Wahrnehmenden mit einander. Sobald uns der äussere Zwang, den wir bei jeder objectiven Wahrnehmung empfinden, nicht mehr zureichende Sicherheit bietet, nehmen wir zunächst die Constanz, mit der bestimmte Gegenstände in zeitlich ver-

schiedenen Wahrnehmungen sich uns aufdrängen, und sodann die Zustimmung Anderer zu unsern eigenen Wahrnehmungsresultaten zu Hülfe. Auf diese drei Merkmale, den Zwang der äusseren Wahrnehmung, die Uebereinstimmung der Wahrnehmungen und der wahrnehmenden Subjecte unter einander, beschränkt sich vollständig die gemeine Gewissheit, deren wir uns überall im practischen Leben bedienen. In der ungeheuren Mehrzahl der Menschen regt sich niemals der Gedanke, dass man andere Kriterien der Wahrheit als diese verlangen könne, und selbst ihrer werden sie sich nur unvollständig bewusst. Jedes dieser Kennzeichen hat übrigens den Charakter eines Hülfsmerkmals im Verhältniss zu dem ihm unmittelbar in der Reihe vorangehenden. Dem Zwang der Wahrnehmung, der für die thierischen Intelligenzen wahrscheinlich zur Gewissheit ausreicht, dient die wechselseitige Controle der Wahrnehmungen als Ergänzung, und diese wird ihrerseits wieder erst durch eine wechselseitige Controle verschiedener wahrnehmender Subjecte vervollständigt.

Auch die Wissenschaft geht aus von der gemeinen Gewissheit. Aber bald gelangt sie zu der Ueberzeugung, dass was für alle Zwecke des practischen Lebens als hinreichend gewiss angenommen werden kann, dennoch nicht die zureichende Bürgschaft objectiver Gewissheit in sich trägt. Da die gemeine Gewissheit an der Uebereinstimmung der Wahrnehmungen und der Wahrnehmenden ihren endgültigen Maassstab findet, so schliesst sie alle diejenigen Täuschungen ein, die mit der Wahrnehmung selbst untrennbar verbunden sind, und die in der Verschiedenheit des wahrnehmenden Subjectes von dem wahrgenommenen Gegenstand ihren Grund haben. Für alle practischen Zwecke kommen derartige Täuschungen gar nicht in Betracht. Da alle Wahrnehmenden mit normalem Gesichtssinn den unbewölkten Himmel blau sehen, so ist er blau, mag es sich auch für die wissenschaftliche Untersuchung herausstellen, dass Blau kein Object, sondern nur ein subjectiver Zustand unseres Bewusstseins ist. Selbst das Copernikanische Weltsystem hat nichts daran geändert, dass die Praxis des Lebens nach dem Auf- und Untergang und der jährlichen Bewegung der Sonne sich richtet. Anders verhält es sich für die Wissenschaft. Ihr wird der Schein dadurch nicht in Wahrheit verwandelt, dass alle Wahrnehmenden demselben unterworfen sind. Sie wird daher genöthigt, jenen drei vorhin erwähnten Merkmalen noch ein viertes hinzuzufügen: als objectiv gewiss gilt alles Wahrgenommene, was nicht in dem wahrnehmenden Subject seine Quelle hat.

Dies ist nun das eigentliche Kriterium wissenschaftlicher Gewissheit, welches darum die wissenschaftliche Forschung, sobald sie sich ihrer Ziele klarer bewusst wird, fortwährend neben den drei andern Merkmalen der gemeinen Gewissheit in Anwendung bringt. Es hat aber dieses Kriterium den Nachtheil, dass es die objective Wahrheit bloss negativ bestimmt, als den Rest, der von den in wechselseitiger Uebereinstimmung stehenden Wahrnehmungen übrig bleibt, wenn wir von denselben

dasjenige abziehen, was allein dem wahrnehmenden Subjecte angehört. Hierzu kommt, dass es eine sehr schwierige Aufgabe ist, die bloss subjectiven Elemente der Wahrnehmung von den objectiven zu trennen. Denn die Wahrnehmung ist ja nicht etwa aus subjectiven und objectiven Bestandtheilen zusammengesetzt, die nur von einander unterschieden werden müssen, sondern alle Elemente der Wahrnehmung sind zunächst, als Zustände unseres Bewusstseins, subjectiv, und es handelt sich nun darum zu entscheiden, welche von ihnen bloss subjectiv sind, und welche anderen zugleich eine objective Bedeutung besitzen, d. h. nicht aus dem Bewusstsein des Wahrnehmenden in zureichender Weise abgeleitet werden können, sondern als ein ihm gegebenes angesehen werden müssen.

Diese Untersuchung begegnet vor allem einer philosophischen Schwierigkeit, der zwar die wissenschaftliche Einzelforschung durch einen glücklichen Instinct ziemlich vollständig zu entgehen gewusst hat, die sich aber dem allgemeineren erkenntnisstheoretischen Problem immer wieder von neuem in den Weg stellt. Wie sollen wir, wenn der ganze Inhalt der Wahrnehmung zunächst subjectiv ist, aus ihm zurückschliessen können auf ein objectiv gegebenes, das als solches zugleich von dem Subject unabhängig sein muss? Hier ist man nun sehr geneigt, entweder, um doch zu einem Resultat zu gelangen, mit Locke gewisse Elemente der Wahrnehmung, wie Raum, Zeit und Bewegung, als subjectiv und objectiv zugleich, die andern als bloss subjectiv anzusehen, oder mit Kant zu behaupten, es lasse sich nur das eine feststellen, dass überhaupt ein Gegenstand existire. Beide Auswege sind unbefriedigend. Im ersten Fall wird das Kriterium der gemeinen Gewissheit, dass die Wahrnehmungen übereinstimmen müssen, in willkürlich modificirter Weise angewandt, um eine objective Gewissheit zu gewinnen, indem man sagt: gewiss ist dasjenige, über dessen Beschaffenheit die Aussagen verschiedener Sinne übereinstimmen, — ein Princip, das in der That philosophisch vollkommen ebenbürtig ist dem alten juristischen Grundsatz, nach welchem ein Zeuge lügen kann, aber zwei nothwendig die Wahrheit reden. Im zweiten Fall ist für die wissenschaftliche Erkenntniss gar nichts geändert worden. Denn von dem freilich unbestreitbaren Satze, dass alle Erkenntniss nur für uns ist, nur existirt, insofern wir mit unserer Sinnlichkeit und unserem Verstand sie vollziehen, wird das hier vorliegende Problem gar nicht getroffen; es erhebt sich jetzt nur von neuem die Frage, unter welchen Bedingungen wir jenen von uns vollzogenen Erkenntnissen eine objective Gewissheit zugestehen, die nicht bloss in der unmittelbaren Uebereinstimmung unserer Wahrnehmungen ihre Quelle hat, sondern auf das Verhalten der bei der Wahrnehmung vorausgesetzten Objecte selbst bezogen werden muss.

Fragen wir uns nun, wie die wissenschaftliche Forschung im Einzelnen verfährt, wenn sie die subjectiven Elemente der Wahrnehmung eliminirt, so zeigt es sich, dass dieses Verfahren in einer vollständigen Umkehrung der erkenntnisstheoretischen Behandlung des nämlichen Problems

besteht. Während nämlich die letztere von dem Satze ausgeht, dass die Wahrnehmung ihrem ganzen Inhalte nach zunächst subjectiv sei, und dann nach besonderen Kennzeichen sucht, nach welchen gewisse Thatsachen der Wahrnehmung auf Objecte bezogen werden können, nimmt die Einzelforschung, da sie mit dem Standpunkt der gemeinen Gewissheit beginnt, zunächst Alles als objectiv gegeben an, was die wechselseitige Controle der Wahrnehmungen und der Wahrnehmenden als allgemeingültig bestehen lässt. Dann sucht sie neue Wahrnehmungen unter vielfach veränderten Bedingungen, die ihre Genauigkeit sicherstellen, zu sammeln und mit den früheren in Verbindung zu bringen. Die so gewonnenen neuen Wahrnehmungen ermöglichen eine abermalige Controle. Beträchtliche Bestandtheile des ursprünglichen objectiven Inhaltes werden so eliminirt und als subjective Elemente dargethan, die zwar für practische Zwecke wegen der Regelmässigkeit, mit der sie die Wahrnehmung begleiten, zu den Objecten gerechnet werden mögen, im wissenschaftlichen Sinne aber nicht mehr als objective Bestandtheile der Wahrnehmung angesehen werden können. Der Uebergang des Ptolemäischen in das Copernikanische Weltsystem, der Emanations- in die Undulationstheorie des Lichtes bieten nahe liegende Belege für diese Entwicklung der wissenschaftlichen Forschung. Eine berichtigende Controle schliesst sich hierbei an die andere, und die gesuchte Elimination der subjectiven Elemente der Wahrnehmung, in welcher das Kriterium wissenschaftlicher Gewissheit besteht, kommt so durch nichts anderes zu Stande als durch die fortgesetzte Anwendung des nämlichen Verfahrens, durch welches schon die gemeine Gewissheit ihr Ziel erreicht, durch die fortwährende Ergänzung und Berichtigung der einzelnen auf den nämlichen Gegenstand sich beziehenden Wahrnehmungen. Der Unterschied, wegen dessen wir immerhin jenes vierte Merkmal als ein charakteristisches für die wissenschaftliche Gewissheit ansehen können, besteht nur darin, dass die wissenschaftliche Forschung sich allmälig immer mehr den Grundsatz aneignet, nichts als objectiv gewiss anzusehen, was nicht schon eine vielfältige Controle bestanden hat, und dass sie also von vornherein der Wahrnehmung mit dem Verdacht, dass sie subjectiv bestimmt sei, gegenübertritt. Sobald man aber diesen berechtigten Verdacht zu dem Dogma erstarren lässt, *alles* sei subjectiv in unserer Wahrnehmung, so entfernt man sich offenbar von den Wegen der wissenschaftlichen Forschung, welche stets nach der Maxime handelt: *gewiss ist was sich in aller Wahrnehmung als gegeben bewährt.*

Nicht bloss mit den überall gültigen Principien der wissenschaftlichen Forschung kommt aber die Erkentnisstheorie durch das Dogma von der Subjectivität der Erkenntniss in Widerspruch, sondern es ist auch überdies der einzige Grund, der sie zu demselben verführt, ein unzureichender Analogieschluss, welcher noch dazu mit einer wesentlichen Voraussetzung, unter der er selbst steht, in Streit geräth. In zahlreichen Fällen, so folgert man nämlich, sind die Resultate der Wahrnehmung durch

wechselseitige Controle berichtigt und als vermengt mit bloss subjectiven Elementen erwiesen worden: folglich wird der ganze Inhalt der Wahrnehmung schliesslich in subjective Bestandtheile aufgelöst werden können. Diese Folgerung entbehrt aber erstens der thatsächlichen Berechtigung, denn zahlreiche Vorstellungen, wie z. B. die Copernikanische Weltansicht, sind nicht nur stehen geblieben, sondern immer mehr befestigt worden; sie geräth aber auch zweitens in Widerspruch mit der Voraussetzung, unter der die wechselseitige Controle unserer Wahrnehmungen allein möglich ist, und ohne welche daher die Vorstellung, dass unsere Wahrnehmung subjective Elemente enthalte, niemals möglich geworden wäre. Diese Vorausaussetzung besteht nämlich gerade in der Ueberzeugung, dass die Wahrnehmung so lange als objectiv gewiss zu gelten hat, als nicht durch den Widerspruch, in welchen die einzelnen Wahrnehmungen mit einander treten, ihr subjectiver Ursprung nachgewiesen ist. Verschiedene Wahrnehmungen können natürlich nur dann sich wechselseitig berichtigen, wenn ihnen irgend eine Wahrheit zu Grunde liegt, die aber aus vereinzelten Wahrnehmungen nicht mit zureichender Vollständigkeit erkannt wird.

Durchgehends wird nun freilich von den Erkenntnisstheoretikern der wahre Charakter des hier vorliegenden Problems verdunkelt, indem man demselben einen ganz andern Ursprung giebt, als den es in Wirklichkeit hat. Nicht die Widersprüche, in die sich die Wahrnehmung verwickelte, sollen dasselbe hervorgebracht haben, sondern die ganz unabhängige Ueberlegung, dass alles Erkennen ein Act unseres Bewusstseins, also an sich subjectiv sei und demnach über die Dinge, wie sie an sich sein mögen, nichts aussagen könne. Diese Meinung dürfte jedoch als eines der grössten Vorurtheile zu betrachten sein, unter denen die Philosophie zu leiden gehabt hat. Woher in aller Welt sollten wir auch die Vorstellung nehmen, dass irgend ein Object der Wahrnehmung nicht wirklich sei, wie es uns doch unmittelbar erscheint, als eben daraus, dass diese Ansicht in gewissen Fällen in Folge der Collision mit andern Wahrnehmungen undurchführbar wird? Die Erwägung, dass alles Erkennen ein subjectiver Vorgang sei, schliesst doch wahrlich nicht aus, dass der Gegenstand des Erkennens objectiv sein könne, wie er in der That stets von uns vorausgesetzt wird. So ist man denn auch erkenntnisstheoretisch nur befugt dasjenige aus der objectiven Wahrnehmung zu eliminiren, was wirklich als ein objectiver Schein sich nachweisen lässt, es besteht aber nicht die geringste Rechtfertigung die objective Erkenntniss überhaupt aufzuheben.

Müssen wir hiernach als objectiv gewiss dasjenige auffassen, was sich in aller Wahrnehmung als feststehend bewährt, so darf jedoch nicht übersehen werden, dass in dieser Definition der Gewissheit allerdings insofern eine beschränkende Bedingung auferlegt wird, als in einem gegebenen Moment leicht als feststehend gelten kann, was einer Controle durch neue Wahrnehmungen nicht Stand hält. In der That besitzen zahlreiche wissenschaftliche Sätze offenbar bloss den Charakter relativer Gewissheit. Den

Alten galt die Ptolemäische Weltansicht als gewiss, obgleich sie den fortgesetzten astronomischen Beobachtungen nicht Stand hielt; uns gilt die Copernikanische Anschauung als gewiss, obgleich wir zugeben müssen, dass dieselbe weitere berichtigende Ergänzungen erfahren kann, insofern z. B. die vermuthete Bewegung des ganzen Sonnensystems um einen entfernteren Centralkörper nachgewiesen werden sollte. Namentlich aber sind nicht selten Thatsachen, die uns als gewiss gelten, mit näheren Bestimmungen versehen, die der völligen Gewissheit ermangeln. So sind die Kepler'schen Gesetze im allgemeinen wahr, im einzelnen finden aber wegen der stattfindenden Störungen Abweichungen statt, die sich nur annähernd ermitteln lassen; so haben wir das Recht die Wellenbewegung des Lichtes als völlig gewiss anzusehen, über die nähere Form dieser Bewegung ist man aber noch unsicher. Man gesteht daher in solchen Fällen den Resultaten oder den Annahmen, welche zur Erklärung gewisser Resultate aufgestellt werden, bloss den Charakter einer mehr oder minder grossen Wahrscheinlichkeit zu.

Wegen dieser in dem unbegrenzten Fortschritt der Erkenntniss nothwendig begründeten Vermengung der Gewissheit mit der Wahrscheinlichkeit hat von den Zeiten der mittleren Akademie an bis auf unsere Tage zuweilen die Meinung ihre Vertreter gefunden, dass was wir Gewissheit nennen nichts anderes als der höchste Grad wissenschaftlicher Wahrscheinlichkeit sei*). Diese Auffassung ist jedoch mit den durchgängig in der wissenschaftlichen Forschung festgehaltenen Begriffen der Wahrscheinlichkeit sowohl wie der Gewissheit unvereinbar. Ein Satz gilt uns dann als wahrscheinlich, wenn ein entgegenstehender wenigstens als möglich zugelassen werden muss; als gewiss gilt er uns aber, wenn seine Verneinung als unmöglich angesehen wird. Von einer Wahrscheinlichkeit kann daher immer nur dann die Rede sein, wenn mehrere Annahmen neben einander zulässig sind, für deren jede ein bestimmtes Gewicht von Thatsachen in die Wagschale fällt. Darum enthält der vollständige Wahrscheinlichkeitsschluss als obere Prämisse stets ein disjunctives Urtheil, dessen Glieder die verschiedenen Annahmen enthalten, zwischen welchen die Wahl schwankt. Wo es sich dagegen um Gewissheit handelt, da werden alle Glieder null mit Ausnahme des einzigen, welches gewiss ist. Insofern sich die Wahrscheinlichkeit der Gewissheit unbegrenzt annähern kann, lässt sich daher die letztere wohl auch als ein Grenzfall der ersteren betrachten, aber sie wird dadurch ebenso wenig selbst zur Wahrscheinlichkeit, als die Null desshalb zu einer Grösse wird, weil wir sagen, dass

*) Als der neueste Vertreter dieser Ansicht ist Ed. von Hartmann zu nennen, der seine ganze Erkenntnisstheorie und Metaphysik auf Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen gründet, die freilich ihrerseits mit dem wissenschaftlich zulässigen Begriff der Wahrscheinlichkeit in starkem Widerspruch stehen. Vergl. Philosophie des Unbewussten, 5. Aufl. S. 36—47.

eine abnehmende Grösse sich der Null nähere. So lässt sich denn auch in allen den Fällen, wo bei wissenschaftlichen Problemen Gewissheit und Wahrscheinlichkeit sich vermengen, zwischen beiden eine sehr scharfe Grenze ziehen. Die Bewegung der Erde um die Sonne gilt uns als gewiss, weil wir erkannt haben, dass jede entgegenstehende Annahme nicht nur unwahrscheinlich, sondern unmöglich ist. Der Bewegung des Sonnensystems im Weltraume schreiben wir dagegen nur eine gewisse Wahrscheinlichkeit zu, weil die Beobachtungen, die auf diese Annahme geführt haben, indem sie das Uebergewicht der scheinbaren Eigenbewegungen der Fixsterne in einer Richtung feststellten, möglicher Weise auch auf anderem Wege, z. B. durch eine wirkliche Eigenbewegung der Fixsterne, erklärt werden könnten. Die Wellenbewegung des Lichtes gilt uns ferner als gewiss, weil die sämmtlichen Eigenschaften einer Wellenbewegung am Lichte nachgewiesen und diese Eigenschaften aus einer beliebigen andern denkbaren Bewegungsform nicht erklärbar sind. Dagegen lässt sich in Bezug auf die verschiedenen Formen von Bewegung, die hierbei noch denkbar bleiben, nicht einmal sagen, dass etwa eine derselben eine sehr viel grössere Wahrscheinlichkeit für sich hätte als die andere, so dass in der That in diesem Fall verschiedene Annahmen als gleich berechtigt ihre Vertheidiger gefunden haben. Wenn wir demnach nicht einen beliebigen erst künstlich geschaffenen Maassstab an die Gewissheit anlegen, sondern denjenigen, welchen die wissenschaftliche Forschung wirklich anwendet, so werden wir als *objectiv gewiss* diejenigen Thatsachen bezeichnen, *die auf dem Wege fortschreitender Berichtigung der Wahrnehmungen nicht mehr beseitigt werden können.*

Dieses letzte und entscheidende Kriterium der Gewissheit ist nun selbst kein thatsächliches, sondern ein *logisches*. Objective Wahrnehmungen können uns immer nur darüber belehren, dass eine Thatsache bis dahin der Berichtigung widerstanden hat; ob sie aber auch fernerhin derselben widerstehen werde, dies kann sich nur aus Schlussfolgerungen ergeben, welche sich freilich ihrerseits auf Wahrnehmungen stützen müssen. Als objectiv gewiss kann uns darum auch immer erst eine Thatsache gelten, wenn sie Gegenstand eines zwingenden *Beweises* geworden ist. Zwingend ist dieser aber nur dann, wenn erstens alle Wahrnehmungen als in Uebereinstimmung mit der betreffenden Thatsache stehend und zweitens alle entgegenstehenden Annahmen als unzulässig erwiesen sind. Die Copernikanische Weltansicht und die Wellenbewegung des Lichtes gelten uns erst als thatsächlich gewiss, seitdem die entgegenstehenden Anschauungen, aus denen man versuchen könnte die Wahrnehmungen zu erklären, widerlegt sind. Auch den Beweis der Gewissheit können wir uns daher, ähnlich wie den Wahrscheinlichkeitsschluss, jedesmal mit einer disjunctiven oberen Prämisse beginnend denken. Die Beweisführung besteht dann aber regelmässig darin, dass alle Glieder dieser Prämisse mit Ausnahme eines einzigen als unmöglich nachgewiesen werden. In gewissen Fällen besteht der Be-

weis einzig und allein in dieser Ausschliessung entgegenstehender Annahmen. Die vollkommenere Form ist es aber, wenn sich directe und indirecte Beweisführung verbinden, wenn also zu der Ausschliessung der entgegenstehenden Annahmen positive Instanzen für die zu erweisenden Thatsachen hinzutreten. Beides pflegt sich bei einem überzeugenden Beweis so zu verbinden, dass zu jeder positiven Instanz der Nachweis ihrer Unerklärbarkeit aus entgegenstehenden Annahmen hinzugefügt wird*). Wie man sieht, steht dieser Beweis der Gewissheit unter einer Bedingung, welche nicht unter allen Umständen erfüllt werden kann, oder von der man auch zuweilen glaubt, dass sie erfüllt sei, während dies thatsächlich nicht der Fall ist. Diese Bedingung besteht darin, dass jene disjunctive obere Prämisse alle Annahmen, die gemacht werden können, vollständig enthalte. Bei jedem entscheidenden Beweise trifft dies zu, wenn man auch in den wirklich geführten Beweisführungen nicht immer alle möglichen Annahmen berücksichtigt. Die Wahrnehmung der täglichen Bewegung des Fixsternhimmels könnte z. B. aus drei thatsächlichen Annahmen abgeleitet werden: 1) aus einer wirklichen Bewegung des Fixsternhimmels, 2) aus einer Rotation der Erde um ihre Axe und 3) aus einer combinirten Wirkung dieser beiden Bewegungen. Es lässt sich aber in diesem Falle leicht zeigen, dass die positiven Instanzen, welche die tägliche Rotation der Erde um ihre Axe beweisen, sowohl die erste wie die dritte Annahme ausschliessen. Uebrigens ist ersichtlich, dass auch die Frage, ob die Aufzählung der möglichen Annahmen vollständig sei, Gegenstand einer auf die Wahrnehmung sich stützenden logischen Erwägung ist. So werden wir hier überall auf die im Eingang hervorgehobene Bemerkung zurückgeführt, dass alle objective Gewissheit mittelbar, alle mittelbare Gewissheit aber ein Erzeugniss der Verarbeitung der Wahrnehmungen durch das logische Denken ist.

Nur hieraus erklärt es sich, dass wir überhaupt an das in der Wahrnehmung Gegebene mit der Forderung nach objectiver Gewissheit herantreten können, einer Forderung, die der Feststellung der Gewissheit nothwendig vorangeht, und ohne welche die letztere unmöglich wäre. Die Widersprüche der Wahrnehmung würden an sich selbst die Motive zu ihrer fortwährenden Ausgleichung und Berichtigung noch nicht enthalten. Dazu ist weiter erforderlich, dass wir aller Wahrnehmung mit dem logischen Postulat einer durchgängigen Uebereinstimmung des uns durch die Wahrnehmung gegebenen Denkinhaltes gegenübertreten. Dieses Postulat kann nur aus dem Denken selber stammen, und es findet in der That in der durchgängigen Uebereinstimmung der logischen Denkgesetze mit einander seine sofortige Erklärung. Die unmittelbare Uebereinstimmung des Denkens mit sich selber soll — darin besteht jene Forderung — an allem Inhalt des Denkens verwirklicht werden; da nun aber dieser in der rohen Beschaffenheit, welche er in der äusseren Wahrnehmung besitzt, in vielfache Wider-

*) Vergl. die Lehre von der Beweisführung im II. Theil dieses Werkes.

sprüche tritt mit sich selber, so beginnt nun jene controlirende und berichtigende Arbeit des Denkens, deren Ziel in Bezug auf eine gegebene Thatsache dann erreicht wird, wenn diese in den widerspruchslosen Zusammenhang des Denkens eingereiht ist. Eine solche Arbeit des Denkens ist weiterhin nur unter der Bedingung vollziehbar, dass der Inhalt der Wahrnehmung schliesslich jener Forderung wirklich sich fügt, und in der That findet diese Bedingung in Bezug auf die einzelnen Bestandtheile des Wissens fortwährend ihre Erfüllung, wie dies unmittelbar durch die Existenz der Wissenschaft bezeugt wird.

Nun ist aber das Denken keine leere Form, welcher, abgesehen von jedem Inhalt, irgend eine reale Existenz zukommen könnte. Die Denkgesetze selbst kommen uns nur zum Bewusstsein an Objecten der Anschauung, die mit einander durch unser Denken in Beziehung gesetzt werden. Jene Uebereinstimmung des Denkens mit sich selber ist also bereits eine am Denkinhalt hervortretende Uebereinstimmung, und wenn das Bewusstsein der letzteren von Anfang an das Denken begleitet, so hat dies offenbar nur die Bedeutung, dass der einfachste und ursprünglichste Inhalt der Wahrnehmung bereits jener Forderung nach Uebereinstimmung genügt, daher nun von ihm aus die nämliche Forderung auf alle weiteren verwickelteren und unter Umständen widerspruchsvollen Wahrnehmungen übertragen wird. Jener einfachste Inhalt der Wahrnehmung, der fortan alle irgendwie inhaltreicheren Wahrnehmungen begleitet, und an dem das Kriterium der durchgängigen Uebereinstimmung mit sich selbst auf das vollständigste zutrifft, ist uns nun gegeben in den zeitlichen und räumlichen Anschauungen, wenn wir in ihnen nur Rücksicht nehmen auf dasjenige was neben einem wechselnderen qualitativen Inhalte constant bleibt, d. h. eben auf das Zeitliche und Räumliche selbst. Zeit und Raum bilden den ursprünglichsten und constantesten Wahrnehmungsinhalt, weil sie zu allen objectiven Wahrnehmungen bereits vorausgesetzt werden, und weil sie, sobald wir von der besonderen Beschaffenheit der einzelnen Wahrnehmungen absehen, als letzter Rest immer wieder zurückbleiben. Sie sind weder selbständige Wahrnehmungen noch vor aller Wahrnehmung in uns liegende Anschauungsformen, sondern sie sind lediglich die constanten Gesetze, denen alle unsere Anschauungen gehorchen, und an denen darum auch die Gesetze unseres Denkens am unmittelbarsten sich uns darstellen müssen. Diese Gesetze der Anschauung und des Denkens sind aber, da es kein Denken ohne Inhalt giebt, nichts anderes als die allgemeinsten Gesetze des Denkinhaltes oder der Dinge selbst. Hiervon ausgehend können wir darum den Charakter der objectiven Gewissheit auch folgendermassen definiren: als gewiss gilt was in eine der durchgängigen Uebereinstimmung der reinen Anschauung gleichende widerspruchslose Verbindung gebracht ist. Indem man Sätze von zweifelloser Gewissheit auch als evidente Sätze zu bezeichnen pflegt, hat man unbewusst der Thatsache Ausdruck gegeben, dass die unmittelbare

Anschauung die höchste Instanz der Gewissheit ist. Innerhalb der Anschauung kommt diese Gewissheit aber wieder vorzugsweise den Anschauungsformen zu, deren Unverletzlichkeit die Voraussetzung jeder concreten Wahrnehmung ist.

Zeit und Raum theilen mit allem was objectiv gewiss ist die Eigenschaft, dass sie sich aus einem subjectiv Gegebenen entwickeln, welches unmittelbar gewiss ist. Aber sie unterscheiden sich von andern Entwicklungsformen der objectiven Gewissheit wesentlich dadurch, dass die Controle der Wahrnehmungen in Bezug auf die allgemeinen Eigenschaften von Zeit und Raum die ursprüngliche Form der Anschauung bestehen lässt, dass also Zeit und Raum uns in derselben Form objectiv gewiss sind, in der sie uns ursprünglich subjectiv gewiss waren *). Die nämliche Coincidenz subjectiver und objectiver Gewissheit muss daher allen Gesetzen zukommen, zu deren Entwicklung kein besonderer Inhalt der Anschauung sondern nur die allgemeine Anschauungsform selbst erfordert wird. Diese Gesetze sind die logisch-mathematischen Axiome. Die Untersuchung der Anschauungsformen bildet den Gegenstand der reinen Mathemat k, als deren allgemeinster Theil die Logik betrachtet werden kann, nicht bloss weil auch sie ihre Gesetze der reinen Anschauung entnimmt, sondern weil diese Gesetze mit den Fundamentalaxiomen des abstractesten Theils der Mathematik, der reinen Grössenlehre, identisch sind. Logik und Mathematik stehen als abstracte Wissenschaften, die von der besonderen Beschaffenheit des in Zeit und Raum gegebenen abstrahiren, den concreten Disciplinen gegenüber, die gewöhnlich Erfahrungswissenschaften genannt werden und die besonderen Inhalte der Zeit und des Raumes zu ihrem Gegenstande haben. Da dieser Inhalt die Anschauungsformen als seine constanten Begleiter mit sich führt, so ist jede Erfahrungswissenschaft an und für sich einer mathematischen Behandlung zugänglich; sie ist es aber auch nur so weit, als das empirische Geschehen der reinen Anschauung angehört.

Während wir so die mittelbare Gewissheit die verschiedenen Vorstufen der Wahrnehmung und ihrer wissenschaftlichen Berichtigung durchlaufen sehen, bis sie ihr Ziel erreicht, bleibt jene unmittelbare subjective Gewissheit, von der sie ursprünglich ausgieng, in ihrem eigenen Wesen völlig unverändert. Stufen dieser Gewissheit kann es nicht geben, da die subjective Gewissheit von vornherein gar keiner Vervollkommnung fähig ist. Eine Entwicklung ist daher bei ihr eben nur insofern möglich,

*) Diese für alle empirische Gewissheit massgebende Thatsache schliesst übrigens selbstverständlich die erkenntnisstheoretische Frage nicht aus, welche Elemente der Zeit- und Raumanschauung aus subjectiven psychologischen Vorgängen entspringen, und welche Elemente nicht auf solche zurückzuführen sind. Subjective und objective Gewissheit begegnen sich hier nur insofern, als die reine Anschauung in ihren subjectiv entstandenen Formen zugleich die objective Erfahrung bleibend bestimmt, womit aber keineswegs gesagt ist, dass jenen Formen eine ihnen völlig gleichende metaphysische Realität gegenüberstehe. Vergl. Cap. III.

als aus ihr auf irgend eine Weise objective Gewissheit abgeleitet werden kann. Nachdem dies geschehen, bleibt aber die unmittelbare Gewissheit unverändert bestehen. Ausserdem verbleiben zahlreiche Bestandtheile unseres Bewusstseins, alle nämlich, die niemals zu einer objectiven Wahrnehmung verbunden werden, fortan ausschliesslich auf der Stufe subjectiver Gewissheit. Dies ist der Grund, wesshalb sich die Psychologie von Anfang an in einer durchaus andern Lage befindet und wesentlich andere Untersuchungsmethoden anzuwenden hat als die Naturwissenschaften. Das Hauptproblem der letzteren, die Wahrnehmung durch berichtigende Controle auf ein objectiv Gegebenes zurückzuführen, fällt bei ihr im Grunde ganz hinweg, da das in der innern Erfahrung Gegebene unmittelbar subjectiv gewiss ist. Dafür wird ihr die Aufgabe, den Zusammenhang des Gegebenen zu erforschen, die der Naturwissenschaft, wenn sie erst die Thatsachen objectiv sicher gestellt hat, verhältnissmässig leicht ist, ungleich schwerer, ja sie gelingt ihr überhaupt nur dadurch in einem gewissen Grade, dass sie theils die objectiven Wirkungen innerer Zustände theils die subjectiven Begleiterscheinungen objectiv controlirbarer Thatsachen zu erforschen sucht, also die objective Gewissheit zu Hülfe nimmt.

Indem die subjective Gewissheit als die unmittelbare einen unveränderlichen, d. h. Berichtigungen nicht ausgesetzten Thatbestand einschliesst, tritt sie aber endlich in einen erkenntnisstheoretisch bedeutsamen Gegensatz zur mittelbaren Gewissheit. Denn der ganze Inhalt der äussern Erfahrung ist unter dem Einfluss der berichtigenden Controle des Denkens in einer fortwährenden Veränderung begriffen, so dass als Gegenstand derselben immer ein Begriff übrig bleibt, für welchen nur die objective Realität und die allgemeine Gültigkeit der Anschauungs- und Denkgesetze unveränderlich gilt, der aber in allen seinen andern Elementen der verändernden Berichtigung unterworfen, also hypothetisch ist: dies ist der Begriff der Substanz. Indem sich das Denken einerseits der hypothetischen Natur dieses Begriffes, andererseits aber der Gewissheit einer objectiven Realität bewusst wird, kommt es nothwendig zu der Vorstellung eines Realen, welches nicht wie das eigene Subject in seiner unmittelbaren Wirklichkeit zu erkennen ist. So entsteht als nothwendiges Correlat des Substanzbegriffs der Begriff eines »Dinges an sich«. Nach der Entstehungsweise dieses Begriffs ist es klar, dass durch denselben die objective Gewissheit als solche nicht im geringsten erschüttert wird. Alles an den Objecten, was nicht den hypothetischen Elementen des Substanzbegriffs angehört, behält seinen unveränderlichen Werth, und auch jene hypothetischen Elemente bezeichnen Lösungsversuche einer zwar niemals ganz abzuschliessenden, aber nach einzelnen Richtungen immerhin vollendbaren Aufgabe.

Dagegen entsteht nun vermöge jenes Wechselverhältnisses von unmittelbarer und mittelbarer Gewissheit für die Erkenntnisstheorie das Problem, einerseits aus den Anschauungs- und Denkformen Alles zu entfernen was dem subjectiv bestimmten und darum möglicher Weise wechselnden Inhalt

derselben angehört, andererseits den Substanzbegriff von allen Elementen zu befreien, die nicht theils durch die objective Erfahrung theils durch die Denkgesetze gefordert sind. Mit diesen Aufgaben werden wir in Cap. III und IV uns beschäftigen.

b. Die Wahrscheinlichkeit.

Da alle objective Gewissheit mittelbarer Natur ist, d. h. aus bestimmten uns subjectiv gegebenen Thatsachen erst entwickelt wurde, so liegt sie in stetem Streit mit der Ungewissheit, und nicht selten geht sie aus derselben hervor durch die Uebergangsstufe einer mehr oder minder grossen Wahrscheinlichkeit. Das unmittelbar Gegebene kann nur gewiss sein. Wo Ungewissheit herrscht, da deutet dies auf einen Gedankenprocess, der zwischen den Voraussetzungen und der Annahme liegt, und nur wo die Ungewissheit mit der Gewissheit vermischt vorkommt, da ist auch die Wahrscheinlichkeit möglich. Die nächste Aufgabe der wissenschaftlichen Forschung bleibt es stets, zu bestimmen was objectiv gewiss ist, die Ungewissheit also zu beseitigen. Wo aber dies unmöglich, da bleibt allein übrig, dass die Ungewissheit selbst bestimmten Regeln unterworfen wird, indem man für jeden der verschiedenen Fälle, die sich als möglich ergeben, den Grad der Wahrscheinlichkeit zu bestimmen sucht.

Die wissenschaftliche Wahrscheinlichkeit könnte daher auch bezeichnet werden als die exacte Abschätzung der Meinungen, die in Bezug auf eine gewisse Thatsache möglich sind. Denn die Meinung ist, wie wir gesehen haben, ein objectiv bestimmtes Fürwahrhalten, welches jedoch der Gewissheit entbehrt. Darum sind stets widerstreitende Meinungen über einen und denselben Gegenstand möglich, und bei der Bestimmung der Wahrscheinlichkeit ermitteln wir das Verhältniss, in welchem solche widerstreitende Meinungen in Bezug auf den Grad des Fürwahrhaltens, der mit ihnen verbunden werden darf, zu einander stehen. Mit dem Glauben dagegen hat die wissenschaftliche Wahrscheinlichkeit nichts zu thun, obgleich sie wegen der vieldeutigen Anwendung des Wortes »wahrscheinlich« oft damit vermengt worden ist. Existirt doch der Begriff der Wahrscheinlichkeit im wissenschaftlichen Sinne erst seit der Begründung der Wahrscheinlichkeitsrechnung, und selbst diese hat zuweilen Erwägungen Raum gegeben, die dem Gebiet des auf bloss psychologische Motive gegründeten Glaubens angehören. Hierher gehören namentlich alle jene Bestimmungen, die sich auf die so genannte subjective oder moralische Wahrscheinlichkeit beziehen. Ohne Zweifel ist es zulässig, den Grad der subjectiven Werthschätzung versuchsweise zu messen, den die objective Wahrscheinlichkeit in einem einzelnen Falle besitzt. Ein wohlhabender Mann kann in der Hoffnung auf einen bedeutenden Gewinn eine Summe wagen, die ein wenig begüterter nicht auf's Spiel setzt, obgleich der Grad der objectiven Wahrscheinlichkeit zu gewinnen für beide genau derselbe ist. Umgekehrt dagegen wird von dem letzteren ein mässiger Gewinn höher

geschätzt werden. Sucht man nun diesen subjectiven Werth, der sich mit einem bestimmten Ereigniss bez. mit der Aussicht auf dasselbe verbindet, quantitativ zu bestimmen, so erhält man das was Daniel Bernoulli als mensura sortis, Laplace als fortune morale bezeichnete. Diese Werthbestimmung beruht ganz und gar auf psychologischen Erwägungen; sie ist zulässig, insofern wir voraussetzen dürfen, dass auch unsere Neigungen bestimmten Gesetzen unterworfen sind. Diese Gesetze haben aber mit denen der objectiven Wahrscheinlichkeit nichts zu thun. Wenn man z. B. nach dem Vorgang von Bernoulli annimmt, die subjective Werthschätzung eines Gewinns sei der Grösse des vorhandenen Besitzes umgekehrt proportional*), so stützt man sich auf die Erwägung, dass die Grösse unserer Gemüthsbewegungen nicht von der absoluten, sondern von der relativen Veränderung unserer Glücksumstände bestimmt sein werde. Man sucht also dabei die psychologische Wirkung zu messen, die eine und dieselbe objective Thatsache in verschiedenen Fällen hervorbringt, und die daher an die objectiv gleiche Wahrscheinlichkeit dieser Thatsache geknüpft ist.

Wenn nun hier schon eine derartige moralische Werthbestimmung höchstens als eine durchschnittlich richtige Schätzung betrachtet werden kann, bei der von den individuellen Temperamentseigenschaften, die neben den äusseren Glücksumständen unsere Hoffnungen und Neigungen bedingen, ganz abgesehen wird, so werden vollends jene Werthbestimmungen völlig illusorisch, bei denen man Thatsachen, die vermöge ihrer eigenen Beschaffenheit in sehr verschiedenem Grade unsere Hoffnungen und Neigungen erregen, mit dem gleichen objectiven Maasse messen will. Dies gilt z. B. von den Versuchen, willkürlich eine untere Grenze der Wahrscheinlichkeit festzustellen, bei welcher dieselbe nach ihrem subjectiven Werthe als null anzusehen sei. Man hat als eine solche untere Grenze bald einen beliebigen echten Bruch mit grossem Nenner vorgeschlagen, bald irgend einen Grad sehr geringer Wahrscheinlichkeit, gegen den wir uns in einem speciellen Fall thatsächlich so verhalten, als wenn er null wäre, z. B. diejenige Wahrscheinlichkeit, die für einen gesunden Menschen von mittlerem Lebensalter existirt, innerhalb des nächsten Tages zu sterben. Man übersieht dabei, dass unser Fürchten und Hoffen vor allem von den Gegenständen abhängig ist, auf die es sich bezieht. Der Behauptung von Buffon, eine objective Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{10{,}000}$ sei für unsere subjective Erwartung $= 0$**), widersprechen zahllose Lotteriespieler, die sich unter viel ungünstigeren Chancen einer mässigen Hoffnung hingeben, das grosse Loos zu gewinnen. Die meisten dieser Spieler würden sich vermuthlich verwundern zu erfahren, dass ihre Aussicht, innerhalb der

*) Dan. Bernoulli, commentarii Academ. Petropolitan. t. V, 1738, p. 175. Laplace, esssai philosophique sur les probabilités, p. 21. Paris 1814.

**) Buffon, Brief an Laplace, mitgetheilt compt. rend. t. 88, p. 1019.

nächsten 24 Stunden eines gewaltsamen Todes zu sterben, mindestens ebenso gross ist.

Auf subjectiven Einflüssen ähnlicher Art beruht die allgemein verbreitete Vorstellung, dass zufällige Ereignisse der Vergangenheit die objective Wahrscheinlichkeit zukünftiger Ereignisse derselben Art beeinflussen könnten, ein Irrthum, in welchen sogar hervorragende Mathematiker verfallen sind. Die Mitspieler in »Rouge et Noir« notiren eifrig die herauskommenden Farben, denn sie sind überzeugt, dass, je häufiger Roth dagewesen ist, um so mehr die Wahrscheinlichkeit zunehme, das nächste Mal auf Schwarz zu gewinnen. Wenn sich in einer Urne gleich viel weisse und schwarze Kugeln befinden, so würde Jeder vor dem ersten Zug zugeben, dass die Wahrscheinlichkeit für beide gleich gross sei. Aber wenn mehrere Ziehungen bereits stattgefunden haben, nach deren jeder die gezogene Kugel wieder in die Urne gelegt wurde, und bei denen zufällig immer eine weisse Kugel herauskam, so würden nun die Meisten die Wahrscheinlichkeit, dass demnächst eine schwarze Kugel kommen werde, für grösser halten als im Anfang. Nichts desto weniger ist diese Wahrscheinlichkeit offenbar genau die gleiche, denn die Bedingungen sind ungeändert geblieben. Darum wird zwar in einer sehr grossen Zahl von Ziehungen immer annähernd das Verhältniss $\frac{1}{2}$ sich herausstellen, jede einzelne Ziehung dagegen ist von den ihr vorausgegangenen objectiv vollkommen unabhängig. Wohl aber wird unsere subjective Erwartung von diesen letzteren bestimmt. Da wir wissen, dass Weiss und Schwarz mit gleicher Wahrscheinlichkeit erwartet werden können, so wächst unsere Erwartung für Schwarz um so mehr, je häufiger in einer Reihe auf einander folgender Ziehungen Weiss dagewesen ist, und diesen Grad subjectiver Erwartung sind wir nun geneigt zur objectiven Wahrscheinlichkeit hinzuzufügen.

Hiernach muss die so genannte subjective oder moralische Wahrscheinlichkeit, als eine rein psychologische Wirkung, die überdies in den meisten Fällen von unberechenbaren individuellen Bedingungen mitbestimmt ist, durchaus von dem Gebiete der eigentlichen Wahrscheinlichkeit im wissenschaftlichen Sinne getrennt werden. Diese ist der objectiv begründete Grad der Erwartung für die verschiedenen Ereignisse, die aus gegebenen Bedingungen möglicher Weise hervorgehen können. Diesem objectiv begründeten Grad der Erwartung entspricht nicht in allen Fällen unsere subjective Erwartung. Bezeichnet man die letztere, wie es geschehen ist, als die subjective Wahrscheinlichkeit, so hat deren Erwägung vorzugsweise die Bedeutung, dass ihre Elimination vor allen Dingen erforderlich ist, wenn die objective Wahrscheinlichkeit mit Sicherheit bestimmt werden soll, während es nur in sehr wenigen Fällen einen Zweck hat, ihre Bestimmung derjenigen der objectiven Wahrscheinlichkeit ergänzend hinzuzufügen.

In der oben gegebenen Definition der objectiven Wahrscheinlichkeit

liegen zwei Momente, welche ihren Unterschied von der objectiven Gewissheit begründen. Das erste besteht darin, dass sich die Wahrscheinlichkeit nicht auf gegebene Thatsachen, sondern auf die Erwartung von Thatsachen bezieht; das zweite darin, dass mehrere Thatsachen möglich sind, von denen aber nur eine wirklich eintreten kann. Unter zwei Bedingungen kann daher auch die Wahrscheinlichkeit in Gewissheit übergehen: erstens, wenn an Stelle der Erwartung die Wirklichkeit tritt, und zweitens, wenn nur eine einzige Thatsache möglich ist.

Da die Wahrscheinlichkeit sich stets auf erwartete Thatsachen oder Ereignisse bezieht, so ist die Zukunft das Gebiet ihrer Anwendung. Vergangene Ereignisse oder unmittelbar in der Gegenwart gegebene Thatsachen können einer Wahrscheinlichkeitsbestimmung nur insoferne zugänglich gemacht werden, als man sich auf einen vor ihrem wirklichen Eintritt gegebenen Zustand zurückversetzt und sie demnach als künftige behandelt. So hat z. B. Laplace die Frage, ob die Anordnung des Planetensystems das Werk des Zufalls sei oder nicht, zum Gegenstand einer Wahrscheinlichkeitsbestimmung gemacht*). Diese Frage hatte offenbar nur dann einen Sinn, wenn er das System nicht als bereits gegeben voraussetzte, sondern sich gewissermassen in eine Zeit vor der Bildung desselben zurückdachte und nun erwog, welche möglichen Combinationen der Bewegung hätten eintreten können. So sind ferner gewisse Sätze der neueren kinetischen Gastheorie auf Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen gegründet. Man nimmt z. B. an, dass die Molecüle eines Gases nothwendig sehr verschiedene Geschwindigkeiten besitzen, die erst, wenn man eine sehr grosse Zahl von Molecülen in Betracht zieht, eine bestimmte durchschnittliche Geschwindigkeit ergeben. Um die Vertheilung der Geschwindigkeiten auf die einzelnen Molecüle zu bestimmen, pflegt man hierbei von einem idealen Zustande auszugehen, in welchem alle Geschwindigkeiten als gleich vorausgesetzt werden, und zu zeigen, dass in Folge der wahrscheinlichen Zusammenstösse sofort eine Ungleichheit entstehen müsse**). Auch hier leitet man also aus einem, wenngleich nur fingirten, vergangenen Zustand einen zukünftigen ab.

Künftig zu erwartende Thatsachen werden immer dann der Wahrscheinlichkeitsbestimmung zugänglich, wenn irgend welche Umstände denkbar sind, die den Eintritt derselben vereiteln können. Zu den Thatsachen, deren Fortbestand wir mit verhältnissmässig grösster Sicherheit erwarten, gehört die Bewegung der Planeten um die Sonne. Trotzdem ist selbst hier die Frage nicht ausgeschlossen, wie gross die Wahrscheinlichkeit sei, dass die Ordnung dieser Bewegungen während einer gegebenen kürzeren oder längeren Zeit ungestört bleibe. Da solche Störungen sehr wohl innerhalb der Herrschaft der allgemeinen Naturgesetze denkbar sind, so

*) Exposition du système du monde, l. V, ch. 6. Deutsche Ausg. von Hauff. S. 320.

**) Maxwell, Theorie der Wärme, 4. Aufl. Cap. XXI, §. 91.

wird zwar die Wahrscheinlichkeit einer irgend erheblichen Störung jener Stabilität in messbarer Zeit als verschwindend klein angenommen werden können, was für alle practischen Zwecke der absoluten Gewissheit gleichkommt, nichts desto weniger wird von Gewissheit im logischen Sinne nicht geredet werden können. Dagegen verliert der Begriff der Wahrscheinlichkeit nothwendig in allen denjenigen Fällen seine Anwendbarkeit, wo Umstände, die einen vorauszusehenden Erfolg vereiteln könnten, für uns undenkbar sind. Die Annahme z. B., dass die Gesetze unseres Urtheilens und Schliessens oder die allgemeinen Eigenschaften der Zeit und des Raumes sich verändern, oder dass das allgemeine Causalgesetz aufhören werde gültig zu sein, diese Sätze können nie als mögliche Annahmen statuirt werden, da wir keinen andern Maassstab der Gewissheit besitzen als die unveränderlichen Gesetze der Anschauung und des Denkens. Die Aufhebung dieser Sätze würde daher nicht nur mit der Aufhebung der Gewissheit selbst äquivalent sein, sondern sie würde auch die Zumuthung in sich schliessen, dass wir uns aus der unserer Anschauung gegebenen und unserem Denken zugänglichen Welt in eine völlig transcendente Welt versetzen sollen, die wir uns weder vorstellen noch denken können.

An der unbedingten Gültigkeit des Causalgesetzes nehmen alle jene einzelnen Naturgesetze Theil, welche als die besonderen Fälle der allgemeinen Causalität angesehen werden können. Selbstverständlich bezieht sich übrigens diese apodiktische Geltung nur auf den thatsächlichen Inhalt der Naturgesetze, nicht auf die hypothetischen Elemente, die wir meistens dem Ausdruck derselben beimengen, noch auch auf die complexen Erzeugnisse mehrerer zusammenwirkender Gesetze, die wir manchmal mit dem nämlichen Namen belegen. Die Gültigkeit der letzteren ist desshalb keine unverbrüchliche, weil die Bedingungen eines solchen Zusammenwirkens möglicher Weise veränderlicher Art sein können. Diese verschiedenen Fälle sind nicht immer in zureichender Weise auseinandergehalten worden. Namentlich hat man zuweilen jede sich auf die Zukunft beziehende Aussage als eine solche betrachtet, deren Sicherheit nach den Regeln der empirischen Wahrscheinlichkeit bestimmt werden könne. Wenn m die Anzahl bisheriger Beobachtungen für den Eintritt eines Naturereignisses ist, so setzt man daher die Wahrscheinlichkeit seines einmaligen Wiedereintritts $= \frac{m+1}{m+2}$. Den Satz z. B., dass morgen die Sonne aufgehen wird, schätzt man, unter Voraussetzung einer verflossenen Zeit von 6000 Jahren, auf eine Wahrscheinlichkeit $= \frac{2191501}{2191502}$ *). Diese Bestimmung würde zutreffend sein, wenn der Sonnenaufgang ein Ereigniss wäre, das wir bloss wegen der Häufigkeit, in der es bisher stattgefunden, wieder

*) Lacroix, Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung, §. 86 und 98. Quetelet, théorie des probabilités, lettre III, p. 16. Bruxelles 1846.

erwarteten, und wenn den m Beobachtungen, in denen sich dasselbe bestätigt hat, ein einzelner widersprechender Fall gegenüberstände. Beides ist aber nicht der Fall. Nicht die Zahl der Beobachtungen, sondern die Ueberzeugung von der Unverbrüchlichkeit der einzelnen Naturgesetze, aus denen das vorausgesehene Ereigniss resultirt, giebt der Erwartung desselben ihre Sicherheit. Zudem steht den übereinstimmenden Beobachtungen nicht eine einzige widerstreitende gegenüber: die disjunctive Prämisse, die jedem Wahrscheinlichkeitsschlusse zukommt, würde also hier vollständig fehlen. Nichts desto weniger ist es nicht richtig, wenn man gesagt hat, ein nach festen Gesetzen sich vollziehendes Naturereigniss wie der Sonnenaufgang könne überhaupt niemals Gegenstand einer Wahrscheinlichkeitsbestimmung werden. Dies trifft nur in Bezug auf jedes einzelne der Naturgesetze zu, aus deren Zusammenwirken das complexe Ereigniss resultirt. Die Frage z. B., ob jemals die kosmische Gravitation aufhören werde, entzieht sich der Untersuchung; wohl aber könnte diese sich das Problem stellen, ob die Bedingungen der Bewegung der Erde um die Sonne nicht langsamen Aenderungen oder sogar plötzlichen Störungen, z. B. durch begegnende Kometen, unterworfen seien, welche die Gewissheit der unausbleiblichen Wiederkehr des Sonnenaufganges beschränken. Es würde sich aber hier um eine Wahrscheinlichkeit a priori handeln. Denn die Behandlung des Problems würde darin bestehen, dass man die Chancen für die verschiedenen Störungen, einen solchen Enderfolg herbeizuführen, irgendwie quantitativ abzuschätzen suchte. Obgleich man nun ohne Zweifel niemals in der Lage sein wird, die erforderlichen numerischen Daten für die Behandlung dieses Problems zu gewinnen, so ist es doch klar, dass es Thatsachen giebt, welche die unbegrenzte Gewissheit eines zukünftigen Sonnenaufgangs beschränken, und welche, wenn sie einer bestimmten Schätzung zugänglich gemacht werden könnten, eine Wahrscheinlichkeitsbestimmung zulassen würden *).

*) Gegenüber der gewöhnlichen Behandlung der Erfolge von Naturgesetzen in der mathematischen Wahrscheinlichkeitstheorie hat bereits Fries darauf hingewiesen, dass in solchen Fällen die Zahl übereinstimmender Beobachtungen von untergeordneter Bedeutung ist. (Versuch einer Kritik der Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Einleitung. Braunschweig 1842.) Wenn er aber diejenige Wahrscheinlichkeitsbestimmung, bei der die Unterordnung unter Naturgesetze in Frage kommt, als philosophische von der mathematischen unterscheidet, so ist diese Bezeichnung desshalb nicht angemessen, weil sie den Schein erweckt, als gebe es neben der apriorischen und der empirischen Wahrscheinlichkeit, welche die mathematische Wahrscheinlichkeitstheorie unterscheidet, noch eine dritte Form. Dies ist nicht der Fall. Wo ein Naturgesetz durch die Beobachtung noch nicht vollkommen sichergestellt ist, da befindet es sich in dem Stadium der Vermuthung, welche, wie wir oben gesehen haben, nur mit Unrecht im populären Gebrauch mit der Wahrscheinlichkeit vermengt wird. Solche Resultate von Naturgesetzen dagegen, für welche compensirende Bedin-

Neben der Beziehung auf die Zukunft ist die Denkbarkeit einer Mehrzahl möglicher Thatsachen eine wesentliche Bedingung der Wahrscheinlichkeit, die zugleich mit der früher besprochenen Structur des Wahrscheinlichkeitsschlusses unmittelbar zusammenhängt. (Vergl. Abschn. IV. Cap. II.) Dort wurde bereits bemerkt, dass eine exacte Bestimmung der Wahrscheinlichkeit immer eine quantitative Schätzung der verschiedenen möglichen Fälle voraussetzt, und dass dieselbe aus zwei Quellen entspringen kann, aus der Kenntniss der Bedingungen eines Ereignisses und aus vorangegangenen Erfahrungen. (A. a. O. S. 304.)

Die mathematische Wahrscheinlichkeitstheorie ist von der ersten dieser beiden Formen der Wahrscheinlichkeitsbestimmung ausgegangen, und Jacob Bernoulli, der Erste, der sich mit der Erörterung der empirischen Wahrscheinlichkeit beschäftigte, hat dieselbe als eine Umkehrung der apriorischen (sog. mathematischen) Wahrscheinlichkeit darzustellen gesucht, indem er die empirischen Ereignisse den wiederholten Zügen aus einer Urne verglich, deren Inhalt unbekannt sei, und in welche nach jedem Zug die Kugel wieder hineingelegt werde *). Sucht man hier mittelst einer grösseren Zahl von Ziehungen das Zahlenverhältniss der Kugeln von verschiedener Farbe zu einander zu bestimmen, so erhält man in der That eine empirische Wahrscheinlichkeit, während man bei der apriorischen umgekehrt aus dem bekannten Zahlenverhältniss der Kugeln die Wahrscheinlichkeit für irgend eine einzelne Ziehung oder für eine Mehrheit von Ziehungen voraussagt. Durch diese Fiction wird freilich ein wesentlicher Unterschied beider Formen verdeckt. Dieser besteht darin, dass die apriorische Wahrscheinlichkeit durchweg aus Bedingungen hervorgeht, die willkürlich von uns gesetzt werden, während die empirische Wahrscheinlichkeit in Naturgesetzen ihre Quelle hat, die wir nicht zu beherrschen vermögen **). Nur desshalb,

gungen möglich sind, können allerdings nicht der empirischen, wohl aber der apriorischen Wahrscheinlichkeit zugerechnet werden.

*) Jac. Bernoulli, ars conjectandi, pars IV, cap. 4 seq.

**) Auf diesen Unterschied hat bereits John Venn aufmerksam gemacht (logic of chance, 2. edit., p. 25, 95). Er unterscheidet ausserdem noch eine dritte, gemischte Classe von Fällen, in denen Naturgesetze und der Wille des Menschen gleichzeitig wirken sollen, und betrachtet als solche z. B. die Beobachtungsfehler, deren mittlere und wahrscheinliche Werthe wir zum Behuf ihrer Elimination zu bestimmen suchen. In Wahrheit sind aber hier die Bedingungen der Wahrscheinlichkeit nicht durch den menschlichen Willen herbeigeführt, sondern sie beruhen auf psychologischen Gesetzen, welche uns ebenso unbekannt sind wie die Naturgesetze, die in andern Fällen der empirischen Wahrscheinlichkeit zu Grunde liegen. Wenn wir z. B. 100-mal die nämliche Linie messen, so sind die Abweichungen der einzelnen Messungen, die zur Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers dienen, nicht Erzeugnisse unseres Willens, sondern durch psychische und physische Bedingungen hervorgerufen, deren Effect wir gerade so aus der Erfahrung bestimmen müssen, wie die Abweichungen in der

weil die Bedingungen des Erfolgs im ersten Falle willkürlich festgestellt sind, sind wir überhaupt im Stande die Wahrscheinlichkeit voraus zu bestimmen.

Auf der andern Seite hat man die apriorische auf die empirische Wahrscheinlichkeit zurückzuführen gesucht, indem man hervorhob, dass die Quelle der ersteren ebenfalls die Erfahrung sei *). In der That hat nun aber das Apriori hier gar nicht die Bedeutung, dass die Wahrscheinlichkeitsbestimmung unabhängig von aller Erfahrung sei. Der Unterschied der apriorischen von der empirischen Wahrscheinlichkeit liegt nur darin, dass sich bei dieser unsere Erfahrung auf die Thatsachen selbst, bei jener auf die Bedingungen bezieht, aus denen die Thatsachen hervorgehen. Bei der empirischen Wahrscheinlichkeit kennen wir die Bedingungen nicht oder unzureichend, von denen ein Ereigniss abhängt; wir bestimmen daher seine Wahrscheinlichkeit nach vorausgegangenen Ereignissen, indem wir stillschweigend voraussetzen, dass im allgemeinen die nämlichen Bedingungen, die in der Vergangenheit gültig waren, auch in der Zukunft gültig sein werden. Unsere Berechnung wird daher falsch, sobald diese Bedingungen erheblich sich ändern. Bei der apriorischen Wahrscheinlichkeit kennen wir dagegen einzig und allein die Bedingungen eines Ereignisses und bestimmen nun den Erfolg voraus, ohne dass es irgend erforderlich wäre, denselben durch vorangegangene Beobachtungen geprüft zu haben. Auch hier machen wir eine stillschweigende Voraussetzung, die nämlich, dass alle Bedingungen, die ausser den uns bekannten und in Rechnung gezogenen auf das Ereigniss einwirken, in einer grösseren Zahl von Beobachtungen sich ausgleichen werden. Diese Voraussetzung kann ebenfalls unrichtig sein; sie ist es dann, wenn jene unbekannten Bedingungen constant nach einer bestimmten Richtung hin wirken. Dies stellt sich heraus, sobald man die apriorische Wahrscheinlichkeit nachträglich durch die empirische prüft. So ist z. B. die Wahrscheinlichkeit mit zwei Würfeln 5 . 6 zu werfen (wegen der zwei Chancen 5 . 6 und 6 . 5) a priori $= \frac{2}{36}$ oder $\frac{1}{18}$, da die Zahl der möglichen Würfe = 6 . 6 oder 36 ist. Fände man nun bei einer sehr grossen Zahl, z. B. 10,000 Würfen, eine erheblich grössere Zahl, so würde zu schliessen sein, dass eine constante Bedingung, etwa eine ungleiche Vertheilung des Gewichts, existire, vermöge deren der Wurf 5 . 6 begünstigt ist.

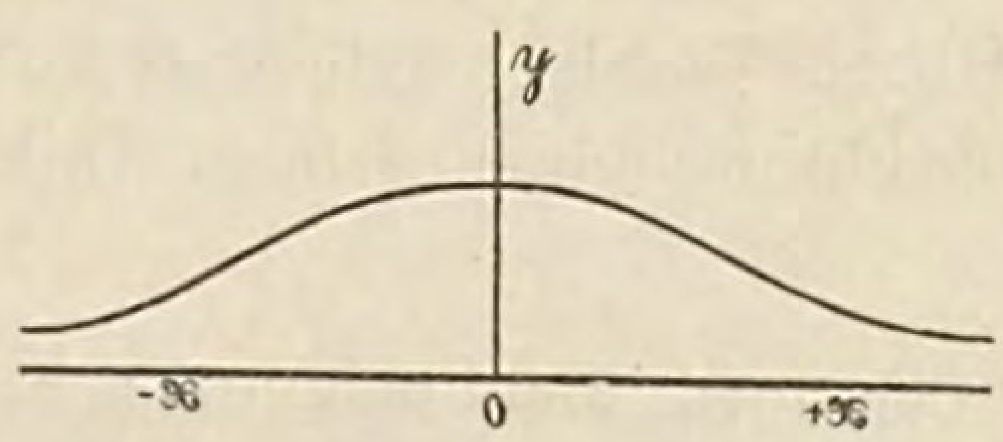
Um die erforderlichen Data für die Bestimmung der empirischen und die Prüfung der apriorischen Wahrscheinlichkeit zu gewinnen, bedarf man demnach stets der Beobachtung einer grossen Zahl von Thatsachen der

Körpergrösse bei einer Bevölkerung. Nicht darauf kommt es bei der Erwägung der Wahrscheinlichkeit an, ob überhaupt der Wille ins Spiel kommt, sondern darauf, ob die verschiedenen Ereignisse, die stattfinden können, im Voraus willkürlich festgestellt werden.

*) J. St. Mill, logic, 1. Aufl. cap. XVIII. In den folgenden Auflagen hat Mill selbst seine Ansicht wesentlich modificirt.

nämlichen Art. Das Princip, auf welchem dieses Verfahren beruht, hat man als das **Gesetz der grossen Zahlen** bezeichnet, eine Benennung, die übrigens wenig angemessen ist, da es sich hierbei nicht um ein besonderes Gesetz, sondern nur um eine Anwendung derjenigen Erwägungen, von denen die Bestimmung der mathematischen Wahrscheinlichkeit überhaupt ausgeht, auf die unbekannten und variabeln Bedingungen einer Erscheinung handelt. Diese unbekannten Bedingungen können nur eliminirt werden, insofern man voraussetzt, dass sie durchschnittlich ebenso oft eine positive wie eine negative Abweichung von demjenigen Resultate hervorbringen, welches ohne die Einwirkung derselben zu Stande kommen würde. Wie bei Ziehungen aus einer Urne, in der sich eine unendliche Zahl schwarzer und weisser Kugeln befände, die Abweichungen von dem Verhältniss der Gleichheit immer kleiner würden, je mehr die Zahl der Ziehungen zunähme, so wird auch, wenn unbekannte Bedingungen positive und negative Abweichungen von einem bestimmten Mittel hervorbringen können, das Verhältniss derjenigen Abweichungen, die sich wechselseitig ausgleichen, zu denjenigen, die ohne Ausgleichung bleiben, mit der Zahl der Beobachtungen immer günstiger werden. In den exacten Naturwissenschaften macht man von dem nämlichen Princip bei der Correctur der Beobachtungsfehler Gebrauch, indem man den wirklichen Werth einer zu messenden Grösse als die constante Bedingung betrachtet, deren Resultat man bestimmen will, während die Beobachtungsfehler als die Wirkungen unbekannter Bedingungen angesehen werden, die zu eliminiren sind. Demgemäss denkt man sich in der Methode der kleinsten Quadrate einen jeden Beobachtungsfehler insofern als das Werk eines absoluten Zufalls, als man sich vorstellt, er sei aus einer unbestimmt grossen Anzahl von einander unabhängiger elementarer Fehler von gleicher Grösse, welche ebenso leicht positiv wie negativ sein können, zusammengesetzt. Es muss dann nothwendig die relative Möglichkeit eines Beobachtungsfehlers um so grösser werden, je kleiner seine absolute Grösse ist. Die Abhängigkeit der Fehlermöglichkeit von ihrer Grösse lässt sich demnach darstellen durch eine Curve mit zwei congruenten Armen, die sich asymptotisch der Abscissenlinie

Fig. 7.



anschliessen, wobei die Abscissen (x) die Grössen der Beobachtungsfehler, die Ordinaten (y) die relative Möglichkeit derselben bedeuten (Fig. 7). Je steiler diese Curve von ihrer Mitte nach beiden Seiten hin abfällt, um so

grösser ist die Präcision der Beobachtungen *). Stellen sich in einer grösseren Zahl von Messungen die beiden Arme der Curve als nicht symmetrisch heraus, so liegt darin der Beweis, dass zu den sich ausgleichenden Fehlerbedingungen neue hinzutreten, die gesetzmässig in einer Richtung wirken. Beobachtungen dieser Art können daher Veranlassung werden zur Ermittelung intercurrirender Gesetze; auf alle Fälle aber geben sie zur Bestimmung constanter Fehler Veranlassung, deren Elimination nicht durch die Selbstausgleichung, sondern nur durch die directe Messung ihrer Grösse geschehen kann. Dabei wird dann der constante Fehler als ein gesetzmässig bestimmtes Phänomen betrachtet, dessen Messung mittelst einer grossen Zahl von Beobachtungen nach den nämlichen Gesichtspunkten geschieht, welche bei der Bestimmung der ursprünglichen Erscheinungen ihre Anwendung finden.

c. Der Zufall.

In den soeben berührten Anwendungen der Wahrscheinlichkeitstheorie auf die Beobachtungskunst hat ein Begriff, der sich überall in die Betrachtung des Wahrscheinlichen einmengt, seine schärfste Ausbildung erfahren: der Begriff des Zufalls. Was gewiss ist, ist nothwendig; was bloss wahrscheinlich ist, das gilt als mehr oder minder beeinflusst vom Zufall. Bis zur Schöpfung der neueren mathematischen Wahrscheinlichkeitstheorie wird der Zufall als eine Macht angesehen, die sich jeder Schätzung entzieht und, wo sie eindringt in den Verlauf der Naturgesetze, den Erfolg der letzteren unsicher macht. Dieser aus dem gemeinen Bewusstsein überkommene Begriff entwickelt sich zu zwei entgegengesetzten wissenschaftlichen Anschauungen. Nach der einen giebt es einen objectiven Zufall, der neben dem gesetzmässigen Geschehen sein Spiel treibt; nach der andern ist der Zufall eine bloss subjective Auffassung einer uns unbekannten und daher unberechenbaren Gesetzmässigkeit. Kaum jemals hat man freilich in dem Sinne einen objectiven Zufall angenommen, dass man irgend ein Geschehen als völlig grund- und zwecklos betrachtete, sondern entweder galt, wie bei Aristoteles, der Zufall als das Zwecklose, das darum aber doch keineswegs als ursachlos angesehen wird **), oder er erschien, wie in der Wunderdeutung der christlichen Philosophie, als eine Durchbrechung der natürlichen Causalität, welche auf einer höheren Zweckmässigkeit beruhe. Immerhin bleibt in beiden Fällen der Begriff des Zu-

*) Die angegebene Curve ist eine logarithmische und wird dargestellt durch die Gleichung

$$y = k \cdot e^{-h^2 x^2},$$

in welcher k denjenigen Werth bezeichnet, welchen y für $x = 0$ annimmt, und h eine Constante ist, die man als das Präcisionsmaass bezeichnet.

**) Aristot. Phys. II, 5.

falls insofern ein objectiver, als man in den gesetzmässig bestimmten Zusammenhang der Erscheinungen Wirkungen eintreten lässt, die aus einer gänzlich jenseits dieses Zusammenhangs gelegenen Quelle herkommen. In beiden Fällen wird daher ausdrücklich zugestanden, dass sich der Zufall der wissenschaftlichen Untersuchung entziehe.

Mit diesen Auffassungen befindet sich nun derjenige Begriff des Zufalls in schroffem Widerspruch, zu welchem die Wahrscheinlichkeitstheorie hinführt. Hier gilt der Zufall als die resultirende Wirkung einer unbestimmten Anzahl unbekannter Ursachen. Trotzdem gehört das Zufällige nicht bloss unserer subjectiven Vorstellung an, sondern die Annahme des Zufalls schliesst stets eine bestimmte objective Bedingung ein. Diese Bedingung besteht darin, dass die zufälligen Abänderungen eines bestimmten Ereignisses in einer unendlich grossen Anzahl von Fällen sich aufheben müssen, weil sie durchschnittlich ebenso weit im positiven wie im negativen Sinne von demjenigen Werthe abweichen, den jenes Ereigniss ohne die unbekannten Nebenursachen darbieten würde. Jede constante, nicht sich ausgleichende Abweichung von diesem Werthe gilt nicht mehr als ein Werk des Zufalls, sondern als die Wirkung bestimmter Ursachen, deren Ermittelung, sofern sie unbekannt sind, ein Problem der wissenschaftlichen Forschung ist.

Hieraus ist ersichtlich, dass 1) der Zufall niemals als selbständiges Phänomen sondern immer nur als individuelle Abänderung irgend einer gesetzmässig bestimmten Erscheinung vorkommt, und dass 2) im strengsten Sinne nur derjenige Theil einer solchen individuellen Schwankung als Zufall gilt, welcher der einfachen Elimination nach dem Gesetz der grossen Zahlen sich fügt. Der Begriff des Zufalls wird so zugleich eingeschränkt auf denjenigen Theil der unserer Beobachtung sich darbietenden Erscheinungen, dessen Erforschung niemals Gegenstand der wissenschaftlichen Untersuchung sein kann. Bei einer räumlichen Messung betrachten wir also nicht diejenigen Abweichungen, die von den Fehlern unserer Messinstrumente oder den Eigenthümlichkeiten unseres Augenmaasses herrühren, als zufällige, denn hier lassen sich mindestens die Wirkungen, zuweilen aber auch die Ursachen, genau ermitteln; dagegen gelten uns als zufällig alle diejenigen Abweichungen, die nach Berücksichtigung dieser constanten Fehlerquellen übrig bleiben, und die sich in einer unendlich grossen Zahl von Messungen vollständig, in einer sehr grossen Zahl wenigstens annähernd ausgleichen müssen. Die Thatsache dieser Ausgleichung führt aber nothwendig auf zwei Voraussetzungen: 1) müssen die zufälligen Abweichungen ebenfalls auf bestimmten Ursachen beruhen, denn sonst würde keinerlei Regelmässigkeit in Bezug auf das Verhältniss der Häufigkeit der Abweichungen zu ihrer Grösse erwartet werden können; 2) müssen die Ursachen der zufälligen Abweichungen fortwährenden Schwankungen unterworfen sein, so aber, dass sie durchschnittlich mit gleicher Stärke nach entgegegesetzten Richtungen wirken. Der letztere

Umstand ist es gerade, der die zufälligen Abweichungen jeder causalen Untersuchung entzieht. Denn da wir Ursachen nur aus ihren Wirkungen erschliessen und an ihnen messen können, so sind diejenigen Ursachen, deren Wirkungen sich permanent ausgleichen, unerforschbar; glücklicher Weise bedürfen sie aber auch eben wegen dieser Ausgleichung keiner Untersuchung.

Wahrscheinlichkeit und Zufall beschränken ursprünglich das Gebiet des Wissens. Durch die exacte Bestimmung, welche beide Begriffe in Folge ihrer wissenschaftlichen Entwicklung erfahren haben, sind sie aber selbst dem Wissen dienstbar geworden. Die Voraussetzung, unter welcher diese Begriffe wissenschaftlich angewandt werden, und welche sich in aller Erfahrung bestätigt, ist die einer ausnahmslosen Causalität. Was aus gegebenen Ursachen wirklich folgt oder gefolgt ist, das ist gewiss. Was aus gegebenen Ursachen unter bestimmten Bedingungen folgen kann, das ist wahrscheinlich, und die Erwägung des Verhältnisses der vorausgesetzten Bedingungen zu andern, die abweichende Erfolge herbeiführen, ergiebt den Grad der Wahrscheinlichkeit. Die Wirkungen derjenigen Ursachen endlich, durch welche die Erscheinungen im einzelnen in unregelmässiger Weise abgeändert werden, während sie sich bei gehäufter Beobachtung vollständig aufheben, sind zufällig. Die exacte Wahrscheinlichkeit sucht sich der Gewissheit zu nähern, indem sie das Maass der Wahrscheinlichkeit, das sich ihr für die verschiedenen möglichen Fälle ergiebt, als gewiss hinstellt. Der Zufall aber wird auf das Gebiet jener unberechenbaren Schwankungen beschränkt, welche bei fortgesetzter Beobachtung sich selbst ausgleichen, und welche nur desshalb, weil sie sich ausgleichen, unberechenbar sind.

4. Thatsachen und Hypothesen.

Die Wahrscheinlichkeit sowohl wie die Gewissheit beziehen sich auf Thatsachen. Gewissheit besitzen wir von allen Thatsachen, die entweder unmittelbar in der Wahrnehmung gegeben oder aus Thatsachen der Wahrnehmung in zwingender Weise erschlossen sind. Die exacte Wahrscheinlichkeit dagegen misst die Erwartung, die dem Eintritt solcher Thatsachen vorausgeht, für die eine volle Gewissheit nicht besteht. Da nun der Zweck des Wissens die Erkenntniss der Thatsachen, der Nachweis ihrer Gewissheit oder Wahrscheinlichkeit ist, so bilden das thatsächlich Gegebene und das thatsächlich zu Erwartende den eigentlichen und einzigen Gegenstand der Wissenschaft. Aber es würde ein Irrthum sein, wenn man hieraus folgern wollte, dass sie auch deren einzigen Inhalt bilden. Die durchgängige Verbindung, in der sich die Thatsachen der unmittelbaren Wahrnehmung befinden, die Berichtigungen, zu denen sie herausfordern, lassen es zu einer Feststellung des Gegebenen nicht kommen, bevor zugleich die durchgängigen Beziehungen, die zwischen den einzelnen Thatsachen statt-

finden, erkannt sind, und vollends, was in Zukunft mit Gewissheit oder Wahrscheinlichkeit zu erwarten sei, würden wir ohne diese Erkenntniss niemals vorauszusagen im Stande sein. Die Gesetze, die unser Erkennen bei der Verbindung des thatsächlich Gegebenen anwendet, und auf die wir im nächsten Abschnitte kommen werden, gestatten nun aber regelmässig erst dann eine vollständige wechselseitige Verknüpfung der Thatsachen, wenn zu den letzteren Voraussetzungen hinzugefügt werden, welche selbst nicht thatsächlich gegeben sind. Solche zu den Thatsachen hinzugedachte Voraussetzungen nennen wir Hypothesen. Das Motiv zur Bildung der Hypothesen liegt darin, dass die uns in der Wahrnehmung gegebenen Thatsachen für sich nicht genügen, um das Gegebene in einen lücken- und widerspruchslosen Zusammenhang zu bringen. Da nun aber, wie wir noch sehen werden, die Entwicklung des Wissens zu einem solchen Zusammenhang eine Forderung ist, die aus den Gesetzen unseres Erkennens entspringt, so wird durch jenes Motiv unmittelbar das Recht der Hypothese dargethan. Es wird ihr aber freilich zugleich eine Beschränkung auferlegt: die Hypothese ist einzig und allein dazu da, den logischen Zusammenhang der Thatsachen zu vermitteln; wo sie mehr thut als dieses, hat sie ihr Recht verwirkt. Wo sich die Thatsachen an und für sich schon in einer widerspruchslosen Verbindung befinden, da ist darum die Hypothese unzulässig; und wo sie erfordert wird, da hat sie sich in allen Fällen auf diejenigen Voraussetzungen zu beschränken, die zur Herstellung der logischen Verbindungen erforderlich sind, sie soll denselben nichts überflüssiges hinzufügen. Gegen beide Regeln ist unzähligemal gefehlt worden. Die Geschichte der Wissenschaft ist überfüllt von überflüssigen Hypothesen, und die nothwendigen Hypothesen leiden sehr häufig an überflüssigen Zuthaten, welche nicht in dem logischen Bedürfniss sondern in den Neigungen der Phantasie ihre Quelle haben. Mindestens ebenso häufig ist der andere Fehler, dass Hypothesen, namentlich wenn man sich an sie gewöhnt hat, mit Thatsachen verwechselt werden, woraus dann die so nachtheilige Hartnäckigkeit entspringt, mit der überlebte Hypothesen manchmal festgehalten werden. So heilig aber dem wissenschaftlichen Forscher die Thatsachen sein müssen, so sehr sollte er sich daran gewöhnen, die Hypothesen als eine Hülfe zu betrachten, deren man zwar nicht entbehren kann, die aber von dem Augenblick an schädlich werden, wo sie ihrem ursprünglichen Zweck nicht mehr genügen, oder wo sie mehr leisten wollen, als dieser Zweck erheischt. Anderseits ist es freilich ebenso unzulässig, wenn man die Hypothese überhaupt als eine überflüssige und darum zu vermeidende Zugabe zu den Thatsachen betrachtet. Denn, dieser Zugabe entbehrend, würde man genöthigt sein den logischen Zusammenhang der Wissenschaft zu opfern, abgesehen von den schweren Nachtheilen, mit denen ein solcher Verzicht die Erkenntniss der Thatsachen selber bedroht, da, wie wir bald sehen werden, die Hypothese eines der wirksamsten Hülfsmittel zur Auffindung bis dahin unbekannter Thatsachen ist. In dem »hypotheses non fingo«

Newton's sollte darum nicht auf das erste, sondern auf das letzte Wort der Accent gelegt werden. Hypothesen sind nicht nur erlaubt, sondern nothwendig, aber sie sollen nicht willkürliche Fictionen sein, sondern Voraussetzungen, welche auf das strengste durch die Thatsachen selber bestimmt sind. Auch hat niemals die Wissenschaft der Hypothesen entrathen können, und wenn diese zu Zeiten verpönt gewesen sind, wie es z. B. während des ganzen 18. Jahrhunderts sehr allgemein in der Naturwissenschaft der Fall war, so beruhte dies grossentheils darauf, dass man sich einen falschen Begriff von der Hypothese gebildet hatte.

In der That muss man, um diesen Begriff in dem oben angedeuteten Sinne festzuhalten, mehreres davon unterscheiden, was im gewöhnlichen und manchmal auch im wissenschaftlichen Sprachgebrauch ebenfalls Hypothese genannt wird. So ist vor allem die Hypothese zu scheiden von der Vermuthung einer Thatsache. Galilei vermuthete nach den ersten ungefähren Beobachtungen, dass kleine Schwingungen des Pendels isochronisch seien; er vermuthete in Folge mathematischer Erwägungen, dass der Fallraum eines Körpers proportional dem Quadrat der Fallzeit sei. Diese Vermuthungen waren geistige Anticipationen der Thatsachen selbst, nicht aber Voraussetzungen, die zu den Thatsachen hinzugedacht wurden, um sie zu erklären oder zu verbinden, also nicht Hypothesen im Sinne unserer Begriffsbestimmung. Derartige Vermuthungen spielen in der wissenschaftlichen Beobachtung eine grosse Rolle. Sie werden von der Beobachtung gelenkt und lenken ihrerseits dieselbe. Aber so lange sie sich auf die Thatsachen selbst oder auf die Verbindung derselben in der unmittelbaren Wahrnehmung beziehen und daher jeden Augenblick durch die Beobachtung bestätigt oder widerlegt werden können, ist es nicht angemessen, sie auf eine Linie mit den wissenschaftlichen Hypothesen zu stellen. Sie sind Thatsachen, aber entweder ungenau beobachtete oder bloss erschlossene, die noch ihrer empirischen Nachweisung harren. Wie demnach nicht jede Vermuthung eine Hypothese, so ist anderseits nicht jede Hypothese eine Vermuthung. Zur Verbindung gewisser Erscheinungen kann man sich unter Umständen einer Hypothese bedienen, von der man nicht vermuthet, dass sie der thatsächlichen Wahrheit entspricht. So folgen heute noch die meisten Physiker der Hypothese der zwei elektrischen Flüssigkeiten; die wenigsten unter ihnen glauben aber, dass diese Flüssigkeiten wirklich existiren. Selbst wenn Jemand der Ansicht huldigte, alle physikalischen Hypothesen seien Fictionen ohne zureichende thatsächliche Grundlage, so würde er dadurch nicht nothwendig gehindert sein, sie als logische und didaktische Hülfsmittel zur Verbindung der Thatsachen anzuwenden.

Endlich sind alle diejenigen Annahmen, die sich nicht auf die Erklärung oder Verbindung von Thatsachen beziehen, von dem Bereich der wissenschaftlichen Hypothesen fern zu halten. Darum sind vor allen Dingen Glaubenssätze niemals Hypothesen. Ebenso aber sind auszuschliessen zahlreiche phantastische Conceptionen, welche in die Wissenschaft theils

unter dem Titel von Hypothesen theils sogar mit höheren Ansprüchen immer und immer wieder eingedrungen sind. Solche Conceptionen nehmen in der Regel aus falsch verstandenen ästhetischen oder ethischen Bedürfnissen ihren Ursprung. Sie sind nicht erdacht, um irgend etwas in der Welt der Thatsachen zu erklären, sondern sie sollen nur jene subjectiven Bedürfnisse befriedigen. Da aber dies auf einem gänzlich verkehrten Wege geschieht, nicht in der Richtung des menschlichen Strebens nach dem Schönen und Guten, sondern durch willkürliche Forderungen gegenüber der äusseren Weltordnung, so können diese Annahmen nicht als Hypothesen gelten, denen irgend ein objectives Bedürfniss entspräche. Die mystische Naturphilosophie aller Zeiten ist reich an derartigen Vorstellungen; ich erinnere an die Annahme, dass die Weltkörper belebte und bewusste Wesen seien, oder dass die endliche Welt aus einem Abfall der Ideen oder der Seelen vom Guten hervorgegangen sei, u. dergl. Hypothesen im wissenschaftlichen Sinne sind weder Thatsachen noch willkürliche und unbegründete Annahmen, sondern Voraussetzungen, welche um der Thatsachen willen gemacht werden, aber selbst der thatsächlichen Nachweisung sich entziehen. Das Wort »Hypothese« bezeichnet treffend diese Aufgabe, indem es andeutet, dass man etwas zu den Thatsachen hinzudenkt, das diesen als Grundlage dienen soll und sich also nothwendig nach ihnen richten muss.

Wenn nun aber auch die Hypothese, als eine Voraussetzung, die sich einer zwingenden thatsächlichen Beweisführung entzieht, von den Thatsachen selbst, die entweder unmittelbar oder durch Beweis feststehen, zu unterscheiden ist, so giebt es doch zahlreiche Fälle, in denen sich der Inhalt einer Hypothese in thatsächliche Gewissheit verwandelt, wo also eine Voraussetzung, die ursprünglich nur zur Erklärung gewisser Erscheinungen aufgestellt war, selbst zum Gegenstand einer thatsächlichen Beweisführung wird; ja eine der wichtigsten Functionen der Hypothese besteht gerade darin, dass sie auf diese Weise die Auffindung von Thatsachen vorbereitet. Dieser Vorgang ist nicht zu verwechseln mit den oben aus dem Bereich der eigentlichen Hypothese ausgeschlossenen Vermuthungen, die sich nachträglich bestätigen. Die Vermuthungen, dass das Pendel isochronisch schwinge, und dass der Fallraum dem Quadrat der Zeit proportional sei, waren keine Hypothesen, denn sie wurden nicht aufgestellt, um bestimmte Thatsachen zu erklären, sondern sie waren selbst nichts anderes als Aussagen über Thatsachen, die eine genaue Messung nothwendig entweder bestätigen oder widerlegen musste. Dagegen war das Copernikanische Weltsystem ursprünglich, bevor die directen Beweise für die Bewegung der Erde um ihre Axe und um die Sonne beigebracht waren, eine Hypothese, denn es war eine Voraussetzung, durch welche die sogar dem Maasse nach schon den Alten ziemlich genau bekannten Thatsachen unserer Wahrnehmung in Bezug auf die kosmischen Bewegungen erklärt werden sollten. Ihr stand in dem Ptolemäischen System eine andere Hypothese gegenüber,

welche ihr noch zu Copernikus' Zeit mit Erfolg den Rang streitig machen konnte, namentlich aber kurz nach dieser Zeit durch Tycho de Brahe einige Verbesserungen erfuhr, die ihr vielleicht heute noch einzelne Anhänger selbst unter den Astronomen verschaffen könnten, hätte sich nicht allmälig in Folge der Zeugnisse für die doppelte Bewegung der Erde die Copernikanische Weltanschauung aus einer Hypothese in eine streng bewiesene Thatsache verwandelt. Zuweilen hat man auch nach der Führung dieser Beweise das Copernikanische System als eine Hypothese bezeichnet, indem man von der Ansicht ausgieng, als Thatsache könne immer nur eine unmittelbare Wahrnehmung angesehen werden*). Aber diese Ansicht würde streng durchgeführt dazu zwingen, dass man überhaupt nur eine subjective Gewissheit anerkennte. Denn alles was wir in der unmittelbaren Wahrnehmung auf objective Vorgänge beziehen ist, wie gerade das Beispiel der kosmischen Bewegungen zeigt, in Folge des Widerspruchs und der Berichtigung, denen unsere Wahrnehmungen unterworfen sind, unsicher. Als objectiv gewiss muss uns aber nothwendig die vollständig berichtigte Wahrnehmung gelten, diejenige also, die mit der Gesamtsumme unserer wissenschaftlichen Erkenntnisse in einen unlösbaren Connex gebracht ist. In diesem Sinne kann man nun allerdings sagen, dass der einzige Foucault'sche Pendelversuch die Bewegung der Erde zu einer bewiesenen Thatsache macht. Wohl könnte man, wenn dieser Versuch für sich allein und nicht im Zusammenhang unserer übrigen physikalischen Erkenntnisse gegeben wäre, nöthigenfalls vielleicht eine andere Annahme zur Erklärung desselben ersinnen. Aber eine solche Annahme würde sofort in Widerspruch mit den bekannten physikalischen Gesetzen und wahrscheinlich sogar mit den allgemeinen Principien der Mechanik treten. Da selbst die Thatsachen der unmittelbaren Wahrnehmung erst Geltung besitzen, wenn sie bewiesen, d. h. mit dem ganzen Zusammenhang unserer Erkenntnisse in Einklang gebracht sind, so kann eine bewiesene Thatsache nicht dadurch hypothetisch werden, dass sie nicht sofort schon in der unmittelbaren Wahrnehmung uns gegeben ist.

Nur in sehr seltenen Fällen kann überhaupt eine Hypothese in der Weise bestätigt werden, dass sie in eine Thatsache der unmittelbaren Beobachtung sich verwandelt. Wo eine solche Thatsache vorliegt, da gelangen wir in der Regel sofort aus dem Stadium der Vermuthung in das der Gewissheit, und es bleibt kein Raum für eine zwischen beiden liegende hypothetische Erklärung. Die Voraussage des Neptun durch Le Verrier bildet aber einen Fall dieser Art. Denn Le Verrier beschränkte sich nicht auf die Vermuthung, dass die Störungen des Uranus durch einen entfernteren Planeten bewirkt sein könnten, sondern er nahm vorläufig hypothetische Elemente für die Bahn dieses Planeten an und leitete so die

*) Vergl. z. B. E. Naville, revue philos. dirigée par Ribot, t. II. 1876. p. 127.

Uranusstörungen mit einer immerhin zureichenden Annäherung aus dem Einfluss des hypothetischen Planeten ab. Sehr bald wurde aber hier schon, da Galle den Neptun wirklich auffand, die Hypothese in eine Thatsache, und zwar nun in eine nicht bloss erschlossene sondern unmittelbar beobachtete Thatsache verwandelt*).

Nicht immer verschwindet jedoch, wie in den letzten Beispielen, die Hypothese völlig, um der Thatsache zu weichen, sondern häufig bleiben, während gewisse Bestandtheile der Hypothese einer thatsächlichen Beweisführung zugänglich werden, andere als Voraussetzungen bestehen, die sich der Beweisführung entziehen. So war die Undulationshypothese in der Begründung, welche sie durch Huyghens und Euler erfuhr, zwar schon in mancher Beziehung der entgegenstehenden Emanationshypothese überlegen, immerhin war ein entscheidender Beweis für die Existenz schwingender Bewegungen nicht geliefert. Dies geschah erst durch die Versuche von Fresnel, seit denen es zur unerlässlichen Vorbedingung jeder optischen Hypothese geworden ist, die Bewegung des Lichtes auf schwingende Bewegungen zurückzuführen. Sowohl über die nähere Form dieser Bewegungen wie über die Beschaffenheit des schwingenden Mediums sind aber noch sehr viele Voraussetzungen möglich, für deren keine sich ein entscheidender Beweis führen lässt. Nachdem eine Zeit lang, namentlich in Folge der Arbeiten Cauchy's, die Annahme von Transversalschwingungen eines aus discreten Punkten bestehenden Mediums sich vorwiegender Gunst erfreut hatte, zeigte neuerdings Maxwell, dass die Voraussetzung von Wirbelbewegungen, bei denen man überdies ein continuirliches Medium zu Grunde legen kann, fähig ist dieselben Dienste zu leisten. Wie aber diese letztere Hypothese ausgegangen ist von Helmholtz' Entdeckung der Wirbelringe in Flüssigkeiten, so können möglicher Weise Beobachtungen oder mathematische Speculationen, die noch im Schoosse der Zukunft liegen, zu neuen Hypothesen Anlass geben, die mit den vorhandenen in den Wettkampf eintreten. Auch ist es gewiss nicht undenkbar, dass, ähnlich wie die Lichtschwingungen sich aus einer Hypothese in eine erwiesene Thatsache verwandelt haben, ebenso noch andere Elemente einzelner Hypothesen, wie z. B. die wirbelnde Bewegung, der Beweisführung oder Widerlegung zugänglich gemacht werden können. Dagegen werden gewisse Vorstellungen über die Natur des so genannten Lichtäthers ohne Zweifel immer hypothetisch bleiben, da wir überhaupt nie weiter gelangen können, als über gewisse Erscheinungsformen der Materie, also z. B. über gewisse Bewegungsformen derselben, Aufschluss zu gewinnen, während das Substrat, das diese Erscheinungen darbietet, stets hypothetisch bleibt.

Aus diesem Grunde bleibt das Ziel, dem alle Hypothesen zustreben,

*) Vergl. die ausführliche Darstellung der Neptunsentdeckung von W. Meyer, Vierteljahrsschr. der Züricher naturforschenden Gesellschaft. 1874, S. 226 f.

die Reduction des Hypothetischen auf jenes letzte, der Umwandlung in thatsächliche Gewissheit gänzlich unzugängliche Substrat der Erscheinungen, während alle diejenigen Bestandtheile der Hypothesen, die sich auf die Erscheinungsformen selbst beziehen, mehr und mehr der thatsächlichen Beweisführung entgegengeführt werden. Die meisten Hypothesen, die sich auf die Grundlagen der Naturerscheinungen oder des geistigen Lebens beziehen, sind aber von jenem Ziele sehr weit entfernt, so dass sie nur wenige Bestandtheile enthalten, denen thatsächliche Gewissheit zukommt. Die unvollkommenste Gestalt besitzt eine Hypothese natürlich dann, wenn sie gar kein thatsächlich feststehendes Element enthält, wenn also die vollständige Beseitigung derselben möglicher Weise erwartet werden kann. Hierher gehören z. B. die Hypothese des Wärmefluidums und der elektrischen Flüssigkeiten in der Physik, von denen die erstere bereits allgemein verlassen ist und die zweite nur in Ermangelung einer andern, die besser begründet wäre und für alle elektrischen Erscheinungen zureichte, noch beibehalten wird, ferner die physiologischen Hypothesen über die Zeugung der Organismen, über das Wesen der Nervenwirkungen, der Muskelcontraction u. s. w., endlich die psychologischen Hypothesen über das Wesen der Seele, über den Zusammenhang der Vorstellungen und Gefühle u. dergl. m. Derartige Hypothesen, von denen nicht sicher ist, ob sie auch nur *ein* thatsächliches Element enthalten, hat man als *provisorische Hypothesen* bezeichnet, ein Ausdruck, der jedoch kaum passend scheint, da auch in denjenigen Hypothesen, die eine definitivere Gestalt besitzen, gerade die hypothetischen Bestandtheile der Vergänglichkeit ausgesetzt bleiben.

Von grösserer Bedeutung ist eine andere Unterscheidung, welche hiermit nahe zusammenhängt, freilich aber oft genug sehr mangelhaft festgehalten wird, die von *Hypothese und Theorie*. Die Theorie ist die Hypothese samt der Deduction der Erscheinungen, zu deren Erklärung die Hypothese gemacht wurde. Die Theorie enthält also immer Hypothetisches und Thatsächliches, denn sie verknüpft die Thatsachen auf der Grundlage der Hypothese und bringt so erst den Zweck, zu welchem die letztere gebildet wurde, zur Ausführung. *Newton's* Hypothese war die Existenz der allgemeinen Schwere, seine Theorie bestand in der Deduction der Planetenbewegungen aus dieser Voraussetzung. *Darwin's* Hypothese ist die Annahme einer Descendenz der vollkommeneren aus unvollkommeneren organischen Arten durch die Wirkungen des Kampfes ums Dasein, seine Theorie sucht aus dieser Annahme die Thatsachen der individuellen, der paläontologischen Entwicklung und manche andere biologische Erscheinungen zu erklären.

Indem auf diese Weise die Theorie erst jene Verbindung der Thatsachen zu Stande bringt, welche die Hypothese bezweckt, liefert sie zugleich theils die *Begründung* der Hypothese theils ihre *Bestätigung*. Beide Erfolge sind strenge von einander zu scheiden. Jede Hypothese bedarf der Begründung und kann sie nur finden durch die Erklärung der Thatsachen,

welche mittelst der Theorie, zu der die Hypothese entwickelt wird, möglich ist. Bestätigt dagegen kann eine Hypothese nur werden, insofern sie solche Elemente enthält, welche einer thatsächlichen Beweisführung zugänglich sind; die Bestätigung ist daher meistens nur in Bezug auf gewisse Bestandtheile möglich. Die Ausführung der wissenschaftlichen Theorieen ist wesentlich von dem Umstande bestimmt, ob man bei derselben mehr die Begründung oder mehr die Bestätigung einer Hypothese im Auge hat. Newton konnte und musste sich begnügen, seine Gravitationstheorie in einem Falle bestätigt zu finden, nämlich bei den Bewegungen des Mondes. Bei allen andern Himmelskörpern musste er sich mit einer Begründung begnügen, welche zeigte, dass die Hypothese einer Abnahme der allgemeinen Schwere nach dem Verhältniss des Quadrats der Entfernungen die Ableitung der Planetenbewegungen gestattet. In der That bestand aber auch in der Deduction dieser Bewegungen und nicht in dem Beweise der allgemeinen Schwere der wesentlichere Zweck seiner Theorie. Gerade umgekehrt verhält es sich beispielsweise bei Darwin's Descendenzlehre. Die Abstammung der vollkommeneren aus unvollkommeneren Arten ist für die Biologie von so eminenter Wichtigkeit, dass dagegen die Anwendungen, die wir davon zur Erklärung einzelner Erscheinungen machen können, zurücktreten, um so mehr, da solche Erklärungen stets noch viele Hülfsthatsachen und Hülfsannahmen erfordern. Hier concentrirt sich daher das ganze Streben der Theorie auf die Bestätigung der Hypothese, und die Theorie selbst nimmt desshalb eine ganz andere Gestalt an. Während bei der Newton'schen und den meisten andern physikalischen Theorieen eine Deduction der Thatsachen aus der Hypothese stattfindet, die sich nur an einzelnen Stellen in eine Bestätigung hypothetischer Elemente verwandelt, wird bei Darwin so viel als möglich die Hypothese aus den Thatsachen entwickelt. Der nämliche Unterschied begegnet uns überall, sobald wir jene Theorieen, die aus ursprünglich vorauszusetzenden Bedingungen des Seienden die Erscheinungen zu erklären suchen, mit solchen vergleichen, welche Annahmen über das thatsächliche Verhalten der Erscheinungen selbst an die Spitze ihrer Deductionen stellen. Wo Hypothesen beider Art sich durchdringen, sucht man daher genau so weit der Begründung die Bestätigung hinzuzufügen, als die thatsächlichen Annahmen reichen. Darum würde Le Verrier's Hypothese ungenügend gewesen sein, wenn sie nicht durch die Entdeckung des Neptun sich bestätigt hätte, und die Undulationstheorie verlangte den thatsächlichen Nachweis der Wellenbewegungen, sie verzichtete aber auf eine Bestätigung der verschiedenen Annahmen, die man über die Constitution des Aethers aufstellte. So weist auch dieser Unterschied darauf hin, dass in den fundamentaleren wissenschaftlichen Hypothesen stets ein Rest bleibt, der niemals thatsächliche Gewissheit erlangen kann und daher ein unabänderlich hypothetisches oder metaphysisches Element unserer Erkenntniss bildet. Wenn wir von diesem hypothetischen Rest alles hinweggethan denken, was möglicher Weise einer thatsächlichen Nachweisung

zugänglich ist, so ist das Zurückbleibende nichts anderes als der Begriff der Substanz in seinen verschiedenen Formen. Dieser metaphysische Grundbegriff, auf den alle Voraussetzungen über das Wesen der Erscheinungen schliesslich hinausführen, bildet daher das allgemeinste Problem, welches die Hypothesen der Erfahrungswissenschaften der Erkenntnisstheorie überliefern. Bevor wir aber diesen Grenzbegriff des Erkennens untersuchen, wird es zunächst erforderlich, jenen allgemeinen Begriffen näher zu treten, die, sich auf das thatsächliche gegebene selbst beziehend, überall von massgebender Bedeutung für die Ordnung der Objecte des Wissens sind. Es sind dies in erster Linie die allgemeinen Erfahrungsbegriffe, Gegenstand, Eigenschaft und Veränderung, in zweiter die Anschauungsformen, Zeit, Raum und Bewegung, nebst den aus ihnen entwickelten mathematischen Grundbegriffen.

Zweites Capitel.

Die allgemeinen Erfahrungsbegriffe.

1. Die Gegenstände.

Gegenstände, Eigenschaften und Zustände findet die Logik als die allgemeinsten Classen vor, in die alle selbständigen Begriffe unseres Denkens sich ordnen lassen, und die ihrerseits auf die Formen des letzteren einen bestimmenden Einfluss besitzen. Für die Untersuchung der Entwicklung des Wissens erhebt sich daher zunächst die Frage, welchen Ursprungs diese logischen Kategorieen, und von welchem Werth sie für unser Erkennen sind.

Jene drei Begriffe beziehen sich nun unmittelbar stets auf das in der inneren oder äusseren Erfahrung Gegebene. Auch wer dieselben auf ein jenseits der Erfahrung Gelegenes glaubt anwenden zu dürfen, wird doch eingestehen, dass er an eine solche Anwendung niemals denken könnte, wenn ihm nicht in der Erfahrung Gegenstände mit bestimmten Eigenschaften und in veränderlichen Zuständen gegeben wären. Indem wir diese Begriffe unmittelbar objectiviren, gestehen wir ein, dass was wir Erfahrung nennen ohne sie gar nicht zu Stande kommen würde. Die Kategorieen haben also für die Erkenntniss die wichtige Bedeutung, dass sie die allgemeinsten Erfahrungsbegriffe darstellen. Dieser Ausdruck sagt zunächst, dass sie sich auf die Erfahrung beziehen, und dass es keine Erfahrung giebt, die nicht ihrer bedürfte; er deutet aber zugleich an, dass auch sie ohne die Erfahrung nicht existiren würden.

a. Die Objecte der Aussenwelt.

Als der fundamentalste dieser Begriffe erscheint uns der des Gegenstandes, da wir Eigenschaften und Zustände stets auf Gegenstände beziehen, so dass die letzteren die festen Massen abzugeben scheinen, welche den Fluss unserer Vorstellungen zum Stehen bringen. Dieser Anhalt, den die Gegenstände den übrigen Erkenntnissformen gewähren, findet in dem Begriff des Dings seinen besonderen Ausdruck. Denn während der Gegenstand noch daran erinnert, dass er in der Vorstellung seinen Ursprung hat, messen wir dem Ding ein unabhängiges Dasein bei. Sein nächstes Gepräge empfängt daher der Begriff des Dings von den Körpern der Aussenwelt, bei denen der Zwang der sinnlichen Wahrnehmung vor allem zur Anerkennung eines solchen unabhängigen Daseins herausfordert. Diese anfängliche Gestaltung wirkt aber bis in die abstractesten Entwicklungen des Begriffs nach. Selbst bei der metaphysischen Frage nach den »Dingen an sich« denkt man unwillkürlich zuerst an die Körper der Aussenwelt und sucht dem, was diese Körper wohl unabhängig von den sinnlichen und begrifflichen Formen unseres Erkennens sein möchten, auf die Spur zu kommen.

Welches sind nun aber die logischen Kriterien, nach denen wir entscheiden, dass unserem Denken ein Gegenstand gegeben sei? Wie wir uns auch umsehen mögen, wir finden kein anderes Kennzeichen als dieses, dass ein bestimmter Complex von Eigenschaften und Zuständen mit einer gewissen Constanz sich zusammenfinde. Die unbestimmten Ausdrücke, deren wir uns bei dieser Antwort bedienen mussten, verrathen schon, dass es ein vollkommen zureichendes objectives Kriterium, welches uns gestattete, ein für allemal den Gegenstand von sonstigen Verbindungen unserer Vorstellungen zu unterscheiden, nicht giebt. Darüber, wie sich die Eigenschaften und Zustände verbinden müssen, und wann ihre Constanz eine zureichende sei, lassen sich allgemeingültige Regeln nicht aufstellen. Die Frage, ob ein Gegenstand gegeben sei oder nicht, wird also schliesslich stets durch einen Machtspruch unseres Denkens entschieden, das zu einer solchen Handlung in den äusseren Bedingungen der Wahrnehmung niemals zwingende Gründe vorfindet.

Durch diese scheinbare Willkür geräth nun der Begriff des Gegenstandes in ein Schwanken, aus welchem ihn seit den ältesten Zeiten die philosophische Speculation dadurch zu retten gestrebt hat, dass sie seine letzte Quelle ausserhalb der Erfahrung suchte. Ist es allein die Constanz gewisser Eigenschaften und Zustände, die uns veranlasst von Gegenständen zu reden, so lösen sich diese, wie es scheint, vollständig in ihre Attribute auf, und was anfangs als der feste Punkt erschien, auf den sich alle andern Elemente unserer objectiven Erkenntniss beziehen müssen, das wird in eine begriffliche Fiction verwandelt, die, wenn sie entfernt wird, nur jene andern Elemente übrig lässt, welche für sich allein zu allem Erkennen unbrauchbar

sind. Denn was sollen wir mit Eigenschaften und Zuständen beginnen, die nicht Eigenschaften und Zustände von etwas sind? Sie verwandeln sich in das, was sie vor ihrer Beziehung auf Gegenstände waren, in blosse Vorstellungen.

Um diesem verhängnissvollen Resultat zu entgehen, hat nun seit uralter Zeit die philosophische Speculation die Annahme ersonnen, hinter dem Fluss der Erscheinungen sei ein beharrendes Sein verborgen, dessen Erkenntniss freilich niemals aus der Wahrnehmung geschöpft werden könne. Um zu erklären, dass dasselbe trotzdem in der Form des Dingbegriffs auf die Erscheinungen angewandt werde, nahm man an, jener Begriff stamme aus einer transscendenten Erkenntniss, er sei entweder ein Bruchstück einer vorzeitlichen vollkommeneren Anschauung der Dinge, oder ein dem Geiste ursprünglich eingepflanztes Wissen, nach dessen Herkommen man, eben weil es ursprünglich sei, nicht weiter fragen dürfe. So liegt in den Schwierigkeiten, die der Begriff des Gegenstands in sich trägt, ein Theil der Motive, aus denen die Platonischen Ideen und die angeborenen Begriffe des älteren Rationalismus hervorgegangen sind. Die angeborenen Begriffe wandelte Leibniz zuerst in entwicklungsfähige Keime, und dann endlich Kant in a priori gegebene Functionen des Verstandes um. Alle diese Versuche aber zerhauen den Knoten, statt ihn zu lösen. Von vornherein verzichtet man darauf zu begreifen, wie aus einem Complex mehr oder weniger wandelbarer Vorstellungen die Dinge als feste Punkte sich entwickeln können, und man zieht es daher vor, den Verstand von vornherein nicht etwa den Begriff des Dinges, der allein für die Erfahrung Geltung hat, sondern den Begriff der Substanz als eines beharrlich und unveränderlich Seienden in die Vorstellungen hineintragen zu lassen. Als ob der Gedanke, dass es unveränderliche Substanzen giebt, ein Gemeingut der Menschen und nicht vielmehr eine philosophische Anschauung wäre, von der die ungeheure Mehrzahl der Denkenden nicht nur nichts weiss, sondern zu der sie sich geradezu im äussersten Gegensatze befindet. Denn die Dinge der gemeinen Erfahrung sind veränderlich und vergänglich. Erst die wissenschaftliche Untersuchung findet mancherlei Antriebe, neben dem Vergänglicheren ein Bleibenderes vorauszusetzen, und endlich die metaphysische Speculation erst, die freilich hier in die Erfahrungswissenschaften mächtig hineinragt, giebt dem Dingbegriff jene absolute Form, in der er über alles hinausgeht, was jemals in der Erfahrung gegeben werden kann. Nun ist es zwar nicht allzu schwer begreiflich zu machen, wie jener absolute Dingbegriff, den man Substanz nennt, allmälig durch die Arbeit des Denkens aus den Dingen der Erfahrung hervorgegangen ist. Keine Speculation in der Welt aber vermag den Beweis zu führen, dass schon in den Dingen der Erfahrung der absolute Substanzbegriff der Philosophie steckt. Zu einer solchen Behauptung ist es unerlässlich, dass man zuvor vergesse, was denn die Erfahrung unter ihren Dingen versteht.

In dem Begriff des Dinges, wie ihn die unmittelbare Erfahrung auf-

fasst, findet sich in der That nicht das geringste von jener Forderung eines unabänderlich gegebenen, welches die wechselnden Eigenschaften und Zustände überdaure. Im Gegentheil, da kein einziges Ding der Erfahrung in Wirklichkeit beharrend ist, so bildet die Vorstellung fortwährender Veränderlichkeit einen niemals fehlenden Bestandtheil des empirischen Dingbegriffs. Ebenso wenig empfindet aber das Denken diese Veränderlichkeit an sich schon, wie Herbart behauptet, als einen Widerspruch, den es nicht bestehen lassen könne, und durch den es daher angetrieben werde den Erfahrungsbegriff metaphysisch zu berichtigen*). Dieser Widerspruch kommt erst in den Begriff, wenn man zuvor das unveränderliche Sein in die Dinge hineinlegt. Dann freilich will sich die thatsächliche Veränderlichkeit derselben mit diesem hinzugedachten Sein nicht vertragen. Was hindert uns denn aber bei jener thatsächlichen Veränderlichkeit stehen zu bleiben? Man antwortet: eben die Vorstellung des Dings, einer Einheit, welche mit der in der Erfahrung gegebenen Vielheit der Erscheinungen sich nicht deckt. Sollte aber diese Antwort nicht vielmehr beweisen, dass die philosophisch gebildete Einheitsvorstellung falsch ist, weil sie in die Erfahrung ein Postulat hineinträgt, welches in ihr ursprünglich gar nicht liegt, und dass daher vor allen Dingen diese Einheitsvorstellung berichtigt werden muss, damit jener Widerspruch mit der Vielheit der Erscheinungen, der in der ursprünglichen Erfahrung nicht vorhanden war, wieder verschwinde? In der That, wenn diese das Ding als eine Einheit auffasst, so nimmt sie dasselbe eben als eine Einheit, welche die Vielheit nicht aus- sondern einschliesst. Nicht das unveränderlich beharrende nennt die Erfahrung Ding, sondern was im fortwährenden Wechsel der Erscheinungen zusammenhängt. Das Eis schmilzt zu Wasser, das fliessende Wasser verändert Ort und Gestalt und, indem es andere Körper löst, seine Farbe, das Wasser verdampft, und der Dampf verdichtet sich wieder zu Wassertropfen und Schneekrystallen. All' dieses veränderliche ist für das verknüpfende Denken ein Ding, — nicht weil wir den philosophischen Begriff der Substanz zu den Erscheinungen hinzudenken, ebenso wenig weil wir von dem Gesetz der Constanz der Materie eine angeborene Kunde besitzen, wie manche Darstellungen des philosophischen Substanzbegriffs dies vermuthen lassen, sondern lediglich desshalb, weil alle jene Erscheinungen zu einem Ganzen verbunden sind.

Nun giebt aber freilich nicht jede Verbindung von Erscheinungen uns Anlass den Begriff eines Dinges zu bilden. Zu der allgemeinen Forderung des Zusammenhangs der veränderlichen Erscheinungen müssen also noch weitere Bedingungen hinzutreten. Suchen wir den Begriff frei zu halten von allen beschränkenden Vorstellungen, so lassen sich zwei solche Bedingungen überall nachweisen. Die erste besteht darin, dass die Erscheinung von unserem eigenen Denken unabhängig sein muss, dass sie

*) Herbart, Metaphysik, II. (Werke Bd. 4) S. 98 f.

uns also gegeben, nicht von uns hervorgebracht wird. Dies ist es, was bei den körperlichen Dingen der Zwang der Sinneswahrnehmung leistet, der für uns den nächsten Anlass bildet ausser uns Dinge vorauszusetzen. Die zweite Bedingung besteht darin, dass die Erscheinungen, die wir auf ein Ding beziehen sollen, durch die Art ihres Wechsels als mit einander verbunden sich darstellen müssen. Ein Baum erscheint uns als ein Ding, weil er, aus seiner bisherigen Umgebung in eine andere verpflanzt, unverändert bleibt, weil sein Wachsthum und der Wechsel seiner Belaubung Veränderungen sind, die sich stetig aus einander entwickeln. So ist also überall da Anlass gegeben, einen Gegenstand vorauszusetzen, wo einerseits ein Complex von Erscheinungen sich selbständig abhebt von andern, mit denen er in Beziehung steht, und wo anderseits die Veränderungen, welche jener Complex darbietet, stetig aus einander hervorgehen. Das Kind unterscheidet den Baum nicht von dem Garten, in welchem er steht, so lange es nicht gesehen hat, dass, während die Umgebung wechselt, er selbst unverändert bleibt, und dass er nöthigenfalls sogar unverändert an eine andere Stelle verpflanzt werden kann. Die wechselnden Figuren des Kaleidoskops erscheinen ihm nicht als ein Ding, weil kein stetiger Uebergang von einem Bilde zum andern hinüberführt. Darum liegen bei den Körpern unserer unmittelbaren Wahrnehmung die Kriterien ihrer dinglichen Beschaffenheit in ihrem räumlichen und zeitlichen Verhalten: sie müssen ihre relative räumliche Lage zu den Objecten ihrer Umgebung verändern können, und ihre eigenen zeitlichen Veränderungen müssen sich stetig aus einander entwickeln. Weit entfernt also, dass uns etwas unveränderlich gegeben sein müsste, um als Ding zu gelten, ist es vielmehr einerseits die unabhängige räumliche Veränderlichkeit der Umgebung oder der anderen Dinge, zu denen es in Beziehung gesetzt werden kann, anderseits die stetige Natur der eigenen zeitlichen Veränderungen des Dinges, die uns veranlasst, das letztere als eine für sich bestehende Einheit aufzufassen. Die Kriterien des Dingbegriffs sind somit gelegen in bestimmten Bedingungen der Raum- und Zeitanschauung, welche wir kurz als die Bedingungen der räumlichen Selbständigkeit und der zeitlichen Stetigkeit der Dinge bezeichnen können. Diese Bedingungen sind aber nicht absoluter, sondern bloss relativer Art. Bei welchem Punkte die räumliche Selbständigkeit und die zeitliche Stetigkeit eines gewissen Complexes von Erscheinungen hinreichend gross werde, damit wir auf denselben den Begriff des Dinges anwenden, darüber lässt sich eine allgemeingültige Regel nicht aufstellen. Erfolgt also auch die Anerkennung der Dinge auf bestimmte Merkmale hin, so wird dieselbe doch in jedem einzelnen Fall schliesslich durch einen Machtspruch des Denkens entschieden.

Das Bewusstsein dieser willkürlichen Handlung unseres Denkens ist es offenbar, welches zu der Ansicht verführt hat, dass unser Denken den Einheitsbegriff nicht den Dingen entnehme sondern in sie hineinlege. Es ist bemerkenswerth, dass hier diejenigen Anschauungen, die eine Apriorität

der Erkenntnissbegriffe negiren, mit solchen, die dieselbe postuliren, übereinstimmen. Locke bemerkt, dass wir in dem Begriff des Dings einen Complex einfacher Vorstellungen der Sinne mit der Vorstellung eines »unbekannten Trägers« dieser Vorstellungen vereinigen, welchen Träger wir die Substanz nennen*). Diese ist also auch nach ihm schon ein ursprünglicher Bestandtheil des Dingbegriffs. Die nämliche Anschauung vertritt Hume. Aber da nach ihm diese zu den Dingen hinzugedachte Substanzvorstellung lediglich ein Product unserer Einbildungskraft ist, so wird von ihm das Reale, was dem Gegenstand entspricht, auf einen Complex regelmässig verbundener Empfindungen zurückgeführt**). Alle diese Ansichten und manche, die ihnen gleichen, aus neuerer Zeit leiden noch an der fixen Idee, dass wir den Begriff eines unveränderlichen Trägers der Erscheinungen von Anfang an in die Dinge hineindenken, während wir ihn doch vielmehr erst durch eine vielfach vermittelte und verwickelte Reflexion aus den Erscheinungen entwickeln. In dem Begriff des Dings liegt gar nicht jener unbekannte Träger, den Locke in ihm zu finden glaubt. Das natürliche Denken sieht in der That in dem Ding nichts als einen Complex von Empfindungen, dem es unmittelbare Wirklichkeit zugesteht. Das Gold ist ihm gelb, dehnbar, glänzend und schwer, wie es unsern Sinnen erscheint, und es vermuthet hinter diesen sinnlichen Eigenschaften gar kein unbekanntes Substrat, welches von ihnen selber verschieden wäre. Wenn es räumliche Selbständigkeit und zeitliche Stetigkeit verlangt, um einen Complex von Erscheinungen Ding zu nennen, so sind dies ebenfalls sinnliche Merkmale, die es den Erscheinungen selber entnimmt und nicht erst durch die Phantasie in sie hineineinträgt. Um der Forderung Hume's nach Elimination des Substanzbegriffs nachzukommen, braucht man ihn also nicht erst aus den Dingen hinwegzudenken; man muss sich nur entschliessen in der Auffassung der Dinge auf den Standpunkt des natürlichen Denkens zurückzukehren.

In der That würde nun, wenn es darauf ankäme die objectiven Kriterien festzustellen, nach denen wir Gegenstände unterscheiden, die Definition derselben einfach in den Satz zusammenzufassen sein: Gegenstände oder Dinge sind von unserm Willen unabhängige Complexe von Empfindungen, denen räumliche Selbständigkeit und zeitliche Stetigkeit zukommt. Gleichwohl ist diese Definition ungenügend, und zwar desshalb, weil sie in sich selbst Merkmale enthält, welche andeuten, dass die objectiven Kriterien überhaupt nicht zureichen. Diese Merkmale sind gelegen in den geforderten Eigenschaften der räumlichen Selbständigkeit und der zeitlichen Stetigkeit. Wie kommen wir dazu den Dingen diese Eigenschaften zuzuschreiben? Die Dinge selbst könnten uns nimmermehr dazu zwingen, wenn nicht unser Denken befähigt wäre

*) Locke, essays, B. II, chap. 23.

**) Hume, treatise, B. I, 1, chap. 6.

was ihm in getrennten Wahrnehmungsacten gegeben ist in einer einheitlichen Apperception zusammenzufassen. Diese Fähigkeit besitzt aber das Denken nur vermöge der einheitlichen Natur unseres Selbstbewusstseins. Die Selbständigkeit unseres Ich und der stetige Zusammenhang unserer Vorstellungen werfen ihren Reflex auf die Dinge ausser uns. Da das unmittelbare Kriterium der Selbständigkeit, welches wir in unserm Bewusstsein tragen, die willkürliche Beschaffenheit unseres Denkens und Handelns, auf die Dinge nicht anwendbar ist, so tritt bei ihnen das mittelbare Kriterium der räumlichen Coexistenz, welches in der Coexistenz unseres eigenen Körpers mit unserm denkenden Ich sein Vorbild hat, ergänzend ein. So wird das nächste objective Ding, das wir unterscheiden, unser eigener Körper, und die weiteren Gegenstände richten sich nach den Merkmalen der Selbständigkeit und Stetigkeit, die wir an jenem nächsten Object unserer Wahrnehmung auffanden.

Es ist Kant's grosses Verdienst, dass er den Schwerpunkt der Entwicklung des Dingbegriffs in die Einheit der Apperception verlegt hat, worunter er eben nichts anderes als die Selbständigkeit und Stetigkeit unseres denkenden Selbstbewusstseins versteht, vermöge deren, nachdem die erforderlichen objectiven Kriterien gegeben sind, nun unser Denken jenen Machtspruch ausführt, welcher den Begriff erst verwirklicht. Leider aber hat diese richtige Einsicht Kant nicht verhindert in den geläufigen Irrthum zurückzufallen, welcher in das Ding die Substanz verlegt. So wird bei ihm die Substanz zu einer ursprünglichen Verstandesform. Statt aus der Einheit des Denkens den Begriff des Dings und aus diesem den der Substanz zu entwickeln, wird umgekehrt das Ding mit Hülfe der Substanz construirt. Nicht minder ist es eine das thatsächliche Verhältniss verdunkelnde Unterscheidung, wenn Kant dem reinen das empirische Selbstbewusstsein gegenüberstellt und in diesem Sinne die reine Apperception, die von der zufälligen Verknüpfung der Vorstellungen unabhängige Selbstauffassung des Ich, zur gleichzeitigen Quelle der Association unserer subjectiven Vorstellungen und der Auffassung der Gegenstände ausser uns macht*). Verdunkelnd ist diese Unterscheidung, weil sie immer wieder die Meinung erweckt, als wenn vor aller innern Erfahrung ein Selbstbewusstsein gegeben sein könnte. Wenn dies, wie nicht zu bezweifeln steht, Kant's Meinung nicht gewesen ist, so fällt was er reine Apperception nennt lediglich mit jener innern Willensthätigkeit zusammen, die fortwährend in der denkenden Verknüpfung der Vorstellungen zur Aeusserung kommt, und die ohne den Verlauf der Vorstellungen völlig gegenstandslos wird. Welchen Sinn soll es dann aber haben die reine von der empirischen Apperception zu trennen, als eine Function, die diese erst möglich macht? Abstractionen, die einem und demselben Vorgang entnommen sind, werden hier einander gegenübergestellt, als wenn sie selbst verschie-

*) Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl. S. 139.

dene Vorgänge wären. Nachdem dies erst geschehen ist, liegt dann freilich die Verführung nahe, einen abstracten Begriff, wie die Substanz, dem concreten Geschehen vorausgehen zu lassen, statt ihn aus demselben zu entwickeln. Freilich kann sich Kant der Einsicht nicht verschliessen, dass ein solcher Begriff einer anschaulichen Form bedürfe, um anwendbar zu werden auf die Erscheinungen. Da ist es denn die reine Anschauung, die aushelfen muss, um der reinen Apperception den Uebergang in die Wirklichkeit zu vermitteln. Die Substanz soll als das Beharrende in der Zeit gedacht und in dieser anschaulichen Form auf die Vorstellung der Dinge übertragen werden. So wird hier die subjective Bedingung des Objectbegriffs, seine unwillkürliche Entstehung, einfach übergangen; ebenso wird unter den objectiven Bedingungen desselben die erste, die räumliche Selbständigkeit, zur Seite geschoben, und die zweite, die zeitliche Stetigkeit der Veränderungen, endlich wird beinahe in ihr Gegentheil verwandelt.

Wollen wir wirklich die Entwicklung des Dingbegriffs in einzelne Acte trennen, so lässt sich dieselbe als eine apperceptive Synthese bezeichnen, welcher associative Verbindungen, und zwar simultane und successive Associationen, vorangehen. In dieser Beziehung ist lediglich an die allgemeine Entwicklung der Begriffe zu erinnern, aus welcher die Gegenstandsbegriffe unter den speciellen Bedingungen hervorgehen, welche schon in der associativen Synthese der Wahrnehmungen und in der Association auf einander folgender Vorstellungen den oben hervorgehobenen anschaulichen Bedingungen entsprechen. Aber auch hier darf man nicht vergessen, dass diese Scheidung ein Erzeugniss psychologischer Abstraction ist, und dass in der Wirklichkeit in die associativen Verbindungen sofort die apperceptive Synthese eingreift. In dieser Beziehung gilt die Bemerkung Kant's, dass ohne den Hinzutritt der letzteren aus der Association der Wahrnehmungen die Vorstellung eines Gegenstandes nicht entstehen könnte*). Dies ist eben der Grund, wesshalb die Definition Hume's, der Gegenstand sei ein Complex von Empfindungen, unzureichend bleibt, auch wenn wir die objectiven räumlichen und zeitlichen Bedingungen für einen solchen Complex genauer zu bestimmen suchen.

b. Die geistigen Dinge.

Nachdem der Begriff des Dinges sich entwickelt hat an den Körpern der Aussenwelt, beginnen wir denselben zu übertragen auf andere reale Thatsachen, für welche die Kriterien, nach denen wir Gegenstände unserer unmittelbaren sinnlichen Wahrnehmung von einander und von ihren eigenen Eigenschaften und Zuständen unterscheiden, nicht mehr vollständig zutreffen.

*) Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl. S. 143. Vergl. auch die Bearbeitung des zweiten Abschnitts der Deduction der Kategorieen in der 1. Aufl. Ausgabe von B. Erdmann, 2. Beil. S. 592 f.

Dies gilt von allen jenen Thatsachen der äussern oder innern Erfahrung, die wir unter dem sehr umfassenden Namen der *geistigen Dinge* begreifen. Unter den geistigen Dingen steht aber unser eigenes denkendes Bewusstsein in erster Linie. Die Frage nach der Gegenständlichkeit einer geistigen Welt überhaupt ist daher nothwendig davon abhängig, ob wir unserem eigenen denkenden Bewusstsein eine gegenständliche Natur zuschreiben sollen.

Hier zeigt sich nun zunächst, dass dasjenige Merkmal des Gegenstandes, durch welches sich die apperceptive Synthese desselben vollendet, seine *Einheit* nämlich, dem denkenden Bewusstsein in hervorragender Weise zukommt, da es selbst die letzte Quelle der Einheitsvorstellung der Dinge ist. Bei den Dingen der Aussenwelt bietet immer erst das Kriterium der *räumlichen* Selbständigkeit den Anlass, die Einheitsvorstellung auf sie anzuwenden. Das Bewusstsein dagegen enthält die letztere als eine unmittelbare Thatsache, die aus der stetigen Verbindung der Apperceptionsacte hervorgeht. Dasselbe bedarf also eines weiteren Merkmals seiner gegenständlichen Existenz nicht. Denn die räumliche Selbständigkeit ist bei den Aussendingen nur das äussere Hülfsmittel, durch welches die stetige Verbindung derjenigen Denkacte zu Stande kommt, die auf *ein* Object sich beziehen. Dem gegenüber fehlt dem Bewusstsein ein entscheidendes Merkmal: der objective Zwang, den die Gegenstände auf unsere Vorstellungen ausüben. Empfinden wir doch gerade diejenigen Denkacte, welche die Einheitsvorstellung am lebhaftesten in uns erwecken, zugleich am allermeisten als willkürliche Handlungen. Daraus entsteht nun allerdings die wesentliche Ausnahmestellung, die unser Bewusstsein gegenüber den Objecten der Aussenwelt einnimmt, dass jenes der Gegenstand *subjectiver und unmittelbarer* Gewissheit ist, während diesen *objective und mittelbare* Gewissheit zukommt. Da nun die unmittelbare der mittelbaren Gewissheit vorausgeht, so wird hierdurch eine Selbständigkeit unseres denkenden Bewusstseins von ähnlicher Art, wie wir sie den Gegenständen zuschreiben, um so sicherer verbürgt. Wenn wir jedoch unter die Merkmale des Gegenstandes dieses mit aufnehmen, dass er *objective*, nicht subjective Gewissheit besitze, werden wir freilich unser Ich zu den Gegenständen nicht rechnen dürfen. Die ganze Unterscheidung einer gegenständlichen Welt geht ja davon aus, dass wir dieselbe trennen von unserem eigenen Selbst. Aber diese Trennung verschwindet, sobald wir uns in das Bewusstsein eines Andern versetzen, für den nun unser Ich Theil nimmt an seiner gegenständlichen Welt, wie das seinige an der unsern; und darum verschwindet diese Trennung überhaupt, sobald wir uns auf den Standpunkt einer allgemeineren Weltbetrachtung begeben, für welche nun die einzelnen geistigen Existenzen Theil nehmen an der gegenständlichen Welt, indem wir die unmittelbar in uns anzutreffende Einheitsvorstellung auf sie übertragen. Auch die Sprache enthält schon diese Anerkennung einer Gegenständlichkeit der Bewusstseinseinheiten, da sie das *Ding* als einen

allgemeineren Begriff auffasst, unter welchem die räumlichen oder körperlichen Dinge als eine specielle Gattung enthalten sind.

Doch ist das Bewusstsein nicht in anderem Sinne ein Gegenstand als die Dinge der Aussenwelt. So wenig das natürliche Denken in diese letzteren einen »unbekannten Träger« verlegt, der von den Erscheinungen verschieden wäre, ebenso wenig sieht es hinter dem Ich eine transscendente Substanz, sondern das Ich ist ihm das innere Ding, welches den äusseren gegenübergestellt wird, und welches in nichts anderem besteht als in dem Vorstellen, Fühlen uud Denken, das Jeder unmittelbar in sich trägt. Dieses innere Ding nennt die Sprache Seele. Der besondere Name und gewisse mythologische Vorstellungen haben hier ganz besonders dazu verführt, dass man den Gedanken an ein metaphysisches Wesen für ein ursprüngliches Erzeugniss des Denkens ansah, welches der philosophischen Speculation lange vorausgegangen sei. Aber der besondere Name weist nur darauf hin, dass Jeder sich gedrungen fühlt, das »Ding in sich« von den Dingen ausserhalb zu trennen, er beweist nicht im geringsten, dass es von ihm als ein »Ding an sich« gedacht worden ist. Die mythologischen Vorstellungen vollends zeigen nur, dass das natürliche Bewusstsein diese Unterscheidung unvollkommen vollzieht. Denn sie bestehen immer darin, dass man sich die Seele als ein räumliches, körperliches Ding vorstellt, welches nicht als ein metaphysisches, sondern als ein physisches Wesen gedacht wird, das in einer irgendwie sinnlich wahrnehmbaren Gestalt in uns enthalten sei und ausser uns seine selbständige Existenz fortführen könne. Alle jene Umdeutungen des Seelenbegriffs, durch welche derselbe eine von dem Zusammenhang der inneren Erfahrungen verschiedene metaphysische Substanz wird, sind erst Producte der philosophischen Bearbeitung desselben, zu deren Erzeugung für das natürliche Denken noch kein Grund vorliegt.

c. Die secundären Gegenstandsbegriffe.

Die Nothwendigkeit, mit der wir dazu getrieben werden, den Bewusstseinseinheiten gegenständliche Realität zuzuschreiben, verführt zu einer weiteren Ausdehnung der Gegenstandsbegriffe. Zunächst bieten sich diejenigen Denkobjecte, die zwar selbst nicht einheitliche Dinge sind, aber eine gegenständliche Grundlage haben und von unserem Denken zu Begriffseinheiten verbunden werden, unter diesem Gesichtspunkte dar. Hiervon ausgehend wird dann der weitere Schritt vollzogen, dass beliebige Begriffsgebilde, die gelegentlich zu Denkobjecten gemacht werden können, als wirkliche Objecte angesehen werden. Hierdurch werden die Grenzen zwischen den logischen Gegenstandsbegriffen und den realen Gegenständen unsicher, und da es keinen Begriff giebt, der nicht durch kategoriale Verschiebung in einen Gegenstandsbegriff umgewandelt werden könnte, so droht auf diesem Weg der ganzen Welt des Erkennens und Denkens die Umwandlung in dingliche Realität.

Unter diesen secundären Gegenstandsbegriffen stehen den Dingen der Wirklichkeit diejenigen am nächsten, die in allen ihren Theilen aus wirklichen Dingen bestehen, wo aber die Zusammenfassung der Theile zu einem Ganzen ein willkürlicher Act unseres Denkens ist. Zu einem solchen können wir zwar durch objective Motive veranlasst werden; nie kann jedoch in denselben ein ähnlicher Zwang wie in der unmittelbaren Wahrnehmung der Dinge liegen, so dass wir verhindert wären, zu andern Zwecken des Denkens das Ganze zu trennen und seine Theile ganz verschiedenen ausserhalb gelegenen Gegenständen zuzuweisen, um mit denselben neue Einheiten zu bilden. So betrachten wir den Begriff »Deutschland«, so lange es sich um den Zusammenhang bestimmter politischer und historischer Daten handelt, als das Aequivalent eines wirklichen Objectes. Aber dieses Object verschwindet und reicht mit seinen Theilen in eine Anzahl neuer Objecte hinüber, wenn wir etwa Europa nach rein geographischen oder nach geologischen Gesichtspunkten gliedern wollen. Es ist also nicht die räumliche Begrenzung und die Stetigkeit der zeitlichen Veränderungen an und für sich, die einem Denkobject den Charakter eines Dinges giebt, sondern beide müssen sich auf alle Eigenschaften beziehen, die wir an dem Dinge wahrnehmen: erst dann können sie von uns als solche aufgefasst werden, die in dem Ding selbst und nicht in unserem verknüpfenden Denken ihren Grund haben. Im andern Fall bezieht sich der Begriff nicht auf ein Ding, sondern auf einen Zusammenhang von Dingen, den unser Denken zwar nach bestimmten objectiven Motiven herstellt, den es aber unter abgeänderten Motiven verändern kann. Ebenso werden wir der deutschen Reichsverfassung, der christlichen Religion oder dem Hegel'schen System zwar objective Realität, nicht aber dingliche Existenz zuerkennen, und zwar entfernen sich diese Begriffe noch weiter von der letzteren, weil nicht einmal die Theile, in die sie sich zerlegen lassen, von dinglicher Natur sind. Gleichwohl setzen sich alle jene Realitäten aus Begriffen zusammen, die an Bewusstseinseinheiten gebunden sind und darum eine dingliche Grundlage besitzen, während sie selbst ihrer ursprünglichen logischen Beschaffenheit nach den Eigenschaften oder Zuständen, nicht den Gegenständen zugehören. So gehen gerade diejenigen Gestaltungen der Wirklichkeit, die für unser Erkennen am werthvollsten sind, erst aus einem realen Zusammenhang der Dinge hervor, welcher von den Eigenschaften und Zuständen derselben abhängig ist.

2. Eigenschaften und Zustände.

Die Dinge sind uns gegeben als Complexe von Eigenschaften und Zuständen. Darum meint nun jene Ansicht, welche den Gegenstandsbegriff auf seinen thatsächlichen Inhalt zurückzuführen wünscht, das Richtige getroffen zu haben, wenn sie erklärt, das Reale bestehe überhaupt nur aus

veränderlichen Eigenschaften, und die Dinge seien erst von unserem Denken hinzugefügt. In Wahrheit aber wird hierdurch das thatsächliche Verhältniss umgekehrt. Gegeben sind uns nur jene Complexe von Eigenschaften und Zuständen, welche wir Dinge nennen. Die Eigenschaften und Zustände selbst, gesondert gedacht von dieser ihrer Verbindung, haben keine Wirklichkeit, sondern sind Producte unserer Abstraction. Freilich ist aber in dem Inhalt der Dingvorstellung der zwingende Anlass zu einer derartigen Sonderung gegeben. Es steht uns also nicht frei, diese Abstraction zu vollziehen oder nicht, sondern unser Denken findet sich bei seiner Unterscheidung unter der Macht realer Einflüsse, welche jene Unterscheidung, die von dem Dinge selbst seine einzelnen Attribute loslöst, nothwendig hervorrufen. Wenn aber auch die Berechtigung dieser Denkhandlung nicht bestritten werden kann, so wird damit doch das Verhältniss nicht geändert, dass uns zunächst und unmittelbar die Dinge gegeben sind und dann erst das einzelne, was wir an ihnen unterscheiden.

Schon bei dem Begriff der Eigenschaft entfernen wir uns somit von dem thatsächlich gegebenen. Noch freilich fügen wir zu demselben keine metaphysische Voraussetzung hinzu, sondern wir begnügen uns, irgend einen Bestandtheil unserer Vorstellungen aus dem Zusammenhang zu lösen, in welchem er sich wirklich befindet. Der so entstandene Begriff ist insofern abstract, als er in dieser Weise isolirt nirgends Realität besitzt, aber er ist nicht metaphysisch, weil der Bestandtheil, von dessen Verbindungen wir absehen, immerhin in diesen Verbindungen wirklich vorkommt. Darum ist die Eigenschaft ein Erfahrungsbegriff, aber kein unmittelbarer wie der Gegenstand, sondern ein solcher, der erst dem abstrahirenden Denken seinen Ursprung verdankt. So wird denn auch dieses letztere zu einer weiteren Unterscheidung genöthigt, die sich zwar erst in dem wissenschaftlichen Bewusstsein mit vollkommener Klarheit vollzieht, in ihren Anfängen aber schon in den gewöhnlichen Eigenschaftsbegriff hineinreicht. Wie die Eigenschaft sich scheidet von dem Ding, dem sie zukommt, so zerlegt sie sich ihrerseits wieder in ein qualitatives und in ein quantitatives Element.

Von der Qualität glaubt man, sie sei derjenige Bestandtheil unserer Erfahrungen, welcher den wirklichen Inhalt der letzteren am meisten befreit von jenen Producten unseres eigenen Denkens enthalte, in welche schon die gemeine Erfahrung ihn einhüllt. Natürlich nicht die Qualität als abstracter Begriff, sondern das einzelne Quale, welches wir in der Empfindung als unzerlegbaren Bestandtheil unserer Vorstellungen antreffen. Wie die Psychologie in ihrer Erklärung des Aufbaues der Vorstellungen bei den Empfindungen als den letzten Elementen stehen bleibt, die unser Bewusstsein als thatsächlich gegebene anerkennen muss, so soll auch die Erkenntnisstheorie die einzelnen Qualitäten des Empfindens als dasjenige ansehen, was übrig bleibt, wenn wir alles von der Wirklichkeit abziehen was erst aus der Arbeit unseres Denkens hervorgeht. Es ist ersichtlich, dass diese

Folgerung eine naheliegende ist, wenn man von jener Annahme ausgeht, in welcher sich die entgegengesetzten philosophischen Schulen begegnen, dass die Vorstellung der Dinge durch einen dem wirklich Gegebenen hinzugefügten Begriff erst zu Stande komme. Diese Folgerung hat in Herbart's metaphysischem Lehrgebäude ihren treuesten Ausdruck gefunden. Das Wirkliche besteht nach ihm aus absolut einfachen Qualitäten. Seine Erklärung der Erfahrung macht daher den Versuch, aus der Wechselwirkung dieser einfachen Qualitäten, die er Realen nennt, die Erscheinungen abzuleiten. Aber freilich sieht er sich, um einen für die Metaphysik verwerthbaren Substanzbegriff zu gewinnen, sofort veranlasst anzunehmen, nicht die Qualitäten der Empfindung selbst seien jene letzten Einheiten, sondern die Empfindung sei nur das einfache Quale, nach dessen Analogie die Qualität der einfachen Wesen zu denken ist. So wirkt bei ihm die zersetzende Analyse des Dingbegriffs, welche diesen in Empfindungen verflüchtigt, bloss auf den ontologischen Substanzbegriff herüber, um den letzteren in ihrem Sinne umzugestalten. Dabei geht dann natürlich das Resultat jener Analyse wieder verloren: denn die Qualitäten der Empfindung werden nun selbst zu einem Scheine, der nur hinweist auf das hinter ihm verborgene wirkliche Sein. Will man diese Anschauung in dem Sinne reformiren, dass jenes analytische Resultat stehen bleibt, so verschwinden entweder die Dinge völlig, oder sie werden wiederum zu den »unbekannten Trägern« der Empfindungsqualitäten, die so auf einem Umwege doch wieder die nämliche Rolle übernehmen, die in der vulgären Metaphysik ihnen zukam.

Schon die unmittelbare Beschaffenheit der Empfindung weist nun aber darauf hin, dass nicht bloss der allgemeine Begriff der Qualität, sondern auch das einzelne Quale, wie eine bestimmte Farbe, ein Ton von gegebener Höhe, eine Abstraction ist, welche von der Wirklichkeit noch um einen Schritt weiter entfernt liegt als die Eigenschaft. Denn in der Eigenschaft ist das Quale der Empfindung stets zugleich quantitativ bestimmt, und in Wirklichkeit giebt es ja keine Qualität, die nicht von andern ihr gleichen und von ihr verschiedenen Qualitäten zugleich irgendwie quantitativ unterschieden wäre. Nur eine völlige Umkehrung der thatsächlichen Verhältnisse konnte sich daher auch zu der Behauptung versteigen, das Wirkliche müsse als reines Quale gedacht werden, welches mit den Relationen auch alle Quantitätsbestimmungen ausschliesse*). Als ob das Quale nicht in ebensolcher Weise durch seine Relation zu andern Qualitäten bestimmt wäre wie das Quantum, und als ob das quantitätslose Quale nicht ebenso unwirklich wäre wie das qualitätslose Quantum.

So steht in der That die Quantität genau auf der nämlichen Stufe wie die Qualität. In beide Begriffe zerlegt sich in unserm abstrahirenden

*) Herbart, Metaphysik, II. (Werke Bd. 4) S. 87.

Denken die Eigenschaft. Bedeutete die Eigenschaft eine unvollziehbare Isolirung der einzelnen Empfindung, so bezeichnen Qualität und Quantität unvollziehbare Trennungen der Empfindung in ihre Elemente. Die Quantität aber zerfällt für unser abstrahirendes Denken abermals in zwei Bestandtheile: in ein intensives Quantum, den Grad, und in ein extensives Quantum, die Ausdehnung. Ja das extensive Quantum spaltet sich abermals in die Zeitdauer und in die Raumgrösse. Jede dieser quantitativen Bestimmungen ist mit einem jeden Quale der Empfindung in Wirklichkeit untrennbar verbunden. Jede Empfindung hat einen Grad, eine zeitliche Dauer und ein räumliches Gebiet, das sie einnimmt. Auch der gehörte Ton wird in der wirklichen Vorstellung immer bezogen auf eine Richtung im Raume, und der äussere Gehörapparat ist, wie das Gesichtsorgan, so eingerichtet, dass er diese Vorstellung der Richtung vermitteln muss.

Der treibende Grund zu dieser Zerlegung der Eigenschaft in ihre Elemente liegt nun offenkundig in der Veränderlichkeit der Eigenschaften. Indem sich die Eigenschaften eines Dinges verändern, geschieht dies durchweg in solcher Weise, dass von jenen vier Elementen der Eigenschaftsvorstellung, Quale, intensives Quantum, zeitliche und räumliche Ausdehnung, jede für sich in wechselnder Weise sich ändern kann. Eine Empfindung verändert ihre Qualität oder ihren Grad, und diese Veränderung geschieht in wechselnder Zeitdauer; oder sie verändert sich in ihrer räumlichen Ausdehnung, und auch dies wieder in veränderlicher Zeit. So gewinnt unter den Elementen, in welche der Quantitätsbegriff sich zerlegt, dasjenige der Zeitgrösse eine massgebende Bedeutung gegenüber den andern. Denn erst im zeitlichen Wechsel der Erscheinungen scheidet sich zunächst die Quantität überhaupt von der Qualität, um sofort zugleich in ihre einzelnen Bestimmungen zu zerfallen. Unter diesen sind es dann der Grad und das extensive Quantum im Raume, die bald mit einander eine gewisse Zeit hindurch beharren bald zusammen veränderlich sind bald endlich von einander sich trennen, indem sich die eine dieser Bestimmungen verändert, während die andere bestehen bleibt. Die Qualität, die intensiv und extensiv feststeht während des Wechsels der Vorstellungen, erscheint uns als die relativ dauernde Eigenschaft; diejenige, die selbst sich in irgend einer Weise an jenem Wechsel betheiligt, mag sie nun qualitativ, intensiv, extensiv oder in mehreren dieser Formen dem Wechsel unterworfen sein, gehört zu den veränderlichen Eigenschaften. Beide, die relativ dauernden und die veränderlichen Eigenschaften, bilden zusammen den Gegenstand. So dient denn das zeitliche Maass nur dazu den bleibenden Gegenstand zu unterscheiden von seinen wechselnden Zuständen. Die Zeit, das Hülfsmittel, durch welches wir diese Unterscheidung vornehmen, wird zu einer nothwendigen Existenzform der Gegenstände, aber ebendesshalb trennt sie sich von den ihnen selbst beigelegten Eigenschaften, welche vollständig in den drei Bestimmungen des Quale, des intensiven und des extensiven räum-

lichen Quantum eingeschlossen sind. Diesen drei unmittelbaren Bestimmungen des Gegenstandes tritt die zeitliche Dauer als eine mittelbare gegenüber, durch welche die einzelnen Zustände eines Dinges von ihm selbst unterschieden werden.

Dass wir nicht blosse Zustände, sondern immer nur Zustände von Dingen in unserm Erkennen vorfinden, dies hat, wie wir gesehen haben, in der relativen Constanz einzelner Eigenschaften der Dinge seinen vollkommen zureichenden Grund. Darum sind nun aber auch Eigenschaft und Zustand nicht Begriffe, die auf objective Unterschiede der Dinge selbst sich beziehen, sondern sie stammen einzig und allein von verschiedenen Gesichtspunkten her, unter denen wir die Dinge betrachten können. Stellen wir uns einen Gegenstand vor ohne Rücksicht auf sein zeitliches Dasein, so hat er nur Eigenschaften. Der Zustand ist daher nichts neues was zu den Eigenschaften hinzutreten könnte, sondern er ist das Verhalten der Eigenschaften selbst mit Rücksicht auf die zeitliche Existenzform des Gegenstandes. Sind die Eigenschaften zu verschiedenen Zeiten verschiedene, so ist der Zustand ein wechselnder; sind sie übereinstimmend, so ist der Zustand der nämliche. Der Begriff des Zustandes umfasst so das Veränderliche und das Beharrende, und er ist darum vor allem auch überall da verwendbar, wo dauernde mit wechselnden Eigenschaften coexistiren.

Wenn hiernach der Zustand nur in dem Complex von Eigenschaften besteht, welcher einem Gegenstand in einem gegebenen Zeitmoment zukommt, so werden auch die Hauptformen der Zustandsänderung nach den qualitativen und quantitativen Bestimmungen zu unterscheiden sein, in welche der Begriff der Eigenschaft sich zerlegt. Hier trennen sich nun aber das Quale und seine intensive Grösse als solche Elemente des Eigenschaftsbegriffs, die den inneren Zustand der Gegenstände bestimmen, von jener räumlichen Ausdehnung und Anordnung des Gegebenen, die wir, indem wir sie dem Begriff der extensiven Quantität unterordnen, auf den äusseren Zustand der Dinge beziehen.

Das nächste Motiv, die extensiven Quantitätsbestimmungen dem intensiven Quale gegenüberzustellen, liegt darin, dass in dem Extensiven das Verhältniss des einzelnen Dinges zu andern Dingen mit eingeschlossen ist. Denn Ort und Richtung der Körper im Raume bilden einen wesentlichen Bestandtheil ihrer extensiven Beschaffenheit. Durch Ort und Richtung unterscheiden sich die Theile eines ausgedehnten Körpers von einander, wie dieser als Ganzes von den umgebenden Dingen. Hat daher die räumliche Selbständigkeit zuerst dazu geführt, das einzelne Ding von andern Dingen zu trennen, so führt weiterhin die örtliche Unterscheidung zu einer Zerlegung des Gegenstandes in seine Theile. Auf der einen Seite erscheint so jeder Gegenstand in seinem äusseren Zustande bestimmt durch die Gegenstände seiner Umgebung; auf der andern Seite bietet sich die Möglichkeit, jeden Theil eines Gegenstandes als ein selbständiges Ding zu

betrachten, das zu dem Ganzen, zu dem es gehört, in einer ähnlichen Beziehung steht wie dieses zu den andern mit ihm coexistirenden Dingen. Auf diese Weise entsteht die Vorstellung eines Zusammenhangs der Dinge, der wieder in zwei Formen sich gliedert, in einen Zusammenhang der selbständigen Dinge und in einen Zusammenhang der Theile des einzelnen Dings unter einander.

Indem diese Vorstellung des Zusammenhangs aus der Auffassung des äusseren Zustandes der Gegenstände, also aus ihrer extensiven Anordnung im Raume, hervorgeht, setzt sie aber gleichzeitig voraus die Auffassung der successiven Veränderungen, welchen die Dinge und ihre Theile in ihrer äusseren Anordnung unterworfen sind. So erweist sich die zeitliche Verbindung der Vorstellungen als die Bedingung für die empirische Unterscheidung der Dinge sowohl wie ihrer Bestandtheile wie der Zusammenhänge, in denen sich beide befinden. Hierin liegt für uns das Motiv, die zeitliche Verbindung der Vorstellungen in uns ebenfalls auf einen Zusammenhang zu beziehen, welcher der Succession der Zustände eines Dinges analog ist. Indem wir zudem die Verbindung unserer Vorstellungen abhängig finden von unserem Willen, gilt uns der im Denken und Handeln sich bethätigende Wille, den wir als unser Ich von den wechselnden Vorstellungen trennen, als der Träger der letzteren. Diese in der inneren Erfahrung unmittelbar gegebene Unterscheidung eines dauernderen Substrates der veränderlichen Zustände überträgt nun schon das mythologische Denken auf die Objecte. Hieran anknüpfend beginnt bereits die früheste naturphilosophische Speculation den Dingbegriff in seinem ganzen Umfange metaphysisch zu bearbeiten, indem sie die Frage erhebt nach einem allgemeinen Träger der wechselnden Eigenschaften und Zustände. Die Antwort auf diese Frage nach der Substanz der Dinge wird aber wesentlich mitbeeinflusst durch die empirischen Erkenntnisse ihres realen Zusammenhanges.

3. Der Zusammenhang der Dinge.

Den drei allgemeinsten logischen Kategorieen, die wir in unserm Denken vorfinden, entsprechen die drei allgemeinsten Erfahrungsbegriffe. Dieses Verhältniss ist im Grunde ein selbstverständliches, von welchem Standpunkte aus man es auch beurtheilen möge, ob man behauptet, unser Denken müsse sich nach den Objecten, oder die Objecte müssten sich nach unserm Denken richten. In der That können ja die Objecte nur insofern erkennbar sein, als sie bestimmend sind für unser Denken; und da wir auf der andern Seite Objecte nur erkennen, insofern wir sie denken, so muss hinwiederum unser Denken für die Erkenntnissobjecte bestimmend sein. Gerade weil diese Beziehung eine gegenseitige ist, besteht zwischen jenen beiden Formeln an sich kein Gegensatz, sondern sie sind nur verschiedene Ausdrücke für die triviale Wahrheit, dass unser Erkennen durch

unser Denken vermittelt wird. Uebrigens muss jener doppelten Beziehung sogleich die Bemerkung beigefügt werden, dass die Objecte nur so lange nach unserm Denken sich richten, als sich dieses seinerseits von den Objecten und nicht etwa von willkürlichen Einfällen bestimmen lässt.

In ähnlicher Weise findet nun der Zusammenhang der Dinge in den Beziehungsformen und Relationen der Begriffe seinen allgemeinen Ausdruck. Freilich aber ist hier noch weniger als bei den Kategorieen von einem Parallelismus des Denkens und Seins zu reden, vermöge dessen die logischen Verbindungen in vorausbestimmter Harmonie den realen Zusammenhang der Dinge nachbildeten. Indem das Denken sich richtet nach seinen Objecten, muss nothwendig jede wichtigere Form realer Wechselwirkung von ihm nacherzeugt werden. Aber gleichzeitig wird diese Nachbildung von solchen logischen Operationen und Begriffbildungen bestimmt, bei denen das Denken selbständig die Vorstellungen verbindet, zerlegt und verändert, und die einander logisch gleichwerthigen Beziehungsformen und Relationen sind daher keineswegs von gleichwerthiger objectiver Bedeutung. Schon die Fähigkeit des Denkens verschiedene Verbindungsformen ohne Veränderung ihrer objectiven Bedeutung für einander zu substituiren weist hierauf hin. Wenn dasselbe eine attributive zur prädicativen Verbindung verselbständigt, oder wenn es eine innere in eine äussere, eine temporale in eine conditionale Beziehungsform umwandelt, wenn es endlich durch die kategoriale Verwandlung Verbindungsweisen auf Begriffe anwendbar macht, auf die sie vermöge der ursprünglichen Natur der letzteren nicht anwendbar waren, so kann doch durch all' diese logischen Operationen der reale Bestand der Dinge nimmermehr berührt werden. So sind denn insbesondere alle Relationen der Begriffe, wie sie in den hauptsächlichsten Urtheilsformen ihren Ausdruck finden, logische Umarbeitungen des thatsächlichen Zusammenhangs, welche diesem bald näher bald ferner stehen können. Um Dinge identisch zu setzen, abstrahirt das Identitätsurtheil von ihren realen Verschiedenheiten; die Subsumtion und Coordination bezeichnen eine Verwandtschaft realer Objecte in der Form einer Unterordnung unter einen Gegenstandsbegriff, dem kein wirklicher Gegenstand entspricht. Am meisten hat noch das Verhältniss der Abhängigkeit eine unmittelbare reale Bedeutung, doch weist auch hier die so häufige Umsetzung räumlicher und zeitlicher in conditionale Beziehungen auf die Neigung zur Unterordnung des äusseren Geschehens unter innere, rein logische Gesichtspunkte hin. Nicht minder entsprechen die Beziehungsformen der Begriffe in sehr verschiedenem Grade den realen Verbindungen der Dinge. Während die attributive Beziehung bald der rein logischen Trennung eines Merkmals von dem zugehörigen Gegenstand bald einem wirklichen Zusammenhang verschiedener Gegenstände entspricht, hat die objective Verbindung durchweg die letztere Bedeutung. Endlich bei der äusseren Determination der Begriffe waltet zwar das Bestreben vor die wirklichen Verbindungen der Gegenstände nachzubilden, aber eine logische Umbildung des Thatsächlichen vollzieht

sich vielfach auch hier in Folge der Neigung den zeitlichen Beziehungen räumliche zu substituiren. So wäre denn der Versuch, von den logischen Verbindungsformen der Begriffe ausgehend dem wirklichen Zusammenhang der Dinge nachzuspüren, nur geeignet in die Irre zu leiten; vielmehr werden wir umgekehrt bestrebt sein müssen die Auffassung des thatsächlich gegebenen Zusammenhangs der Dinge möglichst von den Umformungen zu befreien, welche das logische Denken mit ihm vornimmt.

Lassen wir demnach alle jene logischen Relationen der Begriffe, welche den thatsächlichen Zusammenhang des Wirklichen in einer mehr oder minder umgestalteten Weise nachzubilden suchen, zur Seite liegen, so bietet sich uns als die nächste Form dieses Zusammenhanges selbst die äussere räumliche Vertheilung der Dinge dar. Die Ordnung, in welcher im Raume die einzelnen Gegenstände und die räumlich unterscheidbaren Theile derselben sich an einander fügen, bildet die Grundlage aller Verbindung und Beziehung der Dinge. Aber die räumliche Ordnung bedarf, insofern sie die Sonderung der einzelnen Gegenstände in sich schliesst, zugleich der Auffassung der zeitlichen Veränderung, und aus dieser entwickelt sich gleichzeitig mit der Vorstellung des äusseren diejenige des inneren Zustandes der Dinge, ihrer qualitativen und intensiven Bestimmtheit. So ist denn mit der Vorstellung dieser Zustände zugleich diejenige ihrer zeitlichen Veränderung innig verknüpft, da eben erst die letztere es gestattet, auch die ruhenden Zustände als solche aufzufassen. Wie die räumliche Ordnung, so ist die zeitliche Veränderung eine stetige. Wie man von einem Ding zu einem von ihm entfernten durch eine Anzahl stetig auf einander folgender Zwischenlagen gelangt, so führt ein Geschehen in der Zeit zu irgend einem andern durch eine Anzahl stetig sich an einander anschliessender Zwischenvorgänge. Der äussere und der innere Zustand eines Dings gehört also sowohl in Bezug auf die Coexistenz anderer Gegenstände wie hinsichtlich der Succession der Ereignisse einer ununterbrochenen Ordnung an, die wir als den allgemeinen räumlichen und zeitlichen Zusammenhang der Dinge bezeichnen.

Indem nun in diesem allgemeinen Zusammenhang jeder gegebene Zustand eines einzelnen Dinges oder einer Verbindung von Dingen oder endlich selbst der ganzen unserm Erkennen zugänglichen Ordnung der Dinge stetig aus vorangegangenen Zuständen sich entwickelt und in nachfolgende überführt, bietet uns die Aussenwelt als Ganzes wie in ihren Bestandtheilen ein Bild dar, welches der Verbindung der Vorstellungen in unserem eigenen Bewusstsein durchgängig entspricht. Zugleich erkennen wir in dieser subjectiven Verbindung unserer Vorstellungen die Bedingung, ohne welche jene ganze Ordnung der Aussenwelt unmöglich wäre. Aber nicht bloss stetig folgen die Zustände der Dinge auf einander, sondern durchgängig bietet sich in der Wiederholung des Geschehens eine bestimmte Regelmässigkeit dar, vermöge deren in verschiedenen Zeiträumen die äusseren oder inneren Zustandsänderungen in der nämlichen Reihenfolge verlaufen.

Auch diese Regelmässigkeit findet ihr Vorbild, welches wiederum zur Auffassung des äusseren regelmässigen Geschehens die Bedingung bildet, in den Zustandsänderungen unseres Bewusstseins, in welchem nicht nur gegebene Vorstellungen andere erwecken, sondern namentlich auch bestimmte Denkacte vermöge einer in ihnen liegenden das Denken nöthigenden Wirkung andere Denkacte hervorbringen können. So überträgt sich denn aus der Gesetzmässigkeit unseres logischen Denkens der Begriff der Wirkung auf die regelmässigen Zustandsänderungen der Aussenwelt. Der Zusammenhang der Dinge erscheint uns nun nicht mehr bloss desshalb als ein geordneter, weil er eine stetige Ordnung in Raum und Zeit bildet, sondern desshalb vor allem, weil er Gesetzen unterworfen ist, die von uns als Specialfälle des allgemeinen Causalgesetzes, das aus der Wechselwirkung unseres Denkens und der Erfahrung entspringt, angesehen wird. So liegt in der denkenden Verarbeitung der Erfahrungsbegriffe die Quelle zur Bildung einer Reihe von Begriffen, die über das unmittelbar in der Erfahrung gegebene hinausgehen. Wie die Substanz zunächst entspringt aus der Beziehung des Dings und seiner Eigenschaften auf ein inneres Sein, welches von dem denkenden Selbstbewusstsein in die Objecte verlegt wird, so entsteht dem Zusammenhang der Dinge gegenüber das Postulat einer allgemeinen Causalität des Geschehens, welches auf ähnliche Weise die erkenntnisstheoretische Ergänzung bildet zum Substanzbegriff, wie in der unmittelbaren Erfahrung die Ordnung der Dinge der Existenz der einzelnen Gegenstände sich anschliesst. Beide sind untrennbar an einander gebunden, müssen aber für die logische Untersuchung getrennt werden. Das Causalprincip gehört unter die allgemeinen Gesetze der Erkenntniss, welche für die Ordnung der Erkenntnissobjecte bestimmend sind, und wird daher im nächsten Abschnitte im Anschluss an die logischen Denkgesetze, auf die es sich gründet, behandelt werden. Die Substanz dagegen ist derjenige Begriff, welcher die hier besprochenen Fundamentalbegriffe der Erkenntniss abschliesst, insofern in ihm der Versuch gemacht wird, den empirischen Begriff des Gegenstands mit seinen Eigenschaften und Zuständen metaphysisch zu begründen. Zuvor aber müssen wir jene allgemeinen Formen untersuchen, in denen sich der stetige Uebergang aller Zustände vollzieht, und welche dadurch bestimmend sind sowohl für den Begriff der Substanz wie für die allgemeinen Gesetze des Erkennens, die Anschauungsformen.

Drittes Capitel.

Die Anschauungsformen.

1. Die Zeit.

Die gewöhnliche Weltansicht legt der Zeit eine objective und eine subjective Bedeutung bei. Wir glauben an einen zeitlichen Verlauf der Ereignisse ausser uns und der Vorstellungen in uns. Diese Unterscheidung ist auch in die Philosophie übergegangen. Aber während das naive Bewusstsein auf die objective Zeit den höheren Werth legt und die Zeitvorstellung als eine blosse Nachbildung der wirklichen Zeit ausser uns auffasst, welche nur gelegentlich auch den Verlauf unserer eigenen inneren Zustände in sich aufnehme, ist die wissenschaftliche Behandlung des Zeitbegriffs frühe schon darauf aufmerksam geworden, dass ohne die subjective Zeitanschauung niemals eine objective Aufeinanderfolge entstehen würde. So ist gerade der Begriff der Zeit es gewesen, der vielleicht am frühesten den philosophischen Objectivismus durchbrochen hat. Schon bei Aristoteles finden sich in Betreff seiner Bemerkungen, die an Kant's transscendentale Aesthetik erinnern könnten *).

Aber die Frage, was denn von dem objectiven Wesen der Zeit übrig bleibe, wenn wir den Verlauf unserer Vorstellungen hinwegdenken, ist nicht die nächste, die sich hier darbietet. Vor allem handelt es sich darum zu wissen, durch welche inneren Vorgänge die Zeitvorstellung in unserem Bewusstsein zu Stande kommt. Beide Fragen, die psychologische und die metaphysische, hat Kant gleichzeitig beantwortet, indem er die Zeit als die Form des inneren Sinnes bezeichnete und so der gewöhnlichen Weltansicht ihre vollständige Umkehrung entgegensetzte. Erklärt jene die Zeitvorstellung aus dem Verlauf des äussern und innern Geschehens, so wird hier der zeitliche Verlauf selbst abgeleitet aus der in uns liegenden Zeitvorstellung. Unzweifelhaft ist diese Auffassung ein wichtiger Fortschritt, weil sie deutlich macht, dass die gewöhnliche Ansicht voraussetzt, was sie erklären sollte. Dennoch wird auch hier vorausgesetzt, was zu erklären wäre. Auf die Frage, was die Zeit sei, die wir uns vorstellen, erhält man die Antwort: nur diese Zeitvorstellung selbst; und auf die weitere, wie die Zeitvorstellung entstehe, wird erwiedert: sie entsteht überhaupt nicht, da sie ursprünglich in uns liegt.

Für die letztere Behauptung hat Kant einen zwingenden Beweis nicht geliefert **). Den drei ersten Thesen seiner »metaphysischen Er-

*) Vergl. Aristoteles, Phys. IV. 14.

**) Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl. S. 46 f.

örterung des Zeitbegriffs« lassen sich ebenso viele Antithesen gegenüberstellen.

Kant sagt:	Darauf lässt sich antworten:
1) Das Zugleichsein oder Aufeinanderfolgen würde nicht in die Wahrnehmung kommen, wenn die Vorstellung der Zeit nicht a priori zu Grunde läge.	1) Die Vorstellung der Zeit würde niemals entstehen können, wenn nicht eine ihr entsprechende Ordnung in der Wahrnehmung gegeben wäre.
2) Man kann in Ansehung der Erscheinungen die Zeit nicht aufheben, während man ganz wohl die Erscheinungen aus der Zeit wegnehmen kann.	2) Man kann die Zeit nicht ohne Erscheinungen denken, während man ganz wohl bei einer Erscheinung von der Zeit abstrahiren kann (insofern man z. B. bloss ihre qualitative und räumliche Beschaffenheit in Rücksicht zieht).
3) Die Axiome, dass die Zeit nur eine Dimension hat und verschiedene Zeiten nur nach einander sind, können nicht aus der Erfahrung gezogen sein, weil sie apodiktische Gewissheit besitzen.	3) Die Axiome der Zeit können nur aus der innern Erfahrung gezogen sein, weil sie abgesehen von der Aufeinanderfolge unserer Vorstellungen völlig gegenstandslos sind, indem in einer leeren Zeit weder ein Verlauf noch eine Aufeinanderfolge stattfindet.

Möglicher Weise würde Kant gegen diese Antithesen einwenden, dass sie nur scheinbar mit seinen Sätzen im Widerspruch stehen, denn diese bezögen sich auf die metaphysischen, jene aber auf die empirischen Bedingungen des Zeitbegriffs. Dass die empirische Zeitanschauung erst erweckt werden müsse durch aufeinanderfolgende Vorstellungen und ohne solche niemals vollziehbar sei, dem werde in seiner metaphysischen Erörterung nicht widersprochen. Dieselbe wolle nur feststellen, dass die Aufeinanderfolge von Vorstellungen nicht die Vorstellung einer Aufeinanderfolge, und dass die Wahrnehmung der ersteren offenbar von der letzteren abhängig sei. Nicht also die Vorstellung einer leeren Zeit liege a priori in uns, sondern nur die Function, alle Erscheinungen zeitlich aufzufassen und zu ordnen.

So einleuchtend aber auch diese Deduction scheinen mag, so ist doch an derselben nur die eine Bemerkung unangreifbar, dass mit der Aufeinanderfolge der Vorstellungen die Vorstellung der Zeit noch nicht erklärt ist. Nicht im mindesten aber ist bewiesen, dass die Zeitvorstellung in dem Sinne eine ursprünglich in uns gelegene Anschauungsform sei, dass sie weder in Bezug auf ihre Entstehung noch auf ihre objective Bedeutung

eine Untersuchung zuliesse. Auch die beiden von Kant angeführten Axiome, dass die Zeit nur *eine* Dimension hat, und dass verschiedene Zeiten nicht zugleich sind, sondern nach einander, können hier nicht herbeigezogen werden. Wenn wir der Zeit nur *eine* Dimension zuschreiben, so verdankt dieser Ausdruck zunächst der Vergleichung mit dem Raume seine Entstehung. Der Wunsch die Verhältnisse der Zeit auf die anschaulicheren des Raumes zurückzuführen, hat von Aristoteles an bis auf Kant und Herbart die Philosophen veranlasst, der Untersuchung der Zeit die des Raumes vorangehen zu lassen. Diese Behandlung hat aber, abgesehen davon dass die Zeit sicherlich die allgemeinere Erkenntnissform ist, den Nachtheil, dass sie zu Entlehnungen verführt, bei denen dann leicht das Bild für die Sache eintritt *). Wenn wir nun den Sinn jenes Ausdrucks, dass die Zeit nur *eine* Dimension habe, von der räumlichen Vorstellung, die ihm anhaftet, befreien, so bleibt als sein eigentlicher Inhalt übrig, dass verschiedene Zeiten nicht zugleich sind, sondern nach einander. Die beiden Zeitaxiome Kant's sagen also das nämliche aus; selbst die Verschiedenheit im Ausdruck ist geringer, als sie auf den ersten Blick scheint, wenn man bedenkt, dass in dem »nach einander« die ursprünglich räumliche Bedeutung immer noch nachwirkt. Zugleich verbirgt sich aber in diesem von dem räumlichen Bild freier gewordenen Ausdruck eine reine Tautologie, die im Grunde nur die triviale Wahrheit verkündet, dass die Zeit die Zeit ist. Denn der Satz, verschiedene Zeiten könnten nicht zugleich sein, bedeutet eben nur, dass verschiedene Zeiten nicht gleiche Zeiten sind, und der Zusatz,

*) In der That behaupten noch *Herbart* und *Lotze*, die Zeitvorstellung »gewinne ihren intuitiven Charakter nur durch Bilder, die wir vom Raume entlehnen«. (*Lotze*, Metaphysik, S. 268. Vergl. auch *Herbart*, Metaphysik, II. S. 244.) Indem Herbart die Ansicht verwirft, dass »reine Anschauungen« als fertige Vorstellungsformen in uns liegen, versucht er in seiner Synechologie eine *metaphysische* Construction derselben. Dass sich die »starre Linie«, die als erstes Resultat dieser Construction entsteht, der reinen Zeit- und Raumanschauung gleich bereitwillig als Schema darbietet, ist ein begreiflicher, weil von vornherein beabsichtigter Erfolg dieser Deduction. In allem dem waltet nur der alte ontologische Irrthum, welcher das in der Erfahrung Gegebene erst anerkennt, wenn ihm eine speculative Nacherzeugung desselben gelungen ist. Das wirklich vorliegende metaphysische Problem besteht aber vielmehr in der Frage, welche Bestandtheile der Zeit- und Raumanschauung aus den subjectiven Bedingungen unseres Vorstellens entspringen, und welche nicht auf dieselben zurückzuführen und darum als objective anzuerkennen sind. Diese Frage schliesst nothwendig zugleich die Forderung ein: aus jeder Anschauungsform alles zu entfernen, was nicht ihr selbst angehört, insbesondere also die Zeit von den räumlichen Bildern zu befreien, deren wir uns gelegentlich zu ihrer Versinnlichung bedienen. Die »reine Anschauung«, die man durch die Substitution jener intelligibeln Raumformen wiederherzustellen sucht, geht dabei freilich verloren, oder vielmehr, sie enthüllt sich als das was sie wirklich ist, als ein *Begriff*.

dass sie nach einander kommen, bringt in dem Nacheinander wieder nur ein anderes Wort für die Zeit. Die Aufstellung axiomatischer Sätze in Bezug auf die Zeit ist also ein gänzlich leeres Beginnen. Man kann immer nur sagen, dass wir die Zeitvorstellung thatsächlich in unserem Bewusstsein antreffen, und dass sie alle unsere Vorstellungen begleitet, aber man kann niemals Sätze über sie aufstellen, welche irgend etwas von jener Vorstellung verschiedenes ausdrücken. Alle solche angebliche Zeitaxiome wiederholen daher nur in verschiedener Form die Versicherung, dass die Zeitvorstellung existirt.

Hiermit wird nun aber zugleich der Charakter apodiktischer Gewissheit, welcher allen Sätzen über die Zeit zukommen soll, in eine andere Beleuchtung gerückt. Sind diese Sätze nichts anderes als wiederholte Versicherungen über die thatsächliche Existenz der Zeitvorstellung, so kann auch der letzteren selbst eine höhere Gewissheit als die thatsächliche nicht zukommen. Die Zeit ist eine Anschauungsform, welche alle unsere Vorstellungen begleitet. Dadurch besitzt sie den höchsten Grad thatsächlicher Gewissheit, der überhaupt möglich ist. Aber gerade der Ausdruck apodiktisch wird seiner naturgemässen Bedeutung entrückt, wenn man ihn auf die Zeit anwendet. Denn apodiktische Sätze entspringen aus zwingenden Schlussfolgerungen *). Für alles, was unmittelbar gegeben ist, bildet das assertorische Urtheil die angemessene Ausdrucksform. Da die Zeitanschauung alle unsere Vorstellungen begleitet, so ist hierdurch zugleich vollkommen zureichende Rechenschaft darüber gegeben, dass wir uns die Zeit nicht bloss als einen zufälligen Bestandtheil der Wahrnehmung denken, der gelegentlich auch wegbleiben könnte, sondern dass wir sie als ein constantes Element aller Erfahrung betrachten.

Obgleich wir nun, wenn die Zeitvorstellung lediglich als eine thatsächlich vorhandene anzusehen ist, kein Recht besitzen nach einer Quelle derselben zu suchen, die früher wäre als unsere innere Wahrnehmung, so können wir uns aber doch nicht damit begnügen auf sie als auf eine nicht zu bestreitende Thatsache hinzuweisen, sondern in dieser Beziehung verhält es sich mit ihr ganz anders als mit der Qualität der Empfindung, bei der wir auf eine solche Hinweisung schlechthin beschränkt bleiben. Die Zeit ist nicht ein bestimmter Inhalt des Bewusstseins, der unabhängig von andern Zuständen des letztern zu denken wäre, sondern sie besteht wesentlich in einer Ordnung aller unserer Vorstellungen; sie ist also nicht sowohl selbst eine Vorstellung als vielmehr eine Form, in der sich alle Vorstellungen unserer inneren Wahrnehmung darbieten. Hierin besteht ihre Verwandtschaft mit dem Raume; zugleich ist aber dies die einzige wirkliche Beziehung beider zu einander. Eine solche Form der Ordnung unserer Vorstellungen fordert nun unvermeidlich die Frage heraus, welche Bedingungen erstens unsere Vorstellungen als solche mit sich

*) Vergl. Abschn. III. S. 198.

führen, damit eine zeitliche Ordnung entstehen könne, und welche Eigenschaften wir zweitens an den Gegenständen unseres Vorstellens als diejenigen voraussetzen müssen, welche der zeitlichen Form der Wahrnehmungen entsprechen.

Die erste dieser Fragen ist eine psychologische, und es kann darum hier nur kurz auf die Antwort hingewiesen werden, welche sich als Resultat psychologischer Analyse ergiebt*). Die Vorstellung zeitlicher Aufeinanderfolge ist nicht selbst eine Aufeinanderfolge von Vorstellungen sondern eine aus der letzteren hervorgehende simultane Anschauung, in welcher sich die Wahrnehmung zweier getrennter Vorstellungen, die als Anfangs- und Endpunkt einer Zeitreihe gegeben sind, mit dem Bewusstsein eines sie trennenden andersartigen Inhaltes verbindet. Dabei kann dieser letztere entweder bloss aus der Nachdauer der ersten Vorstellung oder ausserdem aus neuen Vorstellungen bestehen, deren Nachwirkungen zu derjenigen einer ersten Vorstellung hinzutreten. Wesentlich für die Anschauung der Zeit ist somit einerseits die Verbindung verschiedener getrennter Vorstellungen mittelst der Reproduction und anderseits das ebenfalls durch Reproduction vermittelte Bewusstsein ihrer Trennung. In der That lehrt uns die innere Wahrnehmung, dass das Zeitbewusstsein um so lebendiger wird, je intensiver die Reproduction thätig ist, und dass es auf null herabgesetzt sein kann, wenn das Bewusstsein völlig dem unmittelbaren Verlauf der Vorstellungen sich hingiebt. Unerlässlich ist ferner für die Entwicklung der Zeitvorstellung das Hervortreten discreter Vorstellungen. Discret können aber die Vorstellungen nur sein, indem sie durch relativ leere, d. h. von den blossen Nachwirkungen der vorangegangenen Vorstellungen erfüllte Intervalle getrennt sind. Gerade hierdurch unterscheidet sich die Zeit durchaus von dem Raume. Während für diesen die stetige Erfüllung charakteristisch ist, stellt die Zeit nach ihrer unmittelbaren psychologischen Natur ein discretes Gebilde dar: jede Vorstellung entsteht plötzlich, um, nachdem sie eine Zeit lang nachgewirkt hat, einer ebenso plötzlich entstehenden neuen Vortellung Platz zu machen. Den Begriff einer stetig verfliessenden Zeit gewinnen wir erst durch die Reflexion, dass jeder beliebige andere und anders vertheilte Verlauf von Vorstellungen die nämliche Zeit hätte erfüllen können, und hier bietet sich dann auch sofort das räumliche Bild der Linie als die angemessene Versinnlichung einer solchen leeren Zeit dar, welche erst dadurch, dass auf ihr durch den Eintritt bestimmter Vorstellungen einzelne Punkte markirt werden, zur erfüllten Zeit wird. Aber in unserm Bewusstsein existirt nur diese erfüllte Zeit. Damit ist zugleich die Frage beantwortet, was denn die Zeit an und für sich sei, abgesehen von einem jeden concreten Verlauf von Vorstellungen. Diese abstracte Zeit ist eben jene leere Zeit, der keine Wirklichkeit zukommt, zu deren Abstraction wir aber gleichwohl genöthigt werden. Sie steht in

*) Vergl. meine physiol. Psychologie S. 680 f.

dieser Beziehung auf einer Linie mit den allgemeinen Begriffen, denen ebenfalls keine Gegenstände entsprechen, welche aber die allgemeinen Denkformen darstellen, in die von uns die Gegenstände und ihre Beziehungen gebracht werden müssen. Ganz passend bezeichnet darum Kant die Zeit als eine Anschauungsform: sie ist in der That die Form, welche die Verbindung aller unserer inneren Anschauungen umfasst. Aber nicht berechtigt ist es, wenn er ihr die begriffliche Natur abspricht. Der Zeitbegriff unterscheidet sich von andern Begriffen nur dadurch, dass er, obgleich zu den allgemeinsten Begriffen gehörend, gleichwohl nicht von abstracter sondern von concreter Natur ist*). Denn das Bild der Zeit ist stets ein einzelner Zeitverlauf, nicht ein willkürliches Zeichen, welches der Natur des Begriffs fremd wäre. Dieser Umstand hat Kant zu der Behauptung veranlasst, die reine Zeit selbst sei eine sinnliche Anschauung, während solches doch nur von dem einzelnen Zeitverlauf gilt, in welchem sich freilich stets der Begriff der Zeit in unserm Bewusstsein verwirklicht. Auch die von uns postulirte Unendlichkeit der Zeit ist kein Argument für die anschauliche Natur der reinen Zeit sondern gegen dieselbe. Denn eine »uneingeschränkte Vorstellung« giebt es nicht. Wohl aber liegt es in der Natur des Begriffs, der ja selbst ein Postulat ist, das sich mit gewissen Vorstellungen verbindet, dass er jeder gegebenen Vorstellung die Forderung beifügt, es müsse von ihr aus zu neuen Vorstellungen übergegangen werden. Die Widersprüche, welche Kant in dem Begriff der unendlichen Zeit findet**), verschwinden, wenn man die Unendlichkeit nicht, wie es in der Thesis der Kantischen Antinomieen geschieht, als eine vollziehbare, also vollendbare Vorstellung (was eben an und für sich durch die Unendlichkeit ausgeschlossen ist), sondern in der einzig möglichen Form eines begrifflichen Postulates auffasst, welches hier nothwendig desshalb entstehen muss, weil alle Verbindungen der Vorstellungen in unserm Bewusstsein die Zeitanschauung mit sich führen.

Die zweite Frage, die wir vorhin erhoben, die Frage nach der objectiven Natur der Zeit, wird von dem naiven Objectivismus, der die Zeit unmittelbar so wie wir sie vorstellen als ein gegenständlich Gegebenes, und von dem speculativen Subjectivismus, der sie nur als unsere Anschauungsform betrachtet, in gleich ungenügender Weise beantwortet. Dass wir jene auf Reproduction und Association beruhende Verbindung der Vorstellungen, welche unser Zeitbewusstsein ausmacht, nicht auf die Welt ausser uns übertragen dürfen, dies ergiebt sich freilich sofort aus jener wechselseitigen Controle der Wahrnehmungen, die wir als das allgemeine Kriterium wissenschaftlicher Gewissheit kennen lernten***). Gerathen doch unsere subjectiven Zeitvorstellungen fortwährend mit unsern Bestimmungen

*) Ueber die Unterschiede von abstract und concret vergl. S. 97 f.

**) Kritik der reinen Vernunft, transscendentale Dialektik.

***) Vergl. Cap. I. S. 380.

des zeitlichen Verlaufs der äussern Erscheinungen in Widerspruch. Das Bedürfniss, bei dem objectiven Begriff der Zeit von der inneren Vorstellung derselben zu abstrahiren, hat daher so frühe sich geltend gemacht, dass schon das vorwissenschaftliche Bewusstsein die Zeitanschauung als blosse Hinweisung auf ein objectives Verhältniss betrachtet, das unabhängig von unserer subjectiven Auffassung bestimmt werden müsse. Aber damit ist doch nicht gesagt, dass die Zeit nur eine subjective Bedeutung habe, oder dass sie, worauf die Kantische Lehre hinausgeht, zwar subjectiven Ursprungs, aber zugleich eine objective Norm sei, nach der die Gegenstände unseres Erkennens sich richten müssen. Das Resultat dieser Weltauffassung stimmt mit dem naiven Objectivismus darin überein, dass die Welt als ein Schauplatz unaufhaltsamer Vernichtung gedacht wird, da hinter der Gegenwart die Vergangenheit als ein Abgrund liegt, in welchem alles unwiederbringlich versunken ist was einst Gegenwart war, während sich vor ihr die Zukunft als ein endloses Nichts aufthut, das für einen Moment zur Wirklichkeit wird, um dann ebenfalls in dem Abgrund der Vergangenheit zu verschwinden. In dieser schwindelerregenden Vorstellung objectivirt sich nur die rastlose Flucht unserer Vorstellungen. In dem dunkeln Gefühl dieses Verhältnisses hat denn auch die religiöse Weltanschauung der »Zeitlichkeit« eine zeitlose Ewigkeit gegenübergestellt, einen wunderbaren Doppelbegriff, der ebenso sehr auf die Unmöglichkeit aus unsern Vorstellungen die Zeit zu entfernen wie auf den dringenden Wunsch hierzu hinweist. Die Kantische Lehre, dass hinter der zeitlichen Form unseres Erkennens ein zeitloses Ding an sich verborgen sei, überträgt jenen Ausdruck nur in eine philosophische Form. Aber ehe man der Forderung nach einem völlig zeitlosen Sein nachgeht, erhebt sich doch die Frage, inwiefern wir denn berechtigt sind, die Vorstellung eines Geschehens, das sich von einem verschwindenden Punkte aus nach zwei Seiten in ein endloses Nichts verliert, auf das Wirkliche zu übertragen, das wir als den erkennbaren Grund unserer Vorstellungen voraussetzen. Und hier zeigt es sich nun, dass es keineswegs der Flucht in die übersinnliche Welt bedarf, um jene Unvereinbarkeit der unmittelbaren Zeitvorstellung mit dem Verlangen nach bleibenden Objecten des Erkennens, das sich schon der gemeinen Weltansicht aufdrängt, zu beseitigen. Wir werden nothwendig voraussetzen müssen, dass die Zeit eine Form unseres Vorstellens ist, die als solche keine objective Wirklichkeit hat, dass aber in den Objecten Bedingungen der Zeitvorstellung gegeben sind, und diese werden dann als das Wirkliche, das dieser Vorstellung zu Grunde liegt, oder als die objective Zeit anzuerkennen sein.

Fragen wir uns nun, welche Eigenschaften die Objecte unseres Denkens besitzen müssen, wenn sie uns zu jener Vorstellung einer unablässig verfliessenden Zeit veranlassen sollen, so ist in erster Linie nicht der Wechsel sondern die Constanz, mit der sich das Einzelne dem Bewusstsein darbietet, hier massgebend. Eine Umgebung, in der sich nichts Blei-

bendes fände, in der niemals ein Object in unveränderter Form zur Wahrnehmung gelangte, würde der Zeitvorstellung jede objective Grundlage rauben. Sollte dieselbe unter solchen Bedingungen durch die Reproduction innerer Zustände überhaupt noch zu Stande kommen, so wäre doch nirgends ein Anlass gegeben sie auf die Aussenwelt zu übertragen. Freilich würde eine Umgebung, in der nichts veränderlich wäre, ebenso der Zeitvorstellung ihre objective Grundlage nehmen. Aber die Veränderung wird nur dadurch zum Motiv der Zeitanschauung, dass bestimmte Erscheinungen regelmässig wiederkehren und uns auf diese Weise veranlassen übereinstimmende Wahrnehmungen, die durch andersartige Eindrücke getrennt sind, zu verbinden. So ist es die Constanz des Veränderlichen, welche uns antreibt die Zeit zu objectiviren, wie ja auch alle objectiven Zeitmaasse auf die Constanz der Himmelserscheinungen gegründet sind. Hat durch das Bleibende im Wechsel erst die objective Zeitvorstellung sich fixirt, so unterwirft sie sich dann leicht auch das unregelmässig Veränderliche. So geschieht es, dass man als das Einzige was allem Zeitverlauf zukommt die Veränderung ansieht und darüber ganz vergisst, dass die ursprüngliche Bedingung des objectiven Zeitbegriffs im Gegentheil die Constanz der Erscheinungen ist.

Diese Constanz der Erscheinungen findet ihren vorherrschenden Ausdruck in der Bewegung der Gegenstände. Die einfache Bewegung eines Körpers von einem Orte zum andern enthält als constantes Element die Vorstellung des Körpers selbst, welche die Veranlassung wird, dass sich die successiven Auffassungen zu einer Vorstellungsreihe verbinden. Ist die Bewegung periodisch, so reproducirt jede Bewegungsphase die ihr vorangegangene gleichartige; regelmässig periodische Bewegungen bieten daher, wie sie die Quelle einer ausgebildeten Zeitvorstellung sind, so auch erst den Anlass zu einer objectiven Messung der Zeit dar. Trotz dieser hervorragenden Bedeutung der Bewegung würde es aber dennoch einseitig sein, wollte man die objective Zeit ausschliesslich in der Bewegung bestehen lassen. Denn es ist nicht einzusehen, warum nicht gelegentlich auch die rein qualitative Veränderung eines Gegenstands, der durch das Beharren anderer Eigenschaften als ein constanter erscheint, als ein objectiver Vorgang erfasst werden sollte, der zur Zeitvorstellung Anlass bietet. Die Bewegung ist nur ein besonders ausgeprägter Fall jener Constanz des Veränderlichen, die als die allgemeinste objective Grundlage der Zeit zurückbleibt. Diese Constanz schliesst aber zwei Bedingungen ein: es müssen erstens gegeben sein constant bleibende Gegenstände des Denkens, welche unserem Bewusstsein als feste Punkte dienen, mittelst deren es getrennte Vorstellungen zu zusammengehörigen Reihen verbindet; und es müssen zweitens gegeben sein constante Gesetze der Veränderung, welche es unserm Denken gestatten, die wiederkehrenden Vorstellungen nicht bloss als subjective Reproductionen aufzufassen, sondern auf ein objectives Geschehen zurückzuführen.

Unter diesen beiden Bedingungen kann die erste, schon desshalb weil sie sich mit der zweiten verbindet, zunächst bloss eine relative Bedeutung besitzen. Die Gegenstände der Erfahrung zeigen überall eine bloss relative Constanz: während sich die einen verändern, bleiben die andern bestehen, um unter Umständen im weiteren Verlauf des Geschehens ebenfalls dem Wechsel anheimzufallen. Diese relative Constanz genügt vollständig sowohl zur subjectiven Entstehung der Zeitvorstellung wie zur Beziehung derselben auf ein objectives zeitliches Dasein; ja es kann dahingestellt bleiben, ob das ursprüngliche Zeitbewusstsein die objective Zeit anders als in dieser Form eines bloss relativen Beharrens im Wechsel aufgefasst habe. Wohl aber liegt in diesem Verhältniss ein neues Motiv des Denkens, für seine Vorstellung des Zeitlichen dadurch einen festen Halt zu gewinnen, dass es absolut beharrende Objecte voraussetzt, die nun dem unablässigen Wechsel der Erscheinungen als unveränderlicher Hintergrund dienen. So trifft hier die Auffassung der objectiven Zeit mit jener früher besprochenen Ausbildung der Gegenstandsbegriffe zusammen, bei welcher die Beobachtung des objectiven Geschehens durch die Reflexion auf das eigene Selbstbewusstsein des Denkenden ergänzt wird, um den Gegenständen der Vorstellung Substanzen als wirkliche Gegenstände gegenüberzustellen*). Wie sehr die Bedürfnisse der Zeitanschauung bei diesem metaphysischen Begriff mitgewirkt haben, bezeugt der Umstand, dass das Beharren in der Zeit stets als das wesentliche Kriterium der Substanz galt.

Die zweite der oben erwähnten Bedingungen ist nicht unerlässlich für die Zeitvorstellung überhaupt, aber sie ist bindend für die objective Beziehung der Zeit. Wir könnten uns möglicher Weise denken, dass die innere Wahrnehmung eines zeitlichen Verlaufs unserer Vorstellungen auch dann entstünde, wenn wir uns fortwährend einem völlig unregelmässigen Wechsel äusserer Erscheinungen gegenüberbefänden; aber wir könnten uns nicht denken, dass unter solchen Verhältnissen die Zeit zugleich als eine objective Bestimmung der Dinge selbst angesehen würde. Denn wie sollten wir zu einer zeitlichen Ordnung der Erscheinungen jemals gelangen können, wenn nicht bestimmte Ereignisse regelmässig sich wiederholten in unserer Beobachtung, so dass sie nun als die festen Punkte benutzt werden, auf die wir alles Geschehen beziehen? Dabei ist aber nicht zu vergessen, dass jede Wahrnehmung einer objectiven Regelmässigkeit des Geschehens auf der Fähigkeit beruht, sie nachzubilden im Bewusstsein. Wir würden niemals zu einer objectiven Zeitmessung gelangt sein, wenn nicht der Verlauf unserer Vorstellungen schon ein Zeitmaass mit sich führte, das uns gestattet verschiedene Zeitintervalle mit einander zu vergleichen. Nur der Besitz dieses subjectiven Zeitmaasses gestattet es uns, den regelmässigen Zeitverlauf äusserer Ereignisse zur objectiven Messung der Zeit zu benützen. Dass ein Pendel zu jeder Schwingung die nämliche Zeit braucht, wissen wir ursprüng-

*) Vergl. Cap. II. S. 424.

lich nur aus jenem subjectiven Maass unserer Vorstellungen, das in der natürlichen Unterscheidung der Taktverhältnisse deutlich sich äussert. Ohne das unmittelbare Erkennen gleicher Zeittheile wären wir niemals im Stande gewesen, objective Zeitmaasse zu schaffen, denn jeder Antrieb nach solchen zu suchen hätte gefehlt.

Aber die Entwicklung der Zeitmaasse bietet uns noch eine andere Thatsache dar, die für die objective Bedeutung der Zeit von nicht geringerer Wichtigkeit ist. Unser subjectives Zeitmaass vermag nur einem verhältnissmässig sehr kurzen Verlauf, wie er etwa bei Takt- und Pendelschlägen oder andern rhythmischen Eindrücken sich darbietet, mit einiger Genauigkeit zu folgen. Die Messung jeder irgend längeren Zeitstrecke beruht auf den objectiven Zeitmaassen. Nun ist der menschliche Geist bekanntlich spät erst darauf verfallen, jene längeren Zeitmaasse, denen er von frühen Anfängen an vertraute, die Tages- und Jahreslänge, durch Hülfsmittel zu controliren, bei denen, wie bei dem Pendel, noch eine unmittelbare Auffassung gleicher Zeitstrecken möglich ist. Aber selbst hier, wo unsere unmittelbare Schätzung der Intervalle noch leicht zu folgen vermag, gilt uns das subjective Zeitmaass als ein rohes und trügerisches Hülfsmittel. So unerlässlich dasselbe also auch gewesen ist für die Entstehung einer objectiven Zeitmessung, so ist doch die Ausführung der letzteren auf einen ganz anderen Grund gebaut. Dieser Grund ist das Vertrauen in die Gesetzmässigkeit der Naturerscheinungen, ein Vertrauen, welches durch die Stützen, die es überall in der Erfahrung findet, nicht nur mehr und mehr sich befestigt, sondern auch ohne solche Stützen sicherlich niemals entstanden wäre. Gleichwohl kann die Triebfeder desselben nicht ausschliesslich die äussere Erfahrung sein. Denn gerade die Entwicklung der Zeitmessung zeigt deutlicher vielleicht als irgend eine andere Thatsache, dass die Regelmässigkeit der Erscheinungen zugleich einer Forderung unseres Denkens entgegenkommt. Hier aber führen die objectiven Bedingungen der Zeit zurück auf den Causalbegriff, der die Regelmässigkeit der Erscheinungen als wesentlichsten Bestandtheil enthält. Die Zeitanschauung erfasst diese Regelmässigkeit des Geschehens von ihrer Aussenseite, indem sie die Gegenstände unseres Erkennens in einer bestimmten Ordnung aufzeigt, die nicht willkürlich von uns geschaffen ist und daher nicht willkürlich von uns geändert werden kann. Der Substanz- und der Causalbegriff wollen beide von verschiedenen Punkten aus, aber beide aus dem inneren Wesen der Dinge die nämliche Regelmässigkeit des Geschehens begreiflich machen.

2. Der Raum.

Dass der Raum irgend eine Ordnung der Dinge ausser uns sei, erscheint der gewöhnlichen Weltansicht als eine unumstössliche Thatsache der unmittelbaren Wahrnehmung. Zunächst fehlen darum hier völlig jene Motive,

welche bei der Zeit frühe schon die Frage anregten, inwiefern die objective Natur der Dinge dem subjectiven Verlauf unserer Vorstellungen entsprechen möge. Um so eindringlicher erhebt sich hier das Problem, worin denn jene objective Ordnung bestehe, die wir den Raum nennen, und wie man sie von den Dingen selbst unterscheiden könne. Die Lösung desselben wird um so schwieriger, je deutlicher man sich der bloss objectiven Natur des Raumes und dabei zugleich seines Unterschiedes von den Dingen, die im Raume geordnet sind, bewusst zu sein glaubt. Denn nun erscheint der Raum als ein Etwas ausserhalb der Dinge, das doch niemals von ihnen sich trennen lässt. Bald hat diese Schwierigkeit die Philosophen dazu verführt, den Raum in die Dinge selbst zu verlegen: so deckt sich bei Plato und noch bei Descartes der Begriff des Raumes mit dem der Materie; bald hat man ihr zu entgehen geglaubt, indem man den Raum in einem gegenseitigen Verhältniss der Dinge erblickte, in der »Begrenzung der Körper«, wie es Aristoteles ausdrückt*), oder in einer »Ordnung sichtbarer und fühlbarer Punkte«, wie es Hume bezeichnet**). Von beiden Anschauungen aus wird der leere Raum verworfen als eine Vorstellung, der nichts Wirkliches entspreche. In der That muss man zugestehen, dass sowohl die antike Atomistik wie die Erfahrungstheorie Locke's, welche die Wirklichkeit des leeren Raumes behaupten, diesen so behandeln, als wenn er ein ausgedehnter Gegenstand neben den Atomen oder den Körpern wäre***).

Gegenüber diesen mannigfachen Auffassungen, welche an der objectiven Realität des Raumes festhalten, bezeichnet der Hinweis auf die subjective Bedeutung der Raumanschauung einen wichtigen Wendepunkt in der Entwicklung dieses Begriffs. Nachdem man sich daran gewöhnt hatte, die Qualität der Sinnesempfindung als einen Zustand des Bewusstseins zu betrachten, dem zwar irgend eine objective Eigenschaft der Dinge entsprechen möge, der aber in seiner eigenthümlichen Beschaffenheit zunächst nur subjectiv bestimmt sei, lag es nahe, diese Auffassung auf die allgemeine Form zu übertragen, in der die Aussenwelt uns erscheint. Nicht bloss der Idealismus Berkeley's, der die Dinge völlig in den subjectiven Vorstellungen verschwinden lässt, sondern auch die realistischere Weltansicht eines Leibniz ist überzeugt von der phänomenalen Natur des Raumes: der letztere wird zu einem »continuum ideale«, zu einer Vorstellung, welche auf das Wirkliche hinweise, nicht dieses selbst sei†). Kant endlich hat diesen langsam in der neueren Philosophie gereiften Ansichten ihren schärfsten Ausdruck gegeben, indem er den Raum als die Anschauung a priori bezeichnet, welche den Vorstellungen der äusseren Sinne ihre Form gebe.

*) Aristot. Phys. IV, 4, 5.

**) Hume, treatise on human nature. B. I, 1, chap. 5.

***) Locke, essays, B. II, chap. 13.

†) Leibniz, opera phil. p. 461.

So wird hier, während die objectivistische Ansicht die Vorstellung des leeren Raumes als eine Unmöglichkeit zurückweist, gerade diese Vorstellung nun zum Träger aller einzelnen Raumbestimmungen. »Der Raum,« sagt Kant, »wird als eine unendliche gegebene Grösse vorgestellt«, und: »man kann sich niemals eine Vorstellung davon machen, dass kein Raum sei, ob man sich gleich ganz wohl denken kann, dass keine Gegenstände darin angetroffen werden« *).

Aber der Speculation und der Erfahrung scheint es gleich schwer zu fallen, sich bei dieser Ansicht zu beruhigen. Schon der nach-kantische Idealismus versucht es den Raum als eine nothwendige Bestimmung des Seins zu begreifen **). Vermittelnde Richtungen möchten ihm sowohl wie der Zeit neben der subjectiven Bedeutung als Anschauungsform eine objective Realität sichern ***). Daneben hat es auch nicht an Versuchen gefehlt, zu dem Standpunkte der unmittelbaren Erfahrung zurückzukehren, welche dem Raum unmittelbar objective Realität zuschreibt und die Raumanschauung nur für ein Bild des wirklichen Raumes ansieht. Diese Auffassung hat eine unerwartete Unterstützung von Seiten transscendenter mathematischer Speculationen erhalten. Indem man entdeckte, dass der Begriff des unserer Erfahrung gegebenen Raumes als specielle Form eines weit allgemeineren Begriffs denkbarer Ordnungen angesehen werden könne, glaubte man hieraus schliessen zu dürfen, dass der Raum unserer Anschauung nicht auf Gesetzen unserer geistigen Organisation, sondern auf den zufälligen Schranken beruhe, welche die Erfahrung unsern Vorstellungen ziehe. Nicht selten sind ausserdem im gleichen Sinne die Bemühungen der physiologischen Psychologie um die Nachweisung der empirischen Bedingungen der räumlichen Sinneswahrnehmungen verwerthet worden. Fast dürfte es daher als die vorherrschende Anschauung gegenwärtig bezeichnet werden, dass man an der empirischen Realität des Raumes festhält, ohne freilich meistens über die Schwierigkeiten sich Rechenschaft zu geben, welche einen Leibniz und Kant veranlassten, der unserer unmittelbaren Erfahrung so nahe liegenden Vorstellungsweise zu entsagen. Angesichts dieser Verwicklung, welche das Problem durch den Einfluss mathematischer und psychologischer Gesichtspunkte gewonnen, erscheint es geboten, von den letzteren auszugehen, um diejenigen Resultate, die der Erkenntnisstheorie ausserhalb ihres eigenen Gebietes entgegengebracht werden, von vornherein festzustellen.

a. Der mathematische Raumbegriff.

Ganz von der Frage absehend, wie die Raumanschauung entsteht, und welche reale Bedeutung ihr zukommt, kann man versuchen die wesent-

*) Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl. S. 38, 40.

**) Hegel, Naturphilosophie, Werke Bd. 7, S. 44 f.

***) Trendelenburg, logische Untersuchungen, 2. Aufl. Bd. I. S. 164.

lichen Eigenschaften dieser Anschauungsform festzustellen. In der That ist dies zunächst die wissenschaftliche Aufgabe der Geometrie, welche in ihren allgemeinen Definitionen und Axiomen den Raum so zu bestimmen sucht, dass alles Einzelne, was in ihm gegeben sein kann, allgemeingültigen Beziehungen unterworfen wird. Die Geometrie hat jedoch lange Zeit nur unvollkommen diese Aufgabe gelöst. Von practischen Bedürfnissen geleitet begnügte sie sich diejenigen Sätze zu entwickeln, deren sie zu ihren Constructionen und Beweisen bedurfte, ohne sich viel darum zu kümmern, ob ihre axiomatischen Sätze wirklich der allgemeinste und angemessenste Ausdruck für die Eigenschaften des Raumes seien. So sind in den Begriffsbestimmungen und Grundsätzen, welche Euklid seinen Elementen voranschickt, zwar alle fundamentalen Eigenschaften des Raumes enthalten, aber zersplittert in eine Menge einzelner, wenig zusammenhängender Sätze, die nicht sowohl selbst jene Eigenschaften angeben als vielmehr die einzelnen Folgen, die sich aus denselben ergeben. Diese überall auf die concrete Anschauung zurückgehende Beschaffenheit der Euklidischen Axiome hat sicherlich zu der Ansicht Kant's, dass der Raum Anschauung und nicht Begriff sei, mit beigetragen. Denn hierbei war für ihn der Umstand massgebend, dass die Geometrie die Eigenschaften des Raumes synthetisch bestimme, nicht analytisch aus einem zuvor festgestellten allgemeinen Begriff desselben entwickle.

Wenn es nun häufig als ein von der neueren Geometrie erreichtes Resultat bezeichnet worden ist, dass es derselben gelungen sei, einen allgemeineren Gattungsbegriff zu finden, unter welchem der Raum als besondere Species enthalten sei, und aus welchem man daher unter Einführung bestimmter Bedingungen die fundamentalen Eigenschaften des Raumes analytisch entwickeln könne*), so bedarf diese Auffassung mindestens insofern der Berichtigung, als es sich um ein Verhältniss von Gattung und Art im gewöhnlichen logischen Sinne hier überhaupt nicht handeln kann. Soll ein Gattungsbegriff gebildet werden, so müssen uns mehrere Arten neben einander gegeben sein, die gewisse gemeinsame Merkmale besitzen. In diesem Fall ist uns aber nur der eine Raum unserer Anschauung gegeben. Wenn sich Jemand thierische Wesen dächte, die sich nicht von kohlenstoffhaltigen Substanzen, sondern von reiner Kohle ernährten, so würde er gewiss nicht der Meinung sein damit einen allgemeineren Gattungsbegriff gefunden zu haben, der nun die wirklichen Thiere als eine Species umfasste. Es könnte möglicher Weise für das Verständniss der Ernährungsvorgänge von Vortheil sein, sich auszudenken, wie die Organisation solcher hypothetischer Wesen beschaffen sein müsste; gleichwohl würde es keinem Physiologen einfallen, in ihnen eine Species zu sehen, welche den unserer Beobachtung gegebenen wirklichen Thieren zu coordiniren wäre. Ein ganz ähnlicher Fall ist es, wenn wir uns einzelne Eigenschaften des unserer

*) B. Erdmann, die Axiome der Geometrie, S. 133. Leipzig 1877.

Anschauung gegebenen Raumes aufgehoben oder durch andere ersetzt denken. Nur darin ist ein Unterschied zu Ungunsten der an den Raum sich anlehnenden Begriffbildungen, dass wir uns von Organismen, die von Steinkohlen leben, möglicher Weise, nach Analogie der uns bekannten Dampfmaschinen, ein anschauliches Bild machen könnten, während wir dagegen von solchen Räumen, die verschieden von dem unsrigen wären, niemals eine wirkliche Vorstellung besitzen können.

Es ist nun allerdings von einigen Mathematikern anscheinend das Gegentheil behauptet worden, indem sie ausführten, dass wir uns auch Räume anderer Art, wie z. B. einen Raum, der bloss aus einer Ebene oder aus einer sphärischen oder pseudospärischen Oberfläche bestände, sinnlich vorstellen könnten*). Die der grösseren Anschaulichkeit zu Liebe eingeführte Fiction von Wesen, welche auf einer solchen Fläche leben, und, da sie selbst die räumlichen Eigenschaften derselben besitzen, nur geometrische Figuren sich vorstellen, die auf der betreffenden Fläche entworfen werden können, hat nicht wenig zur Unterstützung dieser Ansicht beigetragen. Dennoch ist eine solche Fiction geeignet, den wirklichen Vorgang, der bei der Aufstellung der Gesetze für die Geometrie irgend einer Oberfläche stattfindet, zu verhüllen. Wenn wir uns mit der Geometrie der Ebene beschäftigen, so ist unser räumliches Vorstellen kein anderes als bei der Geometrie des Raumes, wir lassen nur alle räumlichen Beziehungen ausserhalb der Ebene ausser Betracht; das ähnliche geschieht natürlich bei der Untersuchung der geometrischen Eigenschaften der sphärischen oder pseudosphärischen Oberfläche. Diejenigen Raumbeziehungen, von denen wir hierbei abstrahiren, befinden sich keineswegs ausserhalb unseres Vorstellens; im Gegentheil, wir bedürfen unserer vollständigen Raumanschauung, nicht nur für die Vorstellung irgend einer gekrümmten Oberfläche, sondern selbst für die Vorstellung einer Ebene oder einer Geraden, denn wir können uns die Ebene so wenig wie die Gerade anders vorstellen als im Raum: wir stellen uns beide nicht vor als selbständige Räume, sondern als Gebilde im Raum. Solche Räume aber, zu denen sich unser Anschauungsraum ebenso verhalten würde, wie sich zu diesem beliebige Gebilde in ihm, Oberflächen oder Linien verhalten, können wir uns nicht nur nicht vorstellen, sondern wir können auch nicht einmal durch Abstraction zu dem Begriff derselben gelangen. Vielmehr besteht das Verfahren, durch welches wir die Begriffe solcher transscendenten Räume bilden, in der Anwendung von Analogieschlüssen, welche wir auf die Fähigkeit gründen, die Eigenschaften einzelner Raumgebilde abstrahirend von bestimmten thatsächlichen Raumbeziehungen der letzeren untersuchen zu können. In der That tragen alle mathematischen Speculationen dieser Art den Charakter solcher Analogieen deutlich an sich: aus dem Verhältniss des Raumes zur Ebene schliesst man z. B. auf das Verhältniss des vier- zum dreimensio-

*) Helmholtz, populäre wissenschaftliche Vorträge. Heft III. S. 28 f.

nalen Raume. Derartige Analogieen können vollkommen exact sein und es daher gestatten, selbst mechanische Probleme in Bezug auf den vierdimensionalen Raum zu stellen und zu lösen*). Man darf aber bei diesen für die Erweiterung der mathematischen Begriffsgebiete wichtigen Speculationen doch die logische Grundlage der Begriffsbildungen niemals aus dem Auge verlieren, wenn nicht die Gefahr unerlaubter Anwendungen entstehen soll. Vielleicht wäre diese thatsächlich eingetretene Gefahr mehr vermieden worden, wenn man nach dem Vorschlage von F. Klein statt des Ausdruckes »Räume« nur den allgemeineren, zuerst von Riemann angewandten »Mannigfaltigkeiten« gebraucht hätte. Anderseits ist es freilich nicht zu vermeiden, dass sich hinter der »Mannigfaltigkeit von n Dimensionen« immer wieder der Begriff des Raumes verbirgt, da dieser der alleinige Ausgangspunkt aller jener anderen Begriffe gewesen ist. Zwar hat Riemann schon auf das System der Farben hingewiesen, welches eine Mannigfaltigkeit bildet, ohne ein Raum zu sein, und noch dazu die Eigenthümlichkeit einer qualitativen Verschiedenheit nach verschiedenen Richtungen darbietet, welche dem Raum nicht zukommt. Aber ohne den Raum würde niemals die Farbentafel Newton's und ohne diese niemals die Auffassung des Farbensystems als einer zweidimensionalen Mannigfaltigkeit entstanden sein. Selbst die unterscheidende Eigenschaft, dass das Farbencontinuum ungleichartig ist nach verschiedenen Richtungen, knüpft sich für uns an die Vorstellung von Gebilden im Raume, welchen eine solche Ungleichartigkeit zukommt: ein solches Gebilde im Raum ist eben die nach den qualitativen Beziehungen der Farben entworfene Farbentafel selber. Damit soll der Nutzen dieser geometrischen Versinnlichungen und der daran geknüpften mathematischen Speculationen nicht bestritten, sondern es soll nur darauf hingewiesen werden, dass es nicht, wie es nach manchen Darstellungen scheinen könnte, stetige mehrfach ausgedehnte Mannigfaltigkeiten ausserhalb des Raumes giebt, sondern dass in Wirklichkeit dieser die einzige ist, und dass die andern auf ihn zurückführen.

Die Vorstellung und das begriffliche Denken irgend eines geometrischen Gebildes oder einer Mannigfaltigkeit sind demnach durchaus von einander zu trennen. Vorstellbar ist uns nur der Raum unserer Anschauung. Jeder Raum, der von ihm abweicht, ist entweder Gegenstand einer begrifflichen Abstraction oder eines auf die begriffliche Abstraction gegründeten Analogieverfahrens, und in beiden Fällen decken sich die gebildeten Begriffe nicht mit unsern wirklichen Vorstellungen. So ist der Raum der ebenen Geometrie Product einer Abstraction. So gelangte man ferner, aufmerksam geworden auf die Unabhängigkeit des Parallelenaxioms von den übrigen Axiomen der Geometrie, durch die Abstraction von dem ersteren zur Geometrie der sogenannten pseudosphärischen Oberfläche. Alle diese Untersuchungen bewegen sich auf dem Gebiete der Abstraction und

*) Felix Klein, mathematische Annalen, Bd. IX. S. 478 f.

lehnen im Grunde an die schon längst in der Geometrie der Ebene oder in der sphärischen Trigonometrie geübten Verfahrungsweisen sich an. Einen wesentlich andern Charakter besitzen dagegen diejenigen Speculationen, die von der Zahl der Elemente, welche zur Bestimmung der Lage eines Punktes im Raume abhängig sind, ausgehen und mit Rücksicht hierauf den Raumbegriff zu erweitern suchen. Hier geht man davon aus, dass es unserm begrifflichen Denken keine Schwierigkeit bereitet willkürlich solche Systeme aufzustellen, bei welchen statt der drei Elemente, die der Raum zur Lagebestimmung eines Punktes verlangt, vier, fünf oder eine beliebige Anzahl erforderlich wäre. Diese n-fach ausgedehnte Mannigfaltigkeit Riemann's ist zunächst nur eine Umkehrung der durch Descartes eingeführten Uebertragung geometrischer Beziehungen in allgemeine Grössenfunctionen. Hier werden umgekehrt Grössenfunctionen in geometrische Beziehungen eines denkbaren Raumes umgewandelt. Dem Raumbegriff wird also eine Ausdehnung gegeben, durch welche er ebenso unbeschränkt wird wie der allgemeine Grössenbegriff; nur wird die Bestimmung getroffen, dass jedes Grössensymbol eine Raumgrösse bedeuten solle. Um dann aber den analytischen Operationen eine geometrische Deutung zu geben, wird es, sobald die Zahl der bestimmenden Elemente die für den wirklichen Raum erforderliche überschreitet, unerlässlich jenes oben bezeichnete Analogieverfahren in Anwendung zu bringen, indem man z. B. schliesst, unser Raum müsse sich zu einer ihm ähnlichen vierdimensionalen Mannigfaltigkeit ebenso verhalten wie die Ebene sich zu unserem Raum verhält. Es ist selbstverständlich, dass mathematische Speculationen dieser Art weder für uns selbst die Vorstellbarkeit eines vier- und mehrdimensionalen Raumes begründen können noch auch die Frage motiviren, ob Wesen möglich seien, die sich der Anschauung einer n-fachen Mannigfaltigkeit erfreuen. Diese Frage steht auf völlig gleicher Linie mit der in der älteren Ontologie mehrfach behandelten, ob die wirkliche Welt unter den möglichen Welten die beste sei oder nicht. Seit Kant steht Niemand an die letztere Frage mit dem Hinweis zu beantworten, dass die wirkliche Welt die einzige ist, die existirt, und dass über die Beschaffenheit derjenigen Welten, die nicht existiren, auch nichts ausgesagt werden kann.

Es hat nun freilich bei jener Erwägung einer vier- oder mehrdimensionalen Anschauung noch ein eigenthümliches Verhältniss mitgespielt, das in der scherzhaften Frage Fechner's, warum die Welt nur auf drei solle zählen können, seinen schlagendsten Ausdruck findet*). Diese Frage ist von manchen Seiten ernsthaft gemeint worden. Sie beruht aber auf einer unrichtigen Auffassung der logischen Bedeutung des Begriffs der Dimensionen. Die letzteren bezeichnen, wie oben schon angedeutet, lediglich die Zahl der Elemente, die zur Bestimmung der Lage eines Punktes im Raume erforderlich sind. So lange wir nicht geometrische Lagebestim-

*) Kleine Schriften von Dr. Mises, S. 262. Leipzig 1875.

mungen ausführen wollen, haben wir gar keinen Anlass von Dimensionen zu reden. Wenn wir zur Ausführung solcher Lagebestimmungen mit Vorliebe drei zu einander rechtwinkelige Coordinatenaxen wählen, so liegen dabei allerdings die uns psychologisch nächstliegenden Gegensätze des oben unten, rechts und links, vorn und hinten zu Grunde. Logisch aber haben diese Richtungen vor beliebigen andern im Raume gar nichts voraus. So kann denn auch die Geometrie nöthigenfalls andere Hülfsmittel zur Lagebestimmung anwenden. In der That ist dies in doppelter Weise geschehen. Zunächst kann man den Punkt als Raumelement beibehalten, sich aber zur Lagebestimmung nicht der geradlinigen Coordinaten sondern der Polarcoordinaten bedienen, wo zwar ebenfalls drei verschiedene Werthe zu jeder Lagebestimmung erforderlich sind, von denen aber nur noch eine die Bedeutung einer Richtung im Raum hat, während die beiden andern Winkel darstellen. Sodann aber lässt sich auch der Begriff des Raumelementes verändern. Es mag wiederum psychologisch das naheliegendste sein, als solches den Punkt zu betrachten, logisch sind wir hierzu nicht unbedingt genöthigt, da uns der Raum als ein Ganzes gegeben ist und wir ihn daher auch aus Geraden, aus Ebenen oder aus noch andern Raumgebilden können zusammengesetzt denken. Da nun z. B. die Gerade vier Grössen zu ihrer Lagebestimmung verlangt, so operirt eine Liniengeometrie, wie sie Plücker ausgeführt hat, nicht mit drei, sondern mit vier Dimensionen*). Wir dürfen also niemals vergessen, dass die drei Dimensionen lediglich Hülfsgrössen der geometrischen Untersuchung sind. Ebensogut wie man sich über diese Dreizahl verwundert, könnte man es als eine unbillige Beschränkung auffassen, dass es nicht beliebig viele Reihen der ganzen und reellen Zahlen giebt, oder dass die Zeit nicht mehrere Richtungen hat, oder dass es zu jedem Begriff immer nur einen einzigen contradictorischen Gegensatz giebt und nicht mehrere.

Wenn es demnach keinen Sinn hat, die Frage zu erwägen, ob eine Mannigfaltigkeit, der wir begriffliche Eigenschaften beilegen, die von denjenigen des Raumes in irgend welchen Beziehungen verschieden sind, irgendwo und irgendwann einmal unter uns unbekannten Bedingungen Gegenstand sinnlicher Anschauung werden könne, so ist es noch weniger zulässig aus der Möglichkeit jener theils auf Abstraction, theils auf Uebertragungen allgemeiner Grössenbeziehungen und Analogie gegründeten begrifflichen Constructionen zu schliessen, es werde sich jemals unsere wirkliche Raumanschauung auf diesem Wege vervollständigen lassen, oder sie habe etwa gar eine solche Vervollständigung bereits erfahren. Wenn unser Denken fähig ist, von bestimmten Eigenschaften des Wirklichen zu abstrahiren oder Merkmale, die bestimmten Begriffen entnommen sind, auf andere zu übertragen, wie also z. B. gewisse Merkmale der Zahlen auf den Raum,

*) Plücker, neue Geometrie des Raumes, gegründet auf die Betrachtung der geraden Linie als Raumelement. Leipzig 1868 und 1869.

so wohnt, wie sich von selbst versteht, derartigen Operationen nicht die geringste Kraft bei, an den wirklichen Gegenständen etwas zu ändern. Da aber im gegenwärtigen Fall dieses Wirkliche unsere Raumanschauung ist, welche unsere ganze Auffassung der Aussenwelt in sich begreift, so besteht die Unmöglichkeit der Veränderung durch unsere Begriffe hier eben darin, dass alle jene abweichenden Raumbegriffe an unsere Anschauung unvollziehbare Forderungen stellen. Die Meinung, welche die Vorstellung eines abweichend gestalteten Raumes für möglich hält, steht also nicht etwa auf gleicher Linie mit der Meinung, dass wir uns Menschen vorstellen können, die ihre Köpfe in der Hand statt auf den Schultern tragen, sondern mit der andern, dass unsere Fiction im Stande sei solche Menschen wirklich in's Dasein zu rufen.

Aus diesem Grunde ist nun aber auch die Ansicht unzulässig, als ob jemals astronomische oder physikalische Erfahrungen uns belehren könnten, dass für gewisse Theile des Weltalls das System unserer geometrischen Maassbestimmungen nicht mehr gelte. Eine derartige Voraussetzung liegt in der bereits von Lobatschewsky gemachten und seitdem mehrfach wiederholten Aeusserung, bis jetzt sei durch alle astronomischen Beobachtungen bestätigt worden, dass die Winkelsumme des Dreiecks zwei Rechten gleichkomme*). Hiebei stellt man sich offenbar vor, die Gerade sei ein Bestandtheil des objectiven Raumes, der darum, weil er unabhängig von uns existire, auch gelegentlich seine Eigenschaften verändern könne. Diese Vorstellung ist aber eine irrige. Die Gerade, durch welche wir die Entfernung zweier Punkte im Raum messen, ist eine von uns gezogene und daher nach unserer Raumanschauung sich richtende Constructionslinie. Wenn daher irgendwo das Licht nicht mehr in geradliniger Richtung sich fortpflanzen sollte, so würden wir dies, wie schon Lotze**) mit Recht bemerkt hat, immer nur als eine physikalische Thatsache, also als eine Abweichung, die sich in den Gesetzen der Lichtfortpflanzung ereignete, nimmermehr aber als eine geometrische Thatsache auffassen können. Ebenso würden wir, wenn Körper durch ihre Translocation im Raum ihre geometrische Beschaffenheit änderten, dies nach den Gesetzen unserer Raumanschauung immer nur auf eine Aenderung ihrer physikalischen Beschaffenheit beziehen können.

Nun hat man allerdings eine Aenderung der geometrischen Maasselemente allein in dem Sinne als möglich zugelassen, dass man voraussetzt, es könne entweder nach einem Fortschritt in's unmessbar Grosse oder, wie es Riemann andeutet, durch ein Zurückgehen auf das unmessbar Kleine schliesslich vielleicht eine der wesentlichen Eigenschaften des Rau-

*) Lobatschewsky, Crelle's Journal f. reine und angewandte Mathematik. Bd. XVII, 1837, S. 302.

**) Lotze, Metaphysik, S. 248.

mes sich verändern*). Würde z. B. der Satz, dass Parallelen sich niemals schneiden, im unmessbar Grossen seine Gültigkeit verlieren, so würde jede Gerade, die in dem uns zugänglichen Raume gezogen ist, etwa wie ein unendlich kleines Stück eines grössten Kreises auf einer Kugel betrachtet werden müssen. Das Unendlichgrosse hat aber, ebenso wie das Unendlichkleine, immer nur eine relative Bedeutung, d. h. eine Grösse kann immer nur im Verhältniss zu einer andern gegebenen Grösse unendlich genannt werden. Um die Bedeutung jener mathematischen Voraussetzung zu würdigen, müssen wir uns daher genau vergegenwärtigen, welches in diesem Fall die endlichen Grössen sind, die im Verhältniss zu jenen Parallelen, die sich schneiden, als verschwindend klein anzusehen wären. Die Antwort kann nicht zweifelhaft sein: als verschwindende Grösse würden wir hier jede überhaupt vorstellbare räumliche Entfernung zu betrachten haben. Denn wollte man annehmen, eine vorstellbare räumliche Entfernung verschwinde nicht gegen die vorausgesetzte Abweichung, so hiesse dies behaupten, man könne sich Parallellinien vorstellen, die sich schneiden, was ein offenbarer Widerspruch mit unserer Anschauung ist. Der Satz, Parallellinien könnten sich möglicher Weise im Unendlichen, d. h. in diesem Fall im Unvorstellbaren schneiden, ist also dem andern äquivalent, unser vorstellbarer Raum bilde möglicher Weise einen Theil eines andern unvorstellbaren Raumes. Wir haben zu diesem Ausspruch augenscheinlich ebenso viel Recht wie zu der Behauptung, unser dreidimensionaler Raum sei möglicher Weise ein Durchschnitt zweier vierdimensionaler Räume, oder unsere Sinnenwelt sei möglicher Weise das Schattenbild einer übersinnlichen Welt u. dergl. Alle diese Sätze und beliebige andere, die sich noch erfinden lassen, stehen sich an erkenntnisstheoretischem Werth vollkommen gleich. Sie lassen sämmtlich die Erkenntniss der wirklichen Dinge unberührt und tragen zu derselben ebenso wenig etwas bei, wie tausend eingebildete Thaler ein Vermögen von tausend wirklichen Thalern verdoppeln können.

Gleichwohl hat die verführerische Weise, mit der jene Construction imaginärer Räume, die in dem wirklichen vielleicht nur theilweise zur Geltung gelangten, zuweilen des Eindrucks selbst auf besonnene Denker nicht verfehlt. Verzichtet man auch auf den phantastischen Gedanken, dass möglicher Weise die wirklichen Raumvorstellungen durch die Ausdehnung physikalischer Beobachtungen neue Bereicherungen im Sinne der mathematischen Begriffsconstructionen erfahren könnten, so glaubt man doch in den letzteren einen Beweis für die empirische Entstehung der Raumanschauung zu finden. Man stützt sich dabei auf die beiden Sätze, dass 1) der Raum unserer Anschauung keine Denknothwendigkeit besitze, und dass 2) Räume von abweichenden geometrischen Eigenschaften für uns vorstellbar seien. Hieraus wird dann gefolgert, dass die räum-

*) Riemann, mathematische Werke, herausgeg. von H. Weber, S. 267.

liche Anschaungsform irgend welcher intelligenter Wesen nicht von a priori gegebenen Gesetzen ihres Bewusstseins, sondern von der Beschaffenheit ihres Wohnraumes abhängig sei *).

Was zunächst den ersten dieser Sätze betrifft, so beweist er nichts gegen die Apriorität der Raumanschauung. Eine Denknothwendigkeit hat auch Kant dem Raum nicht zugeschrieben; er hat ihn eben desshalb von den Begriffen, denen er eine Denknothwendigkeit beilegte, den Kategorieen, als die äussere Anschauungsform unterschieden. Der zweiten Behauptung liegt aber eine Verwechslung von vorstellbar und von denkbar zu Grunde. Begrifflich denkbar sind uns anders beschaffene Räume, weil wir im Begriff entweder von gewissen Bestandtheilen unserer Raumanschauung abstrahiren oder auch allgemeineren Gesetzen des Grössenbegriffs eine räumliche Bedeutung unterlegen können, aber vorstellbar sind uns solche Räume nimmermehr. Ebendesshalb können auch derartige Speculationen nichts für oder gegen die Apriorität des Raumes beweisen. Der verwegenste Nativismus würde nichts einwenden können gegen rein begriffliche Fictionen, die unsere wirkliche Raumanschauung völlig unangetastet lassen. Er würde sagen, jener »Wohnraum«, von welchem man unsere Anschauungsform abhängen lasse, sei eben nichts anderes als diese Anschauungsform selbst. Wiederum erinnern solche Argumentationen an die Auffassung der Wolff'schen Ontologie, nach welcher das Wirkliche vor allen Dingen möglich sein muss, worauf es dann von weiteren Bedingungen abhängt, ob das Mögliche wirklich wird. Das »complementum possibilitatis« ist in diesem Fall der so genannte Wohnraum, die Ordnung der Eindrücke, die wir von unserer Umgebung empfangen. Da das Wirkliche zuerst da ist, und da von ihm alle unsere begrifflichen Abstractionen über mögliche Anschauungsformen ausgehen, so ist es nicht nur ein hoffnungsloses Beginnen aus dem Möglichen das Wirkliche erklären zu wollen, sondern es wird auch niemals auf diesem Wege über den Ursprung des Wirklichen etwas ausgesagt werden können. In diesem Sinne muss also den betreffenden mathematischen Speculationen jede erkenntnisstheoretische Bedeutung abgesprochen werden. Die Frage nach dem Ursprung und nach der objectiven Bedeutung der Raumanschauung bleibt durch sie völlig unverändert **).

Gleichwohl beruht es auf einer nicht minder einseitigen Beurtheilung,

*) Helmholtz, populäre wissenschaftliche Vorträge, Heft III, S. 42.

**) Mit diesem Satze muss ich nicht nur den Schlussfolgerungen von Helmholtz sondern auch Hoffnungen entgegentreten, die andere philosophische und mathematische Autoren an die in Rede stehenden geometrischen Speculationen geknüpft haben. So B. Erdmann in seiner Schrift: die Axiome der Geometrie, eine philosophische Untersuchung der Riemann-Helmholtz'schen Raumtheorie, Leipzig 1877, und A. Harnack in seiner Besprechung dieses Werkes, Vierteljahrsschr. f. wiss. Phil. II. S. 119.

wenn man jenen analytischen Untersuchungen, wie es mehrfach geschehen ist, überhaupt jede erkenntnisstheoretische Bedeutung abspricht. Die Einseitigkeit verräth sich hier schon darin, dass man sich von einem solchen negirenden Standpunkte aus meistens veranlasst sieht denselben auch jeden mathematischen Werth abzusprechen und in ihnen nichts weiter als eine grossartige Verirrung der speculativen Mathematik zu erblicken *). In der That, wenn jene Ausführungen philosophisch völlig werthlos wären, so würde kaum abzusehen sein, wie ihnen noch ein mathematischer Werth zukommen könnte. Nichts desto weniger wird letzteres kaum Jemand behaupten, der die zufällig zusammengerafften Definitionen und Axiome der Euklidischen Geometrie mit der Ableitung der Raumgesetze vergleicht, welche die allgemeinere analytische Untersuchung an die Hand giebt. Der mathematische Vorzug der letzteren besteht darin, dass sie, von dem allgemeinen Grössenbegriff ausgehend, in einer exacten Definition feststellt, welche specielle Art von Grösse der Raum sei, in einer Definition, welche die Axiome und Postulate Euklid's als selbstverständliche Folgen in sich schliesst **). Eine so gewonnene allgemeine Definition des Raumes kann aber auch in erkenntnisstheoretischer Beziehung nicht gleichgültig sein, denn es ist philosophisch wie mathematisch von grosser Bedeutung zu wissen, wie sich die Begriffe Grösse und Raum zu einander verhalten. Schon Euklid hatte durch die Aufnahme der allgemeinen Grössenaxiome unter die geometrischen Grundsätze anerkannt, dass Raumtheile als Grössen anzusehen seien. Descartes hatte durch die Anwendung der algebraischen Verfahrungsweisen auf die Geometrie jener Erkenntniss eine weitere Anwendung gegeben. So ist denn die Aufstellung einer allgemeinen Definition des Raumes mit Hülfe des Grössenbegriffs nur der letzte nothwendige Schlussstein dieser ganzen Entwicklung.

Und hier legt nun allerdings die mathematische Untersuchung des Raumbegriffs eine Bresche in die philosophische Raumtheorie Kant's, wenn auch von einer ganz anderen Seite, als dies vielfach geglaubt wird. Dass der Raum eine Anschauung sei und kein Begriff, weder ein empirischer noch ein a priori gegebener, gilt für Kant als ein feststehender Satz. Er begründet ihn wesentlich damit, dass nicht viele Räume sondern nur Theile eines einzigen Raumes uns gegeben seien. Aber dieser Beweis stützt sich

*) Ausser Dühring, Tobias u. A. hat in neuester Zeit auch Lotze in seiner Metaphysik (Buch II Cap. II), wenn auch in gemässigterer Form, jenen negirenden Standpunkt eingenommen.

**) Wegen dieses nothwendigen Zusammenhangs der geometrischen Axiome mit der begrifflichen Definition des Raumes scheint mir die von Helmholtz neuerdings (die Thatsachen in der Wahrnehmung, Berlin 1879) aufgestellte Ansicht, wonach zwar die Raumanschauung »transscendental«, die Axiome aber empirisch sein sollen, in sich widersprechend zu sein. Vergl. über das Verhältniss der Raumdefinition zu den Axiomen unten Abschn. VI. Cap. I, 2.

auf jenes logische Vorurtheil, welches auf die Gattungs- und Artbegriffe alle Begriffe einschränken möchte. Nun haben wir freilich gesehen, dass man sich nicht schmeicheln darf in dem Raum von n Dimensionen den Gattungsbegriff gefunden zu haben, unter welchem unser Raum als eine Species neben andern enthalten wäre (S. 440). Aber wir haben auch früher erfahren, dass nicht in der Einordnung in eine Stufenleiter von Gattungen, sondern in den allgemeinen Beziehungen zu andern Begriffen das Wesen des Begriffs besteht. (Abschn. II. Cap. 1.) Diese Beziehungen fehlen dem Raume so wenig, dass, wie eben die analytische Untersuchung der für die Geometrie erforderlichen Voraussetzungen gezeigt hat, eine vollständige Definition des Raumes vermittelst seiner Beziehungen zu andern Begriffen sich geben lässt. Die Beziehung zum Begriff der Grösse erkennt auch Kant an, indem er sagt: »der Raum wird als eine unendliche gegebene Grösse vorgestellt«*). Das Wort vorgestellt ist freilich ungenau. Der Raum wird als Grösse nicht vorgestellt sondern gedacht, weil die Grösse ein abstracter Begriff ist, der als solcher nicht vorgestellt werden kann; noch weniger kann eine unendliche Grösse jemals vorgestellt werden. Vorgestellt wird aber auch nicht der Raum, sondern immer nur das Räumliche. Wenn Kant sagt: »man kann sich niemals eine Vorstellung davon machen, dass kein Raum sei, ob man sich gleich ganz wohl denken kann, dass keine Gegenstände darin angetroffen werden«, so ist dieser Satz nur richtig, wenn man unter dem denken das begriffliche Denken verstehen will. Denn vorstellen kann man sich ebenso wenig einen Raum ohne Gegenstände wie eine Zeit ohne Vorstellungen. Sogar wenn wir uns mit der Phantasie in einen leeren Raum versetzt denken, so stellen wir uns das Leere selbst als einen Gegenstand vor, der überall unser Gesichtsfeld ausfüllt, und dem wir irgend eine Lichtbeschaffenheit, hell oder dunkel, beilegen. Nicht minder stellen wir uns den Raum zwischen den Körpern nicht leer vor, sondern er ist für uns erfüllt mit Empfindungseindrücken, die wir nach aussen verlegen, und die in diesem Sinne also eine gegenständliche Bedeutung für uns besitzen. Man darf hier durch die Zweideutigkeit des Wortes leer sich nicht täuschen lassen. Im gewöhnlichen Leben nennen wir leer, was nicht von Körpern erfüllt ist. Nun haben uns aber erst mannigfache Erfahrungen veranlasst, gewissen abgegrenzten Bildern unseres Gesichts- und Tastraumes die Bedeutung von Körpern beizulegen. Zwischen diesen Bildern liegen Empfindungen, die wir ebenfalls objectiviren, indem wir sie als Zwischenräume zwischen den Körpern auffassen. So vollzieht sich die Unterscheidung dessen, was das gewöhnliche Leben die Gegenstände und den leeren Raum nennt, als eine Unterscheidung innerhalb der ursprünglich gegebenen gegenständlichen Welt. Philosophisch gesprochen sind aber jene leeren Zwischenräume ebenso ein Gegenständliches wie die Körper selber. Die Vorstellung eines

*) Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl., S. 39, 40.

leeren Raumes im philosophischen Sinne, d. h. eines Raumes ohne alle Vorstellungsobjecte, würde darum ein Hinwegfallen aller jener Empfindungen erfordern, welche wir räumlich objectiviren. Einen Raum ohne Empfindungen können wir uns aber nicht vorstellen. Wir können höchstens wegen des möglichen Wechsels der extensiv geordneten Empfindungen den Raum als unabhängig auffassen von seinem jedesmaligen Inhalt, und dies geschieht, wenn wir den philosophischen Begriff des leeren Raumes oder der reinen Anschauung bilden. Auch die reine Raumanschauung ist also keine Vorstellung, sondern ein Begriff, welcher mit dem Begriff der Zeit die Eigenschaft theilt, dass er vollkommen abstract ist und doch stets in unserem Bewusstsein durch einen concreten Rauminhalt, nicht durch ein abstractes Begriffssymbol, vertreten wird. Ueber die Frage, ob der Raum a priori in uns liegt oder empirisch entsteht, ist auch damit noch nicht das geringste ausgesagt. Nur dies steht fest, dass, wenn die reine Raumanschauung keine Anschauung sondern ein Begriff ist, die Meinung, wir könnten jemals räumliche Vorstellungen vollziehen ohne irgend einen Empfindungsinhalt, unbedingt ausgeschlossen wird, eine Meinung, die übrigens auch Kant nicht getheilt hat.

Nur weil er ein Begriff ist, kann der Raum definirt werden. Eine Anschauung, die keine begrifflichen Elemente enthält, würde sich jeder Definition widersetzen. Aus der Definition des Raumes wird aber nicht nur alles ferngehalten werden müssen, was bloss eine tautologische Umschreibung des Wortes Raum ist, sondern auch alles, was nicht wesentlich in seinen Begriff gehört, wie z. B. das Verhalten der Körper im Raum u. dergl. In beiden Beziehungen bedürfen die besonders von Riemann und Helmholtz aufgestellten mathematischen Definitionen einer philosophischen Berichtigung. Wenn Helmholtz definirt: »der Raum von n Dimensionen ist eine n-fach ausgedehnte Mannigfaltigkeit«, so ist dies eine Tautologie. Wenn ferner das Verhalten fester Körper im Raum zur Definition bestimmter Eigenschaften desselben benutzt wird, so ist dies mindestens ein ungeeigneter Ausdruck. Denn wenn man auch die Ansicht, dass physikalische Vorstellungen auf die Entwicklung der geometrischen Anschauungen von Einfluss gewesen sind, mit guten Gründen vertheidigen kann, so hat doch die Geometrie als die abstracte Wissenschaft der Raumgesetze von denjenigen Erscheinungen, welche aus der physikalischen Constitution der Körper hervorgehen, ebenso abzusehen wie von der Qualität der Empfindungen, welche wir räumlich ordnen. Der Satz, dass es absolut feste Körper giebt, kann in der That eine physikalische Voraussetzung schon um desswillen nicht sein, weil er physikalisch unrichtig ist. Hat dieser Ausdruck aber nur den geometrischen Sinn, dass wir uns einen beliebigen abgegrenzten Theil des Raumes irgendwie translocirt denken können, ohne dass derselbe in Folge dieses Lagewechsels seine räumlichen Eigenschaften verändert, so werden wir einen solchen abgegrenzten Theil zweckmässiger als ein Raumgebilde bezeichnen. Ueberhaupt werden

wir es als eine logische Forderung aussprechen müssen, dass in einer Definition des Raumes keine Begriffe vorkommen dürfen, die in irgend einer Weise den Raum schon voraussetzen, d. h. es werden nur solche Begriffe brauchbar sein, die ausser für den Raum auch für andere von ihm unabhängige Fundamentalformen des Erkennens erforderlich sind. Hierher gehören: 1) die Grösse, 2) die Richtung, 3) die Stetigkeit, 4) die Veränderung und 5) die Zahl. Bei den vier ersten ist ohne weiteres klar, dass sie auf Raum, Zeit, Zahl, Empfindungsintensität in gleicher Weise anwendbar sind. Was aber die Zahl betrifft, so dient sie zur Messung aller Grössen, schliesst also ebenfalls noch nichts Räumliches ein. Die allgemeine Definition des Raumes mit Einschluss der fundamentalen geometrischen Begriffe des Punktes, der Lage, der Geraden und des Raumgebildes lässt sich hiernach in die folgenden vier Sätze zusammenfassen:

»1) Der Raum ist eine stetige und unbegrenzte Grösse, in welcher das Einzelne, welches nicht in weitere Bestandtheile zerlegt werden kann, durch drei unabhängig von einander veränderliche Richtungen bestimmt wird. Das unzerlegbare Einzelne im Raum heisst Punkt. Die Bestimmung irgend eines Einzelnen im Raum durch die drei unabhängigen Richtungen heisst Lage. 2) Jeder beliebige Theil des Raumes kann vom übrigen Raum abgesondert gedacht werden. Ein solcher abgetrennter Theil des Raumes (ein zusammengesetztes Einzelnes) heisst ein Raumgebilde. 3) Jedes Raumgebilde kann in veränderter Lage gedacht werden, ohne dass dadurch das wechselseitige Lagerverhältniss beliebig in ihm angenommener Punkte verändert wird. Diese Eigenschaft des Raumes heisst Congruenz. 4) Zu jeder Richtung im Raum existirt eine entgegengesetzte Richtung von übereinstimmender Lage, und die Lage zweier zusammengehöriger entgegengesetzter Richtungen heisst eine Gerade*)«.

Der wesentlichste Inhalt dieser Begriffsbestimmungen lässt sich in den Satz vereinigen: der Raum ist eine stetige, in sich congruente unendliche Grösse, in welcher das unzerlegbare Einzelne durch drei Richtungen bestimmt wird. Die Möglichkeit den Raum in dieser Weise vollständig durch allgemeinere Begriffe zu definiren beweist

*) Bei dieser Definition der Geraden wird die Richtung als der allgemeinere Begriff vorausgesetzt, da dieselbe, ebenso wie auf den Raum, auch auf Zeit, Zahl, Quale und Stärke der Empfindung bezogen werden kann. Ich glaube nicht, dass man, wie von Helmholtz geschieht, argumentiren darf, die Richtung sei desshalb ein speciellerer Begriff als die gerade Linie, weil es in jeder Geraden zwei entgegengesetzte Richtungen gebe. (Helmholtz, die Thatsachen der Wahrnehmung, S. 53. Berlin 1879.) Vielmehr ist es eine specielle Eigenschaft des Raumes, wodurch er sich namentlich von der Zeit und der Zahl unterscheidet, dass in ihm stets zwei entgegengesetzte Richtungen sich decken. Zur Definition der Geraden ist daher der Begriff der Richtung und der Lage erforderlich. Vergl. übrigens zu der obigen Definition die aus derselben entwickelten Axiome in Abschn. VI. Cap. I.

unzweideutig, dass derselbe nicht bloss angeschaut, sondern auch begrifflich gedacht werden kann. Da nun aber weiterhin der Raum als solcher, insofern wir ihn unabhängig denken von einzelnen räumlichen Vorstellungen, nur in dieser begrifflichen Form gedacht werden kann, so ist die reine Anschauung, welche den Gegenstand der Geometrie bildet, in Wahrheit keine Anschauung, sondern ein Begriff, bei welchem wir von den besonderen Eigenschaften der Sinnesvorstellungen, die nicht allen Raumobjecten gemeinsam sind, abstrahiren. Ueber die Motive für die Entstehung dieses Begriffs werden aber nicht die Gesetze der Geometrie sondern allein die psychologischen Bedingungen, welche die einzelnen räumlichen Vorstellungen bestimmen, uns Aufschluss geben können.

b. Der Ursprung der Raumanschauung.

Die Frage, ob die Raumanschauung ein ursprüngliches Besitzthum unseres Bewusstseins oder ein erworbenes sei, hat Kant im ersteren Sinne entschieden, indem er sie als eine Anschauungsform a priori bezeichnete. Seine beiden Hauptbeweise bestehen darin, dass 1) die äussere Erfahrung selbst schon die Raumvorstellung voraussetze, diese letztere also nicht durch Erfahrung entstanden sein könne, und dass 2) die geometrischen Gesetze einen apodiktischen Charakter besitzen, während mit Erfahrungsurtheilen niemals ein Bewusstsein von Nothwendigkeit verbunden werde.

Diese beiden Beweisgründe können wir jedoch nicht als entscheidend anerkennen. Denn der erste schliesst eine Entwicklung der Erfahrung samt ihrer räumlichen Form nicht aus. Um z. B. bestimmte Lichteindrücke nach aussen zu verlegen, müssen wir freilich schon räumliche Vorstellungen besitzen, aber dass wir die Eindrücke nach aussen verlegen und räumlich ordnen, dies könnte immerhin durch ein Zusammenwirken äusserer Einflüsse und der natürlichen Anlagen unseres Bewusstseins, also durch eine psychologische Entwicklung veranlasst sein. Noch weniger kann der zweite Beweis als triftig gelten, denn dem Satz, dass Erfahrungsurtheile niemals einen apodiktischen Charakter besitzen können, fehlt die Begründung. Wir bemerken im Gegentheil, dass wir Erfahrungen für um so unumstösslicher halten, je häufiger sie eingetroffen sind. Wenn es daher ausnahmslose Erfahrungen giebt, so werden wir solche auch für nothwendig halten müssen. Nun könnten die Raumvorstellungen nur zu den ausnahmslosen Erfahrungen gehören. Sie müssten als die unabänderlichen Bestandtheile einer jeden äusseren Erfahrung betrachtet werden. Eigenschaften der Dinge oder unserer Vorstellungen, die wir niemals erfahren haben, können wir uns aber auch nicht vorstellen. In der ausnahmslosen empirischen Gültigkeit der geometrischen Sätze liegt also ein zureichender Grund ihrer Nothwendigkeit.

Die Frage nach dem Ursprung der Raumanschauung gehört hiernach

zunächst vor das Forum der Psychologie. Sie ist erst in neuerer Zeit vor dasselbe gebracht worden, da sie eine Analyse der Vorstellungsbildung voraussetzt, wie sie mit den früheren Hülfsmitteln der psychologischen Forschung nicht zu leisten war. Freilich haben erkenntnisstheoretische und namentlich metaphysische Vorurtheile darum nicht aufgehört massgebend zu sein, und sie haben vielleicht häufiger die psychologische Untersuchung gelenkt, als dieser ein unabhängiger Einfluss auf die Entscheidung der erkenntnisstheoretischen Frage eingeräumt wurde. Aus diesen Wechselwirkungen sind die Gegensätze nativistischer und genetischer Theorieen hervorgegangen, die wieder mannigfache Abstufungen zeigen, deren Besprechung uns hier fernliegt. Nur die entscheidenden Motive, die bei denselben wirksam gewesen sind und dadurch auch die allgemeinere Behandlung des Raumproblemes bestimmt haben, bedürfen der Erwähnung.

Der Nativismus ist in zwei Gestalten aufgetreten, die, obgleich sie auf entgegengesetzten metaphysischen Grundlagen ruhen, doch nicht immer deutlich sich sondern: wir wollen sie als die des physiologischen und des psychologischen Nativismus unterscheiden. Der erstere sieht in den physiologischen Anlagen der Sinnesorgane den zureichenden Grund für die Bildung räumlicher Vorstellungen. Weil das Netzhautbild räumlich ist, und etwa noch weil Stäbchen und Zapfen der Netzhaut als eine räumliche Mosaik geordnet sind, desshalb empfinden wir auch die Lichtreize räumlich. Seit J. Müller, der übrigens gleichzeitig von Kantischer Philosophie etwas beeinflusst war, sind derartige Anschauungen nicht ganz unter den Physiologen verschwunden. Die entgegengesetzte, psychologische Form des Nativismus betrachtet in engerem Anschlusse an Kant den Raum als eine der Seele ursprünglich innewohnende oder von ihr aus Anlass der Sinnesreize angewandte Anschauungsform. Da von diesem Standpunkte aus zugegeben wird, dass die Seele von den Sinnesorganen und der räumlichen Ordnung der Eindrücke in denselben nichts weiss, so hat dieser psychologische Nativismus die Frage zu beantworten, durch welche physiologischen, in der Beschaffenheit bestimmter Eindrücke gelegenen Bedingungen die Seele veranlasst werden könne die ihr angeborene Function räumlicher Anschauung auszuüben und auf gegebene Empfindungen anzuwenden. Es ist Lotze, der von diesem Gesichtspunkte ausgehend den Begriff des Localzeichens aufgestellt hat, indem er unter dem Localzeichen eben die einer einzelnen Empfindung anhaftende Beschaffenheit versteht, durch welche die Seele zu ihrer raumsetzenden Thätigkeit angeregt werde*).

*) Ich muss hier bekennen, dass ich früher (was übrigens auch Andern begegnet zu sein scheint) Lotze's Ansicht irrig aufgefasst habe, indem ich dieselbe zu den genetischen Theorieen rechnete (Physiol. Psychol. S. 498). Nach seinen neueren Auseinandersetzungen in der Metaphysik (Buch II. Cap. I) und in der revue philosophique (Octobre 1877) ist es mir nicht mehr zweifelhaft,

Auch die genetischen Theorieen sind in zwei verschiedenen Gestalten aufgetreten. Die eine derselben, die empiristische, betrachtet die Raumanschauung als ein Product der Erfahrung. Nun besteht die Erfahrung überall darin, dass unser Denken die Objecte der sinnlichen Wahrnehmung in bestimmte Verbindungen ordnet. Eine solche Ordnung setzt aber, wie wir schon gesehen haben, die Annahme eines ursächlichen Zusammenhangs der Dinge voraus*). Demgemäss sieht sich denn auch die empiristische Theorie genöthigt anzunehmen, dass die Ordnung der Sinnesempfindungen in räumliche Formen auf einer Anwendung des a priori in uns liegenden Causalbegriffs beruhe. Aelteren Gestaltungen der empiristischen Theorie, wie z. B. den Ausführungen Berkeley's in seiner »theory of vision«, liegt diese Voraussetzung stillschweigend zu Grunde; Schopenhauer und Helmholtz haben dieselbe erst ausdrücklich zur Geltung gebracht, dadurch aber zugleich auch die ungeheuren Schwierigkeiten der empiristischen Theorie blossgelegt. In der That ist es schon ein seltsamer Widerspruch, dass dieselbe nur durch die Verbindung mit einem weitgehenden Apriorismus der Begriffe durchführbar wird. Zur räumlichen Ordnung der Empfindungen sollen wir der Erfahrung bedürfen, aber die Ordnung der Vorstellungen in einen causalen Zusammenhang soll ohne jede vorausgehende Erfahrung vollzogen werden. Dieser Widerspruch, dass man zur Erklärung der ursprünglichsten Vorstellungen Begriffe anwendet, die selbst eine complicirte psychologische Entwicklung voraussetzen, kommt auch bei der näheren Durchführung der Theorie fortwährend zum Vorschein. Schopenhauer sowohl wie Helmholtz bezeichnen die Objectivirung der Vorstellungen als eine unmittelbare Anwendung des Causalprincips, weil dabei ein äusseres Object als die Ursache unserer Empfindungen angenommen werde. Hier wird aber in die sinnliche Wahrnehmung etwas gelegt, was erst die Reflexion des Physiologen und des Psychologen zu derselben hinzubringt. Das natürliche Bewusstsein unterscheidet nicht zwischen seinen Vorstellungen und den Dingen, und es kann darum auch nicht die Vorstellungen als Wirkungen von ihnen verschiedener äusserer Objecte ansehen. Vielmehr nennt es unmittelbar seine Vorstellungen selbst Gegenstände, und die Unterscheidung der letzteren gründet sich auf ihre räumlichen Merkmale. Jene Auffassung, welche die Vorstellung als

dass Lotze einen psychologischen Apriorismus vertritt, der insofern zugleich Nativismus ist, als er eine psychologische Entwicklung der Raumanschaung nicht für möglich oder erweisbar hält. Denn die Einwirkung der Sinnesreize, die allerdings vorausgesetzt ist, wird man für eine psychologische Entwicklung nicht halten können. In Folge der metaphysischen Annahme der absoluten Unräumlichkeit der Seele bedarf dann aber Lotze der Localzeichen als einer nothwendigen physiologischen Hülfshypothese. Diese letztere war unnöthig auf dem Standpunkte J. Müller's, welcher voraussetzte, dass die psychischen Functionen über das ganze Centralorgan verbreitet seien.

*) Vergl. oben Cap. II. S. 427.

eine subjective Wirkung der Objecte ansieht, gehört offenbar einer weit späteren Stufe psychischer Ausbildung an, und sie ist grossentheils sogar erst das Erzeugniss wissenschaftlicher Reflexion. Bei Schopenhauer tritt dieser Widerspruch weniger offen zu Tage, weil er die allgemeine Anschauungsform des Raumes als ursprünglich gegeben ansieht und nun erst die specielle Localisation der Eindrücke aus der Anwendung der Causalfunction hervorgehen lässt. Ist es auch seltsam, wenn er z. B. das Aufrechtsehen der Gegenstände damit erklären will, dass der Verstand bei dem Zurückgehen von der Wirkung auf die Ursache die Richtung verfolge, »welche die Empfindung der Lichtstrahlen mit sich bringt« *), so sind doch bei den neueren Gestaltungen der empiristischen Theorie die Schwierigkeiten noch grösser, weil man überhaupt keine angeborenen Raumanschauungen voraussetzt. Hier kommt es dann leicht, dass das Problem zurückverlegt statt gelöst wird, wie dies z. B. von Helmholtz geschieht, indem er die Gesichtsvorstellungen mittelst Analogieschlüssen aus den Tastvorstellungen hervorgehen lässt. Abgesehen davon dass diese Reihenfolge beim Menschen äusserst unwahrscheinlich ist, weil bei unsern Kindern unverkennbar die Augen weit früher Gegenstände fixirend verfolgen, als die Tastbewegungen der Hände beginnen, würde sich dabei nur die Frage erneuern, auf welchem Wege der Tastsinn zur räumlichen Ordnung seiner Eindrücke gelangt ist.

Diese Schwierigkeiten sucht nun die zweite Gestaltung der genetischen Theorie zu vermeiden, die ich hier der Kürze wegen die präempiristische nennen will. Sie steht insofern zwischen der nativistischen und empiristischen in der Mitte, als sie die Raumanschauung für keine angeborene Energie der Seele ansieht, anderseits aber dieselbe denjenigen Vorgängen, welche wir unter dem Begriff der Erfahrung zusammenfassen, vorangehen lässt. Alle Erfahrung bezieht sich auf die Unterscheidung der Dinge, ihrer Eigenschaften und Zustände, auf die Verhältnisse der Abhängigkeit und Wechselbestimmung, in denen sich die Dinge von einander befinden. Der Bildung und Anwendung dieser Erfahrungsbegriffe muss aber nothwendig die allgemeine räumliche Ordnung der Empfindungen vorangehen. Zeit und Raum als die nothwendigen Bedingungen der Erfahrung können eben darum nicht selbst aus der Erfahrung stammen. Aber es ist nicht erlaubt, hieraus zu schliessen, wie es der Nativismus thut, dass Zeit und Raum angeborene Formen des Vorstellens seien. Zwischen der angeborenen Form und der empirischen Vorstellung giebt es ein Mittleres: die Entstehung eines psychischen Productes durch die Verwirklichung ursprünglicher Bedingungen der physischen und geistigen Organisation. Von der empirischen Entwicklung unterscheidet sich eine derartige Entstehung wesentlich dadurch, dass es bei ihr nur auf innere Bedingungen der Vorstellungsbildung ankommt, denen gegenüber die äusseren Eindrücke nur die Be-

*) Schopenhauer, über das Sehen und die Farben, 3. Aufl. S. 11.

deutung von Gelegenheitsursachen besitzen. Damit hängt zugleich der weitere Unterschied zusammen, dass, während bei der Ordnung der Erfahrung überall die logischen Denkgesetze und aus logischer Reflexion hervorgegangene Begriffe zur Anwendung kommen, jene präempirischen Vorstellungsbildungen durchaus nur den Gesetzen associativer Synthese unterworfen sind, die man höchstens mittelst gewaltsamer Umdeutung und in gänzlich hypothetischer Weise auf eine Art unbewussten logischen Denkens zurückzuführen vermag. Ohne Schwierigkeit lässt sich diese Ansicht einer präempirischen Entstehung der Raumvorstellung als eine Fortbildung der Kantischen Raumtheorie ansehen. Auch Kant war nicht der Meinung, dass wir uns den Raum vorstellen, ohne durch äussere Eindrücke erregt zu sein. Aber während er keinerlei psychologische Processe für nöthig hielt, um über die räumliche Ordnung der Sinneseindrücke Rechenschaft zu geben und, wie wir hinzufügen können, auch keinen unmittelbaren Anlass hatte, solche Processe anzunehmen, erwächst für uns die Aufgabe, jene Function des Bewusstseins, welche sich in der Raumanschauung bethätigt, näher zu zergliedern. Freilich wird aber dies wieder nur mittelst der empirischen Data geschehen können, welche uns die Psychologie an die Hand giebt. Denn wenn wir der Raumvorstellung eine psychologische Genese zuschreiben, welche zunächst von den Functionen unseres Bewusstseins abhängt, so ist dieselbe damit zwar von der äusseren Erfahrung unabhängig gemacht; da aber jene Functionen des Bewusstseins uns nur empirisch gegeben sind, und ebenso die Einrichtungen unserer Sinnesapparate, welche das Bewusstsein zu seinen Functionen veranlassen, uns nur aus der Erfahrung bekannt sein können, so kann eine derartige Raumtheorie nicht der empirischen Momente entbehren. Doch diese Momente der innern und äussern Erfahrung sind dem Bewusstsein selbst nicht als Erfahrungen, sondern in der Form innerer Bestimmungen gegeben, welche die Function der Raumanschauung in ihm erregen, ohne dass es sich dabei der Motive, denen es folgt, bewusst wird. Dagegen halten wir es für ein verfehltes Beginnen, wenn man dieser psychologischen Reconstruction der Raumanschauung eine logische Deduction des Raumes substituiren will, welche die Denknothwendigkeit desselben zu beweisen sucht*). Diese Argumentation beruht auf einer Umkehrung der thatsächlichen Verhältnisse. Denknothwendig ist für uns das in aller Anschauung gegebene. Sucht man daher aus logischen Gesetzen die Formen der Anschauung abzuleiten, so gleicht dies einer Ableitung der Prämissen eines Schlusses aus der Folge, denn die logischen Gesetze selbst gründen sich auf die Anschauungsformen. Darum widerfährt es auch jenen De-

*) O. Schmitz-Dumont, die mathematischen Elemente der Erkenntnisstheorie, S. 89 f. Vergl. hierüber die, wie mir scheint, zutreffenden Bemerkungen von A. Riehl, der philosophische Kriticismus, II. S. 167 f.

ductionen durchweg, dass sie das Abzuleitende schon in die Voraussetzungen mit aufnehmen.

Das Verdienst, die Nothwendigkeit einer psychologischen Raumconstruction, welche der Erfahrung vorausgeht, deutlich erkannt zu haben, gebührt Herbart. Die Raumanschauung ist ihm eine specielle Form der Reihenbildung, welche in der Bewegungsfähigkeit der Tastorgane und des Auges ihre äussere Bedingung hat, zunächst aber nur aus den Gesetzen des Vorstellungsverlaufes hervorgeht. Die eigenthümliche Gestaltung der Herbart-schen Theorie ist aber von metaphysischen Ansichten bestimmt, denen man eine zwingende Geltung nicht wird einräumen können. Dass die Seele ursprünglich nicht räumlich empfinden könne, gilt ihm als eine nothwendige Folgerung aus dem einfachen Wesen derselben. Sein Bemühen ist daher lediglich darauf gerichtet, äussere Bedingungen aufzufinden, die als zureichende Motive zu einer Reihenbildung, welche dem Raume gleicht, gelten könnten. Er findet diese Motive gegeben in den Bewegungen der Sinnesorgane. Indem diese Bewegungen in hin- und hergehender Richtung erfolgen, sollen die entsprechenden Vorstellungsreihen die Ordnung des Nebeneinander hervorbringen*). Hier setzt sich nun die Theorie mit der Erfahrung in Widerspruch: einerseits giebt es hin- und herlaufende Vorstellungsreihen, welche die Raumvorstellung nicht erwecken, anderseits vollzieht auch das ruhende Auge räumliche Vorstellungen.

Auf dem Standpunkt erkenntnisstheoretischer Untersuchung wird man es aber überhaupt für bedenklich ansehen müssen, wenn eine Theorie der Raumanschauung einzig und allein auf eine metaphysische Hypothese über das Wesen der Seele sich stützt. Wenn thatsächlich gewisse Empfindungen räumlich geordnet würden, ohne dass man in der Beschaffenheit dieser Ordnung Zeugnisse für eine psychologische Entwicklung derselben aus unräumlichen Empfindungen vorfände, so würde gegen einen derartigen Thatbestand nichts einzuwenden sein. Nun bietet aber namentlich beim Auge die räumliche Wahrnehmung gewisse constante Eigenschaften dar, welche beweisen, dass niemals einer einzelnen Empfindungsart für sich isolirt eine räumliche Form zukommt, sondern dass überall, wo wir räumliche Vorstellungen vollziehen, verschiedenartige Empfindungscomplexe zusammenwirken müssen. Geht man von der nächstliegenden Voraussetzung aus, die Lichtempfindungen besässen für sich allein die extensive Beschaffenheit, so scheitert dieselbe an dem Einfluss der Bewegungen auf das Sehen, der sich in zahlreichen normalen Täuschungen des Augenmaasses deutlich zu erkennen giebt. Geht man zu der andern Annahme über, die Bewegungen, bezw. die Empfindungen, welche dieselben begleiten, seien allein von extensiver Beschaffenheit, so enthält dieselbe zunächst eine unberechtigte Hypothese, insofern uns die Erscheinungen zwar nöthigen, den Empfindungen der Be-

*) Herbart, Psychologie als Wissenschaft, I. (Werke Bd. V.) S. 488 f.

wegung einen Einfluss anzuweisen, uns aber kein Recht dazu geben, die Netzhautempfindungen für gleichgültig anzusehen, da es keine räumliche Gesichtsvorstellung giebt ohne Netzhautempfindungen. Wollen wir darum strenge ausdrücken, was uns thatsächlich gegeben ist, so können wir nur den Verbindungen der Netzhaut- und der Bewegungsempfindungen die extensive Beschaffenheit zuschreiben. Nun lehrt uns weiterhin die Erfahrung, dass sich die Einflüsse der Bewegung fixiren, so dass auch das ruhende Auge bei seiner Abmessung der Entfernungen von den Gesetzen der Bewegung bestimmt ist. Dies wird nicht nur begreiflich sondern selbstverständlich, sobald wir das Gesetz der Reproduction nach Coexistenz auf die einander begleitenden Netzhaut- und Bewegungsempfindungen anwenden. Die Nothwendigkeit einer Herbeiziehung der Reproductionsgesetze weist aber auf einen psychologischen Process hin, welcher zwischen der Coexistenz der Empfindungen und ihrer räumlichen Auffassung gelegen ist, und ausserdem fordert die Anwendung der Reproductionsgesetze die Voraussetzung, dass jeder räumlich unterscheidbare Netzhautpunkt in jedem Auge durch eine nur ihm eigenthümliche Beschaffenheit der Empfindung, eine locale Färbung, ausgezeichnet sei.

So gelangen wir zu derjenigen Theorie der Raumanschauung, welche ich, zur Unterscheidung von andern ähnlichen Hypothesen von mehr nativistischer oder empiristischer Richtung, die Theorie der complexen Localzeichen nennen will. Sie setzt zwei Systeme von Localzeichen voraus, deren Beziehungen beim Auge in der folgenden Weise zu denken sind. Das erste System, die festen Localzeichen der Netzhaut, bildet in jedem Auge ein Continuum von zwei Dimensionen. Von dem zweiten System, das an die Bewegung gebunden ist und daher bei ruhendem Auge nur als reproductiver Bestandtheil zur Geltung kommt, wird vorausgesetzt, dass es, der einförmigen Beschaffenheit und intensiven Abstufung der Bewegungsempfindungen entsprechend, ein Continuum von nur einer Dimension darstelle*). Den Process der Raumanschauung können wir nun kurz bezeichnen als eine Ausmessung des mehrfach ausgedehnten Localzeichensystems der Netzhaut durch die einförmigen Localzeichen der Bewegung. Seiner psychologischen Natur nach ist dieser Process eine associative Synthese**): er besteht in der Verschmelzung beider Empfindungscomplexe zu

*) Die an die Bewegungen des Auges gebundenen Tastempfindungen werden hier der Kürze wegen mit den eigentlichen Muskelempfindungen zusammengefasst. Rücksichtlich der wahrscheinlichen Bedeutung dieser beiden Bestandtheile vergl. physiol. Psychologie, Cap. XIV.

**) Ueber die allgemeinen Formen der associativen Synthese vergl. Abschn. I. Cap. I. Rücksichtlich der näheren Ausführung der Theorie und ihrer Uebertragung auf das körperliche Sehen muss hier auf die psychologische Darstellung verwiesen werden. (Physiol. Psychologie, Cap. XII und XIV, und hierzu revue philos., Sept. 1878.)

einem Product, dessen elementare Bestandtheile in unserer unmittelbaren Vorstellung nicht mehr von einander isolirt werden können. Indem diese Elemente völlig aufgehen in dem Product, das sie erzeugen, sind sie überhaupt einzeln nicht mehr unterscheidbar für unser Bewusstsein: diesem ist nur das aus ihnen resultirende Product gegeben, die räumliche Anschauung. Hierin besteht eine gewisse Analogie zwischen dieser psychischen Synthese und der chemischen Synthese, welche aus einfachen Körpern einen zusammengesetzten hervorbringt, der unserer unmittelbaren Wahrnehmung als ein homogenes Ganze mit neuen Eigenschaften erscheint. Wie es aber die Aufgabe der chemischen Analyse ist, nicht nur die Elemente des zusammengesetzten Körpers nachzuweisen, sondern auch die Eigenschaften des letzteren aus den Eigenschaften der ersteren abzuleiten, so ist es die Aufgabe der psychologischen Analyse, die Raumanschauung, nachdem ihre zusammengesetzte Natur erkannt ist, in die Elemente zu zerlegen, aus denen sie sich aufbaut, und aus den Bedingungen, welche diese Elemente in ihrem Zusammenwirken mit sich führen, wo möglich die Natur der Raumanschauung selbst zu begreifen.

Die allgemeinsten Fragen, die in letzterer Beziehung gestellt werden können, erledigen sich nun sofort durch die den Systemen der Localzeichen beizulegenden Eigenschaften. Von beiden Systemen können wir voraussetzen, dass sie *stetig abgestuft* sind, und dass also insofern die wesentlichste Eigenschaft des Raumes, seine Stetigkeit, in ihnen vorgebildet ist. Sodann treten uns aber in diesem zwei weitere Eigenschaften entgegen, durch die er sich namentlich von der Zeit unterscheidet: die erste besteht in der *Vielheit*, die andere in der *inneren Gleichartigkeit* (der Congruenz) der Richtungen. Für die erstere Eigenschaft bildet das erste System der Localzeichen mit seiner qualitativen Anordnung nach zwei Dimensionen, welches hierin die nächste Analogie mit dem System der Farben darbietet, die Grundlage; die andere findet sich vorgebildet in dem zweiten System, von welchem wir ausserdem wegen der bloss intensiven Abstufungen, die es besitzt, voraussetzen dürfen, dass es für uns das nächste Motiv bildet zur Anwendung unserer Grössenvorstellungen auf den Raum. Unsere Empfindungen sind *intensive* Grössen. Sie können auf zwei Wegen zur Vorstellung einer extensiven Grösse Anlass geben: erstens durch eine Succession vieler Empfindungen, welche durch Reproduction auf einander bezogen werden, und zweitens durch eine Verschmelzung intensiver Empfindungen mit einer Reihe coexistirender Empfindungsqualitäten, welche ebenfalls stetig abgestuft sind: dort entsteht die Zeit-, hier die Raumvorstellung. Was aber die Existenz der *drei* Dimensionen betrifft, so ist darauf hinzuweisen, dass auch die Verschmelzungsproducte der Localzeichen nach drei Hauptrichtungen sich anordnen lassen, indem, sofern wir auf den Gesichtssinn allein Rücksicht nehmen, der Auf- und Abwärtsbewegung des Doppelauges stets eine gleichförmige Veränderung der complexen Localzeichen in beiden Augen entspricht, während das gleiche

bei der Horizontalbewegung nicht der Fall ist: vielmehr entspricht hier jedem complexen Localzeichen in einem Auge eine Reihe stetig nach einer Richtung abgestufter complexer Localzeichen im andern, von denen nun jedes einzelne einen bestimmten Tiefenwerth repräsentirt. Bei den Tastorganen scheinen die Verhältnisse insofern abzuweichen, als jeder einzelne bewegliche Körpertheil bereits zur Bildung eines dreifach angeordneten Systems complexer Localzeichen Anlass giebt, wahrscheinlich in Folge der wechselnden Faltenbildungen der Haut, die bei der Bewegung nach verschiedenen Richtungen eintreten. Uebrigens ist daran zu erinnern, dass in Bezug auf die Localzeichen, so gut wie für den Raum selbst, die Dreiheit der Abmessungen lediglich auf einer mathematischen Constructionsform beruht, welche von dem zu bestimmenden Element, hier von dem Zeichen eines gegebenen Ortes, abhängt. (Vergl. S. 444.)

Müssen wir hiernach die Raumanschauung als ein Ergebniss auffassen, das ganz und gar aus den Bedingungen unserer geistigen und physischen Organisation hervorgeht, so steht nichts im Wege, sie als eine a priori gegebene Function unseres Bewusstseins zu bezeichnen. Und in der That treffen alle die Erwägungen, die in diesem Falle gegen eine solche Bezeichnung Bedenken erwecken könnten, auch bei den andern Functionen zu, denen wir Apriorität zuschreiben. So ist unser logisches Denken abhängig 1) von äusseren Eindrücken, da in der Verarbeitung unmittelbar aufgenommener oder reproducirter Sinnesvorstellungen sich alles Denken bewegt, 2) von unserer physischen Organisation, da abgesehen von den Sinneseindrücken der Zustand der Gehirnfunctionen von wesentlichem Einflusse ist. Als ein angeborenes Besitzthum aber, welches ohne alle Entwicklung, ohne alle Einwirkungen von aussen im Bewusstsein liegt, ist uns überhaupt nichts a priori gegeben. Dass angeborene Ideen in diesem Sinne nicht existiren können, folgt einfach aus der psychologischen Thatsache der Bethätigung aller Geistesfunctionen in der Form sinnlicher Vorstellungen.

Für die Erkenntniss des Raumes ergiebt sich nun aus der Apriorität desselben unvermeidlich der Schluss, den Leibniz und Kant schon aus derselben gezogen haben: dem Raum in der Form, in welcher wir ihn anschauen, kann eine objective Wirklichkeit ausserhalb unseres Bewusstseins nicht zukommen. Ja dieser Schluss folgt aus dem nun erreichten Standpunkte viel evidenter als aus der nativistischen Raumtheorie Kant's. Bei einer angeborenen Form der Vorstellungen, welche unser Bewusstsein vorfindet und nicht erst zu entwickeln braucht, könnte immerhin, wie es in der That geschehen ist, daran gedacht werden, dass sie zugleich eine objective Form sei, welche unabhängig von uns existire. Dagegen kann Niemand meinen, dass Reproductionen und associative Synthesen der Empfindungen ausserhalb eines denkenden Bewusstseins existiren. Hier also bleibt kein Zweifel, dass der Raum, ebenso wie die Zeit, in der Form, in welcher wir ihn anschauen, auch nur in unserer Anschauung besteht. Um

so dringender erhebt sich aber nun die Frage, ob nicht gleichwohl ein objectiv Wirkliches als Grundlage der Raumanschauung vorauszusetzen, und wie dasselbe zu denken sei.

c. Der objective Raum.

Die Raumanschauung kann, als eine Ordnung der Empfindungen, die von unserem Bewusstsein nach psychologischen Gesetzen vollführt wird, nicht die objective Ordnung der Dinge selbst sein. Gleichwohl kann ihr nicht bloss die Bedeutung einer subjectiven Anschauungsform zukommen, welcher die objective Wirklichkeit in nichts entspräche. Vielmehr weist schon der äussere Zwang, durch welchen unser Bewusstsein genöthigt wird, die Dinge in eine räumliche Ordnung zu bringen, sowie die hiermit zusammenhängende Thatsache, dass wir Inhalt und Form der räumlichen Vorstellung als ein von aussen Gegebenes auffassen, auf objective Bestimmungsgründe hin, unter deren Einfluss jene Anschauung gebildet wird. Bezeichnen wir diese Bestimmungsgründe als den objectiven Raum, so ist derselbe als ein Unbekanntes zu betrachten, das uns selbst nicht unmittelbar gegeben ist, auf das wir aber werden zurückschliessen können, wenn es uns gelingt die subjectiven Processe zu eliminiren, welche zur Raumanschauung geführt haben. Die Erkenntnisstheorie befindet sich daher diesem Problem gegenüber in einer ähnlichen Stellung, wie die Physik gegenüber der Frage nach der objectiven Natur der Vorgänge, welche unsern sinnlichen Empfindungen, wie dem Licht, dem Schall, der Wärme, entsprechen. Auch hier legt das naive Bewusstsein dem Inhalte der Empfindungen selbst objective Wirklichkeit bei, während sich die physikalische Forschung bemüht, von den subjectiven Bestandtheilen der sinnlichen Wahrnehmung zu abstrahiren, um dasjenige zurückzubehalten, was nicht aus subjectiven Einflüssen abgeleitet werden kann. Das erkenntnisstheoretische Problem ist zwar insofern von einfacherer Beschaffenheit, als es sich bei ihm nicht um eine Analyse zahlreicher Einzelerfahrungen, sondern bloss um eine Untersuchung der allgemeinen subjectiven und objectiven Bedingungen handelt, die wir für unsere Raumanschauung nachzuweisen vermögen; aber auf der andern Seite entsteht eine weit grössere Schwierigkeit daraus, dass alle Beziehungsformen der Objecte ihr eigenthümliches Gepräge empfangen von der Form unserer Raumanschauung, daher, wenn man diese aufhebt, es überhaupt nicht mehr möglich scheint, über die Dinge irgend etwas auszusagen. Dies ist der Grund, wesshalb sich die Constructionen des Wirklichen, die bloss von der Qualität unserer Empfindungen absehen, im Ganzen noch auf dem Boden der Erfahrungswissenschaften bewegen, während die Frage nach dem objectiven Wesen des Raumes unmittelbar auf das metaphysische Gebiet hinüberführt. Diese Schwierigkeiten sind uns ganz in derselben Weise bei der Zeit begegnet, und die dort gemachte Bemerkung gilt in gleicher Weise für den Raum. Nie-

mals kann es unsere Aufgabe sein, einen objectiven oder »intelligiblen« Raum aus irgend welchen metaphysischen Voraussetzungen abzuleiten, die unabhängig von unserer Raumanschauung feststünden *). Da der Raum einen thatsächlichen Bestandtheil aller Erfahrung bildet, so ist vielmehr dessen objective Realität, gemäss den früher festgestellten Kriterien objectiver Gewissheit, genau insoweit anzuerkennen, als die Analyse der Wahrnehmungen nicht subjective Bestandtheile in ihm nachweist. Der Begriff des objectiven Raumes kann also bloss auf analytischem, nicht auf synthesischem Wege gewonnen werden **).

Wie bei der Zeit, so hat sich auch beim Raume die Ueberzeugung, dass subjective Elemente in unsere Anschauung eingehen, lediglich aus den Widersprüchen unserer Wahrnehmungen entwickelt. Diese Ueberzeugung ist hier viel später entstanden, daher die Annahme einer objectiven Realität der Anschauungsform bei dem Raum noch gegenwärtig weit fester wurzelt als bei der Zeit. Wenn auch frühe schon einzelne leicht zugängliche Täuschungen des Augenmasses die Vorstellung erweckten, dass die Wahrnehmung nicht überall mit der objectiven Wirklichkeit übereinstimme, so blieb doch die Ueberzeugung massgebend, im Ganzen gleiche das durch unsere Sinne gewonnene Bild der Aussenwelt dieser selbst. Erst die psychologischen Untersuchungen, auf die weiter oben hingewiesen wurde ***), haben zu der Forderung geführt, dass die ganze Ordnung der Eindrücke in unserer Raumanschauung als eine subjective psychische Synthese anzusehen sei, bei der die Associationsgesetze unseres Bewusstseins wirksam werden. Die Annahme solch' subjectiver Vorgänge würde keine Berechtigung besitzen, wenn nicht auch hier die Widersprüche der Wahrnehmungen mit Nothwendigkeit zu ihr geführt hätten. Derartige Widersprüche ergeben sich z. B., wenn die Auffassung eines Raumgebildes sich ändert in Folge seiner Dislocation oder in Folge einer Alteration der Bewegungsgesetze des Auges, wenn das binoculare Bild beim stereoskopischen Sehen durch die Tiefenvorstellung sich unterscheidet von dem Bild des einzelnen Auges, u. s. w. So lassen sich alle Motive, die zur Aufstellung genetischer Theorieen geführt haben, auf das Bedürfniss einer psychologischen Analyse der Raumanschauung zurückführen, durch welche die ursprünglich zwischen den einzelnen Wahrnehmungen vorhandenen Widersprüche ver-

*) Herbart, Metaphysik, II. S. 147 f.

**) Den Versuchen »intelligibler« Raumconstructionen widerfährt es darum, ebenso wie den auf S. 456 erwähnten logischen Deductionen des Raumes, dass sie diesen bereits voraussetzen. Bei jenen insbesondere werden die synthetischen Processe der räumlichen Wahrnehmung irgendwie ontologisch hypostasirt. Gerade diejenigen Elemente, von denen man abstrahiren sollte, werden also hier, obgleich man sie in einem metaphysischen Gewande einführt, von massgebendem Einfluss.

***) Vergl. S. 453 f.

schwinden. Sucht man nun aber gemäss der hieraus entspringenden Forderung den Begriff des Raumes von allen Elementen zu befreien, deren subjectiver Ursprung nachgewiesen ist; so bleibt als Rest die regelmässige Ordnung eines Mannigfaltigen, das aus einzelnen selbständig gegebenen realen Objecten besteht.

Dass ein Mannigfaltiges gegeben sei, liegt schon in dem objectiven Zeitbegriff. Aber die Zeit schliesst nicht aus, dass dieses Mannigfaltige ein Einzelnes sei, welches sich irgendwie verändert. Die räumliche Ordnung fordert erst, dass in jedem Zeitmoment eine Vielheit existire, in welcher alles Einzelne nach festen Beziehungen geordnet ist. Ueber die Natur dieses Einzelnen sowohl wie der wechselseitigen Beziehungen der Objecte kann aber selbstverständlich nichts ausgesagt werden ohne die Kenntniss des Inhalts der Wahrnehmung. Das Einzige, was die räumliche Ordnung mit Sicherheit erschliessen lässt, ist eben dieses, dass es eine objective regelmässige Ordnung einer Vielheit realer Objecte giebt. Ohne die Annahme realer Objecte würde jener Zwang, der unser Bewusstsein zur Raumanschauung treibt, unbegreiflich bleiben, und ohne die Annahme einer Vielheit solcher Objecte, welche irgendwie regelmässig geordnet sind, würde jedes Motiv für unser Bewusstsein hinwegfallen, gerade die räumliche Form zu wählen, als eine solche, die eine Menge sich wechselseitig bestimmender Elemente enthält. Die Art dieser Wechselbestimmung ist ein psychologisches Erzeugniss; das Wirkliche, das demselben entspricht, ist daher nur der abstracte Begriff zu dem in der Anschauung gegebenen Bilde. Nicht bloss für den empirischen, sondern auch für den erkenntnisstheoretischen Gebrauch bedürfen wir durchaus der psychologisch in unserm Bewusstsein entstandene Anschauungsformen, denen wir demnach unter dem Vorbehalt, dass sie subjective Reconstructionen eines objectiv Gegebenen sind, Realität zugestehen. Nur das eine wird von der Erkenntnisstheorie gefordert, dass sie die Elemente, die in unsere Auffassung der Dinge eingehen, nach ihrem Ursprung unterscheide, und dass sie demnach begrifflich feststelle, was unabhängig von unsern Anschauungsformen als der objective Grund einer jeden Bethätigung der Anschauungsfunctionen vorauszusetzen sei.

Indem die Raumanschauung die für unser Erkennen unerlässliche Form darstellt, in welcher wir die Aussenwelt als eine Vielheit realer Objecte auffassen, wird es übrigens erklärlich, dass die Raumbegriffe auf alle Vorstellungen, die man sich über die Beschaffenheit der wirklichen Dinge bildet, einen massgebenden Einfluss ausüben. Der Raum ist in dieser Beziehung von einer ähnlichen Wirkung auf den Substanz-, wie die Zeit auf den Causalbegriff. Wenn nicht der Punkt das Element der räumlichen Anschauung wäre, so würden niemals atomistische und monadologische Ansichten entstanden sein. Selbst in dem pantheistischen Begriff des Absoluten wirkt aber unverkennbar die räumliche Unendlichkeit nach. In der That hat dieser Einfluss seine Berechtigung darin, dass sich in der

Ordnung der Dinge auch die eigene Natur derselben verrathen muss. Wenn der Raum auf die Ordnung der Dinge hinweist, so muss er also eben dadurch zugleich hinweisen auf die Dinge selber oder auf denjenigen metaphysischen Begriff, welcher die objective Natur des Wirklichen als Aufgabe bezeichnet, auf die Substanz.

3. Die Bewegung.

Die Anschauung der Bewegung ist uns in einer doppelten Form gegeben: als Bewegung der Vorstellungen in der Zeit und als Bewegung der Objecte im Raum. Man pflegt nur die letztere als Bewegung zu bezeichnen, weil man die erste mit der Zeit selbst identificirt. In der That verhält sich aber dieselbe zur Zeitanschauung ebenso wie die Vorstellung der räumlichen Bewegung zum Raume. Die Raumanschauung geht hervor aus der Bewegung der Objecte und des Anschauenden in seinem Verhältniss zu den Objecten, die Zeitanschauung aus der Bewegung der Vorstellungen in unserem Bewusstsein. Wie dort die Anschauung das von der Bewegung Durchlaufene zur Raumvorstellung vereinigt, so stellen wir die Zeit vor, welche eine Reihe ablaufender Vorstellungen umfasst, indem wir den Anfangspunkt mit dem Endpunkt zu einer simultanen Vorstellung verbinden, um dann erst den Wechsel der Vorstellungen innerhalb einer Zeitstrecke als eine Bewegung aufzufassen, die mit wechselnder Geschwindigkeit sich vollziehen kann. So ist die Geschwindigkeit ein zunächst unserer Zeitanschauung, ja streng genommen ihr allein angehörender Begriff. Die Thatsache aber, dass wir innerhalb einer und derselben Zeit sehr verschiedene Geschwindigkeiten der Aufeinanderfolge unterscheiden können, zeigt deutlich, dass die Vorstellung der zeitlichen Bewegung von der Vorstellung der Zeit selbst verschieden ist, wenn auch jede dieser Vorstellungen die andere voraussetzt.

Zeit- und Raumbewegung trennen sich nun in wesentlichen Beziehungen. Die zeitliche Bewegung hat immer nur eine Richtung, und das Merkmal, durch welches sie sich von der Zeit als solcher unterscheidet, ist ihre wechselnde Geschwindigkeit. Die räumliche Bewegung dagegen ist veränderlich in ihrer Richtung (Constanz der Richtung ist bei ihr nur einer unter unendlich vielen gleich möglichen Fällen); das Merkmal, durch welches sie sich von dem Raum als solchem unterscheidet, ist die veränderliche Lage einzelner Raumgebilde zu einander. Die räumliche Bewegung muss, wenn sie vollkommen abstract gedacht werden soll, zugleich unabhängig gedacht werden von der Zeit. Dann aber besteht sie einzig und allein in der relativen Lageänderung gegebener Raumgebilde, darin also, dass das Verhältniss jener Abmessungen, welche überall die Lage des Gegebenen im Raume feststellen, für zwei oder mehrere Objecte sich ändert. Die Grösse dieser Aenderung ist die Grösse

der Bewegung. Von einer Geschwindigkeit der letzteren kann aber nicht die Rede sein, so lange wir im Gebiet der reinen Raumanschauung verbleiben. Man könnte einwenden, von einer Aenderung könne überhaupt nicht die Rede sein, so lange wir nicht die Zeitanschauung zu Hülfe nehmen. Hier verwechselt man aber die Reproduction der Vorstellungen mit der Zeitanschauung. Nun entsteht diese zwar aus jener, aber die Reproduction der Vorstellungen selbst ist darum noch nicht Zeitanschauung. Gleichwohl bedarf es zur Erkennung der relativen Lageänderung eines Objects nur der Reproduction. Davon, ob und wie gross eine Zeitstrecke vorgestellt wird, ist jene Auffassung vollkommen unabhängig.

Die abstracte zeitliche Bewegung besteht somit in der Geschwindigkeit des Ablaufs der Vorstellungen, die abstracte räumliche Bewegung in der Dislocation der Raumgebilde. Beide sind in verschiedener Weise veränderlich: die Geschwindigkeit kann eine constante, eine beschleunigte oder abnehmende sein, die Dislocation kann ebenfalls in ihrer Richtung constant (geradlinig) oder wechselnd sein. Um aber diese Arten der Geschwindigkeit und der Dislocation auffassen zu können, müssen sie an irgend einem feststehenden Maasse gemessen werden. Bei der Lageänderung ist dieses Maass unmittelbar gegeben in den unveränderlichen Richtungen, die wir von einem willkürlich gewählten Punkte aus im Raum construiren können, und die wir als Coordinaten benützen, auf welche die Lageänderungen eines Raumgebildes bezogen werden. Bei der Geschwindigkeit besteht das natürliche Maass in der Aufeinanderfolge rhythmischer Eindrücke, bei denen wir die Gleichheit der Zeitintervalle unmittelbar auffassen. Dieses natürliche Maass ist aber, wie schon bemerkt, von wenigen Ausnahmefällen abgesehen, längst abgelöst durch die Wiederkehr gewisser Naturerscheinungen und auf sie gegründeter künstlicher Maassmethoden, bei denen die Ueberzeugung von der constanten Regelmässigkeit des Geschehens für uns bestimmend ist. Die nämliche Ueberzeugung beherrscht nicht minder jede räumliche Messung. Denn unsere Messungswerkzeuge sind nicht bloss auf die Voraussetzung gegründet, dass der Raum immer und überall die nämlichen Eigenschaften behält, sondern auch auf die andere, dass die Naturkörper, die wir zur Messung verwenden, sich nicht in unberechenbarer Weise verändern, ja dass selbst jene Veränderungen, die unsere jedesmaligen Messungen ungenau machen, nach festen Gesetzen vor sich gehen. Der Parallelismus zwischen den Arten der Geschwindigkeit und der Lageänderung gestattet es uns sodann die ersteren mittelst der letzteren in simultanen Vorstellungen zu fixiren, indem wir die constante Geschwindigkeit durch eine constante Richtung, die veränderliche durch eine veränderliche Richtung versinnlichen. In beiden Fällen dient die Gerade in der doppelten Bedeutung der unveränderlichen Richtung und der unveränderlichen Geschwindigkeit als Grundlage der Messungen.

Indem nun die räumliche Bewegung zugleich als eine zeitliche aufgefasst wird, empfängt die Bewegung im äusseren Raum ihren gemischten

Charakter: jede Bewegung eines Raumgebildes wird zunächst gemessen nach der Grösse und Richtung seiner Dislocationen; sodann aber bilden diese Dislocationen eine zeitliche Reihe, deren Inhalt um so grösser ist, je grössere Dislocationen das Bewegliche erfahren hat. Da nun die innere Geschwindigkeit der Vorstellungen in dem Maasse wächst, als bei einem gegebenen Umfang der Zeitreihe der Inhalt derselben zunimmt, so wird das Verhältniss der Grösse der Dislocation zu dem Umfang der Zeit, in welcher sie stattfindet, zum Maass der Geschwindigkeit. Die logische Bedeutung des zum Maasse der Geschwindigkeit dienenden ersten Differentialquotienten des Raumes nach der Zeit besteht somit zunächst darin, dass die an sich vollkommen intensive Vorstellung des Inhalts einer gegebenen Zeit ersetzt wird durch die extensive räumliche Strecke ds, welche diesen Inhalt während des Zeitumfangs dt bildete, so dass nun in dem Quotienten $\frac{ds}{dt}$ Zähler und Nenner eine extensive Bedeutung besitzen. Da aber Raum und Zeit extensive Grössen von verschiedener Beschaffenheit sind, so bedarf ausserdem die Bestimmung dieses Quotienten stets der Darstellung des Zeitverlaufs in der Form einer räumlichen Strecke. In Wahrheit wird unter dt die gerade Linie gedacht, welche ein Punkt mit gleichförmiger Geschwindigkeit während der entsprechenden Zeit durchlaufen würde. In dem dt ist also schon die räumliche Versinnlichung der zeitlichen Bewegung mit dem ihr innewohnenden Begriff der Geschwindigkeit enthalten, und nur hierdurch wird es möglich, eine beliebige räumliche Dislocation ds zeitlich zu messen und so ihre Geschwindigkeit $\frac{ds}{dt}$ zu ermitteln.

Die Entwicklung des Begriffs der Geschwindigkeitsänderung in der Gestalt des zweiten Differentialquotienten $\frac{d^2s}{dt^2}$ geht dagegen von dem festgestellten Begriff der räumlichen Geschwindigkeit $v = \frac{ds}{dt}$ aus. Indem auch hier dt als eine durch die gleichförmige Bewegung eines Punktes erzeugte Linie gedacht wird, wird jetzt die Geschwindigkeitsänderung dv, ebenso wie vorhin die Dislocation ds, in Bezug auf die Zeitstrecke dt bestimmt. Dabei erlaubt es nun aber der Begriff der Veränderung nicht, den Werth von dv, ähnlich wie den von ds oder dt, als eine einfache räumliche Strecke vorzustellen, sondern es muss, um von ihm überhaupt ein räumliches Bild zu gewinnen, die zweite Seite des oben erwähnten Parallelismus herbeigezogen werden: die veränderliche Geschwindigkeit stellt sich dar in der Form einer veränderlichen *Richtung* der Geschwindigkeit in Bezug auf die Zeit. Auch hier handelt es sich nur um ein Bild. Aber da ungleichartige Grössen nicht in Relationen zu einander gebracht werden können, so würde ohne das Bild jede Messung räumlicher Geschwindigkeitsverhältnisse unmöglich sein. Die Umsetzung zeitlicher in räumliche Strecken ist also nicht eine Eigenschaft unseres Bewusstseins, die man beliebig auch

beseitigt denken könnte, sondern die Beziehungen zwischen Raum- und Zeitanschauung sind fundamentale Bedingungen unseres Erkennens. Beide Anschauungsformen sind als solche einander nothwendig conform.

Die Frage nach der Realität der Bewegung fällt im wesentlichen, wie kaum bemerkt zu werden braucht, mit der Frage nach der Realität des Raumes und der Zeit zusammen. Die räumlichen und zeitlichen Elemente, in die wir die Bewegung zerlegen, sind Bestandtheile unserer Anschauungsformen, und als solche von subjectiven psychologischen Bedingungen abhängig. Aber gerade bei der Bewegung kann man hervorheben, dass schon jene Zerlegung eine subjective Thätigkeit ist, und dass eben darum die Bewegung selbst mehr objective Realität haben dürfte als die Erzeugnisse unserer Zerlegung derselben. In der That ist uns nun auch mit der Zeit- und Raumanschauung noch keineswegs die räumliche Bewegungsvorstellung als eine selbstverständliche Begleiterin gegeben. Es wäre denkbar, dass eine zeitliche Bewegung unserer Vorstellungen existirte, welche wir als Bedingung jeder discursiven Erkenntniss nicht aufheben dürfen, dass in unserer Raumanschauung aber jede Dislocation der Gegenstände fehlte. Das zeitliche und das räumliche Vorstellen würden dann als völlig fremdartige Gebiete einander gegenüberstehen. Vor allem in der räumlichen Bewegung, in der sich Zeit und Raum innig durchdringen, könnte man daher eine Hindeutung finden auf die durchgängige metaphysische Beziehung, in der unser eigenes geistiges Sein zur Aussenwelt steht. Können wir uns nun aber die räumliche Bewegung beseitigt denken, ohne dass sich darum Zeit- und Raumanschauung ändern würden, so liegt hierin ein Beweis, dass wir in der Bewegung ein Gegebenes anzuerkennen haben, welchem ein wirkliches Geschehen zu Grunde liegt. Dieses wirkliche Geschehen können wir uns freilich nur in den psychologischen Formen unserer Anschauung vorstellen, und den metaphysischen Begriff der Bewegung müssen wir daher wieder unabhängig von denselben denken. Unter diesem Vorbehalt werden wir aber die weitere Untersuchung der Bewegung durchaus auf die anschauliche Form, in der sie uns gegeben ist, gründen können und müssen. Denn ebenso wie es verhältnissmässig leicht ist festzustellen, was von einem objectiven Begriff als subjective Zugabe hinwegzudenken sei, ebenso unmöglich kann es sein von einer solchen in Wirklichkeit zu abstrahiren. In der That ist dies aber auch im gegenwärtigen Falle gar nicht gefordert. Die Erkenntnisstheorie hat die Aufgabe, nachzuweisen aus welchen Elementen sich unsere Erkenntniss zusammensetzt, niemals aber kann sie irgend eines der für unser Denken unerlässlichen Elemente aus demselben entfernen wollen.

4. Die Zahl.

Der Ausgangspunkt für die Entwicklung des Zahlbegriffs ist die Einheit. Sie erscheint in der ursprünglichen Bethätigung der Function des Zählens als eine Abstraction von dem einzelnen Gegenstand; eine verbreitete Anschauung sieht darum in der Zahl eine Nachbildung der einzelnen zählbaren Dinge, bei welcher die unterscheidenden Eigenschaften der letzteren vernachlässigt werden. Nun ist es aber klar, dass die Dinge zählbar erst werden können, indem das Denken sie als Einheiten auffasst. Zu dieser logischen Handlung liegen sicherlich Motive in den Vorstellungen der Dinge, ihrer Abgeschlossenheit und Selbständigkeit gegenüber andern Vorstellungen. Aber es wäre völlig unbegreiflich, wie diese Motive wirksam werden sollten, wenn nicht unser Denken die Eigenschaft besässe den einzelnen Gegenstand als eine Einheit aufzufassen. Der eigentliche Träger des Begriffs der Einheit ist also der einzelne Denkact. Darum ist zählbar was nur immer in einzelne mit einander verbundene Denkacte gegliedert werden kann. Zählbar sind also nicht bloss Gegenstände sondern ebensowohl Eigenschaften und Ereignisse. Zählbar ist das Verschiedene so gut wie das Gleiche. Die Function des Zählens besteht, worauf sie sich auch beziehen möge, immer in einer Verbindung einzelner Denkacte zu zusammengesetzten Einheiten. In dieser Beziehung ist die Function des Zählens nur eine specielle Aeusserung der logischen Function des Denkens selbst. Sie entsteht aus der Verbindung auf einander folgender Denkacte, wenn von dem Inhalt der letzteren völlig abstrahirt wird. Wie die Eins alles mögliche bezeichnet, was als einzelner Denkact gegeben sein kann, so stellt jede aus Einheiten zusammengesetzte Zahl eine Reihe von Denkacten beliebigen Inhalts dar, die entweder wirklich durchlaufen worden sind, oder deren Vollzug man als eine Aufgabe bezeichnen will, deren Lösung in derselben Weise geschehen kann, in welcher unser Denken fortwährend einzelne Vorstellungen zu zusammengesetzteren Einheiten verbindet. Nur daraus, dass die Zahl ein aus der discursiven Beschaffenheit des Denkens nothwendig hervorgehender abstracter Begriff ist, wird es erklärlich, dass weitaus die meisten Zahlen Aufgaben sind, die wir niemals wirklich lösen, d. h. niemals wirklich aus den Einheiten zusammenfügen, aus denen sie bestehen. Schwerlich hat je ein Mensch die Million unmittelbar durch Zusammenzählen von Einheiten gewonnen; und dennoch beruht das ganze Recht zur Bildung einer jeden Zahl auf der Gewissheit, dass sie sich aus Einheiten bilden lasse.

Hiernach ist die Zahl die abstracteste Form, in welcher das Gesetz des discursiven Denkens, wonach jeder zusammengesetzte Gedanke aus einzelnen Denkacten besteht, zum Ausdruck kommt, und hierdurch hängt zugleich der Begriff der Zahl mit der Anschauungsform der Zeit zusammen. Auch die Zeit ist, wie wir sahen, nach ihrer ursprünglichen Natur ein

discretes Gebilde: sie besteht aus Zeitmomenten wie die Zahl aus Einheiten, und sie verläuft gleich der Reihe der Zahlen in einer Richtung. Die Entstehung des Zahlbegriffs würde sich ferner denken lassen, unabhängig von jeder räumlichen Anschauung, innerhalb einer bloss zeitlichen Vorstellungsform. Diese Beziehung beruht lediglich auf der Thatsache, dass die Zeit die Anschauungsform des logischen Denkens, die Zahl aber der abstracte Ausdruck seiner discursiven Gesetzmässigkeit ist. Darum müssen alle wesentlichen Eigenschaften der Zeit, die Verbindung des Einzelnen und der Fortschritt in einer einzigen Richtung, auch bei der Zahl wiederkehren; nur tritt bei dieser noch eine neue Eigenschaft hinzu: die Fixirung des Einzelnen im Begriff der Einheit und die Ausbildung der aus Einheiten zusammengesetzten Gebilde zur stetigen Reihe der Zahlbegriffe. In dieser begrifflichen Entwicklung liegt nun aber auch die Quelle aller der reichen Umgestaltungen, welche der Zahlbegriff erfahren hat.

Die Zahl als eine Verbindung von Einheiten ist zunächst positive Zahl, und sie ist nach der bis dahin festgehaltenen Definition des Zahlbegriffs zugleich ganze Zahl. Die positiven Zahlen theilen noch vollkommen mit der Zeit die Eigenschaft, dass sie nur nach einer Richtung, nach dieser aber unbegrenzt fortschreiten. Durch die successive Verbindung der Einheiten zu neuen, zusammengesetzten Einheiten entstehen die benannten Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 . . ., von denen jede einzelne zunächst zu definiren ist als die durch Hinzufügung einer weiteren Einheit aus der vorangegangenen Zahl hervorgehende neue Zahl, also $2 = 1 + 1$, $3 = 2 + 1 = 1 + 1 + 1$, $4 = 3 + 1 = 2 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1$ u. s. w. Dieses durch das Zeichen + angedeutete Hinzufügen einer Einheit zu einer gegebenen Zahl zum Zweck der Erzeugung der nächstgrösseren ist die Addition in ihrer ursprünglichen Gestalt. Indem jede Zahl, die grösser als 1 ist, als eine zusammengesetzte Einheit betrachtet wird, lässt sie sich aber dem nämlichen Additionsverfahren wie die Eins selbst unterwerfen, und die Addition beliebiger Zahlen ist nun, gemäss dem Begriff der Zahl, äquivalent der Addition der Einheiten, aus denen die Zahlen bestehen. Auf diese Weise wird das Additionsverfahren anwendbar auf beliebige Zahlen, welche Stellen sie auch einnehmen, und in welcher Reihenfolge sie auch betrachtet werden mögen. Bezeichnen wir daher durch a, b und c unbenannte Zahlen, welche der Bedingung entsprechen, dass c ebenso viele Einheiten enthält wie a und b zusammengenommen, so kann das Additionsgesetz in dieser erweiterten Gestalt ausgedrückt werden durch die Formel $a + b = b + a = c$, d. h. die positiven Zahlen können addirt werden unabhängig von ihrer Stellung in der Zahlreihe, und es ist gleichgültig, in welcher Reihenfolge die Addition stattfindet. In logischer Beziehung bezeichnet diese Eigenschaft des Zahlbegriffs bereits einen wichtigen Fortschritt über die Zeitanschauung hinaus, indem dadurch die Verknüpfung der Zahlen vollständig unabhängig geworden ist von ihrer Entstehungsweise.

Durch die Behandlung jeder beliebigen von Eins verschiedenen Zahl

als einer zusammengesetzten Einheit ist zugleich Anlass gegeben zu einer Entwicklung der Zahlenreihe in entgegengesetzter Richtung, indem aus jeder gegebenen Zahl durch Hinwegnahme einer Einheit die nächstniedere Zahl gebildet werden kann. So entsteht das Subtractionsverfahren, welches zusammen mit der primitiven Addition die Zahlen als eine von jeder gegebenen Zahl nach entgegengesetzten Richtungen sich erstreckende Reihe betrachten lässt. Gleich der Addition wird sodann auch die Subtraction auf beliebige aus Einheiten zusammengesetzte Zahlen angewandt, und wenn c eine Zahl ist, deren Einheiten dem Unterschied der in a und b enthaltenen gleichkommen, so bezeichnet nun $a - b = c$ das Resultat der Subtraction. Aber dieses Resultat führt in allen den Fällen über die Reihe der positiven Zahlen hinaus, in denen $b > a$ ist. Dann hat nämlich der Unterschied c nicht die Bedeutung eines Restes von Einheiten, welcher nach der Hinwegnahme einer gewissen Zahl übrig bleibt, sondern eines Ueberschusses hinwegzudenkender Einheiten, welcher, in den Zahlbegriff übersetzt, nur in der Form einer negativen Zahl $- c$ ausgedrückt werden kann. In dem Specialfalle $a = b$ endlich führt die Subtraction $a - b$ zu der Zahl Null, welche anzeigt, dass die von einer gegebenen Zahl hinwegzudenkenden Einheiten der Zahl selbst gleich kommen.

Aus einem Specialfalle der Addition, aus der Addition gleicher Zahlen entwickelt sich die Multiplication. Die Summe $a + a + a \ldots$ wird für b auf einander folgende Glieder zusammengefasst in dem Producte $b \,.\, a$. Dieses Product kann stets, gemäss dem Additionsgesetz für positive Zahlen, dargestellt werden durch eine Zahl c. Die so entstandene Gleichung $b \,.\, a = c$ giebt aber zu einer Aufgabe Anlass, welche der aus der Addition hervorgehenden Subtractionsaufgabe analog ist, zu der Aufgabe nämlich, die Zahl a zu bestimmen, welche b-mal genommen die Zahl c ergiebt. Sie kann nur gelöst werden, wenn c einem Verfahren in Bezug auf b unterworfen wird, welches dem mit a zur Erzeugung der Zahl c vorgenommenen entgegengesetzt ist. So entsteht die zur Multiplication inverse Operation der Division, ausgedrückt durch $a = \frac{c}{b}$. Wie früher die Subtraction, so kann nun auch die Division als eine selbständige Operation behandelt werden, welche nicht eine vorangegangene Multiplication wieder auflösen, sondern zu beliebigen Zahlen b und c den Quotienten $\frac{c}{b} = a$ suchen soll. Sie hat dann die Aufgabe die Zahl a zu bestimmen, welche entsteht, wenn eine Zahl c durch eine andere b getheilt wird. Hier entsteht nun in gewissen Fällen wieder ein analoges Ergebniss wie bei der Subtraction: es kann sich nämlich ereignen, dass eine solche Zahl a nicht existirt in der Reihe der positiven ganzen Zahlen, sondern dass a dem Begriff einer Zahl entspricht, welche zwischen zwei benachbarten ganzen Zahlen gelegen ist. Da der Quotient $\frac{c}{b} = a$ alle möglichen Zwischenwerthe zwischen zwei

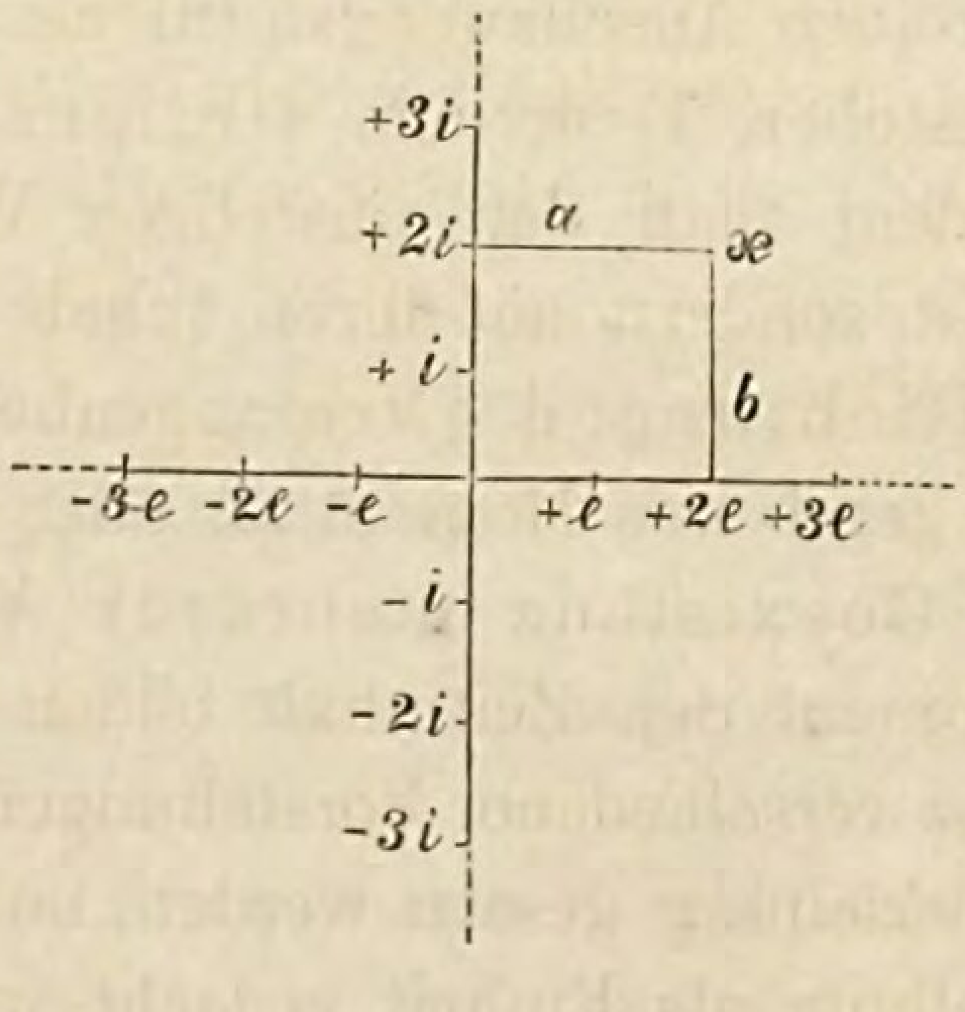
ganzen Zahlen annehmen kann, so erwächst hieraus die Forderung den Zahlbegriff dergestalt zu erweitern, dass er alles, was nach zwei einander entgegengesetzten Richtungen zu- und abnimmt, umfasst. Diejenigen Zahlen, welche man, um diese Forderung zu erfüllen, zwischen den positiven und negativen ganzen Zahlen als Zwischenwerthe einschalten muss, sind die irrationalen Zahlen. Der Begriff eines durch Zahlen messbaren Continuums aber, welches nach zwei einander entgegengesetzten Richtungen zunimmt, ist der Begriff der Grösse in seiner einfachsten Form, als einfach ausgedehnte Grösse, auf welchen so die Erweiterung der Zahl auf das Irrationale hinüberführt.

Wie die Multiplication aus einem Specialfalle der Addition, so ergiebt sich die Potenzirung aus dem analogen Specialfalle der Multiplication, wo die Factoren des Productes identisch sind. Das Product a . a wird durch a^2, das Product a . a . a . . . von n Gliedern durch a^n (n-te Potenz von a) bezeichnet. Ist die Zahl b gegeben, welche $=$ a . a ist, so kann nun auch hier gefragt werden, welches die Zahl a ist, die mit sich selbst multiplicirt $=$ b wird. Diese Zahl wird dann durch $\sqrt{b}$, oder, wenn $b = a^n$ war, durch $\sqrt[n]{b}$ bezeichnet. So entsteht die Radicirung als Umkehrung der Potenzirung. Wird die Radicirung als selbständige Aufgabe, die nicht an eine vorherige Potenzirung sich anschliesst, behandelt, sucht man also unmittelbar aus einer gegebenen Zahl b die Zahl a zu finden, welche $= \sqrt{b}$ ist, so führt nun diese Aufgabe in speciellen Fällen über die Reihe der bis dahin betrachteten positiven und negativen rationalen und irrationalen Zahlen hinaus. Es geschieht dies immer dann, wenn jene Zahl b negativ ist, da unter allen realen Zahlen keine angetroffen wird, welche der Wurzel aus einer negativen Zahl gleich wäre. So entsteht die imaginäre Zahl, deren Definition in der Gleichung $a = \pm \sqrt{-b} = \pm b\sqrt{-1}$ symbolisch angedeutet ist als eine Zahl, welche erst durch Potenzirung real wird. Jede imaginäre Zahl lässt sich demnach darstellen durch das Product einer realen Zahl b und der imaginären Einheit $\sqrt{-1}$. Bezeichnet man diese Einheit durch i, die Einheit der realen Zahlen durch e, so bilden nun die Zahlen b e und b i Glieder zweier Zahlenreihen, die einander, abgesehen von den verschiedenen Einheiten e und i, vollständig entsprechen, d. h. die Reihe der imaginären Zahlen erstreckt sich ebenso nach zwei einander entgegengesetzten Richtungen wie die Reihe der realen, und sie lässt sich mittelst der irrationalen Zwischenwerthe ebenso wie diese als eine stetige Reihe betrachten, innerhalb welcher die positiven und negativen ganzen Zahlen regelmässige Intervalle bezeichnen. War der Begriff der realen Zahlen durch die Entwicklung des Irrationalen in den Begriff der einfach ausgedehnten Grösse übergegangen, so erweitert sich daher nun durch die Hinzunahme der imaginären Zahlen der Zahlbegriff überhaupt zu dem Begriff einer zweifach ausgedehnten Grösse, deren eine Richtung nach realen, die andere nach imaginären Einheiten gemessen wird.

Der Begriff der zweifach ausgedehnten Grösse, auf die Zahl angewandt, führt endlich nothwendig weiter zu dem Begriff solcher Zahlen, die zwischen jenen durch die Reihe der realen und der imaginären Zahlen bezeichneten Richtungen gelegen sind. In der That wird dies von jeder Zahl angenommen werden müssen, welche die Form (a + b i) besitzt, also aus einer realen und einer imaginären Zahl zusammengesetzt ist. Die so entstehenden Zahlenreihen sind die complexen Zahlen, welche das durch die Richtungen der realen und der imaginären Zahlen bezeichnete zweifach ausgedehnte Continuum vollständig ausfüllen.

Hiernach ist es bemerkenswerth, dass alle Erweiterungen, welche der Zahlbegriff erfahren hat, aus den inversen Zahloperationen, und zwar aus einer selbständigen, von der ursprünglichen Beziehung zu den entsprechenden directen Operationen unabhängig gewordenen Behandlungsweise derselben hervorgegangen sind: so hat die Subtraction zu den negativen, die Division zu den irrationalen, die Radicirung zu den imaginären und complexen Zahlen geführt, oder logisch ausgedrückt: durch die erste dieser inversen Operationen ist der in einer Richtung fortschreitenden Zahlenreihe die entgegengesetzte Richtung hinzugefügt, durch die zweite ist der discrete Zahlbegriff zum Begriff der stetigen Grösse erweitert worden, und die dritte hat den einfach ausgedehnten zum mehrfach ausgedehnten Grössenbegriff entwickelt. Für alle diese Erweiterungen des Zahlbegriffs bieten sich im Gebiet der räumlichen Grössen anschauliche Anwendungen dar, während man von der Zahl in ihrer ursprünglichen Beschaffenheit sagen kann, dass sie sich streng genommen einer vollkommen zutreffenden

Fig. 8.



geometrischen Darstellung eben desshalb entzieht, weil die Zahl ein discretes Gebilde ist. Hat man aber einmal zugegeben, dass die Reihe der positiven Zahlen durch die Strecken + e, + 2 e, + 3 e . . . einer Geraden dargestellt werde, so bieten sich von selbst die entgegengesetzt gerichteten Strecken — e, — 2 e, — 3 e . . . für die negativen Zahlen (Fig. 8). Die irrationale

Zahl gestattet uns dann, die Strecken e, 2 e, 3 e u. s. w. beliebig zu theilen, also, was in der räumlichen Darstellung an und für sich schon liegt, sie selbst als Theile einer stetig ausgedehnten Grösse zu denken. Der Begriff der imaginären Einheiten fügt hierzu eine zweite Ausdehnung, welche sich in der Ebene nothwendig als die Senkrechte zur Linie der realen Einheiten e darstellt. Endlich irgend eine complexe Zahl $x = a + bi$ wird als ein Punkt in der Ebene erscheinen, welcher durch die Coordinaten a und b bestimmt ist.

Aber es ist bemerkenswerth, dass bei jeder dieser Umgestaltungen des ursprünglichen Zahlbegriffs die geometrische Anwendung verhältnissmässig spät erst den arithmetischen Entdeckungen nachgefolgt ist. Dies beweist deutlich, dass es sich dabei nicht etwa um eine Anwendung des Zahlbegriffs auf ein ihm ursprünglich heterogenes Gebiet handelt, sondern dass der Zahlbegriff selbst schon die Anlage zu diesen Entwicklungen in sich trug, wie die oben gegebene kurze Darstellung der Operationen, welche zu denselben geführt haben, dies hinreichend zeigt. Alle jene Begriffsentwicklungen hätten möglicher Weise stattfinden können, ohne dass stetige und mehrfach ausgedehnte Raumgrössen existirten, auf welche dieselben anwendbar sind. Um so bemerkenswerther ist es, dass die Umwandlungen des Zahlbegriffs vollständig übereinstimmen mit denjenigen Aufgaben, welche sich aus der Natur des Raumes nachträglich für die Verwendung der Zahlen ergeben. Dies weist auf eine logische Beziehung des Zahlbegriffs zur Raumanschauung hin, welche, da der erstere zunächst aus der Zeitform des Denkens hervorgeht, weiterhin nur aus einer gegenseitigen Beziehung der Zeit- und Raumform erklärt werden kann. Augenscheinlich liegt aber diese Beziehung darin, dass schon die Zeit, sobald sie als reine Anschauung, also unabhängig von ihrem einzelnen Inhalt, gedacht wird, Eigenschaften annimmt, durch welche sie der reinen Anschauungsform des Raumes verwandt wird. Diese Eigenschaften bestehen 1) in dem stetigen Verlaufe, der von ihr vorausgesetzt wird, indem man den unstetigen Wechsel des Geschehens nicht auf die Zeit selbst sondern auf ihren Inhalt bezieht, 2) in der Entgegensetzung der Richtungen (Vergangenheit und Zukunft), nach denen sich von einem gegebenen Moment an aller Inhalt der Zeit anordnen lässt, und 3) in der Coexistenz mehrerer Vorstellungen, welche in einem gegebenen Moment den Zeitinhalt bilden können. Da der Begriff einer solchen Coexistenz verschiedener Vorstellungen, die durch ein gemeinsames Bewusstsein in Beziehung gesetzt werden, unbeschränkt ist, so ergiebt sich, wenn jede Vorstellung als Einheit gedacht wird, die allgemeine Möglichkeit beliebig vieler neben einander hergehender und doch von einander unterschiedener Zahlreihen. Mehr enthält nun auch ursprünglich der Begriff der imaginären und complexen Zahlen nicht; die Anordnung derselben nach bestimmten räumlichen Richtungen gehört durchaus erst der geometrischen Verwerthung an. Der Ursprung dieser neuen Zahlsysteme aus der denkbaren Coexistenz von Vorstellungen, die als verschiedenartige Ein-

heiten gedacht werden, erhellt aber sofort aus dem Ursprung derselben: aus der Gleichung $x^2 = -1$ ergiebt sich, dass innerhalb derjenigen Zahlenreihe, zu welcher -1 gehört, die Zahl x sich nicht befindet; sie kann also möglicher Weise nur existiren innerhalb einer verschiedenartigen Zahlenreihe. Dieses Resultat ist aber vieldeutig: verschiedene Zahlenreihen mit den Einheiten i, i_1, i_2.... können eventuell die Zahl x enthalten. Die Reihen der imaginären und complexen Zahlen sind daher an und für sich unbeschränkt. Es würde desshalb auch falsch sein zu meinen, der Begriff der Zahl enthalte in dieser seiner Erweiterung schon irgend etwas von der besonderen Natur unserer Raumanschauung, und darauf etwa die Hoffnung einer Raumdeduction aus der Zahl zu gründen. Es ist lediglich der Begriff verschiedenartiger, aber auf einander beziehbarer Zahlreihen, der in dem complexen System verwirklicht ist. Davon bildet aber die Anordnung der Grössen im Raume nur einen beschränkten Specialfall. Wenn dann weiterhin für die Untersuchung derjenigen Zahlsysteme, die nach zwei und drei Dimensionen anzuordnen sind, ausgezeichnete Eigenschaften sich ergeben, die ihre Untersuchung haben bevorzugen lassen, so liegt der Grund hiervon nicht sowohl in einer besonderen Affinität der Zahl zum Raume als vielmehr in der Möglichkeit, für gewisse Zahlsysteme eine anschauliche Darstellung zu gewinnen, die bei andern ausgeschlossen ist.

Viertes Capitel.

Der Begriff der Substanz.

1. Die Entwicklung des Substanzbegriffs.

Die Untersuchung der Erfahrungsbegriffe hat uns gezeigt, dass die Entwicklung derselben zu einer metaphysischen Ergänzung nöthigt, welche in der Bildung des Begriffs der Substanz zur Ausführung gelangt. Die zwingenden Gründe zu dieser Ergänzung liegen erst in der wissenschaftlichen Entwicklung der Erfahrungsbegriffe. Einzelne der hier zur bewussteren Geltung kommenden Motive wirken aber schon in dem vorwissenschaftlichen Denken. Indem daher die beginnende Speculation bei der Ausbildung ihrer Anschauungen zunächst nur von der allgemeinen Voraussetzung ausgeht, dass hinter den wechselnden Erscheinungen ein der sinnlichen Wahrnehmung nicht unmittelbar zugänglicher Träger verborgen sei, wird sie in ihren Vorstellungen über diesen metaphysischen Träger der Dinge nicht

sowohl von der objectiven Erfahrung als von den subjectiven Antrieben geleitet, aus denen schon der Begriff des Gegenstandes hervorgegangen ist. Wird doch die Substanz nun als der wirkliche Gegenstand gedacht, im Unterschiede von den bloss scheinbaren Gegenständen der unmittelbaren Erfahrung. Wie in dem Begriff des Dinges die Unterscheidung der Apperception von dem wechselnden Inhalt des Appercipirten sich objectivirte, so bestimmen daher nun auch diese fundamentalen Thatsachen des Bewusstseins den Begriff der Substanz. Vermöge der metaphysischen Bedeutung des letzteren, die es gestattet bei ihm ungehindert den Neigungen des Denkens zu folgen, waltet aber von Anfang an die Tendenz ob, jene Bestimmungen, die bei dem Ding bloss als relative erschienen, nun bei der Substanz in absolute umzuwandeln.

In der ersten mit kritischer Besonnenheit geführten Untersuchung des Substanzbegriffs, in der Aristotelischen, begegnen uns alle die Richtungen, nach welchen dieser Begriff überhaupt sich entwickelt hat, und jede dieser Richtungen lässt noch die Spuren jenes gemeinsamen Einflusses der Ichvorstellung und des Dingbegriffs deutlich erkennen: nur ist es jedesmal eine andere Seite dieser Vorstellungen, von der ausgegangen wird. Substanz (οὐσία) ist nach Aristoteles 1) das Einzelne, im Unterschiede von dem Allgemeinen, welches Mehrerem zukommt und darum keine Selbständigkeit besitzt, 2) das Wirkliche (die Form), gegenüber dem bloss Möglichen (dem Stoff), und 3) das Beharrende im Wechsel, welches Verschiedenes umfassen kann*). In der Entwicklung des philosophischen Substanzbegriffs tritt bald die eine bald die andere dieser Bestimmungen mehr in den Vordergrund.

a. Die Einfachheit der Substanz.

Indem Aristoteles vor allem das Individuelle als Substanz bezeichnet, weist er selbst schon auf die alten Atomistiker hin, bei denen sich diese Bestimmung in die des untheilbaren Einzelnen umgewandelt hatte**). In der That liegt eine solche Auffassung nahe, sobald man den Satz »das Einzelne ist Substanz« umkehrt in die Form: »jede Substanz ist ein Einzelnes«. Was unter allen Umständen ein einzelnes Ding bleibt, ist eben nur das Untheilbare. Alle atomistischen und monadologischen Anschauungen stützen sich auf diese Erwägung. Die Atomistik wendet das Princip der Untheilbarkeit der Substanzen nur auf die äussere Erscheinungsform derselben an: das Atom ist ein räumlich untheilbares Ding, also ist es, da die sinnlich wahrnehmbaren Dinge ausnahmslos theilbar erscheinen, der unserer Wahrnehmung sich entziehende letzte Bestandtheil der Körper. Hier ver-

*) Metaph. VII, 13—17. Categ. 5.
**) Metaph. VII, 13.

birgt sich hinter der materiellen Auffassung des Substanzbegriffs sein psychologischer Ursprung. Um so mehr tritt der letztere in den hylozoistischen Formen der antiken Naturphilosophie hervor, wo er schon in der Lehre des Anaxagoras Anklänge hat und vor allem in der stoischen Physik Gestaltung gewinnt, in der das Einzelne, wenn es auch nebenbei materiell gedacht wird, doch wesentlich als ein geistiges Princip erscheint, indem es mit Bewusstsein begabt ist und den Grund seiner Veränderungen in sich selber trägt. Aus diesen Anschauungen ist auf mannigfachen Umwegen der Begriff der Monade hervorgegangen, der untheilbaren seelenartigen Substanz, ein Begriff, der, wie Leibniz selbst sagt, die Atome des Demokrit mit den Aristotelischen Entelechieen und den entwicklungsfähigen Keimen der Stoiker vereint*). Die Idee einer universellen Harmonie der Monaden in Folge der stetigen und unendlichen Abstufung ihrer innern Eigenschaften ist den näher liegenden Quellen der mystischen Naturphilosophie eines Paracelsus und Giordano Bruno entnommen. Soll nun die Untheilbarkeit des Atoms und der Monade als eine nothwendige Folge ihres Wesens erscheinen, so muss dieses als ein solches angesehen werden, welches an sich schon die Vorstellung der Theile ausschliesst. So entsteht verhältnissmässig spät erst die Annahme der absoluten Einfachheit der Substanzen. Zwar fordert Leibniz schon eine solche, aber er selbst wird dieser Forderung offenbar nicht gerecht, denn seine vorstellenden und strebenden Monaden schliessen eine Vielheit innerer Zustände ein. Für den Begriff des Atoms suchte jene Forderung erst, wie es scheint, Boscovich durchzuführen**); der Begriff der Monade endlich wurde im selben Sinne durch Herbart verändert. Diese letzten Entwicklungsstufen, zu welchen hier diejenige Seite des Substanzbegriffs gelangt, die in dem individuellen Sein das Wesen der Substanz erblickt, haben zugleich eine rein begriffliche Bestimmung derselben erreicht, welche jede adäquate Vorstellung ausschliesst. So lange das Einzelne die Substanz ist, kann dasselbe zusammenfallen mit dem einzelnen Gegenstand der sinnlichen Wahrnehmung. Auch das Untheilbare entspricht zwar keinem der wirklichen Objecte unserer Wahrnehmung, doch kann es immerhin vorgestellt werden, wie denn z. B. die corpusculare Atomistik ihren Atomen verschiedene räumliche Formen zuschreibt. Das Einfache dagegen entzieht sich jeder Vorstellung. Der mathematische Punkt kann nicht vorgestellt, sondern nur gedacht werden; die Monade und noch mehr das Reale Herbart's sind für sich nicht einmal als Punkte zu denken: die Welt der Vorstellungen in ihrer räumlichen und zeitlichen Form entsteht erst durch das Zusammen-

*) Leibniz, opera philos., ed. Erdmann, p. 124, 482.

**) Boscovich, theoria philosophiae naturalis. Venetiis 1763. Seine Ansichten sind im Auszug mitgetheilt von Fechner, die physikalische und philosophische Atomenlehre, 2. Aufl., S. 229.

sein vieler Realen und durch die Störungen, welche dies in dem inneren Zustand der absolut einfachen Wesen hervorbringt. Auch jenes Zusammensein selbst muss daher als ein unräumliches, also unvorstellbares gedacht werden *).

b. Die Actualität der Substanz.

Die zweite Form des Substanzbegriffs geht aus von der Hervorhebung der Actualität der Substanz. Die letztere gilt hier als das thätige Princip. In diesem Sinne sind bei Plato die Ideen die substantiellen Formen, gegenüber denen der blossen Materie keine Wirklichkeit zukommt, und nicht minder wird von Aristoteles die Form für sich oder in ihrer Verbindung mit der Materie als die Substanz bezeichnet; die Form aber ist Energie und Entelechie, Verwirklichung und Zweckerfüllung. Mannigfache Gestaltungen hat auch diese Auffassung angenommen. Zunächst verbindet sie sich fast überall mit der vorigen. Zwar legt die antike Atomistik den Atomen ein absolut passives Sein bei; alle Bewegung ist ihnen von aussen mitgetheilt. In der einfachen Atomistik der Neueren dagegen verschwindet geradezu die ursprüngliche Natur des Atombegriffs hinter der Actualität des Atoms: das Atom wird zu einem Kraftcentrum, das nur in den Wirkungen, die es ausübt, erkennbar ist. Ebenso nennt Leibniz seine Monaden »Entelechieen«: ihr Wesen besteht in der fortwährenden Thätigkeit des Vorstellens und Strebens. Daneben hat diese Seite des Substanzbegriffs noch in einer Reihe anderer Anschauungen ihren Ausdruck gefunden, für welche der Dualismus der Ideen und der Materie bei Plato als typisch gelten kann: ein actives Princip oder eine Mehrzahl activer Principien steht als die substantielle Grundlage der Dinge dem passiven, gleichartigen und darum für die wirklichen Eigenschaften der Dinge gleichgültigen Stoff, aus dem sie bestehen, gegenüber. Hylozoistische Anschauungen jeder Form und Färbung sind hierher zu rechnen. In der Entwicklung derselben macht sich aber unvermeidlich ein speculativer Einheitstrieb geltend, welcher den Gegensatz jener beiden Bestandtheile, aus denen man die Dinge gemischt denkt, zu überwinden trachtet. Noch bei Descartes ist das Geistige als die ursprüngliche Ursache der Bewegung von der ausgedehnten Materie geschieden, welche, vollkommen passiv, nur die mitgetheilte Bewegung fortpflanzt vermöge der Eigenschaft der Undurchdringlichkeit, die ihr zukommt **). Spinoza aber verwandelt Denken und Ausdehnung in coordinirte Attribute der Substanz, und indem sich ihm die Actualität der letzteren umsetzt in die negative Kehrseite dieses Begriffs, die Ausschliessung jeder passiven Bestimmtheit von aussen, gewinnt er den Satz, auf welchen

*) Herbart, Metaphysik, II. S. 159 f.

**) Descartes, princip. philosoph. II, 4—26.

alle ontologischen Bestimmungen des Substanzbegriffs vor ihm hinstreben, und in welchen alle von ähnlichen Grundlagen ausgehenden nach ihm wieder zurückstreben: »omnis determinatio est negatio«*). Er ist nur ein anderer Ausdruck für den Gedanken: die Substanz, als das einzig wirksame Princip, bestimmt sich selbst und damit alles Seiende. So wird die Substanz zu dem unendlichen Wesen, das Grund seiner selbst ist, dessen Attribute unendlich an Zahl und Beschaffenheit, und dessen Modificationen die einzelnen Dinge sind. Ist hier unter dem vorwaltenden Motiv der Idee der Actualität der Substanz der psychologische Ursprung dieses Begriffs aus dem handelnden Ich völlig zurückgetreten, so bringt der Panlogismus, in welchen in der neuesten Philosophie der Ontologismus Spinoza's sich umsetzte, diesen Ursprung um so deutlicher zum Ausdruck. Hier wird unter der Wirkung des Satzes der Identität des Denkens und Seins die absolute Substanz zum absoluten Subject, welches durch die dem Denken immanente Entwicklung das Sein in seine einzelnen Bestimmungen zerlegt, indem es sie selbstthätig hervorbringt.

c. Die Beharrlichkeit der Substanz.

Die dritte Form des Substanzbegriffs, welche die Substanz als das beharrende Wesen der Dinge auffasst, hat sich stets mit den beiden ersten Gestaltungen verbunden, und sie ist auf die besondere Ausbildung derselben meistens von grossem Einflusse gewesen. Freilich tritt gerade sie in den älteren Anschauungen mehr zurück als die beiden vorangegangenen. Wenn Aristoteles von der Substanz sagt, sie sei dasjenige was nur als Subject, nie als Prädicat gesetzt werde**), so liegt in dieser logischen Definition bloss die Voraussetzung eines relativen Beharrens, insofern einem constant bleibenden Subject wechselnde Prädicate beigelegt werden können; aber es ist damit doch nicht ausgeschlossen, dass das reale Gegenbild des logischen Subjectes selbst wieder Veränderungen unterworfen sei. In der That ist bei Aristoteles die Materie das einzige, was er als absolut beharrend voraussetzt, und sie gilt ihm, weil sie der bestimmten Unterschiede entbehrt, nicht als Substanz. Sobald man aber das Untheilbare oder das absolut Einfache oder gar den absoluten Grund aller Erscheinungen als die Substanz ansah, musste diese nun auch nothwendig zu jenem »ens perdurabile atque modificabile« werden, als welches sie von der Schule bezeichnet wurde. So trat nun diese Seite des Substanzbegriffes dergestalt in den Vordergrund, dass Kant den Satz, die Substanz sei beharrlich, sogar tautologisch fand. Auch ist er der Ansicht, nicht bloss der Philosoph, sondern selbst der gemeine Verstand habe zu allen

*) Spinoza, epistola XLI.
**) Metaphysik V, 8.

Zeiten diese Beharrlichkeit »als ein Substratum alles Wechsels der Erscheinungen« vorausgesetzt*).

Der Beweis, welchen Kant für die Denknothwendigkeit eines beharrenden Substrates der Erscheinungen antritt, zerfällt in zwei Beweisführungen, die zum Theil verschiedene Grundlagen haben**). Die erste sucht aus der reinen Anschauungsform der Zeit, die zweite aus dem Wesen der Veränderung die Nothwendigkeit der Substanz zu deduciren.

Die reine Zeitanschauung — dies ist der Grundgedanke des ersten Beweises — kennt keine Verschiedenheit der einzelnen Theile des Zeitinhalts. Wie eine Gerade in allen ihren Theilen die nämliche Beschaffenheit hat, so auch die reine Zeitanschauung, in welche erst durch die Unterschiede des Vorgestellten Mannigfaltigkeit kommt. Aber diese Unterschiede würden in ihrer Aufeinanderfolge nicht vorstellbar sein, ohne dass die reine Zeitanschauung zu Grunde läge. Gleichwohl kann die letztere als eine inhaltsleere Zeit nur gedacht, nicht aber vorgestellt werden: also fordert sie ein vorstellbares Substrat, und dies ist eben das Beharrende im Wechsel, die Substanz. Die Zeit ist nach Kant allgemein das transscendentale Schema, welches die reinen Verstandesbegriffe in eine anschauliche Form bringt und dadurch ihre Anwendung auf die Erfahrung erzeugt. Demgemäss gilt ihm auch das Beharrende in der Zeit als das Schema für den Begriff der Substanz. Hier sucht er nun aus der reinen Zeitanschauung heraus die Nöthigung zur Annahme eines Beharrenden nachzuweisen, und er findet dieselbe in der inhaltsleeren Beschaffenheit der reinen Zeit, wodurch die verschiedenen Theile derselben nicht von einander unterscheidbar sind. Anschaulich vorstellbar ist uns nun nicht eine inhaltsleere, wohl aber eine gleichförmig erfüllte Zeit. Die reine Zeitanschauung ist daher Anschauung nur insofern, als wir uns ein Beharrendes vorstellen.

Gegenüber dieser Deduction ist aber denn doch zu fragen, in wiefern das hier geforderte Beharrliche uns wirklich in der Anschauung gegeben sei. Sicherlich unterscheiden wir in ihr veränderliche von relativ dauernden Erscheinungen. Aber was gefordert wird, ist die Vorstellung eines absolut beharrenden Seins. Eine solche Vorstellung existirt nun ebenso wenig wie diejenige einer leeren Zeit, sondern gleich dieser beruht die Voraussetzung absolut beharrender Dinge auf einer begrifflichen Abstraction.

*) Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl. S. 227.

**) Der erste dieser Beweise gehört der zweiten, der zweite der ersten Auflage der Kritik der reinen Vernunft an. In der zweiten Auflage hat aber Kant beide als Theile eines und desselben Beweises auf einander folgen lassen. Laas unterscheidet ausserdem in seiner Kritik der ersten Analogie noch einen dritten Beweis, welcher sich auf die Unmöglichkeit des Entstehens und Vergehens der Substanzen bezieht. (Laas, Kant's Analogieen der Erfahrung, S. 98 f.) Da derselbe jedoch nur ein Zusatz zu dem zweiten Beweis ist, so fassen wir ihn mit diesem zusammen.

Wie die Zeitanschauung zu dieser Abstraction uns treiben soll, ist nicht einzusehen. Das von Kant geltend gemachte Motiv, dass wir für die unmögliche reine Zeitanschauung nach einem Substrat suchen müssen, fällt hinweg, weil jene reine oder leere Zeit ein Begriff ist, der überhaupt in keine vorstellbare Form gebracht werden kann. Auch stellt Kant selbst in seiner Lehre vom Schematismus des reinen Verstandes nicht die leere Zeit, sondern das »Beharrende in der Zeit« als die anschauliche Form hin, an welcher der Begriff der Substanz seine sinnliche Grundlage finden müsse. Doch dieses Beharrende ist uns in der wirklichen Zeitanschauung nie als ein absolut Beharrendes gegeben, und es fehlt so das zureichende Motiv für den Uebergang zum Substanzbegriff.

In seinem zweiten Beweis führt Kant aus, dass die Vorstellung eines beständigen Wechsels, wie ihn die empirische Zeitanschauung darbiete, gar nicht vollziehbar wäre ohne die Vorstellung eines Bleibenden oder Beharrenden, welches dem Wechsel zu Grunde liege. Wollte man die Zeit selbst als eine Folge von Erscheinungen denken, so müsste man neben ihr noch eine andere Zeit denken, in welcher diese Folge möglich wäre. Darum könne aller Wechsel nur als ein Modus der Existenz des Beharrenden angesehen werden. Es gilt daher Kant das Beharrende als das Substratum der empirischen Zeitvorstellung, welches die Messung der letzteren nach Grösse und Dauer, sowie die Auffassung aller Veränderungen erst möglich mache. Die Veränderung setze nothwendig ein Beharrliches voraus, das sich verändert; denn der Uebergang vom Nichtsein zum Sein müsse, um vorstellbar zu sein, an etwas Bleibendes angeknüpft werden. Diese Erwägungen führen zu dem Satze, dass nicht bloss überhaupt die Substanz beharrt, sondern dass auch das Quantum derselben in der Natur unveränderlich bleibt.

Dieser Beweis streift an eine ontologische Argumentation an. Letztere würde lauten: die Veränderung setzt ihrem Begriff nach das Beharren voraus, denn beides sind Wechselbegriffe, die nicht unabhängig von einander existiren können. Wenn es also Veränderungen giebt, so muss es auch ein Beharrendes geben, das sich verändert. Einen solchen Beweis würde natürlich Kant selbst nicht anerkennen, weil bei demselben der alte Fehler des Ontologismus begangen wird, dass die Verhältnisse unserer Begriffe in Verhältnisse der wirklichen Dinge umgewandelt werden. So sucht denn auch Kant jenen begrifflichen durch einen anschaulichen Beweis zu ersetzen. Wir sollen uns die Veränderung nicht vorstellen können, ohne ein Bleibendes, das sich verändert, hinzuzudenken. Hiergegen ist nun aber zu bemerken, dass die Vorstellbarkeit der Veränderung nicht im allergeringsten dadurch gefördert werden kann, dass wir einen Begriff zu Hülfe nehmen, der selbst völlig unvorstellbar ist, wie solches dann geschieht, wenn wir die veränderliche Erscheinung auf eine ihr zu Grunde liegende unvorstellbare Substanz beziehen. Wir bedürfen zur Vorstellung der Veränderung der Vorstellung eines Unveränderlichen, aber dies schliesst die Bedingung ein, dass das Unveränderliche mit dem Veränderlichen nicht zusammen-

falle. So stellen wir uns die Bewegung eines Körpers vor, indem wir seine Lage im Raum auf einen andern Körper beziehen, der in Ruhe bleibt, oder die Veränderung der Eigenschaften eines Körpers, seiner Farbe, seiner Gestalt, indem wir uns gewisse andere Eigenschaften desselben, wie z. B. seine räumliche Lage, unverändert denken. Hier überall handelt es sich wieder nur darum, dass wir das Veränderliche an einem relativ Beharrenden messen; nirgends ist der Begriff einer absolut beharrenden Substanz gefordert. In der That beziehen sich ja alle jene Bedingungen nur auf den Begriff des Dinges. Dass aber der letztere für unsere unmittelbare Auffassung von dem philosophischen Substanzbegriff gar nichts enthält, haben wir früher gesehen. Wenn daher Hume behauptete, es sei durch den Wechsel der äussern Erscheinungen nicht gefordert hinter den Dingen metaphysische Substanzen zu denken, so war er derartigen Argumentationen gegenüber vollständig im Rechte; in der That hat er aber dabei nur den Begriff des Dinges in der Form restituirt, wie er in der gemeinen Erfahrung vorhanden ist. Wäre der Begriff der Substanz in dem von Kant definirten Sinne wirklich ein nothwendiges Correlat der empirischen Zeitvorstellung, so müsste der Satz, dass das Quantum der Substanz weder vermehrt noch vermindert werde, stets als eine selbstverständliche Wahrheit gegolten haben, während doch die Geschichte uns lehrt, dass sich derselbe sehr allmälig an der Hand wissenschaftlicher Erfahrungen seine Anerkennung erkämpfen musste.

Wenn gegen Kant's Deduction des Substanzbegriffs die Einwände Hume's in unverminderter Stärke bestehen bleiben, so ist jedoch gegen die wissenschaftliche Berechtigung dieses Begriffes selbst noch gar nichts bewiesen. Denn gerade die wahre Quelle des letzteren ist in Kant's Deduction übergangen worden. Der Verlauf der zeitlichen Vorstellungen und der veränderlichen Erscheinungen ausser uns führt für sich betrachtet nicht einmal zum Begriff des Dings, an welches von Kant mit Unrecht die Vorstellung eines absolut beharrenden Substrates geknüpft wird. Schon bei dem Ding überträgt das Selbstbewusstsein die aus der eigenen apperceptiven Thätigkeit hervorgegangene Idee eines Substrates der Vorstellungen auf die Gegenstände des Vorstellens. (Vergl. S. 415.) Indem Kant diesen Ursprung übersieht, kommt er in die eigenthümliche Lage, dass er den Substanzbegriff aus Bedingungen abzuleiten sucht, die ihn nicht liefern können, und dass er denselben da, wo er ihn bei seiner ursprünglichen Quelle auffindet, in seiner Anwendung auf das Selbstbewusstsein, mit unzureichenden Argumenten bekämpft. Dies geschieht in der Kritik der rationalen Psychologie*). In der That würden alle die Gründe, welche Kant im Gebiet der äusseren Erfahrung für den Substanzbegriff geltend gemacht hat, wenn sie triftig wären, auch in der innern gelten, und anderseits sind diejenigen Gründe, welche er gegen die Anwendung des Substanzbegriffs auf die

*) Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl. S. 399 f.

innere Erfahrung anführt, nicht von zwingender Art. So treffend die Kritik des Paralogismus der rationalen Psychologie ist, so trifft dieselbe doch nur den Versuch, aus dem inhaltsleeren Begriff des Ich Aufschlüsse über die Natur der Seelensubstanz zu gewinnen; es ist aber damit nicht bewiesen, dass es unzulässig sei, zu der Gesammtheit der innern Erfahrungen einen Substanzbegriff hinzuzudenken. Wenn man mit Kant die Substanz als einen Begriff bestimmt, der nothwendig zu den veränderlichen Erscheinungen hinzugedacht werde und daher schon in der gemeinen Erfahrung vorhanden sei, so ist in der That nicht abzusehen, wesshalb dieser Begriff nur für die äussere Erfahrung gelten soll, während bei der inneren jeder Versuch sich desselben zu bedienen als eine unberechtigte Aussage über das unerkennbare »Ding an sich« anzusehen sei. Hat die rationalistische Psychologie sich dazu verführen lassen auf die blosse Thatsache der Apperception Aussagen über das Wesen der Seele zu gründen, so haben innerhalb der speculativen Naturphilosophie ähnliche Versuche gegenüber dem Begriff der Materie keineswegs gefehlt. Die Wandelbarkeit der Zeitanschauung, auf die Kant gelegentlich hinweist, hätte ihm am wenigsten im Wege stehen sollen, da er gerade bei Gelegenheit des Substanzbegriffs auseinandersetzt, dass die reine Zeitanschauung beharrlich sei. Freilich, für die Erkenntniss des Zusammenhangs der innern Erfahrungen würde durch ein solches Hinzudenken einer substantiellen Grundlage unmittelbar noch nichts gewonnen, da alle Folgerungen aus der Einheit des Ich auf die Einfachheit und Beharrlichkeit der Seele unstatthaft sind, wie Kant mit Recht bemerkt hat. Aber der Begriff der materiellen Substanz ist nicht minder inhaltsleer. Hier zeigt es sich jedoch gerade, dass Kant in der Naturphilosophie ein Verfahren einschlägt, welches demjenigen, das er in der Kritik der rationalen Psychologie tadelt, verwandt ist. Den Begriff der Materie bereichert er mit Bestimmungen a priori, die dem völlig inhaltsleeren Begriff der reinen Zeitanschauung entnommen sind. Weil diese, nachdem in ihr von jedem Inhalte abstrahirt ist, keine Unterschiede mehr zeigen kann, desshalb soll auch die Substanz beharrlich und in ihrem Quantum unveränderlich sein. So sehr daher Kant durch seine transscendentale Dialektik dazu beigetragen hat, den Ontologismus der älteren rationalistischen Philosophie zu zerstören, so ist doch seine eigene Analytik des Substanzbegriffs noch von den nämlichen Anschauungen beeinflusst. Das gemeinsame der letzteren besteht eben darin, dass vor aller Erfahrung aus den Bestimmungen des reinen Bewusstseins der Begriff der Substanz gewonnen werden soll. Das appercipirende Ich findet sich als ein einfaches, thätiges und beharrendes. Indem diese Bestimmungen in den Substanzbegriff hinüberwandern, entstehen die oben bezeichneten drei Richtungen des letzteren. Jede dieser Richtungen erhebt aber eine Eigenschaft, die wir an der Apperception als eine bloss relative vorfinden, zu einer absoluten, und so kommen nun in die Substanz jene Bestimmungen, welche nicht nur die Erfahrung überschreiten, sondern zu denen

auch in der rechtmässigen Entwicklung des Begriffs nicht der geringste Grund gegeben ist. Die Apperception ist eine relativ einfache Thätigkeit gegenüber den wechselnden Vorstellungen, aber darin liegt kein zureichender Anlass, um das denkende Ich oder die objective Substanz zu einem absolut einfachen und untheilbaren Wesen zu machen. Wir nehmen die Apperception als eine innere Willenshandlung wahr und sind darum geneigt, auch den objectiven Dingen, insofern sie Wirkungen nach aussen hervorbringen, eine Actualität beizulegen. Aber nichts berechtigt uns nun, die Substanz überhaupt als das absolut Thätige und Determinirende aufzufassen, welches seinerseits keine Wirkungen empfangen könne. Wir nehmen endlich die Apperception als eine gleichförmige und relativ beharrende Thätigkeit wahr und werden darum veranlasst auch bei den objectiven Dingen von den wechselnden Eigenschaften einen bleibenderen Träger derselben zu unterscheiden. Gleichwohl liegt darin kein zureichender Grund, diesem Träger eine absolute Unveränderlichkeit zuzuschreiben.

Wenn wir nunaber die absoluten Bestimmungen des Substanzbegriffs auf die relative Bedeutung einschränken, die ihnen mit Recht zukommt, was bleibt dann übrig? Nichts anderes als der Begriff des Dings, wie ihn die gemeine Erfahrung schon kennt, als ein Veränderliches, dessen wechselnde Zustände durch unser Denken in Verbindung mit einander gesetzt werden. Es ist derselbe Begriff, auf welchen Hume's Kritik der Substantialität thatsächlich zurückführte. Diese Kritik war gegen die speculativen Bestimmungen gerichtet, mit welchen man die Dinge der Erfahrung versehen hatte; es war daher selbstverständlich, dass nach der Ablösung dieser Bestimmungen wieder die Dinge der Erfahrung zurückblieben. Die gemeine Erfahrung hat in der That kein Recht von beharrenden Substanzen zu sprechen, da ihr überhaupt keine Substanzen sondern überall nur veränderliche Dinge gegeben sind.

Ist nun damit auch die wissenschaftliche Berechtigung des Substanzbegriffs beseitigt? Der Wissenschaft liegt die Pflicht ob über den Zusammenhang der Erfahrungen Rechenschaft zu geben. Sobald die Begriffe der gemeinen Erfahrung dies nicht leisten, sucht zunächst die empirische Wissenschaft dieselben zu berichtigen und zu vervollständigen; und sobald die von der empirischen Wissenschaft gewonnenen Begriffe jene Aufgabe für den allgemeineren Zusammenhang der Erfahrungen nur unvollkommen zu lösen im Stande sind, hat schliesslich die Philosophie ergänzend einzutreten. Es erheben sich daher die beiden Fragen: 1) Inwiefern hat sich innerhalb der empirischen Forschung die Nöthigung ergeben eine Berichtigung der Erfahrungsbegriffe vorzunehmen, durch welche es gefordert wurde Träger der Erscheinungen, Substanzen vorauszusetzen? 2) Inwiefern ist die Philosophie im Stande die so in den einzelnen Wissenschaften gewonnenen Substanzbegriffe weiter zu begründen oder zu vervollständigen?

2. Der Substanzbegriff in den Erfahrungswissenschaften.

a. Die materielle Substanz.

Zwar hat die Physik schon bei dem Beginn ihrer Untersuchungen den ihr von der speculativen Naturphilosophie überlieferten Begriff der Substanz vorgefunden und ist durch die philosophischen Anschauungen über diesen Begriff vielfach beeinflust worden. Gleichwohl ist nicht zu verkennen, dass, auch wenn solche Einflüsse nicht existirt hätten, die Naturwissenschaft von sich aus nothwendig zu dem Begriff der Substanz hätte kommen müssen. Obgleich der Satz, dass das Quantum der Materie constant sei, von vielen Philosophen als eine Vermuthung ausgesprochen wurde, lange bevor er empirisch nachgewiesen war, so geschah dies doch keineswegs in einer so allgemeinen Weise, dass man diesen Satz als einen vor jeder Untersuchung feststehenden betrachten könnte. Ein grosser Theil der alchemistischen Bestrebungen war vielmehr auf gegentheilige Annahmen gegründet. Als nun aber die chemischen Untersuchungen bewiesen hatten, dass bei allen Verbindungen und Zersetzungen der Körper die Schwere der vorhandenen Bestandtheile unverändert bleibe, und dass aus den nämlichen Körpern immer auch wieder die nämlichen Bestandtheile mit übereinstimmenden Eigenschaften sich ausscheiden liessen, da blieb, wollte man nicht auf jede Erklärung des Zusammenhangs der Erscheinungen verzichten, nichts anderes übrig als materielle Substanzen vorauszusetzen, die in allen ihren wesentlichen Eigenschaften unveränderlich sind und durch ihre wechselnde Verbindung mit einander Körper mit wechselnden Eigenschaften hervorbringen können. Es ist kaum zu bezweifeln, dass es eine Zeit gab, wo viele Chemiker die Elemente für Dinge hielten, die mit den für uns sicht- und fühlbaren unzerlegbaren Körpern vollständig übereinstimmten, so dass sie in Bezug auf die Elemente über den Dingbegriff der gemeinen Erfahrung nicht hinausgekommen waren. Gleichwohl operirten sie mit dem Begriff der Substanz, insofern sie genöthigt waren anzunehmen, in den zusammengesetzten Körpern seien jene Elemente mit ihren unveränderlichen Eigenschaften vorhanden. In ähnlicher Weise hatten die Vertreter der Emanationstheorie meistens vermuthet, den einzelnen Farben des Spectrums entsprächen Lichtausstrahlungen von den nämlichen sinnlichen Eigenschaften, wie sie unsern Empfindungen zukommen*); in Folge dessen wurden sie dann gezwungen dem weissen Licht eine von der äusseren Erscheinungsform verschiedene substantielle Grundlage zuzuschreiben, und die letztere wurde aus Anlass der Erscheinungen der Zerlegung und Zusammensetzung der verschiedenfarbigen Strahlen wiederum als eine unveränderliche an-

*) Newton, Optice. Nov. edit. Lausannae et Genevae 1740. Lib. II. pars II. p. 185.

gesehen. Nachdem man, durch die Widersprüche der Emanationslehre genöthigt, zur Undulationstheorie übergegangen war, hatte sich aber der Stand der Dinge verändert, da man nun das Substrat der Lichterscheinungen überhaupt als ein solches ansehen musste, das in seiner unmittelbaren Beschaffenheit unserer sinnlichen Wahrnehmung unzugänglich sei. Auch für das Gebiet der chemischen Erscheinungen ergab sich aus objectiven Gründen die nämliche Folgerung, sobald man theils die wechselnden Eigenschaften der Elemente in ihren verschiedenen Aggregatzuständen bedachte, theils über die Gesetze der Verbindung nach einfachen Gewichts- und Volumverhältnissen Rechenschaft zu geben versuchte. Ein letzter Schritt in der nämlichen Richtung würde hier offenbar dann geschehen sein, wenn die Vermuthung sich bestätigen sollte, dass alle bisher sogenannten Elemente zusammengesetzte seien, und dass absolut unzerlegbare Stoffe durch kein Mittel, das uns zu Gebote steht, isolirt werden können*). Es würde nicht schwer fallen ähnliche Betrachtungen über das ganze Gebiet der Naturlehre auszudehnen. Ueberall hat dieselbe zunächt mit dem Erfahrungsbegriff des Dinges mit veränderlichen Eigenschaften begonnen und überall ist sie genöthigt worden, denselben schrittweise so lange zu berichtigen, bis sie bei dem metaphysischen Begriff einer Substanz mit constanten Eigenschaften angelangt war, welche selbst unserer Wahrnehmung völlig entrückt ist, durch ihre Wirkungen aber alle Erscheinungen hervorbringt, die den Zusammenhang der äusseren Erfahrungen ausmachen.

Stets wird es als die Aufgabe der physikalischen Untersuchung angesehen, den Begriff der Materie so zu bestimmen, dass aus demselben widerspruchslos die Erscheinungen abgeleitet werden können. Da nun im allgemeinen verschiedene Voraussetzungen über die Eigenschaften der Materie denkbar sind, welche dies leisten, so hat der Begriff der materiellen Substanz einen hypothetischen Charakter. Insofern die Materie niemals selbst Gegenstand der äussern Erfahrung ist, lässt sich immer nur sagen, dass irgend eine Hypothese besser als eine andere ihre Aufgabe erfülle, oder es lässt sich wohl auch eine bestimmte Hypothese als unvereinbar mit der Erfahrung zurückweisen. Niemals aber wird irgend eine Hypothese als das nicht mehr überschreitbare Ziel der Naturforschung angesehen werden können, wobei der Begriff der materiellen Substanz seinen hypothetischen Charakter völlig verlieren würde. Ausserdem fordert dieser Begriff den der Causalität zu seiner Ergänzung. Denn indem vorausgesetzt wird, alle äussern Erscheinungen seien Wirkungen einer metaphysischen Substanz, ergiebt sich die Aufgabe die letztere so zu bestimmen, dass sie dem Bedürfniss der Causalerklärung genügt. In der That stammt der Begriff der Materie nur aus diesem Bedürfniss, und in Folge dessen kann immer auch nur an der Hand der Causalerklärung die Frage entschieden werden, ob eine bestimmte Form dieses hypothetischen Begriffs angemessen sei oder nicht.

*) Vergl. Lockyer, proc. roy. soc. XXVIII. 1878.

b. Die Anwendung des Substanzbegriffs auf die innere Erfahrung.

Treten wir von den nämlichen Gesichtspunkten ausgehend an die innere Erfahrung heran, so wird sich der Psychologie das Recht zur Bildung eines analogen metaphysischen Begriffs nicht streitig machen lassen, falls sich auf ihrem Gebiet ähnliche Motive vorfinden sollten. Wie nun die Physik bei der Ausbildung ihrer Hypothesen über die Materie zunächst ganz von der Thatsache abstrahirt hat, dass die Gegenstände der äussern Erfahrung nur durch das Medium unserer Sinne und unseres Bewusstseins von uns wahrzunehmen sind, so würde die empirische Psychologie vor allem zu prüfen haben, ob sie dann, wenn sie alle unsere Vorstellungen und Gefühle als blosse Thatsachen der inneren Wahrnehmung ansieht, dazu genöthigt wird, hinter dem Inhalt dieser letzteren ein Substrat anzunehmen, als dessen Wirkungen alle Erscheinungen des Bewusstseins zu betrachten wären. Es giebt eine Thatsache, welche für die Psychologie unzweifelhaft diese Nöthigung mit sich führt. Sie besteht nicht in der inhaltsleeren Vorstellung des Ich, von der nicht abzusehen ist, wie sie dazu zwingen sollte auf ein Substrat zurückzuschliessen, das von ihr selber verschieden ist, sondern in derjenigen inneren Erfahrung, welche die Bedingung aller Verknüpfung der Vorstellungen ist, in der Reproduction der Vorstellungen. Da eine Vorstellung, nachdem sie aus dem Bewusstsein verschwunden, wieder erneuert werden kann, so sind wir genöthigt einen bleibenden Träger für alle unsere Vorstellungen vorauszusetzen. Diese berechtigte Annahme pflegt aber sofort verfälscht zu werden, indem man die unveränderliche Thätigkeit der Apperception und die an sie geknüpfte Ichvorstellung mit jenem hypothetischen Substrate zusammenwirft und nun auf die Beschaffenheit des letzteren aus den Eigenschaften der Ichvorstellung folgert. Die Vorstellung des Ich erfordert an sich ebenso wenig wie irgend eine andere die Voraussetzung eines Substrates. Jene Vermengung liegt freilich bei ihr desshalb nahe, weil die Thätigkeit der Apperception schon bei dem Begriff des Dinges wirksam ist, und weil sie überdies auf die speculativen Bestimmungen der Substanz fortwährend von Einfluss war, so dass eine Beziehung der Apperception zu dem Substanzbegriff nothwendig angenommen werden muss. Immerhin folgt aus der Betheiligung des denkenden Selbstbewusstseins an der Bildung dieses Begriffes nicht im mindesten, dass nun auch umgekehrt das denkende Selbstbewusstsein seinerseits auf eine Substanz zurückgeführt werden müsse, sondern man dreht sich bei dieser Voraussetzung in einem fehlerhaften Cirkel. Das Selbstbewusstsein wird durch die denkende Bearbeitung der ihm gegebenen Objecte genöthigt anzunehmen, dass als die Träger der sinnlichen Dinge Substanzen vorauszusetzen seien. Den so aus der Wechselwirkung des Denkens mit seinen Objecten hervorgegangenen Begriff überträgt man dann auf das denkende Subject selbst, obgleich sich dieses doch unmittelbar seiner selbst gewiss ist, so dass hier jene Motive,

die uns veranlassen hinter dem sinnlichen Schein ein von ihm verschiedenes, obgleich immer nur hypothetisches Sein vorauszusetzen, gänzlich hinwegfallen. Denn niemals kann das Subject veranlasst werden sich selbst und seine Denkhandlungen als Schein zu betrachten. Auch würde völlig unerfindlich sein, mit welchen Hülfsmitteln das Denken zu irgend welchen Aussagen über die ihm selbst zu Grunde liegende Substanz gelangen sollte. Dass die Objecte der Wahrnehmung eine derartige Bearbeitung durch das Denken erfahren können, ist vollkommen begreiflich, da sie eben Objecte des Denkens sind; wie aber das Denken in solcher Weise sich selbst zum Object solle nehmen können, dass es an die Stelle der unmittelbaren Gewissheit seines eigenen Thatbestandes ein hypothetisches Object setzte, dies ist ein völlig unvollziehbarer Gedanke. Wenn dieser Gedanke trotzdem so vielfältig aufgetaucht ist, so begreift sich dies nur aus dem Einfluss, welchen schon in dem naiven Bewusstsein die objective Welt auf die Selbstbeurtheilung des Subjectes gewinnt. Indem das letztere von der Vorstellung ausgeht, es sei zugleich Object für andere denkende Subjecte, beginnt es sich auch vor sich selbst als ein Object zu betrachten, und es meint nun, alle die Bestimmungen, die es in seinem Denken gültig gefunden hat für die Objecte der Aussenwelt, nun wiederum auf dieses Subject-Object anwenden zu müssen. Das mythologische Denken, das die Substanzen als körperliche Dinge auffasst, setzt demnach die eigene Seele als ein körperliches Ding im Körper voraus. Die speculative Psychologie führt an Stelle dessen einen psychischen Punkt oder eine Monade ein; und nun, nachdem der Begriff der Substanz von den Objecten in das Subject herübergewandert ist, muss es natürlich auch den Objecten gefallen ihrerseits den so entstandenen Bedürfnissen sich anzupassen. Alle diese speculativen Bestrebungen werden aber durch die einfache Bemerkung beseitigt, dass zwar das Object dem Denken nur mittelbar gegeben ist, insofern die Wahrnehmung zunächst nur auf ein Gegebenes hinweist, dessen nähere Bestimmung sodann Aufgabe des Denkens wird, dass dagegen das denkende Subject sich selbst unmittelbar gegeben ist, so dass hier die Frage nach einem etwaigen Substrat desselben gar nicht entstehen kann.

Wohl aber entsteht diese Frage sofort bei denjenigen psychologischen Vorgängen, welche die nächsten Objecte darstellen, auf die das Denken seine Thätigkeit richten kann, bei den Vorstellungen und ihren associativen Verbindungen. Prüfen wir jedoch, ob die innere Erfahrung unabhängig von der äussern die Grundlagen einer hypothetischen Voraussetzung für das Substrat der innern Wahrnehmungen zu liefern im Stande sei, so ist das Ergebniss ein negatives. Nie lässt sich aus dem Zusammenhang unserer successiven Vorstellungen und Gefühle mehr gewinnen als die allgemeine Forderung eines Substrates für diesen Zusammenhang. Nun können wir aber unsere innere Erfahrung gar nicht abgesondert behandeln von der äusseren, denn einerseits führt die Untersuchung der psychologischen Vorgänge stets auf begleitende körperliche Functionen,

anderseits beziehen sich unsere Vorstellungen auf Objecte der Aussenwelt, und wir können von dieser Beziehung nicht abstrahiren, ohne wesentliche Eigenschaften der Vorstellungen selbst aufzuheben. Dies letztere und nicht, wie Kant behauptete, die grössere Stetigkeit der äusseren Objecte ist der Grund, wesshalb bei der Bildung des Substanzbegriffs die äussere der innern Erfahrung überlegen ist. Bei jener können wir vorübergehend wenigstens vollständig von dieser abstrahiren, indem wir unsere Vorstellungen für die Objecte selbst ansehen. In der That ist dies der Weg, den die Naturwissenschaft eingeschlagen, und der ihr zur Feststellung ihres materiellen Substanzbegriffs verholfen hat. Bei der innern Erfahrung dagegen führt der Versuch einer derartigen Abstraction unvermeidlich dazu, dass man die Thatsachen der innern Erfahrung ohne jeden besonderen Inhalt, also die reine Thätigkeit der Apperception, herausgreift und nun aus ihr Aufschluss über das Wesen der Seele zu gewinnen sucht. Jene nothwendige Beziehung unserer Vorstellungen zu der objectiven Welt bestätigt sich denn auch darin, dass bei den Ansichten über die Seele, welche die Geschichte der Psychologie aufweist, der Hauptzweck immer dahin gerichtet war den Zusammenhang des denkenden Subjectes mit der Aussenwelt zu bestimmen, also auf das Problem der Wechselwirkung zwischen Geist und Körper eine Antwort zu gewinnen. Hier war nun, nachdem die naive Annahme eines physischen Einflusses zweier grundverschiedener Substanzen auf einander als unzulänglich befunden war, nur die Voraussetzung möglich, geistiges und körperliches Geschehen seien verschiedene, aber durchgängig mit einander zusammenhängende Erscheinungsformen an einer und derselben Substanz. Da jedoch auf rein psychologischem Gebiete nichts weiter als die allgemeine Nothwendigkeit einer Voraussetzung geistiger Substanzen zu gewinnen war, so mussten selbstverständlich alle weiteren Bestimmungen dem Begriff der Materie entnommen werden. So haben die beiden Hauptansichten über die Materie, die Annahme eines unbegrenzt ausgedehnten ins unendliche theilbaren Stoffes und die Atomistik, ihre Gegenbilder in dem Hylozoismus und in der Monadenlehre. Nur auf dem Standpunkt eines äusserlichen Dualismus, wie er z. B. von Descartes und Wolff eingenommen wurde, konnte zuweilen die Annahme einer Seelenmonade mit derjenigen eines unbestimmt theilbaren materiellen Stoffes vereinigt werden. Jene Correspondenz der physikalischen und psychologischen Hypothesen macht es aber zugleich begreiflich, dass aus den ersteren in die letzteren nebenbei auch solche Bestimmungen überzugehen pflegten, die weder durch die innere Erfahrung für sich noch durch ihren Zusammenhang mit der äussern gefordert waren. Hierher gehört vor allem die Annahme, die in Leibniz' Monadenlehre eine so grosse Rolle spielt, dass die inneren Zustände der Monaden schlechthin nicht auf einander einwirken können. Herbart hat zwar die hieraus entspringenden Schwierigkeiten durch seine Theorie des Zusammens der realen Wesen zu beseitigen gesucht; doch fusst diese Theorie selbst auf jenem Vorurtheil absoluter

Selbständigkeit. Offenbar lässt sich aber eine solche Annahme weder aus der psychologischen Erfahrung noch auch aus der Beziehung des innern Geschehens zu seiner körperlichen Grundlage rechtfertigen. Unsere innere Erfahrung zeigt uns eine Vielheit mannigfacher, aber in durchgängiger Verbindung und Wechselwirkung stehender Zustände; die physiologische Untersuchung lehrt uns, dass die körperlichen Vorgänge, welche die geistigen begleiten, dem Gesammtorganismus, zunächst der centralen Repräsentation der einzelnen Functionsheerde desselben im Gehirn, angehören. Es ist also jene Annahme lediglich aus der physikalischen Voraussetzung entstanden, dass sich die Elemente der Materie nur in Bezug auf ihren äusseren Zustand, also in Bezug auf ihre räumliche Lage, wechselseitig bestimmen, während die inneren Eigenschaften derselben unveränderlich seien. Es steht aber nichts im Wege anzunehmen, dass diese Voraussetzung nur so lange gültig sei, als wir die Substanz als Grundlage der äussern Erfahrung zu bestimmen suchen, während sie ihre Gültigkeit verliere, sobald wir die weiteren Voraussetzungen hinzufügen, welche die innere Erfahrung fordert. Da die innere Wechselwirkung der Substanzen nur in der Form psychischer Zustände geschieht, so ist es vollkommen begreiflich, dass wir niemals Gelegenheit haben auf eine solche zurückzugreifen, so lange wir im Gebiet des materiellen Geschehens verbleiben. Damit fällt aber zugleich der letzte theoretische Grund weg, der, neben der Beziehung auf die einfache Ichvorstellung, meistens den Anlass zur Hypothese einer untheilbaren Seelenmonade gebildet hat.

Das Resultat dieser Erörterungen besteht darin, dass der Versuch für den letzten Grund unserer innern Erfahrung, für die Thatsachen des Selbstbewusstseins und des Willens, ein Substrat anzunehmen, welchem hier eine ähnliche Bedeutung zukäme wie dem Substanzbegriff in der äussern Erfahrung, auf einer Täuschung beruht, bei der man sich weder über die Bedeutung jenes Begriffs noch über die Betheiligung unseres Denkens an demselben zureichende Rechenschaft giebt. Der Substanzbegriff hat für die innere Erfahrung eine legitime Anwendung nur im Gebiet der psychophysischen Vorgänge, d. h. also für den ganzen materiellen Inhalt unserer innern Erfahrung, der stets zugleich von physischen Vorgängen begleitet ist. Auch hier kann es sich nun aber nicht darum handeln, auf der Grundlage der innern Erfahrung allein einen Substanzbegriff auszubilden, sondern, da das Substrat unserer Vorstellungen zugleich als das Substrat begleitender physischer Vorgänge anzusehen ist, so kann die Aufgabe nur in einer Ergänzung des materiellen Substanzbegriffs bestehen, welche denselben tauglich macht zugleich als Grundlage psychischer Vorgänge zu dienen. Diese Ergänzung besteht in der Voraussetzung, dass den Substanzelementen eine psychische Qualität zukommt, in Bezug auf welche sie in einer wechselseitigen inneren Verbindung stehen. Der auf solche Weise ergänzte Substanzbegriff hat sich jedoch seines ursprünglichen Charakters keineswegs entäussert: er ist die hypothetische

Voraussetzung, die wir zu der Verbindung des psycho-physischen Geschehens hinzudenken, um uns über die objective Grundlage der innern Erfahrung Rechenschaft zu geben. Weder ist es aber das Wesen des Wirklichen, das »Ding an sich«, das sich in dieser Form objectiver Vorstellung uns erschliesst, noch können wir uns jemals mittelst eines solchen Substanzbegriffs über die unmittelbare Thatsache unseres Wollens und Denkens, die einen solchen Begriff weder fordert noch ermöglicht, Rechenschaft geben wollen. Auch für den auf das psycho-physische Geschehen ausgedehnten Begriff gilt die Bemerkung, dass die Substanz die Form ist, unter der unser Denken unter dem Antrieb von Erfahrungsmotiven die ihr gegebenen Objecte, niemals aber sich selbst appercipirt, und dass der so aus der Wechselwirkung der Objecte mit dem Denken entstandene Begriff eben wegen dieses seines Ursprungs nur das Ding wie es für uns ist bedeutet. Gleichwohl oder vielmehr gerade wegen dieser scheinbar beschränkenden Bedingung ist es der so entstandene Substanzbegriff, der für den Gebrauch der Erfahrungswissenschaften vollständig zureicht, und welchem diese mit vollem Recht objective Realität zugestehen, da die Realität der Erfahrung eben nichts anderes als die durch unser Denken vermittelte und schliesslich durch die verwickelte Controle des wissenschaftlichen Denkens geprüfte Form ist, in welcher wir die Objecte auffassen.

c. Die Axiome des Substanzbegriffs.

Wie die speculative Entwicklung des Substanzbegriffs im allgemeinen der empirischen vorangegangen ist, so mengen sich nun auch in den letzteren fortwährend Erwägungen ein, die auf den speculativen Substanzbegriff oder mindestens auf die nämliche Quelle wie dieser zurückgehen. Diese Ansprüche der Speculation, von sich aus und ohne eine gründliche Erwägung der Erfahrung die Hauptbestimmungen der Substanz gewinnen zu wollen, würden einfach zurückzuweisen sein, wenn sich nicht das auffallende Resultat ergäbe, dass immerhin einige der wesentlichen Eigenschaften des speculativen Substanzbegriffs in dem empirischen wiedergefunden werden, wenn auch die Speculation im einzelnen vielfach aus jenen Eigenschaften Folgerungen gezogen hat, die nicht stichhaltig oder wenigstens in der Erfahrung nicht zu bestätigen sind. Dass die Materie aus einfachen Elementen zusammengesetzt ist, dass die wesentlichste Eigenschaft dieser Elemente darin besteht wechselseitige Wirkungen hervorzubringen, und dass jedes derselben für sich genommen unveränderlich ist: diese drei frühzeitig schon durch die Speculation vorausgenommenen Bestimmungen haben sich zugleich immer deutlicher als die unerlässlichen Voraussetzungen der empirischen Naturerklärung ergeben. Die erste dieser Annahmen liegt nicht bloss den atomistischen Theorieen zu Grunde, sie tritt, nur in einer etwas abweichenden Form, auch in die verschiedenen corpuscularen und dynamischen Hypothesen ein, da keine derselben der Voraussetzung abge-

grenzter und selbständiger Elemente, mögen als solche nun Corpuskeln, Wirbelringe oder punktuelle Atome angenommen werden, entbehren kann. Die etwa hinzutretende Vorstellung, dass ein solches Element an sich noch theilbar sei, welche allerdings nur bei dem punktuellen Atom schlechthin ausgeschlossen ist, kommt bei jener Forderung selbständiger Elemente nicht in Betracht, weil sie für den Zusammenhang der theoretischen Entwicklung nicht von Bedeutung ist. Nicht minder führt auf die Annahme einer Actualität der materiellen Elemente jede theoretische Naturerklärung zurück. In der älteren Atomistik sowie in der Cartesianischen Theorie wird dieselbe nur scheinbar umgangen, indem eine ursprünglich von aussen mitgetheilte Bewegung postulirt ist. Da für die wirkliche Erklärung nur die thatsächlich vorhandene Bewegung der materiellen Elemente in Betracht kommt, so wird eben hier die Actualität der Substanz in diese fortdauernde Bewegung verlegt. Die dritte Voraussetzung endlich ist in dem Princip der Constanz der Materie als allgemeinstes Erfahrungsgesetz der Naturlehre anerkannt.

Wie erklärt es sich nun, dass diese drei Axiome des Substanzbegriffs, der Satz der Einfachheit, der Wirksamkeit und der Beharrlichkeit, unverkennbar bereits vor jeder Bestätigung durch die Erfahrung nicht nur vorausgesetzt wurden sondern auch eine gewisse Evidenz für sich in Anspruch nahmen? Auf zwei Gebieten können wir die Antwort auf diese Frage suchen: auf psychologischem und auf erkenntnisstheoretischem. Wenn die Psychologie uns mit der allgemeinen Entstehung des Substanzbegriffs auch über die Voraussetzung dieser seiner Haupteigenschaften Rechenschaft geben muss, so wird dagegen nur die Erkenntnisstheorie den Grund der Evidenz derselben nachweisen können.

Die psychologische Frage hat bei der Erörterung der philosophischen Entwicklung des Substanzbegriffs im wesentlichen bereits ihre Erledigung gefunden. Dort haben wir gesehen, dass von den frühesten mythologischen Anfängen dieses Begriffs an bis in dessen höchste speculative Entwicklungen die Handlung der Apperception es ist, welche als eine relativ einfache und dauernde Thätigkeit in die Objecte der Wahrnehmung übertragen wird, wobei zugleich die Speculation darauf ausgeht jene relativen Bestimmungen in absolute umzuwandeln. Aber gerade dies erschien mit Rücksicht auf den psychologischen Vorgang als ein unerlaubtes Verfahren. Die Apperception ist in Wahrheit nur relativ einfach, thätig und beharrend, und sie hat überdies nur insoweit eine Berechtigung auf die objectiven Dinge übertragen zu werden, als diese die nämlichen Bestimmungen erkennen lassen. Letzteres ist nun zwar der Fall, doch abermals nur in relativer Weise. Diesen speculativen Bemühungen gegenüber bleibt daher die skeptische Kritik des Substanzbegriffs im Rechte, welche die Substanzen in Dinge zurückverwandeln möchte. (Vergl. S. 483.)

Gleichwohl könnte unser Vertrauen in die drei Axiome des Substanzbegriffs noch eine andere Quelle haben, welche von der mit Begriffen

operirenden Speculation übersehen wurde, aber der empirischen Forschung immerhin den Weg zur Gewinnung jener Sätze geebnet haben mag. In der That ist Kant dieser Quelle bereits auf der Spur gewesen, aber, durch Reste des Ontologismus und die Lehre vom Schematismus der Zeit verführt, wieder von ihr abgekommen. Diese Quelle ist keine andere als die Anschauung. Die drei Axiome von der Substanz sind Postulate der Anschauung: sie sind Sätze, welche nach den Gesetzen der Raum- und Zeitanschauung gefordert werden, sobald man reale Objecte voraussetzt, die uns in Raum und Zeit gegeben sind. In erster Linie kommen aber hierbei die Eigenschaften des Raumes in Betracht, da die Materie das Substrat der in der äusseren Erfahrung gegebenen Gegenstände bildet. Die Zeitanschauung ist nur insofern herbeizuziehen, als sie für die Verknüpfung der auf einander folgenden Zustände des Gegebenen unerlässlich ist.

Erstes Axiom: Die Elemente der Substanz sind einfach. Das einfachste im Raum gegebene ist der Punkt, zu dessen Bestimmung nur drei Grössen erforderlich sind. Die Elemente der im Raum ausgedehnten Substanz müssen daher entweder Punkte sein oder doch sich zu einander wie Punkte verhalten, so dass sie in sich selbst unveränderlich sind, und dass ihre Lage in Bezug auf andere Elemente durch drei Coordinaten bestimmt werden kann. Die hier gestellte Alternative deutet an, dass die Anschauungen in Bezug auf die Einfachheit der Substanz schwanken: entweder wird in consequenter Durchführung der Abstraction das geometrisch Einfache oder, um die Anschaulichkeit zu bewahren, bloss ein physisch Einfaches vorausgesetzt, welches aber wegen seiner physischen Unveränderlichkeit nicht mehr Bestimmungsgrössen verlangt als der geometrische Punkt. Die Nothwendigkeit hier der Anschauung Concessionen zu machen bestreitet die erste abstractere Ansicht mit dem Hinweis darauf, dass nach dem folgenden Axiom überhaupt nicht die Substanzen selbst, sondern nur ihre Wirkungen anschaulich gegeben sein können.

Zweites Axiom: Alle Substanzen sind wirksam und nur durch ihre Wirkungen anschaulich gegeben. Jedes im Raum gegebene reale Object muss ein bestimmtes Lageverhältniss zu andern Objecten besitzen. Nun kann aber die Lagebestimmung eines Objectes nicht als eine solche angesehen werden, die bloss in unserer subjectiven Raumanschauung vorhanden ist, sondern die letztere vollzieht ihre Ordnung, indem sie einem objectiven Zwange folgt. Objecte können daher nur anschaulich gegeben sein, insofern sie auf einander und auf den Anschauenden, welcher ebenfalls eines der Objecte im Anschauungsraum ist, eine Wirkung ausüben, von welcher die Stelle, die jedes einzelne einnimmt, bestimmt ist.

Drittes Axiom: Alle Substanzen sind beharrlich. Die qualitativen Eigenschaften der Objecte sind Wirkungen, welche die Substanzen auf den Anschauenden hervorbringen. Um so weit als möglich zu bestimmen, was die Substanz unabhängig von dem Anschauenden ist, muss daher von diesen Eigenschaften abstrahirt werden. Dann bleiben aber

als Bestimmungen der Substanz nur ihre Existenz im Raume und ihre räumliche Beziehung zu andern Substanzen übrig. Nun besteht die einzige Veränderung, die ein Raumelement in Bezug auf andere Raumelemente erfahren kann, in der Lageänderung oder Bewegung. Also besteht die einzig mögliche reale Veränderung der Substanzen in ihrer Bewegung, und an sich selbst bleiben sie unverändert.

Diese Begründungen der drei Axiome bestehen darin, dass Grundeigenschaften des Raumes auf die im Raum gegebenen realen Substanzen übertragen werden. So wird übertragen 1) die Abstraction von Raumelementen auf das Reale im Raum, 2) die relative geometrische Beziehung von Raumgebilden auf die Beziehung physischer Raumobjecte, wobei der Begriff der wechselseitigen Lagebestimmung übergeht in denjenigen der Wechselwirkung, 3) die Unveränderlichkeit des Raumes auf das Reale im Raum.

Wenn nun aber auch die Uebereinstimmung der Axiome des Substanzbegriffs mit den Gesetzen unserer Anschauung sowohl über die der Erfahrung vorausgreifende Annahme derselben wie über die Evidenz, die wir ihnen zuzuschreiben geneigt sind, Rechenschaft giebt, so liegt darin doch nicht der geringste Beweis dafür, dass sie etwa unabhängig von der Erfahrung festgestellt worden wären oder ohne empirische Feststellung irgend welche Gültigkeit beanspruchen könnten. Gegen das erstere würde die Geschichte der Naturwissenschaft lauten Protest erheben, indem sie zeigt, dass sich die Axiome der Substanz langsam gegen entgegenstehende Annahmen durchkämpfen mussten. Dies beweist aber zugleich, dass die ihnen innewohnende Evidenz nicht von solcher Art ist, um, wie etwa bei den geometrischen Axiomen, sich sofort ohne Berufung auf zahlreiche übereinstimmende Erfahrungen Anerkennung zu erzwingen. Der Grund dieses Unterschieds ist ein naheliegender. Bei den Axiomen des Raumes handelt es sich um unmittelbare Eigenschaften der Raumanschauung, bei den Axiomen der Substanz um eine Uebertragung solcher Eigenschaften auf das im Raum gegebene Reale. Hier kann nun allein die Erfahrung entscheiden, ob eine solche Uebertragung statthaft sei oder nicht, da uns reale Objecte nur als Erfahrungsgegenstände gegeben sind. Indem aber die Erfahrung für die Uebertragung entscheidet, erlaubt sie den erkenntnisstheoretisch wichtigen Satz aufzustellen, dass die realen Objecte den Gesetzen unserer Anschauung conform sind. Hierdurch wird schon angedeutet, dass auch die Gesetze der Erkenntniss, zu welchen wir im nächsten Abschnitte übergehen, die Doppelnatur von Gesetzen der reinen Anschauung und von Gesetzen der Erfahrungsobjecte besitzen.

3. Die Substanz und das Ding an sich.

In der Entwicklung, welche der Substanzbegriff innerhalb der Philosophie erfahren hat, ist derselbe zusammengeflossen mit einem andern von ihm wesentlich verschiedenen Begriff, mit dem des Wesens der Dinge oder, wie es Kant bezeichnet, des Dinges an sich. Der Grund dieser Vermengung liegt nahe. Indem man die Substanz als den hinter den Erscheinungen verborgenen Träger derselben auffasst, stellt man sich vor, dieser Träger bedeute das Ding, wie es an sich selbst, unabhängig von den verändernden Bedingungen unserer sinnlichen Wahrnehmung beschaffen ist. Man übersieht dabei, dass wir bei dem Begriff eines solchen Trägers der Erscheinungen immer an die Bedingungen unserer Anschauung gebunden bleiben, dass also die Substanz immer nur das Ding enthält, wie es unserem Denken gegeben, nie wie es an sich selbst ist.

Es ist Kant's grosses Verdienst, diesen wesentlichen Unterschied des Substanzbegriffs von dem »Ding an sich« zuerst entdeckt zu haben. Aber diese wichtige Entdeckung verbindet sich bei ihm sofort mit einem ebenso folgenschweren Irrthum. Er wird durch dieselbe zu der Meinung verführt, beide Begriffe gehörten überhaupt gänzlich verschiedenen Gebieten an, die Substanz der Erkenntnisstheorie, das Ding an sich der Metaphysik. So meint er denn, die Substanz sei bei jeder sinnlichen Erfahrung schon wirksam, sie bilde einen unentbehrlichen Bestandtheil des Dingbegriffs. Dass gegen eine solche Auffassung Hume's Kritik in vollem Rechte bleibt, haben wir gesehen (S. 481). Der Substanzbegriff wird überall erst durch die wissenschaftliche Untersuchung des realen Zusammenhangs der Dinge gefordert, und er hat stets den Charakter eines metaphysischen Begriffs, insofern wir uns die Substanz zwar conform den allgemeinen Gesetzen unserer Anschauung und unseres Denkens, aber verschieden von den uns unmittelbar gegebenen Dingen der Erfahrung vorstellen; eben desshalb bewahrt dieser Begriff stets zugleich einen hypothetischen Charakter. Aber nicht in dem Sinne ist er hypothetisch, als wenn alles was wir uns unter demselben denken dem Zweifel ausgesetzt bliebe, sondern allein in dem Sinne, dass immer nur gewisse Elemente des Substanzbegriffs einer definitiven Ausprägung durch die wissenschaftliche Erfahrungserkenntniss fähig sind, während andere nur vorläufig bestimmt werden können und ihre weitere Ausbildung von der ferneren Entwicklung des Wissens, welche niemals abgeschlossen sein wird, erwarten. Indem Kant den Substanzbegriff rein erkenntnisstheoretisch bestimmt, ist er genöthigt, nur das in ihn aufzunehmen, was in aller Erkenntniss gefunden wird. Hierin täuscht er sich, insofern die wesentlichen Eigenschaften der Substanz, Beharrlichkeit und Constanz der Quantität, keineswegs in aller Erfahrung sich vorfinden, sondern selbst schon zu den metaphysischen Voraussetzungen gehören, auf welche die wissenschaftliche Bearbeitung der Erfahrung geführt hat. Ueberdies ist ihm

nun die Hinzunahme jeder weiteren Bestimmung verschlossen. Die reiche wissenschaftliche Entwicklung, welche der Substanzbegriff thatsächlich erfahren hat und noch weiterhin erfahren wird, geht für ihn verloren; seine Substanz ist aus einem Irrthum über den Inhalt des gemeinen Dingbegriffs hervorgegangen, welcher letztere mit einigen metaphysischen Elementen bereichert wurde, unter denen sich, weil Kant die Bedeutung der Raumanschauung für den Substanzbegriff verkannte, nicht einmal diejenigen vollständig vorfinden, welche wegen der Beziehung zu den Anschauungsformen einen axiomatischen Charakter besitzen. Die Entwicklungslosigkeit, an welcher der Kant'sche Substanzbegriff leidet, arbeitet aber auf das wirksamste jener alle reale Erkenntniss zerstörenden Anschauung in die Hände, zu welcher leicht der Begriff des »Dinges an sich« in der ihm von Kant gegebenen Bestimmung herausfordert.

Wie der Begriff der Substanz, so ist auch der des Dinges an sich oder des für sich seienden Wesens der Dinge ein durch das philosophische Nachdenken entstandener metaphysischer Begriff. Die Nöthigung zu dessen Bildung liegt überall da vor, wo wir uns bewusst werden, dass uns Objecte der Erkenntniss gegeben sind, die aber doch nur nach den in uns gelegenen Denkgesetzen von uns erkannt werden können. Als solche Objecte sind uns gegeben die Gegenstände der Aussenwelt: sie besitzen insofern nur eine mittelbare Realität, als die Wirklichkeit, die wir ihnen zugestehen, unter dem mitbestimmenden Einflusse unseres Vorstellens und Denkens steht. Dadurch bildet sich aber zugleich die Idee, dass ihnen unabhängig, von unserer Auffassung eine unmittelbare Realität zukommt, und dass eben diese das eigene Wesen der Dinge ausmacht. Diesen Gegensatz mittelbarer und unmittelbarer Realität bezeichnet Kant durch die Ausdrücke Erscheinung und Ding an sich, ein etwas bedenklicher Sprachgebrauch, weil die Erscheinung an den Schein und das Ding an sich an das Ding erinnert. Nun ist das Ding gerade eine Erscheinungsform der Aussenwelt, und anderseits gesteht die wissenschaftliche Erkenntniss keineswegs der Erscheinung an und für sich mittelbare Realität zu, sondern sie weist nach, dass die sinnliche Erscheinung eine Hindeutung auf die Objecte enthält, die wir durch unser Denken so lange berichtigen müssen, bis wir bei einem haltbaren Substanzbegriff stehen geblieben sind. Die so als Gegenstand mittelbarer Realität gedachte Substanz ist uns aber nirgends als Erscheinung gegeben, sondern sie ist, wie wir gesehen haben, selbst ein metaphysischer Begriff, freilich nicht ein solcher, der, wie es der Ontologismus meinte, das an und für sich seiende Wesen der Dinge enthüllt, sondern nur über den unserem Erkennen gegebenen realen Zusammenhang der Erscheinungen Rechenschaft giebt. In diesem Sinne besitzt eben die Substanz mittelbare Realität und ist trotz ihres hypothetischen Charakters weit verschieden von Schein und Erscheinung. Denn dieser hypothetische Charakter bedeutet ja nur, dass gewisse Bestimmungen des Substanzbegriffs schwanken und andere im Laufe der Zeit noch ge-

funden werden können, nicht aber, dass gewisse Bestimmungen nicht absolut feststehen, wohin vor allem gehört, dass die Substanz überhaupt existirt, und wozu dann ausserdem noch diejenigen empirischen Eigenschaften der Substanz zu rechnen sind, welche gleichzeitig die Bedeutung axiomatischer Sätze der Anschauung besitzen. Indem nun Kant einfach das Wesen der Erscheinung gegenüberstellt, kommt bei ihm der tiefgreifende Unterschied zwischen der sinnlichen Erscheinung und demjenigen, was die wissenschaftliche Erkenntniss als reales Substrat der sinnlichen Erscheinung bestehen lässt, nicht zur Geltung, — ein Mangel, der mit der unrichtigen Auffassung des Substanzbegriffs nahe zusammenhängt. Der Gedanke liegt nun nahe, dass die Erscheinung wirklich nur ein Schein und eine Erkenntniss des Realen für uns überhaupt unmöglich sei. Es ist zu vermuthen, dass Kant, wohl vertraut mit den Forderungen der Erfahrungswissenschaften, selbst diese Meinung nicht gehabt hat; doch fordert seine Darstellung zu derselben heraus, und jedenfalls ist sie ihm untergeschoben worden, wenn man meinte, seine Philosophie gehe darauf aus »das Wissen zu beseitigen«. In Wahrheit rüttelt aber der Satz, dass alle objective Realität für uns eine mittelbare, d. h. an unsere Erkenntnissgesetze gebundene ist, nicht im mindesten an der Sicherheit der Erkenntniss, sondern er beseitigt nur die überspannte und an sich unmögliche Forderung nach einer Erkenntniss, welche von unseren Erkenntnissgesetzen unabhängig sein solle. Seltsamer Weise treffen aber in dieser Forderung gerade der ontologische Rationalismus, welcher das an und für sich bestehende Wesen der Dinge zu erkennen behauptet, zusammen mit jenem skeptischen Empirismus, welcher verlangt, dass man die objectiv gegebenen Thatsachen von unserem Denken über dieselben sondern und nur dasjenige als wirklich anerkennen solle, was nach Elimination des Denkens noch übrig bleibe. Dieser Rest ist dann eben nichts als irgend ein unvollkommenes Gedankenproduct, bei welchem man sich von der thatsächlichen Mitwirkung des Denkens keine Rechenschaft giebt.

Durch die Gegenüberstellung der Erscheinungen und der Dinge an sich wird aber Kant zu einem weiteren verhängnissvollen Irrthum verführt, bei dem ausserdem die falsche Gegenüberstellung des inneren Sinnes und der äusseren Sinne mitwirkt. Von den äusseren Erscheinungen unterscheidet er die »Erscheinungen vor dem inneren Sinne«, welche ebenso auf eine Seele als Ding an sich bezogen werden wie die äusseren Erscheinungen auf ein metaphysisches Object. Nun besitzen aber alle inneren Erfahrungen, wenn wir von ihrer Beziehung auf äussere Objecte absehen, eine unmittelbare Realität. Der Gedanke, dass wir die Objecte der inneren Wahrnehmung, die Empfindungen, Vorstellungen, Gefühle und Willensregungen, nicht wie sie an sich selbst sind auffassen, ist also ein durchaus ungerechtfertigter und aus einer blossen Uebertragung des äusseren Dingbegriffs auf die innere Erfahrung hervorgegangen. Nun besteht schon für die Anwendung des Substanzbegriffs auf die innere Erfahrung nur eine bedingte

Nöthigung, nur insofern nämlich, als wir uns über die Wechselwirkungen des äusseren und inneren Geschehens Rechenschaft geben wollen. Ein Ding an sich hinter der innern Erfahrung vorauszusetzen, dazu besteht aber gar keine Nöthigung, und die fortwährend hervorgetretenen Versuche solcher Art erklären sich nur aus der mit der Uebertragung des äusseren Dingbegriffs auf das Bewusstsein Hand in Hand gehenden Vermengung der Substanz und des Dings an sich. Dabei dürfen wir nicht übersehen, dass bei jener Erweiterung des Substanzbegriffs, welche denselben fähig machen soll sich den psycho-physischen Wechselbeziehungen zu fügen, die grundlegenden Bestimmungen immer der äusseren Substanz entnommen werden, welche doch nur mittelbare Realität besitzt. Wir verbinden also hier in hypothetischer Weise Thatsachen, die eigentlich verschiedenen Gebieten angehören und darum der Einfügung in einen einheitlichen metaphysischen Begriff nicht fähig sind. Dies zeigt sich nun auch darin, dass jene Ergänzung des materiellen Substanzbegriffs zu einem Widerspruch mit seinen ursprünglichen Bestimmungen führt. Insbesondere gilt solches von den Raumbeziehungen, welche wir der materiellen Substanz und demgemäss auch den psycho-physischen Substanzen zuschreiben, die aus jener Begriffsergänzung hervorgehen. Da der Raum Anschauung ist, so können alle Bestimmungen der objectiven Substanz nur darüber Aufschlüsse enthalten, wie die Dinge für uns, nicht wie sie an sich selbst beschaffen sind. Namentlich also gehören auch hierher die Voraussetzungen der Einfachheit, der äusseren Wirksamkeit und der Unveränderlichkeit. Sobald nun aber hierzu jene Ergänzung hinzutritt, welche die innere Erfahrung fordert, so hört der Raum auf eine adäquate Form für die Darstellung der Wechselwirkungen der Substanzen zu sein. Denn diese Wechselwirkungen sind nun zu inneren geworden, denen die Lageverhältnisse von Raumelementen als völlig disparate Vorstellungen gegenüberstehen. Innere Beziehungen von Elementen können uns nicht in der Form der Anschauung, welche das Einzelne was sie enthält stets auseinanderhält, sondern nur in der Form des Denkens gegeben sein, welches die äussere Trennung der in der Anschauung gegebenen Objecte wieder aufhebt, indem es dieselben überall nach ihren wechselseitigen Beziehungen zu erfassen strebt. In der Thätigkeit des Denkens, welche weite Strecken des Raumes und der Zeit überspringt, um das Entlegene zu verbinden, verräth sich uns jene innere Wirksamkeit des geistigen Seins. Indem das letztere in unserem Denken gebunden ist an die äussere Anschauung, gewinnen die Begriffe und logischen Denkprocesse ihren eigenthümlichen Charakter. Objecte derselben bleiben immer die in Zeit und Raum getrennten Vorstellungen, und die Aufhebung dieses Aussereinander der Dinge kann von dem Denken immer nur in dem Sinne bewirkt werden, dass es den getrennten Objecten Gedankenbeziehungen beilegt, welche den realen Wechselwirkungen gegenüber, auf die der Zwang der äusseren Wahrnehmung hinleitet, als bloss subjective Beziehungsformen erscheinen. So sind die Wechselwirkungen der Dinge in Zeit und Raum

uns gegeben durch die Wahrnehmung; wir messen ihnen daher schlechthin eine objective Bedeutung bei. Die begriffliche Ordnung der Gegenstände, die Unterscheidung von Subjecten und Prädicaten, Substanzen und Attributen dagegen, bei denen wir unter Umständen auch das in der Anschauung getrennte verbinden, betrachten wir als Gedankenbeziehungen, denen zwar die Objecte sich fügen, und zu denen sie sogar unser Denken herausfordern, die aber in den Formen, in welchen wir sie ausführen, zunächst in uns selbst ihren Ursprung haben.

Nun gehören die äusseren Substanzen mit zu den Begriffen, in welchen die Beziehungen der unserer Wahrnehmung gegebenen Objecte ihren logischen Ausdruck finden. Jene Ergänzung des äusseren Substanzbegriffs durch die Annahme einer inneren Wechselwirkung der Substanzen hat daher auch nur so lange einen Sinn, als es sich darum handelt, über die Gebundenheit unseres geistigen Seins an äussere reale Objecte Rechenschaft abzulegen. In diesem Falle betrachten wir eben das geistige Sein als mitgehörig zur Aussenwelt und sind daher gezwungen unsere Vorstellungen an die für das Substrat des äusseren Geschehens gewonnenen Begriffe anzulehnen. In diesem Sinne können wir dann sagen, dass die Seele ebenso wenig ein einfaches Wesen ist wie der Körper, dass sie aber eine Einheit darstellt wie dieser, und dass sie, vermöge des Princips der durchgängigen Wechselbeziehung, nur als das innere Sein der nämlichen Einheit angesehen werden kann, die uns in der äusseren Anschauung als unser Körper gegeben ist. Nur dann aber wird der Zusammenhang unserer inneren Zustände begreiflich, wenn wir dazu die Voraussetzung hinzufügen, dass jenes innere geistige Sein der Substanzen, die unsern Körper zusammensetzen, sich in durchgängiger Verbindung befindet.

Diese Voraussetzung weist jedoch zugleich darauf hin, dass der Begriff der materiellen Substanz überhaupt nur eine Vorstellung ist, die nicht länger Gültigkeit hat, als wir über die äusseren Beziehungen der uns in der Anschauung gegebenen Dinge Rechenschaft geben wollen. Die innere Verbindung der Substanzen, die wir postuliren, kann ja in einer extensiven Ordnung von Einheiten und in ihren äusseren Wechselwirkungen niemals dargestellt werden. Sobald wir das geistige Sein an sich selbst und in Bezug auf die Gesetze seiner eigenen Wirksamkeit betrachten, wird die Annahme solcher Substanzeinheiten, welche derjenigen der Materie irgendwie ähnlich gedacht werden, zu einer willkürlichen und nutzlosen. Alle monadologischen Anschauungen leiden daher an einem unbewussten Materialismus. Die Annahme einer Einfachheit und Untheilbarkeit der Seelenmonade widerspricht überdies allen Erfahrungen im Gebiet der psychophysischen Wechselwirkungen.

Sobald wir aber in der innern Erfahrung abstrahiren von der Beziehung auf eine äussere Erfahrung, so bleibt uns nur das denkende Subject als solches übrig. Auf dieses denkende Subject kann nun, wie es selbst die Quelle aller Dingbegriffe ist, so auch wieder der Dingbegriff

angewandt werden, insofern wir zu dem letzteren überall da Anlass finden, wo uns ein relativ Bleibendes neben veränderlichen Zuständen gegeben ist (Cap. II). Sofort zeigen sich dabei Uebereinstimmungen und Unterschiede zwischen dem Ding, welches wir Subject nennen, und den objectiven Dingen. Das Object ist uns gegeben als eine Summe constanter räumlicher Relationen von Eigenschaften und Zuständen, das Subject in der continuirlich zusammenhängenden Thätigkeit des Wollens und Denkens. Object und Subject sind also formale Begriffe, insofern uns unmittelbar nur die Eigenschaften und Zustände der Dinge und der Inhalt des Denkens gegeben sind. Bei dieser Uebereinstimmung beginnt aber auch schon der Unterschied: die Relationen, aus denen das Ding hervorgeht, führt unser Denken aus; das denkende Subject aber ist nichts anderes als dieses Denken selbst. Eben darum besitzen die Objecte nur mittelbare, das Subject aber unmittelbare Realität: bei jenen kann vom Standpunkt des denkenden Subjectes von einem Wesen gesprochen werden, das als der Grund des gedachten Gegenstandes angesehen wird. Das denkende Subject ist für sich selbst durchaus nur »Ding an sich«.

Diese Erwägungen sind es, die eine metaphysische Idee nahe legen, welche von Kant bereits für die Grundlegung seiner Ethik verwerthet, von Schopenhauer auch auf die theoretische Weltanschauung angewandt worden ist. Was das Subject als Ding an sich in sich selber findet, sollte dies nicht zugleich als das Ding an sich der Objecte vorausgesetzt werden? Von vornherein wird man zugeben, dass eine derartige Anschauung niemals die Sicherheit solcher metaphysischer Grundsätze erreichen kann, die sich, wie z. B. der materielle Substanzbegriff oder die axiomatischen Sätze über die Substanz, vom Standpunkt der empirischen Forschung aus als unerlässliche, wenn auch nach manchen Seiten hypothetische Ergänzungen der Erfahrungsbegriffe ergeben. Jener Satz bleibt theoretisch betrachtet immer ein Analogieschluss, zu welchem zwingende Gründe nicht existiren, und welcher uns überdies in der theoretischen Welterklärung nicht um einen Schritt vorwärts hilft. Seine einzige Bedeutung würde daher die eines befriedigenden und einheitlichen Abschlusses unserer Weltanschauung sein. Er würde dann, wenn auch niemals gewiss oder auch nur wahrscheinlich im wissenschaftlichen Sinne, doch Gegenstand eines berechtigten Glaubens werden können, eine Bedeutung, die nicht schlechtweg zu negiren ist, da nothwendig wo das Wissen aufhört der Glaube anfängt. Müssen wir hiernach die relative Berechtigung einer solchen metaphysischen Annahme zugestehen, so ist aber um so weniger den Ausführungen beizupflichten, welche Kant sowohl wie Schopenhauer jenem philosophischen Gedanken gegeben haben.

Für Kant's Auffassung sind vorwiegend ethische Motive massgebend gewesen. Von der Apriorität des Causalprincips überzeugt, muss er demselben eine ausnahmslose Gültigkeit in der Erfahrung zuerkennen. Das moralische Bedenken, welches hieraus für die menschliche Willensfreiheit

hervorgehe, hofft er zu beseitigen, indem er den Willen als solchen nicht als Erscheinung sondern als »Ding an sich« betrachtet, welches demnach auch den Kategorieen, die sich auf den Zusammenhang der Erscheinungen beziehen, nicht unterworfen sei. Jede Willenshandlung sei demgemäss einer doppelten Beurtheilung zugänglich: als ein äusseres Geschehen gehöre sie in den gesetzmässigen Zusammenhang der Naturerscheinungen, als Aeusserung eines intelligibeln Vermögens falle sie unter den Gesichtspunkt der reinen Selbstbestimmung*). Ueber den nahe liegenden Einwand, dass eine solche doppelte Beurtheilung weder theoretisch noch practisch durchführbar ist, gehen wir hier hinweg, um zunächst zu constatiren, dass die ethischen Bedenken, welche Kant's gezwungene Lösung veranlasst haben, in Wahrheit nicht existiren.

Der Kampf um die Willensfreiheit ist aus einer Antinomie des sittlichen und des religiösen Gefühls entsprungen, welche sich dadurch löst, dass das erstere sich bezieht auf das empirische Freiheitsbewusstsein und das aus demselben hervorgehende practische Handeln des Menschen, das letztere dagegen auf den transscendenten Grund und Zweck aller Dinge. Das sittliche Gefühl verlangt, dass der Einzelne verantwortlich sei für seine in die Sinnenwelt eintretenden Handlungen, und diesem Postulat droht nur dann Gefahr, wenn der Determinismus, wie dies zuweilen bei einer die Grenzen seines Gebietes überschreitenden Herrschaft des religiösen Gefühls vorkommt, zum Fatalismus wird, indem er mit der metaphysischen auch die empirische Freiheit leugnet. Beschränkt auf die ihm rechtmässig zukommende Idee einer transscendenten Weltordnung fordert das religiöse Gefühl nur dies e i n e, dass der Wille des Menschen schliesslich, wie alles andere, als ein Ausfluss dieser Weltordnung betrachtet werde, und dieser religiöse Determinismus, wie ihn, wenn auch dogmatisch gefärbt, ein Augustin und Luther bekannt haben, steht seinerseits nicht im mindesten mit den Forderungen des sittlichen Gefühls in Widerstreit. Jenes religiöse Gefühl anticipirt aber zugleich eine Folgerung, die aus dem Causalgesetz unvermeidlich hervorgeht, wenn man dasselbe als ein nothwendiges Gesetz unseres Denkens betrachtet. Kant's Auffassung fordert daher ihre schlechthinige Umkehrung: empirisch ist der Mensch frei, und alle Handlungen, die er als sinnliches Wesen vornimmt, sind als die eines freien Wesens zu beurtheilen; im transscendenten Sinne aber, als Glied einer übersinnlichen Weltordnung, sind die menschlichen Handlungen determinirt wie alles Geschehen.

Die gezwungene Umkehrung, in welche Kant durch seine falsche Auflösung der hier vorliegenden Antinomie gerathen ist, hat nun unverkennbar in störender Weise auf seine theoretischen Anschauungen zurückgewirkt. Damit der Wille den Charakter eines transscendenten Vermögens bewahren könne, müssen die Denkgesetze eingeschränkt werden auf die Erscheinungs-

*) Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl. S. 566 f.

welt. So eröffnet sich schon bei Kant eine tiefe Kluft zwischen Wille und Intelligenz. Beide gehören verschiedenen Welten an, jener der übersinnlichen, diese der sinnlichen. Eine solche Spaltung widerstreitet aller innern Erfahrung. Aber wenn selbst Denken und Wollen schlechterdings nichts mit einander gemein hätten, woher nimmt Kant das Recht zu solch' verschiedener Beurtheilung innerer Vorgänge, die für uns in gleicher Weise unmittelbare Realität besitzen? Wenn der Wille ein Noumenon ist, so gilt es für das logische Denken nicht minder, dass wir nirgends einen Anlass haben dasselbe als »Erscheinung« aufzufassen, hinter der erst ein transscendentes Ding an sich vorauszusetzen wäre. Der Umstand, dass es kein Denken ohne Object giebt, kann keine Gegeninstanz bilden, denn der nämliche Einwand würde auch für den Willen gelten.

Jener Loslösung des Willens von der Intelligenz, welche sich bei Kant aus ethischen Beweggründen vollzogen, bemächtigt sich Schopenhauer im Interesse einer hylozoistischen Metaphysik. Er erweitert die Trennung zu einem wirklichen Dualismus. Die Intelligenz ist ihm nicht nur ihren Aeusserungen sondern auch ihrem Ursprunge nach ganz und gar nur Erscheinung: das Denken ist ein Gehirnproduct, welches die ganze Welt der Vorstellungen als einen täuschenden Schein hervorbringt, hinter dem überall der Wille als das wahrhaft Wirkliche steht. Doch wird dieser Schein benützt, um die Wirksamkeit des Willens in dem objectiven Geschehen nachzuweisen. Nicht nur alle Lebenserscheinungen gehen durch die Wirksamkeit des Willens vor sich, sondern auch der Stein fällt, weil er will *). So dient hier dieser im allgemeinen unbewusste, nur bei den Thieren und Menschen zuweilen in das Bewusstsein tretende Wille zugleich als metaphysisches Erklärungsprincip für die Erscheinungen selbst. Wie sehr auch Schopenhauer die Verschiedenheit von Wollen und Erkennen und sogar die absolute Intelligenzlosigkeit des Willens hervorhebt, so hindert ihn dies doch keineswegs von einer Objectivirung des Willens in den Erscheinungen zu reden oder die Causalität als die äussere Erscheinungsform des Willens zu betrachten. Von der vorsichtigen Zurückhaltung, welche Kant dem Ding an sich gegenüber beobachtet, ist also hier nicht mehr die Rede. Vielmehr gilt das Ding an sich durchgängig für erkennbar, und die Thatsachen der Natur- und Geisteswissenschaften werden demgemäss von der aufgestellten Voraussetzung aus zu deuten gesucht. So ist denn auch, wenn wir von allen Willkürlichkeiten und Widersprüchen im einzelnen absehend uns an das Ganze halten, der Fehler dieser Metaphysik ein doppelter: er besteht erstlich in der unrichtigen, willkürlich verengten Begriffsbestimmung des Dings an sich, und zweitens in der Art der Anwendung dieses Begriffs zur Erklärung der Erfahrung.

Verstehen wir unter dem »Ding an sich«, wie dies nothwendig sein

*) Schopenhauer, die Welt als Wille und Vorstellung, 2. Buch. Werke Bd. II. S. 113 f.

muss, wenn dieser Ausdruck eine berechtigte Bedeutung haben soll, den Gegenstand unmittelbarer Realität, so ist uns als solcher gegeben das denkende Subject in der, wie uns die innere Wahrnehmung zeigt, und wie es die durchgängige Verschiedenheit der Apperceptionsgesetze von den Associationsgesetzen bestätigt, völlig untheilbaren Thätigkeit des Denkens und Wollens. Der Wille, weit entfernt das Intelligenzlose zu sein, ist also vielmehr die Intelligenz selbst. Die äussere ist überall erst Folge einer inneren Willenshandlung: der Wille einer Handlung besteht als psychologischer Vorgang in der Apperception derselben, die äussere Handlung ist lediglich ein Geschehen, welches aus den in der äusseren Erfahrung gegebenen psycho-physischen Beziehungen des Subjectes hervorgeht. Wegen dieser Identität von Wille und Verstand ist es denn auch völlig sinnlos von einem »unbewussten Willen« zu reden. Ein unbewusster Wille kann uns weder als »Ding an sich«, d. h. als Gegenstand unmittelbarer innerer Gewissheit, noch als Object ausser uns gegeben sein: er ist ein phantastischer Einfall, dessen Möglichkeit lediglich auf der Willkür unseres Denkens beruht, die es uns gestattet, gelegentlich einem Begriff auch ein solches Attribut anzuheften, das ihm widerspricht. Ebenso sinnlos ist aus demselben Grunde der Ausdruck, die Causalität sei die äussere Form des Willens. Da die Causalität, wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden, die Anwendung des Satzes vom Grund auf das objective Geschehen ist, so ist sie selbst diejenige Aeusserung der intellectuellen Function, bei welcher die letztere einen durch die Erfahrung gegebenen Inhalt logisch verarbeitet. Nun verstehen wir unter dem Willen die allgemeine Fähigkeit Vorstellungen zu appercipiren, auf welcher Fähigkeit die Ausführung bestimmter apperceptiver Verbindungen unmittelbar beruht. Der Wille bezeichnet also die nämliche Function des denkenden Subjectes nur in der allgemeinsten Weise, welche in der Causalität eine specielle Richtung annimmt.

Der zweite Fehler Schopenhauer's liegt in seiner Anwendung des Begriffs der unmittelbaren Realität auf die Erklärung der Erscheinungen. Es ist, wie schon oben bemerkt wurde, eine erlaubte, wenn auch niemals über die Sphäre des blossen Glaubens zu erhebende Vermuthung, dass es ausser der unmittelbaren Realität, die wir thatsächlich erkennen, keine andere Form unmittelbarer Realität mehr giebt. Dann ist es aber um so mehr verboten, aus den Erscheinungen, die uns in der objectiven Erfahrung gegeben werden, auf eine unmittelbare Realität Rückschlüsse zu machen. Alles Geschehen in der Aussenwelt ist ja für uns in jenem Zusammenhang mittelbarer Realität enthalten, den wir immer nur dort durchbrechen können, wo wir unserem eigenen Denken und Wollen uns zuwenden. Selbst unser Körper und unsere äusseren Willenshandlungen gehören zu jenen Gegenständen mittelbarer Realität. Daraus dass wir zuweilen äussere Objecte sich bewegen sehen, und dass unser eigener Körper sich hauptsächlich aus Anlass von Willensacten bewegt, schliessen zu wollen, alle Bewegung folge aus Willensacten, würde ein Rückfall in einen naiven Anthropomorphismus

sein, welcher den Gegenständen der Aussenwelt die nämliche unmittelbare Realität zuschreibt wie unserem Denken und Wollen. So kann denn überhaupt jener Gedanke, dass aller mittelbaren eine unmittelbare Realität zu Grunde liege, die analog unserem eigenen geistigen Sein zu denken sei, nimmermehr zu erkenntnisstheoretischen oder naturphilosophischen Folgerungen benutzt werden, sondern er behält stets den Charakter einer allgemeinen Idee, nach deren Anleitung wir uns die Welt dann denken sollen, wenn wir von den Erkenntnissfunctionen abstrahiren, deren wir zur Auffassung der Dinge bedürfen. Da wir aber zu jeder wirklichen Erkenntniss eben dieser Functionen bedürfen, so ist in der Metaphysik so gut wie in den Erfahrungswissenschaften jede weitere Anwendung jener Idee ausgeschlossen.

Sechster Abschnitt.

Von den Gesetzen der Erkenntniss.

Erstes Capitel.

Die logisch-mathematischen Axiome.

1. Die Axiome des logischen Denkens.

a. Der Satz der Identität.

Der Satz der Identität liegt jeder Feststellung von Begriffsbeziehungen zu Grunde. Da die allgemeine logische Ausdrucksform für Begriffsbeziehungen das positive Urtheil ist, so ist demnach der Satz der Identität das Grundgesetz der positiven Urtheile. Einleuchtend ist dies vor allem bei den Relationsformen der Urtheile, da dieselben sämmtlich unmittelbar auf eine vollständige oder partielle Identität zurückgeführt werden können. Aber in einem weiteren Sinne weisen auch erzählende oder beschreibende Urtheile auf den nämlichen Satz hin. Wenn wir eine Handlung oder eine Eigenschaft von einem Gegenstande aussagen, so begleitet uns bei der Prädicatvorstellung der Subjectbegriff: Handlung und Eigenschaft werden als Bestimmungen aufgefasst, die in dem gegebenen Moment einen Theil des Inhalts dieses Begriffs ausmachen. Darum bezieht sich nun aber auch der Satz der Identität nicht bloss auf die Verbindung von Subject und Prädicat, sondern er erstreckt sich auf alle Begriffsbeziehungen, die im Urtheil vorkommen können, entsprechend der Thatsache, dass alle diese untergeordneten Beziehungen, wenn sie selbständig gedacht werden, in die prädicative Form übergehen. (Vergl. S. 55 und 147.)

Man pflegt den Satz der Identität auszudrücken in der Formel: $A = A$; jeder Begriff ist sich selbst gleich. Diese tautologische Formel hat man zuweilen als eine unfruchtbare bezeichnet, weil es sich in allen realen

Anwendungen des Identitätsprincips in der That nicht um eine Gleichsetzung des absolut Identischen handelt, sondern entweder nur um eine relative Gleichsetzung, indem man z. B. zwei an sich verschiedene Raumgebilde bloss in Bezug auf ihre Flächen- oder Volumgrösse vergleicht und in dieser Beziehung identisch setzt, oder nur um eine partielle Gleichsetzung, wie in den Subsumtionsurtheilen, oder sogar nur um eine allgemeinere Begriffsbeziehung, wie bei der Prädicirung von Eigenschaften und Handlungen. Aber gerade der letztere Fall weist uns darauf hin, dass der Satz A = A keineswegs bedeutet, es solle einem Begriffe A ein anderer ihm gleicher auch wirklich identisch gesetzt werden, sondern dass er vor allem die in jedem Urtheil vorhandene Begriffseinheit zum Ausdruck bringt. Er sagt, dass im Prädicat der nämliche Begriff festgehalten wird wie im Subject des Urtheils, womit vollkommen zusammen bestehen kann, dass das Prädicat eine andere Seite als das Subject an diesem Begriff hervorhebt. Dies ist sogar der regelmässige Fall, weil nur unter dieser Voraussetzung das Urtheil einen Zweck zu haben pflegt. Der Satz der Identität bezeichnet demnach lediglich die Stetigkeit unseres logischen Denkens, und er thut dies in einer Form, wodurch dieselbe unmittelbar anschaulich wird, indem er nämlich in Subject und Prädicat denselben Begriff festhält. Die Formel A = B würde einer Menge von Begriffsbeziehungen im Urtheil ebenso wenig entsprechen, und sie würde dem Gesetz der Stetigkeit des Denkens eine minder anschauliche Form geben, da dasselbe bei ihr nur noch im Gleichheitszeichen, nicht aber in den beiden Begriffssymbolen ausgedrückt wäre.

Vermöge dieser allgemeinen Bedeutung ist der Satz der Identität das fundamentalste Gesetz der Erkenntniss. Alle andern weisen auf ihn zurück, während er selbst aus keinem andern abgeleitet werden kann. Gleichwohl lässt sich die Frage erheben, wie unser Denken zu demselben gekommen sei. Denn da wir zum Ausdruck desselben Vorstellungen besitzen müssen, so liegt die Vermuthung nahe, dass er in der innern oder äussern Erfahrung seine Grundlage haben werde. Die rationalistische Logik pflegt zwar den Satz der Identität als einen a priori gültigen Grundsatz hinzustellen und daher scheinbar seinen Ursprung aus irgend einer Erfahrung zu leugnen. Die nähere Untersuchung zeigt aber, dass man sich auch in solchen Fällen genöthigt sieht unserem Gesetz irgend eine, wenn auch noch so abstracte Grundlage zu geben, wie das »absolute Ich« oder das »reine Sein«, von der man denn doch anerkennen muss, dass sie in irgend einer Weise Gegenstand unserer inneren Erfahrung sein müsse. Darum ist diese Auffassung von derjenigen der empiristischen Logik gar nicht so weit entfernt, als es scheint. Der Unterschied liegt nur darin, dass man dort eine ganz bestimmte innere Erfahrung, hier die ganze Mannigfaltigkeit der äusseren und inneren Erfahrung zum Ausgangspunkt nimmt. Ueberdies wird auch im ersten Fall bereitwillig zugestanden, dass alles was in unser Bewusstsein eingeht der Anwendung des Gesetzes der Identität sich fügt. Gleichwohl

ist mit allem dem nicht mehr als die geeignete Beschaffenheit des Denkmaterials für diese Anwendung nachgewiesen; das Gesetz selbst aber oder die Thätigkeit des Denkens, welche jene Beziehungen der Vorstellungen ausführt, ist damit noch durchaus nicht gegeben. Angenommen, der Satz A = A wäre ein Naturgesetz, welches lediglich der Bestätigung durch viele Beobachtungen seinen Ursprung verdankte, so würde ihn jede Veränderung des Gegenstands oder des Merkmals, das man als A bezeichnet, widerlegen müssen. Dennoch behaupten wir selbst von einer Erscheinung A, die nirgends unserer Beobachtung Stand hält, mit derselben Zuversicht wie von den unveränderlichsten Objecten der Welt, dass A = A sei. Deutlicher noch zeigt es sich in der Anwendung des Satzes auf alle möglichen Begriffsverhältnisse, dass erst das verknüpfende Denken eine relative Gleichheit oder Zusammengehörigkeit an den Objecten der Anschauung feststellt *). Der Satz der Identität ist also ein Gesetz, welches an sich nicht auf die Objecte geht, sondern das Verhalten unseres Denkens gegenüber den Objecten bezeichnet. Die Wirksamkeit dieses allgemeinsten Denkgesetzes ist aber stets an einen bestimmten Vorstellungsinhalt gebunden, und es ist daher ein nothwendiger Corollarsatz desselben, dass sich die Gegenstände des Denkens durchgängig seiner Anwendung fügen.

b. Der Satz des Widerspruchs.

Der Satz des Widerspruchs ist das Grundgesetz der negativen Urtheile. Wie die Verneinung das positive Urtheil voraussetzt, so der Satz des Widerspruchs den der Identität. Aus diesem Grunde wird es möglich sich des Satzes vom Widerspruch auch zum Ersatz des Identitätsgesetzes zu bedienen, wie es die ältere Logik nach dem Vorbilde von Aristoteles durchgängig gethan hat, während es dagegen nicht umgekehrt möglich ist aus dem Identitätsgesetz auf den Satz des Widerspruchs zu schliessen. Denn das Identitätsgesetz würde auch dann gültig sein, wenn die Function der Verneinung nicht existirte **).

*) Vergl. hiezu Abschn. I. Cap. III. S. 74 f.

**) Der Satz des Widerspruchs ist übrigens nicht selbst schon das Gesetz der positiven Urtheile, sondern er lässt nur auf dasselbe zurückschliessen, weil er es voraussetzt. Gerade darum aber erscheint es angemessen, abweichend von dem Gebrauch der älteren Logik das Identitätsgesetz positiv zu formuliren. In der That übertrifft dasselbe in dieser seiner positiven Form den Satz des Widerspruchs ebenso sehr an Bedeutung, wie das positive das negative Urtheil. Dies würde freilich anders sein, wenn Sigwart mit der Ansicht, dass das Identitätsgesetz selbst nur der Satz des Widerspruchs in einer andern Form sei, Recht behielte, wenn nämlich erst »aus der Abweisung des zugleich Bejahens und Verneinens« uns die Bedeutung des positiven Urtheils zum Bewusstsein käme (Sigwart, Logik, I. S. 147). Sigwart sieht diese Bedeutung in der »Eindeutigkeit des Urtheilsactes«, die er sich als das Aequivalent einer ausgeschlossenen

Der Satz des Widerspruchs ist in zwei Formen aufgestellt worden: in einer älteren, die von Aristoteles herrührt und sich auf das Verhältniss des positiven Urtheils zu seiner Verneinung bezieht, und in einer jüngeren, die seit Leibniz im Gebrauche ist und das Verhältniss des positiven Begriffs zu seiner Verneinung enthält. Die erste Form lautet demgemäss: »die Urtheile A ist B und A ist non-B schliessen sich aus«; die zweite pflegt man in den der Identitätsformel entsprechenden Satz zu bringen: »A ist nicht non-A«. Man hat diese letztere Form bekämpft, weil sie inhaltsleer und darum nutzlos sei. In Sätzen wie »Gold ist Nichtgold, Sein ist Nichtsein« werde uns kaum jemals der Widerspruch entgegentreten; sobald dieser sich aber unter irgend welchen Verhüllungen verberge, verliere die Formel jede Bedeutung, weil niemals a priori festgestellt werden könne, ob ein Prädicat B mit einem Subjecte A vereinbar sei oder nicht *). Dieser Einwand geht jedoch von der nicht zutreffenden Voraussetzung aus, der Satz des Widerspruchs solle eine Regel sein, nach welcher Widerspruch in Urtheilen vermieden, nach welcher also erkannt werden könne, in welchen Fällen ein Prädicat in negativer und nicht in positiver Form mit einem Subjecte verbunden werden müsse. Eine solche Regel ist aber der Satz des Widerspruchs ebenso wenig, wie der Satz der Identität eine Regel ist, nach welcher wir richtige positive Urtheile bilden können, sondern er ist wie dieser Ausdruck eines allgemeinen Gesetzes, welches der Bildung unserer Urtheile zu Grunde liegt. Während der Satz der Identität auf die Zusammengehörigkeit der Begriffe hinweist, welche bei jedem positiven Urtheil vorausgesetzt wird, sagt der Satz des Widerspruchs, dass das Prädicat dann in verneinender Form mit dem Subjecte verbunden werden müsse, wenn eine Verbindung der Begriffe für unser Denken nicht vorhanden sei. Der mit A im Denken nicht vereinbare Begriff wird als non-A bezeichnet, und der Satz »A ist nicht non-A« wird nun zu einer allgemeinen Formel der Verneinung, indem er als die Function der letzteren die Trennung unvereinbarer Begriffe hinstellt. In dieser ihrer allgemeinen Bedeutung umfasst die Formel jede Art der Verneinung, mag eine solche durch disparate Begriffe oder durch negatives Prädiciren entstehen. Beide Urtheilsformen ertragen ja desshalb gerade die übereinstimmende Form der Verneinung, weil sie darin sich gleichen, dass das Prädicat in seiner positiven Form unvereinbar ist mit dem Subjecte.

Die Aristotelische Formel wendet nun den Satz des Widerspruchs auf das Verhältniss von Urtheilen an, indem sie erklärt: Prädicate, die sich wie

Zweideutigkeit zwischen Position und Negation denkt. Es scheint mir aber, dass mit diesem Begriff der Eindeutigkeit der Sinn des Identitätsgesetzes nicht zutreffend bezeichnet ist, da der Satz A = A nicht auf das Verhältniss des Urtheils zu andern Urtheilen sondern zunächst nur auf die Stetigkeit der Begriffe im einzelnen Urtheil sich bezieht.

*) Sigwart a. a. O. S. 154.

A und non-A verhalten, können niemals einem und demselben Subjecte beigelegt werden. Es ist dies nur eine andere Ausdrucksweise für das nämliche Princip. Ob wir in einem und demselben Urtheil erklären, dass die Begriffe A und non-A unvereinbar sind, oder dazu zwei Urtheile verwenden, ist im Resultat gleichwerthig. Der einzige Unterschied liegt darin, dass im letzteren Fall das Gesetz, das für die Verbindung der Begriffe im einzelnen Urtheil gilt, auf zusammengehörige Urtheile ausgedehnt wird. Ebendesshalb aber hat die Aristotelische Formel mehr die Bedeutung eines Corollarsatzes als die eines ursprünglichen Gesetzes. Indem dieselbe überdies das positive und negative Urtheil einander gegenüberstellt, bereitet sie auf das dritte logische Axiom vor, auf den Satz des ausgeschlossenen Dritten.

Ebenso ist der Satz von der Aufhebung der doppelten Verneinung (duplex negatio affirmat) als ein Corollarsatz zum Satz des Widerspruchs anzusehen, da er aus diesem durch die Vergleichung mit dem Identitätsgesetze hervorgeht. Indem man den Widerspruch des Satzes A = non-A durch die Hinzufügung einer zweiten Verneinung anzeigt, hebt man eben dadurch auch seinen Widerstreit mit dem Satze A = A auf. Wenn aber die Sätze A nicht = non-A und A = A übereinstimmen, so muss das doppelt negirte A den positiven Begriff A wiederherstellen.

c. Der Satz des ausgeschlossenen Dritten.

Schon Aristoteles hat dem Satz des ausgeschlossenen Dritten eine selbständige Bedeutung zuerkannt. Später hat man ihn zuweilen für entbehrlich angesehen, indem man meinte, er ergebe sich von selbst, wenn man das Identitätsgesetz mit dem Satz des Widerspruchs verbinde. Wäre dies richtig, so müsste in der Aristotelischen Formel »A = B und A = non-B widersprechen sich«, da dieselbe das positive und negative Urtheil, die einander entgegengesetzt sind, enthält, auch unmittelbar der Satz des ausgeschlossenen Dritten enthalten sein: »A ist entweder B oder non-B«. Dies ist aber nicht der Fall; die Erklärung, dass B und non-B sich widersprechen, schliesst nicht aus, dass es neben beiden noch ein Drittes gebe. Ebenso wenig folgt dies aus der Aufhebung der doppelten Verneinung*). Denn diese zeigt nur an, dass man durch die Häufung der Verneinungen keine neue logische Function neben Bejahung und Verneinung erzeugen kann; es bleibt aber dahingestellt, ob nicht neben der Verneinung noch eine andere Form der Aufhebung eines positiven Begriffs existirt. Dass dies nicht der Fall ist, sagt eben erst der Satz des ausgeschlossenen Dritten. Dagegen setzt dieser die Gesetze der Identität und des Widerspruchs voraus, und wenn es daher durchaus darauf ankäme die drei logischen Axiome auf eines zurückzuführen, so wäre dazu, wie

*) Sigwart, Logik, I. S. 157.

Schopenhauer richtig erkannt hat, kein anderes als der Satz des ausgeschlossenen Dritten geeignet*). Gleichwohl würde sich diese Reduction kaum empfehlen. Denn auch hier findet in dem neuen Gesetz zunächst die neue logische Function, welche durch dasselbe bestimmt wird, ihren Ausdruck, und es entsteht daher durch eine derartige Ableitung das Missverhältniss, dass man mit einem secundären Gesetz des Denkens zuerst bekannt wird. Die Eigenschaft der drei logischen Axiome, dass jedes die ihm vorangegangenen fordert und daneben noch eine besondere Thatsache des Denkens zur Geltung bringt, darf nicht mit dem Grad der Allgemeinheit der Denkgesetze verwechselt werden. Nicht dasjenige Axiom ist das allgemeinste, welches die meisten, sondern dasjenige, welches die wenigsten Voraussetzungen in sich schliesst. Von diesem Gesichtspunkte aus ist aber die Behandlung der Axiome in der oben eingehaltenen Reihenfolge geboten.

Der Satz des ausgeschlossenen Dritten ist das Grundgesetz der disjunctiven Urtheile. In der Formel »A ist entweder B oder non-B« ist das Ideal einer logischen Disjunction aufgestellt, insofern die Begriffe B und non-B einerseits schlechthin von einander verschieden sind, anderseits aber ein dritter Begriff zwischen ihnen nicht existirt. Wie aber die Gesetze der Identität und des Widerspruchs keineswegs den Sinn in sich schliessen, alle positiven und negativen Urtheile sollten die tautologischen Formen »A ist A« und »A ist nicht non-A« annehmen, sondern in diesen Formen nur die Gesetze der Stetigkeit des Denkens und der Unterscheidung zur Anschauung bringen, so gilt auch der Satz des ausgeschlossenen Dritten als Princip der Eintheilung überhaupt, indem er für dieselbe feststellt, dass 1) die Glieder der Eintheilung nicht über einander greifen dürfen, und dass sie 2) den einzutheilenden Begriff vollständig erschöpfen müssen. Dieses Princip steht unter der Voraussetzung, dass es zwischen Position und Negation kein Drittes giebt. Denn indem die Negation der allgemeine logische Ausdruck der Unterscheidung der Begriffe ist, wird ebenso die Gegenüberstellung von Position und Negation zum allgemeinen Ausdruck der Begriffseintheilung, und die Vollständigkeit der letzteren ist von dem Satze abhängig, dass neben der Unterscheidung keine andere Denkfunction existirt, welche von dem gegebenen Begriff zu einem andern überführen könnte. Gerade der Satz des ausgeschlossenen Dritten ist mehr als die beiden vorigen Axiome in seiner abstracten logischen Form als Regel der wirklichen Eintheilung, selbst der Erfahrungsobjecte, verwendet worden, indem man die Eintheilung nach dem contradictorischen Gegensatze wegen ihrer nie mangelnden logischen Richtigkeit bevorzugte**). Es ist dies aber doch im wesentlichen nichts anderes, als wenn man sich in seinen wirklichen Aussagen auf Urtheile von der Form »A ist A« beschränken wollte,

*) Schopenhauer, die Welt als Wille und Vorstellung, Bd. II. Cap. 9.
**) Vergl. das Capitel über die Classification in Bd. II dieses Werkes.

wobei man nicht minder den Vortheil geniessen würde niemals ein falsches Urtheil zu bilden. Wie der Satz »A ist A« keine reale Aussage mehr ist, so ist in der That die Eintheilung »A ist entweder B oder non-B« keine wirkliche Eintheilung, sondern sie ist nur der allgemeinste logische Ausdruck des disjunctiven Gesetzes, wonach die Glieder eines Begriffs sich ausschliessen und vollständig zum ganzen Begriff sich ergänzen müssen.

Die Gesetze des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten tragen in höherem Grade das Gepräge ihres logischen Ursprunges an sich als das Identitätsprincip. Während es nahe liegt, sich bei dem letzteren an die Gleichheit von Vorstellungen oder von Erfahrungsobjecten zu erinnern und ihm daher einen empirischen Ursprung zuzuschreiben, hat die Verneinung unmittelbar den Charakter einer Denkfunction. Vielleicht ist dies zum Theil der Grund dafür gewesen, dass sich der Satz des Widerspruchs einer gewissen Bevorzugung in der Logik zu erfreuen hatte. In der That ist aber der ganze Unterschied nur ein scheinbarer. Auch die negativen logischen Axiome setzen einen realen Inhalt voraus, ohne welchen sie niemals zum Vollzug gelangen könnten. Wie das Identitätsgesetz seine anschauliche Grundlage hat in der Constanz der Objecte unseres Denkens und in den durchgängigen Beziehungen, denen sie sich fügen, so bilden nicht minder die mannigfaltigen Verschiedenheiten der Dinge das Motiv zu jener Unterscheidung und Eintheilung der Begriffe, für welche der Satz vom Widerspruch und vom ausgeschlossenen Dritten die allgemeinsten Formeln aufstellt. Die Verbindung, die Unterscheidung und Eintheilung der Begriffe sind an sich selbst Functionen des Denkens. Die durchgängige Gebundenheit der logischen Axiome an einen empirisch gegebenen Inhalt vermag daher dieselben nicht in Sätze zu verwandeln, welche aus der Erfahrung abstrahirt sind, sondern sie beweist nur, dass das Material der Erfahrung durchgängig den Gesetzen des Denkens sich fügt.

d. Der Satz vom Grunde.

Mehr noch als die andern logischen Axiome hat der Satz vom Grunde wechselnde Schicksale zu bestehen gehabt. Langsam löste er sich ab von dem Causalgesetz, um, während dieses auf den Zusammenhang der Erfahrungen gehe, als ein Princip betrachtet zu werden, welches die Verbindung unserer Erkenntnisse beherrsche. Nachdem diese Unterscheidung vollzogen war, galt er aber zunächst nicht als ein logisches, sondern als ein metaphysisches Axiom, und als man endlich begann ihn für die Logik in Anspruch zu nehmen, wiederholten sich fortwährend Bestrebungen ihn aus den allgemeineren Sätzen der Identität und des Widerspruchs abzuleiten.

In der Unterscheidung von Grund und Ursache, ratio und causa, geht das natürliche Sprachbewusstsein der Philosophie voran. Aber zugleich sind in ihm schon die Motive zu einer Vermischung beider Begriffe wirksam. Die Wahrnehmung lehrt uns, dass eine gewisse Erscheinung die

Ursache einer andern sei, und diese Wahrnehmung verwandelt sich in die Erkenntniss, dass wir überall da wo uns die erste Erscheinung gegeben ist Grund haben werden die zweite als ihre Folge zu erwarten. Der philosophische Rationalismus, der den Zusammenhang der Erfahrungen überall in einen begrifflichen Zusammenhang überzuführen strebt, will demzufolge auch die causa nur als eine Form der ratio anerkennen. In der neueren Philosophie geht daher die genauere Grenzbestimmung zwischen den beiden Hälften des bei Descartes und Spinoza untrennbaren Doppelbegriffs der »causa sive ratio« vom Empirismus aus. Schon bei Locke werden die thätigen Kräfte der Körper bei ihrer Wechselwirkung und des Geistes im Denken als Dinge behandelt, die von der Erwägung der Gründe und Folgen gänzlich verschieden, an sich aber unbegreiflich seien, und der Satz, dass die Verbindung nach Causalität nicht in unserm begründenden Denken ihren Ursprung habe, bildet das wesentliche Thema von Hume's einschneidender Kritik des Causalbegriffs*). Der rationalistische Vermittler Leibniz endlich behandelt den Satz vom Grunde, dem er seine besondere Aufmerksamkeit geschenkt hat, als ein Erkenntnissprincip, welches sich auf die empirischen Wahrheiten beziehe, so dass es bei ihm zum Fundament der Causalität wird: wir bringen die Dinge der Erfahrung in ursächliche Verbindung, indem wir sie nach dem Satz vom Grunde verknüpfen. Doch gleichzeitig wird dieses Princip bei ihm zu einem metaphysischen Grundsatz, der gänzlich ausserhalb der Logik steht. Alle logischen Wahrheiten sollen dem Satz der Identität und des Widerspruchs, dem Grundgesetz unseres Denkens folgen. Nur jenes Gebiet »verworrener Vorstellungen«, welches die Erfahrung ausmacht, wird vom Satz des Grundes beherrscht**). Darum können uns im einzelnen Fall nur durch die Erfahrung Grund und Folge gegeben werden, und wir erkennen ihre Verbindung nicht als eine nothwendige sondern bloss als eine hinreichende. Nur das Gesetz selbst, dass wir nach einem zureichenden Grunde suchen müssen, ist ein nothwendiges Princip unseres Erkennens.

Hiermit war nun aber die Frage nahe gelegt, ob sich nicht irgendwie dieses Princip aus den andern nothwendigen Wahrheiten, also aus dem Satz der Identität oder des Widerspruchs, ableiten liesse. So versuchte in der That Wolff es auf den letzteren zurückzuführen, indem er argumentirte: »Wenn etwas ohne zureichenden Grund wäre, so wäre nichts der Grund von etwas, was ein Widerspruch ist«, ein offenbarer Cirkelbeweis, welcher mit dem Begriff des Grundes, den er ableiten will, selbst operirt***). In neuerer Zeit hat man geglaubt mit grösserem Erfolg den Satz der

*) Locke, essays, book II, 21 und IV, 17. Hume, treatise, III, 8.

**) Briefe an Clarke, III. Op. phil. Erdm. p. 751.

***) Wolff, Ontologia, §. 70. Ueber einige Modificationen dieses Beweises von Baumgarten und Eberhard vergl. Kant, Werke, Ausg. von Rosenkranz und Schubert, Bd. I. S. 409 f.

Identität hierfür in Anspruch nehmen zu dürfen. In der That scheint es ja nahe liegend, wenn man diesen als das Grundgesetz des positiven Urtheilens betrachtet, nun ihn auch auf eine Verbindung von Urtheilen auszudehnen. Wenn von den drei Urtheilen A = B, B = C und A = C jedes einzelne auf dem Satze der Identität ruht, so scheint die nämliche Stetigkeit des Denkens von den beiden ersten Urtheilen zum dritten hinüberzuleiten. Nun gelten uns die Prämissen als der Grund der Conclusion: der logische Grund scheint also nur auf einer fortgesetzten Anwendung des Identitätsgesetzes zu beruhen*). Diese Erwägungen führen uns auf die Frage nach der Bedeutung, welche der Satz vom Grunde als logischer Grundsatz besitzt; erst die Untersuchung dieser Bedeutung wird auch die weitere Frage entscheiden lassen, ob er ein selbständiger Grundsatz ist.

Suchen wir zunächst den Begriff des Grundes in seiner unterscheidenden Bedeutung von dem der Ursache festzustellen, ohne den später zu erörternden Beziehungen beider Begriffe vorzugreifen, so leidet es keinen Zweifel, dass die Unterscheidung hier einem Bedürfnisse unseres Denkens gefolgt ist. Nur wo wir aus gegebenen Vordersätzen eine Folgerung ableiten, hat der Begriff des Grundes und der Folge seine eigentliche Bedeutung; mit der empirischen Verknüpfung irgend welcher Thatsachen hat derselbe zunächst gar nichts zu thun. Nur unser Denken lässt aus dem Grunde die Folge hervorgehen; ob dieselbe zugleich irgendwie in der Erfahrung gegeben ist, bleibt ein gleichgültiger Nebenumstand. Darum war es eine irreführende Anwendung, die, durch metaphysische Vorurtheile verleitet, Leibniz dem Satz vom Grunde gab, dass er ihn auf empirische Wahrheiten einschränkte. Indem er ihn gleichwohl nicht selbst als eine empirische Wahrheit ansah sondern als einen Grundsatz des Erkennens, gewann derselbe nothwendig eine umgekehrte Gestalt. Man soll nach ihm zu jeder empirischen Thatsache einen zureichenden Grund suchen, man soll also stets von einer Folge, die uns gegeben ist, aufsteigen zu ihrem Grunde. Gewiss ist dies ein Princip, das unmittelbar aus dem Satz des Grundes hervorgeht; aber dasselbe ist doch nur unter der Voraussetzung möglich, dass für uns dieser Satz zunächst in seiner directen Form feststeht. Dass, wenn A = B und B = C ist, nothwendig A = C sein müsse, steht fest, ob uns nun die Identität A = C als eine empirische Thatsache gegeben ist oder nicht. Im Besitz dieses Grundgesetzes können wir dann aber allerdings die Frage aufwerfen, ob eine gegebene Beziehung A = C aus irgend welchen Voraussetzungen, z. B. aus den Sätzen A = B und B = C, abzuleiten sei. Nicht minder führt es von der ursprünglichen Bedeutung unseres Grundsatzes ab, wenn man demselben, wie es von

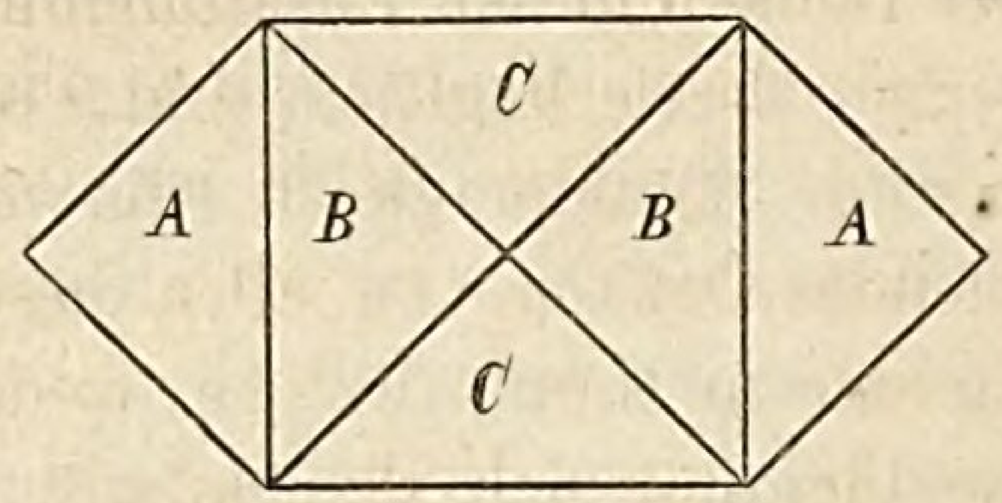
*) Eine derartige Auffassung des Satzes vom Grund wird z. B. vertreten von W. Hamilton, logic, 3. edit. p. 86 nota, Riehl, der philos. Kriticismus, Bd. 2, S. 236, O. Schmitz-Dumont, die mathem. Elemente der Erkenntnisstheorie, S. 53.

Schopenhauer geschehen ist, eine ursprünglich mehrgestaltige Form giebt, wodurch Erkenntnissgrund und Causalität neben noch andern Arten der Beziehung als einander coordinirte Gestaltungen desselben erscheinen. Indem Schopenhauer die letzte Wurzel des Satzes in dem nach ihm a priori gültigen Princip findet, dass alle unsere Vorstellungen in einer gesetzmässigen Verbindung stehen, werden ihm die allgemeinen Formen gesetzmässiger Verbindung, die sich unterscheiden lassen, zu ebenso viel selbständigen Wurzeln jenes Satzes, welchen er demgemäss in die vier Formen der Causalität, des Erkenntnissgrundes, des Seinsgrundes und der Motivation des Willens sondert. Schopenhauer wird zu diesen vier Formen durch die Erwägung geführt, dass in den gewöhnlichen Anwendungen des Satzes vom Grunde auf die Begründung der Urtheile einerseits und auf die Causalität der Ereignisse anderseits zwei Gestaltungen desselben ausser Betracht bleiben: die Begründung der Gesetze des Raumes und der Zeit, letztere als Bedingung der Zahl, und die Begründung der Willenshandlungen durch ihre Motive *). Zu diesem Zweck leitet er den Satz vom Grunde aus jenem allgemeinen Princip des Zusammenhangs unserer Vorstellungen ab, wodurch es ihm nun möglich wird, ihn nach den verschiedenen Arten dieses Zusammenhangs zu gliedern. Hierdurch ist aber von vornherein der Schwerpunkt des Princips in seine Anwendungen, nicht in seine in allen diesen Anwendungen sich bewährende allgemein logische Natur verlegt; es ist das nämliche vollbracht, als wenn wir etwa dem Satz der Identität in der Zeit- und Raumanschauung und in der Begriffsvergleichung zwei verschiedene Wurzeln geben wollten. In der That führt jede geometrische und arithmetische Begründung auf Anwendungen des Erkenntnissgrundes zurück; der Inhalt der Folgerungen hängt aber selbstverständlich überall von den besonderen Gegenständen unseres Denkens ab. Die Behauptung, dass $A = C$ ist, wenn $A = B$ und $B = C$ angenommen wird, stützt sich ebenso gut auf die Anschauung wie der geometrische Satz, dass in einem Dreieck die drei Winkel gleich sind, wenn die drei Seiten gleich sind. Was sollen denn A, B und C bedeuten, wenn nicht Anschauungen oder Begriffe, die durch anschauliche Symbole vertreten werden, und die einer logischen Behandlung allein desshalb zugänglich sind, weil wir anschauliche Zeichen für sie besitzen? Die mathematische Behandlung unterscheidet sich von den gewöhnlichen logischen Begriffsverbindungen wesentlich nur durch die constructiven Verfahrungsweisen, welche die Mathematik meistens anzuwenden genöthigt ist, um aus ihren axiomatischen Voraussetzungen bestimmte Sätze durch begründende Schlussfolgerungen abzuleiten. Nur diese Ableitung steht aber direct unter dem Satz vom Grunde; die Hülfsconstructionen der Geometrie und die ihnen äquivalenten Verfahrungsweisen der algebraischen Analysis thun dies bloss insofern, als sie den Zweck einer bestimmten

*) Schopenhauer, die vierfache Wurzel des Satzes vom zureichenden Grunde, 3. Aufl. Werke I, S. 26.

Begründung bereits im Auge haben. Nehmen wir z. B. Schopenhauer's eigenen Beweis des Pythagoräischen Lehrsatzes für das gleichschenkelige rechtwinkelige Dreieck*), so liegt hier die Begründung darin, dass in Folge der Construction A = B und B = C ist, woraus man auf A = C

Fig. 9.



schliesst, aus welchem Satze und dem Axiom »Gleiches zu Gleichem giebt Gleiches« weiterhin folgt, dass A + B = B + C und 2 (A + B) = 2 (B + C) ist.

Wenn hiernach Alles was in Schopenhauer's Satze vom »Grunde des Seins« überhaupt der Begründung angehört dem Erkenntnissgrund zuzurechnen und diesem nur durch einen falschen Gegensatz zwischen Begriffen und Anschauungen entrückt worden ist, so gehört hingegen der »Satz der Motivation« in das Gebiet der Causalität. Wenn wir die Causalität als das Gesetz des empirischen Geschehens ansehen, als Ursache dasjenige Ereigniss betrachtend, welches ein anderes als seine Wirkung hervorbringt, so ist es an sich gleichgültig, ob die Ereignisse der äussern oder der innern Erfahrung angehören. Auch geschieht diese Spaltung bei Schopenhauer wesentlich nur seiner metaphysischen Lehre zu Liebe, nach der die Motivation das innere Wesen der objectiven Causalität sein soll. Metaphysische Hypothesen sind aber bei der Aufstellung der Gesetze des Erkennens wenig am Platze. Unter gewissen Verhältnissen kommt allerdings bei den Willenshandlungen zu dem allgemeinen Verhältniss der Causalität die nähere Bedingung hinzu, dass uns dieselben ebensowohl als die physischen Wirkungen wie als die logischen Folgen bestimmter Motive erscheinen. Dies geschieht dann, wenn die Motive in der Form einer denkenden Reflexion uns gegeben sind. Immer vereinigen sich aber in diesem Fall nur die Begriffe von Grund und Ursache; es kommt keine neue specifische Gestaltung des nämlichen Princips zu ihnen hinzu. Bei der Betrachtung des Causalgesetzes wird erst auf diese Verbindung näher einzugehen sein; dort werden wir in ihr eine wichtige Quelle der logischen Subsumtion der causa unter die ratio kennen lernen.

Hiernach besitzt der Satz vom Grunde in seiner eigentlichen Gestalt,

*) Schopenhauer, die Welt als Wille und Vorstellung, I. §. 15, Werke Bd. II. S. 82 f.

als Princip des Erkenntnissgrundes, in eben demselben Sinne den Charakter eines logischen Axioms wie der Satz der Identität. Er bedarf der Anschauung zu seinen Anwendungen, und alles was uns in der Anschauung gegeben ist fügt sich seinem Gebrauche; aber er selbst ist nicht Gegenstand der Anschauung, und man kann ihn daher auch nicht durch den Hinweis auf den Zusammenhang der Erfahrungen erklären wollen. Vielmehr ist er es erst, durch den unser Denken diesen Zusammenhang hervorbringt. Dass die Winkel im gleichseitigen Dreieck gleich sind, oder dass zwei Grössen, die einer dritten gleich sind, einander gleich sein müssen, davon überzeugt uns erst unser verknüpfendes Denken. Bei allen diesen Verbindungen haben wir es aber mit Thatsachen zu thun, welche weder auf eine vollständige noch auf eine theilweise Identität sich zurückführen lassen. Die Gleichheit der Winkel im Dreieck ist die Bedingung, unter der stets auch die Gleichheit der Seiten vorhanden sein muss, sie ist aber in keiner Weise der letzteren identisch. So wird überhaupt das Verhältniss der A b h ä n g i g k e i t, welches einen wichtigen Theil der Urtheilsfunction beherrscht, durch das Identitätsprincip nicht gedeckt. Wir sind zwar in Folge einer besonderen Interpretation, die wir mathematischen oder logischen Formeln geben, im Stande alle Abhängigkeitsverhältnisse in Identitätsverhältnisse überzuführen. Aber wir dürfen darum doch nicht meinen, durch die Uebersetzung eines symbolischen Ausdrucks wie A ⊨ B in A = f B oder gar in v A = B seien nun auch die Begriffe A und B identisch geworden. In der zweiten Formel verbirgt das Functionssymbol das Verhältniss der Abhängigkeit, bei der dritten aber würden wir geradezu einen Fehler begehen, wenn wir sie lesen wollten: »ein Theil von A ist B«, vielmehr ist sie nur zulässig bei der früher (S. 250) gegebenen Interpretation: »ein Theil der Fälle, in welchen A eintritt, ist gleich der Gesammtheit der Fälle, in denen B eintritt«. Was wir wirklich partiell gleich setzen sind also nicht A und B selbst sondern nur die Fälle ihres Eintritts. Ebenso ist jede mathematische Gleichung, welche zwei Functionsbeziehungen identisch setzt, nur gültig unter der Bedingung einer ähnlichen logischen Interpretation. Bei dieser wird zwar ein Ausdruck geschaffen, der zunächst dem Satz der Identität unterworfen ist, aber die Richtigkeit dieses Ausdrucks ist von der Bedingung abhängig, dass eine Beziehung der Begriffe hinzugedacht werde, die durch den Satz des Grundes bestimmt wird. Nun werden uns solche Beziehungen im allgemeinen durch die Erfahrung gegeben; man könnte also meinen, der Satz des Grundes erhalte die Bedeutung eines Erfahrungsgesetzes, nicht eines reinen Denkgesetzes. Hiergegen ist aber zu bemerken, dass der Satz des Grundes nicht in anderem Sinne von der Erfahrung abhängig ist als der Satz der Identität auch, insofern nämlich als irgend ein anschaulicher Inhalt gegeben sein muss, auf den er sich bezieht, und der sich seiner Anwendung fügt.

Der Satz des Grundes als allgemeines Gesetz der Abhängigkeit der Begriffe beherrscht dieser seiner Bedeutung gemäss insbesondere auch die-

jenige Denkform, in welcher die Abhängigkeit der *Urtheile* von einander ihren Ausdruck findet, den *Schluss*. Auch hierin bestätigt es sich, dass er seiner ursprünglichen Natur nach ein reines Denkgesetz ist, welches freilich, wie jedes Denkgesetz, an einem empirisch gegebenen Inhalt sich verwirklichen muss. Das Identitätsprincip an und für sich würde uns niemals über die zwei Gleichungen $A = B$ und $B = C$ hinausführen; dass aus ihnen die dritte Gleichung $A = C$ folge, ermitteln wir durch einen Act unseres Denkens, der nur auf den Satz des Grundes zurückgeführt werden kann: wir schliessen, da $A = B$, so werde in jeder Verbindung, in welcher B vorkommt, dasselbe durch A vertreten werden können, also auch in der Verbindung $B = C$. Diese Elimination des Mittelbegriffs ist ein Denkact, der zwar das Identitätsgesetz voraussetzt, selbst aber noch nicht in ihm, sondern erst in dem auf S. 282 formulirten allgemeinen Relationsprincip enthalten ist, welches die specielle Form darstellt, die der Satz vom Grunde in seiner Anwendung auf den Schluss annimmt. Deutlicher noch wird diese Selbständigkeit des Satzes vom Grunde als Schlussprincip dann, wenn nicht Identitätsurtheile, sondern irgend welche andere Verhältnisse $\widehat{A\,B}$ und $\widehat{A\,C}$ als Prämissen gegeben sind. Das resultirende $\widehat{B\,C}$ geht dann immer erst aus einer logischen Erwägung hervor, welche ebensowohl auf die specielle Form der prädicativen Verknüpfung wie auf die Stellung der Begriffe sich stützt, und wobei die Conclusion bald als ein eindeutiges bald als ein mehrdeutiges bald als ein völlig unbestimmtes Resultat sich ergiebt. (Vergl. Abschn. IV, Cap. III.) Insbesondere kann auch irgend eine Prämissenverbindung eine eindeutige Conclusion zulassen, während die letztere mit einer der Prämissen verbunden mehrdeutig wird. Dies ist ein specielles Ergebniss des allgemeinen Verhältnisses, dass Grund und Folge in unserem Denken nicht mit einander vertauscht werden dürfen. Hierdurch unterscheiden sich aber die Denkoperationen, welche dem Satz vom Grunde unterworfen sind, wesentlich von denjenigen, welche dem Identitätsgesetz folgen. Jedes Urtheil lässt sich, nachdem es auf eine Identitätsformel gebracht ist, oder wenn auch nur das Symbol der prädicativen Verbindung geeignet bestimmt wurde, umkehren (S. 247); dagegen lässt sich ein Schluss nur unter speciellen Bedingungen umkehren. Dies drückt der Satz vom Grunde aus, indem er sagt: *mit dem Grund ist die Folge gegeben, und mit der Folge ist der Grund aufgehoben*; er fügt nicht hinzu: »mit der Folge ist der Grund gegeben«, wie es geschehen müsste, wenn der Satz vom Grund ein umkehrbares Princip wäre gleich dem Identitätsgesetz.

Ist sonach der Satz vom Grunde als ein selbständiges logisches Gesetz anzusehen, so ist dagegen nicht zu verkennen, dass er das Identitätsgesetz voraussetzt. Alle Abhängigkeitsverhältnisse von Vorstellungen sind nur denkbar unter der Bedingung, dass die einzelne Vorstellung selbst in jedem Abhängigkeitsurtheil oder Schluss als eine mit sich selbst identische fest-

gehalten wird. Insofern aber das Schliessen vom Grund zur Folge ausserdem nicht selten in der Ausschliessung bestimmter Bedingungen oder in der Disjunction zwischen verschiedenen Bedingungen besteht, werden in dem ganzen Umfang der Anwendungen unseres Grundsatzes nicht minder der Satz des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten gefordert. Der Satz des Grundes schliesst sich somit an die übrigen logischen Principien in der nämlichen Weise an, wie diese auf einander folgten: er bedarf der vorangegangenen, ohne in diesen bereits enthalten zu sein; denn er ist das Grundgesetz der Abhängigkeit unserer Denkacte von einander, welche Abhängigkeit überall die Beziehungen der Gleichheit, der Verschiedenheit und der Gliederung der Begriffe voraussetzt.

2. Die Anwendung der logischen Axiome auf die Anschauungsformen.

Die logischen Axiome in ihrer allgemeinen Gestalt beziehen sich auf jeden beliebigen Inhalt unseres Denkens. Indem sich aber durch Abstraction von dem wechselnden empirischen Inhalt der Vorstellungen der Begriff der reinen Anschauungen der Zeit und des Raumes bildet, werden die logischen Axiome auf dieselben übertragen und führen auf diese Weise zu Sätzen, in denen die Gesetze der Anschauungsformen ihren Ausdruck finden. Diese Gesetze sind die mathematischen Axiome der Anschauung. Ihre besondere Bedeutung liegt darin, dass Zeit und Raum einerseits ihrem Begriff nach unabhängig von jeder speciellen Erfahrung bestimmt werden können, anderseits aber als constante Bestandtheile in jede einzelne Erfahrung eingehen. Jene Axiome gelten daher a priori, sie besitzen aber zugleich die Bedeutung allgemeinster Erfahrungsgesetze, insofern es keine Erfahrung giebt, die ihnen widerstreiten könnte. Ihrem Ursprunge gemäss werden die mathematischen Axiome theils bestimmt durch die Form der reinen Anschauung, auf welche sie sich beziehen, theils durch die logischen Axiome, deren Anwendungen sie sind. Die Formen der reinen Anschauung haben durch die in Cap. III des vorigen Abschnitts geschilderte Entwicklung zu den mathematischen Grundbegriffen der Grösse, der Zahl, des Raumes und der Bewegung geführt. Der am spätesten entwickelte dieser Begriffe, derjenige der Grösse, wird hier an die Spitze zu stellen sein, weil er als der allgemeinste alle andern umfasst. Hinwiederum ist der Begriff der Zahl allgemeiner als derjenige des Raumes, da er schon innerhalb der reinen Zeitanschauung gebildet, zugleich aber nothwendig auf die Raumanschauung angewandt wird. Endlich der Begriff der Bewegung als zeitlicher Ortsveränderung setzt alle vorangegangenen mathematischen Begriffe voraus. Bei jeder der so entstehenden vier Classen von Axiomen muss die allgemeine Definition des betreffenden Begriffs zu Grunde gelegt und dann geprüft werden, welche Gestaltung 1) die Sätze der Identität,

des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten für denselben annehmen, und zu welchen Gesetzen 2) der Satz vom Grunde in seiner Anwendung auf das betreffende Begriffsgebiet Veranlassung giebt. Hierbei zeigt sich durchgehends, dass die erstgenannten Sätze unverändert bleiben, indem in ihnen überall nur an Stelle des Begriffs überhaupt der specielle Begriff der Grösse, der Zahl, des Raumgebildes oder der Bewegung einzusetzen ist. Bloss dem logischen Identitätsgesetz lässt sich in der Arithmetik und Geometrie ein Axiom an die Seite stellen, welches aus der in den Definitionen von Zahl und Raum vorausgesetzten Gleichartigkeit der letzten Abstractionselemente dieser Begriffe, der Zahleinheiten und der Raumpunkte, entspringt. Dagegen erscheint der Satz vom Grunde in jedem der vier Hauptgebiete der Mathematik als die Quelle neuer und eigenthümlicher Sätze, auf denen das theoretische Gebäude dieser Disciplinen ruht.

Ein verbreitetes Streben der modernen Mathematik, welchem besonders H. Grassmann Ausdruck gegeben hat, ist dahin gerichtet die Axiome zu eliminiren und sie vollständig durch Definitionen zu ersetzen*). Dieses Streben ist aus der berechtigten Forderung hervorgegangen, für jeden Begriff vollständig zureichende Definitionen aufzustellen, während dagegen die alten Geometer z. B. den Begriff des Raumes voraussetzten und nur die zu den Beweisen erforderlichen nicht beweisbaren Sätze als Axiome zusammenstellten. Nun muss aber die vollständige Definition eines mathematischen Begriffs die Axiome, die sich auf denselben beziehen, als selbstverständliche Folgerungen enthalten. In der That ist nicht zu verkennen, dass in jeder Disciplin, die es zu einer vollständigen Entwicklung ihrer Grundbegriffe gebracht hat, Definitionen und Axiome einander genau entsprechen müssen, so dass, wenn die ersteren aufgestellt sind, die besondere Hervorhebung der letzteren nur noch eine formale Bedeutung besitzt. Dagegen ist es irrig zu sagen, eine solche Disciplin besitze überhaupt keine Axiome, wenn wir für die letzteren an der bisher üblichen und wohlberechtigten Begriffsbestimmung festhalten, dass sie die allgemeinsten und selbst nicht beweisbaren Gesetze sind, auf welche alle Folgerungen zurückführen. Jenem Versuch, die Axiome aus der Mathematik zu beseitigen, liegt zum Theil die weitere Forderung zu Grunde, ein Axiom müsse ein selbstverständlicher Satz sein, in dem Sinne dass uns das Gegentheil desselben undenkbar wäre. Da nun die moderne Mathematik in der Voraussetzung von complexen Zahlen höherer Ordnung, von Grössen, auf welche die Gesetze der Commutativität nicht anwendbar sind, und von raumähnlichen Mannigfaltigkeiten höherer Ordnung zu Begriffen gelangt ist, für welche einzelne der gewöhnlichen arithmetischen, algebraischen und geometrischen Axiome nicht mehr gelten, so wird denselben eine Denknothwendigkeit, wie sie etwa dem Satze $A = A$ innewohnt, nicht mehr beigemessen. Bei einer dergestalt

*) H. Grassmann, die Ausdehnungslehre von 1844, 2. Aufl. Einleitung, S. XXI.

verengten Bedeutung des Wortes würde aber wohl das Identitätsprincip das einzige Axiom bleiben. Denn eine Logik, für welche der Satz des Widerspruchs hinwegfiele, würde freilich sehr arm, aber nicht völlig undenkbar sein, da eine solche nur der Voraussetzung bedürfte, es sei bloss ein einziges Denkobject gegeben. Der Satz des ausgeschlossenen Dritten liesse sich ferner möglicher Weise durch eine transscendente Logik beseitigen, welche neben der Verneinung noch eine imaginäre Form für die Aufhebung der Bejahung voraussetzte. Ebenso würde nichts hindern den logischen Axiomen die Form von Definitionen zu geben: das Identitätsprincip würde zur Definition des Begriffs (ein Begriff ist was sich selbst gleich bleibt), der Satz des Widerspruchs zur Definition der Verneinung u. s. w. Auch die realen Wissenschaften, denen Grassmann Axiome zuschreibt, widerstreben bei einer zureichenden theoretischen Ausbildung einer derartigen Umwandlung nicht, wie denn z. B. Kirchhoff die Mechanik in diesem Sinne zu behandeln versucht hat. Alle solche Versuche zeigen bei ihrer Durchführung, dass man die Definitionen, sobald man aus ihnen weitere Folgerungen ziehen will, in axiomatischer Form benützt: sie nehmen die logische Form von Bedingungssätzen an, weisen also unmittelbar darauf hin, dass sie specielle Gestaltungen des Satzes vom Grunde sind*). In der That liegt es im Wesen der Definition, dass aus ihr unmittelbar nichts gefolgert werden kann. Sie beschreibt das ruhende Sein der Denkobjecte; erst das Axiom giebt die Denkoperationen an, die auf Grund der Definition möglich sind, und dies geschieht eben dadurch, dass das Axiom den Inhalt der Definition mit dem logischen Satz des Grundes verbindet. Alle mathematischen Operationen gründen sich also auf Axiome, welche Anwendungen des Satzes vom Grunde auf mathematische Fundamentalbegriffe darstellen. Diese Begriffe können entweder Objecten der reinen Anschauung ensprechen, oder sie können aus den letzteren theils durch fortgesetzte Anwendung der Gesetze, aus welchen die Veränderungen der wirklichen Grössen entspringen, theils durch besondere Voraussetzungen, welche in der anschaulichen Wirklichkeit nicht erfüllt sind, hervorgegangen sein. In jedem dieser Fälle entspringen die Axiome in der nämlichen Weise aus der Definition, und für die Art des Folgerns aus den Axiomen ist es vollkommen gleichgültig, ob die Definition innerhalb der Grenzen der Anschauung verbleibt oder nicht. Obgleich ferner der Grad der Abstraction bei den einzelnen mathematischen Fundamentalbegriffen ein verschiedener ist, so ist doch die Art derselben überall die nämliche. Die Begriffe des Raumes und der Bewegung sind daher ebenso gut abstract wie die der Grösse und Zahl, und wenn die ersteren nicht ohne eine empirische Grundlage entstehen könnten, so gilt für die letzteren

*) Vergl. z. B. Grassmann's Sätze in seiner Uebersicht der allgemeinen Formenlehre, a. a. O. S. 1 f.

ganz das nämliche. Die Grenze der Erfahrungswissenschaften wird genau bezeichnet durch die Herrschaft des Causalgesetzes. Darum ist die Geometrie nicht, wie A. Comte und Grassmann wollen, zu den Naturwissenschaften zu zählen: sie hat es in der That gar nicht mit Naturobjecten zu thun sondern mit Abstractionsgebilden der reinen Raumanschauung, die sie nach dem Satz des Grundes verbindet. Die Mechanik dagegen gehört, insofern sie die Begriffe von Kraft und Masse und das Gesetz der Trägheit voraussetzt, Principien, die durchaus auf das Causalgesetz gegründet sind, der Naturwissenschaft an; nur die abstracte Phoronomie oder jener Theil der Mechanik, welcher die für die Anschauung der Bewegung gültigen Gesetze umfasst, ist ebenso gut wie die Geometrie den mathematischen Wissenschaften beizurechnen.

a. Die Axiome der allgemeinen Grössenlehre.

Die Grössenlehre ist der allgemeinste Theil der Mathematik, da sie nur den Begriff der Grösse als eines messbaren Denkobjectes voraussetzt. Sie stützt sich daher auf diejenigen allgemeinen Sätze, welche für die Verknüpfung beliebiger Grössen gültig sind, und ihren Axiomen muss, wie Grassmann gezeigt hat, eine allgemeinere Form gegeben werden, als dies in den algebraischen Axiomen, welche bereits auf die Zahloperationen Rücksicht nehmen, der Fall ist. Statt der selbstverständlich zulässigen Substituirung des Grössenbegriffs im Identitätsgesetze (Jede Grösse ist sich selbst gleich) gewinnt hier das letztere den besonderen aller Grössenvergleichung zu Grunde liegenden Ausdruck: 1) Eine Grösse ist einer andern gleich, wenn sie dieselbe in allen ihren Verbindungen vertreten kann. Neben diesem Substitutionsgesetz der Grössen lassen sich als Specialisirungen des Satzes vom Grunde die Gesetze der Grössenoperationen betrachten, welche in ihrer allgemeinsten Form als Verknüpfungen und Trennungen verschiedener Stufen, thetische und lytische Operationen nach H. Hankel's Bezeichnung*), aufgefasst werden müssen. Hier gelten 2) das Verbindungsgesetz: Jede Grösse kann mit jeder andern verknüpft werden, und 3) das Zerlegungsgesetz: Jede Verknüpfung von Grössen kann durch eine Zerlegung wieder aufgehoben werden.

Diese drei Sätze sind so allgemein, dass sie auf alles anwendbar sind was als Grösse betrachtet werden kann, also z. B. auch auf die logischen Begriffe, sofern man sie der mathematischen Behandlung unterwirft, oder auf transscendente Grössen, bei welchen man die Voraussetzung der vollständigen Gleichartigkeit der mit einander verknüpften Grössen

*) H. Hankel, Vorlesungen über die complexen Zahlen, I. Leipzig 1867. S. 1 f.

fallen lässt. Sobald man die letztere Voraussetzung, die bei allen Grössen der reinen Anschauung zutrifft, hinzufügt, ergeben sich aber noch zwei weitere Sätze: 4) das Associationsgesetz: »Wenn mehrere Grössen zuerst mit einander und dann mit einer andern Grösse verbunden werden, so ist das Resultat der Verbindung dasselbe, als wenn jede der ersten Grössen successiv und einzeln mit der letzten verbunden worden wäre.« 5) Das Commutationsgesetz: »Wenn mehrere Grössen verbunden werden, so ist das Ergebniss der Verbindung unabhängig von der Reihenfolge, in welcher sie stattgefunden hat.« Hieran lässt sich noch ein weiterer Satz schliessen, welcher jedoch nicht sowohl die Bedeutung eines Axiomes als die eines Postulates hat, welches zur Ableitung neuer Grössenbegriffe aus gegebenen verwendet werden kann, nämlich: 6) das Permanenzprincip: »Jede Operation der Verbindung oder Trennung kann an den Grössen, die aus einer solchen Operation hervorgegangen sind, beliebig wiederholt werden, und es müssen dann stets (reale oder transscendente) Grössen entstehen, für welche, sofern sie auf demselben Wege erzeugt worden sind, übereinstimmende Gesetze gelten« *). Dieses letztere Princip ist die Grundlage nicht nur überhaupt der Ableitung von thetischen und lytischen Operationen höherer aus denen niederer Stufe, sondern es stützen sich auf dasselbe insbesondere auch die mathematischen Speculationen, welche über das Gebiet der anschaulich gegebenen Grössen hinausgehen, indem es die Möglichkeit einer logisch zusammenhängenden und widerspruchsfreien Behandlung solcher nicht anschaulicher Grössenbegriffe darlegt.

b. Die arithmetischen Axiome.

Hier fordert der Zahlbegriff zunächst eine Specialisirung des Identitätsgesetzes, welche allen Zahloperationen zu Grunde liegt und enthalten ist in dem Satze: Jede Zahleinheit ist der andern gleich. Sodann sind alle Grössenaxiome, insbesondere also auch das Gesetz der Association, Commutation und Permanenz, als die allgemeineren, für die Zahl ebenfalls gültig. Aus der Anwendung des Satzes vom Grunde auf den Zahlbegriff gehen aber die Gesetze der arithmetischen Fundamentaloperationen hervor, nämlich: 1) das Additionsgesetz: »Wenn man zwei Zahlen verbindet, so entsteht eine neue Zahl, welche ebenso viele Einheiten enthält wie die beiden verbundenen Zahlen zusammengenommen.« 2) Das Gesetz der Multiplication: »Wenn man eine Zahl so oft zu sich selbst addirt, als durch die Einheiten einer zweiten Zahl angegeben wird, so entsteht eine neue Zahl, in welcher die Einheiten der ursprünglichen ebenso vielmal enthalten sind, als die zweite Zahl Einheiten besitzt.« 3) Das Gesetz der Subtraction: »Wenn man von einer Zahl eine andere hinwegnimmt,

*) Unter dem Namen des Permanenzprincips ist dieses Postulat von H. Hankel formulirt worden (Vorlesungen über die complexen Zahlen, I. S. 10).

so entsteht eine neue Zahl, deren Einheiten dem Unterschied der Einheiten der beiden ursprünglichen Zahlen gleich kommen, und die positiv ist, wenn die bleibende Zahl die grössere, negativ, wenn die hinweggenommene die grössere ist.« 4) Das Gesetz der Division: »Wenn man eine Zahl durch eine andere theilt, so entsteht eine neue Zahl, welche rational ist, wenn die Einheiten der zu theilenden Zahl vollständig in den Einheiten der theilenden aufgehen, irrational, wenn dies nicht der Fall ist.« 5) Das Gesetz der Potenzirung: »Wenn man eine Zahl ein- oder mehrmals mit sich selbst vervielfältigt, d. h. so oft zu sich selbst hinzufügt, als in ihr Einheiten vorhanden sind, und dies ein- oder mehrmals ausführt, so entsteht eine neue Zahl, in welcher die Einheiten der ursprünglichen Zahl ebenso oft enthalten sind, als die Häufigkeit der Verbindung betrug.« 6) Das Gesetz der Radicirung: »Wenn man zu einer Zahl diejenige andere Zahl sucht, welche durch eine ein- oder mehrmalige Vervielfältigung mit sich selbst sie ergeben muss, so findet man eine neue Zahl, welche real ist, wenn die ursprüngliche Zahl positiv, imaginär, wenn sie negativ war.« Wie man sieht, sind alle diese Gesetze Specialisirungen des Satzes: Alle Verbindungen und Trennungen von Zahlen bestehen aus den Verbindungen und Trennungen der Einheiten, die in sie eingehen, und die Reihe der Zahlen, die durch solche Verbindungen entstehen können, ist unbegrenzt. Die dem ursprünglichen Zahlbegriff fremden Begriffe der negativen, gebrochenen, irrationalen und imaginären Zahlen werden aber nebst den in den complexen Zahlsystemen eintretenden Erweiterungen des letzteren Begriffs nach dem Princip der Permanenz abgeleitet. (Vergl. hierzu S. 469 f.)

c. Die geometrischen Axiome.

Auch hier erfährt das Identitätsgesetz eine analoge Specialisirung wie oben, die der inneren Congruenz des Raumes entspricht: Jeder Raumpunkt ist dem andern gleich. Der Satz vom Grunde aber liefert die folgenden vier Axiome: »1) Die Lage eines jeden Punktes im Raum ist durch drei unabhängig von einander veränderliche Richtungen bestimmt. 2) Die Lage jedes beliebigen ausgedehnten Raumgebildes wird durch die Lage zweier willkürlich in ihm angenommener Punkte bestimmt. 3) Jedes Raumgebilde bleibt mit sich congruent, wenn es beliebig in veränderter Lage gedacht wird. Zwei Raumgebilde sind daher congruent, wenn das eine aus einer blossen Lageänderung des andern entstanden gedacht werden kann. 4) Jede beliebige Richtung im Raum kann als eine ins unendliche zunehmende Grösse gedacht werden«*).

*) Diese vier Sätze schliessen die sechs von Helmholtz entwickelten analytischen Bedingungen der Geometrie ein (Nachrichten der Gesellsch. d. W. zu Göttingen, Juni 1868). Nur ist in den Satz 1 die Dreiheit der Dimensionen

d. Die phoronomischen Axiome.

Als Axiome der reinen Phoronomie können nur diejenigen Sätze gelten, welche von jeder Voraussetzung über die Beschaffenheit des im Raum gegebenen absehen, also unabhängig sind sowohl von dem Substanz- wie von dem Causalbegriff. Derartiger Axiome, welche als unmittelbare Anwendungen des Satzes vom Grunde auf die Bewegungsanschauung zu betrachten sind, giebt es nur zwei, nämlich:

1) Das Gesetz der Relativität der Bewegung: »Jede Bewegung eines Raumgebildes kann nur angeschaut werden, wenn irgend ein anderes Raumgebilde vorhanden ist, in Bezug auf welches sich das erstere bewegt.« Die Lageänderung und Geschwindigkeit eines Punktes ist also nur bestimmbar im Verhältniss zu einem andern Punkte, welcher als relativ ruhend betrachtet wird*). Dieser Satz schliesst zwei Corollarsätze ein, die auf ihn und auf die allgemeine Beschaffenheit des Raumes sich gründen:

a) »Wenn zwei Raumpunkte allein gegeben sind, so besteht die einzige zwischen ihnen denkbare Bewegung in einer geradlinigen Annäherung

eingegangen, welche Helmholtz besonders formulirt, und Satz 3 spricht die Freiheit der Lageänderung der Raumgebilde allgemein aus, die von Helmholtz zum Zweck der analytischen Behandlung in Translocation und Drehung unterschieden wird. Die Vergleichung dieser Axiome mit der in Cap. III des vorigen Abschnitts (S. 451) gegebenen Definition des Raumes wird, ebenso wie die Vergleichung der arithmetischen Axiome mit der Entwicklung des Zahlbegriffs, unmittelbar die oben gemachte Bemerkung bestätigen, dass der Unterschied zwischen Definitionen und Axiomen im wesentlichen nur eine formale Bedeutung hat, dass derselbe aber keineswegs ohne Bedeutung ist.

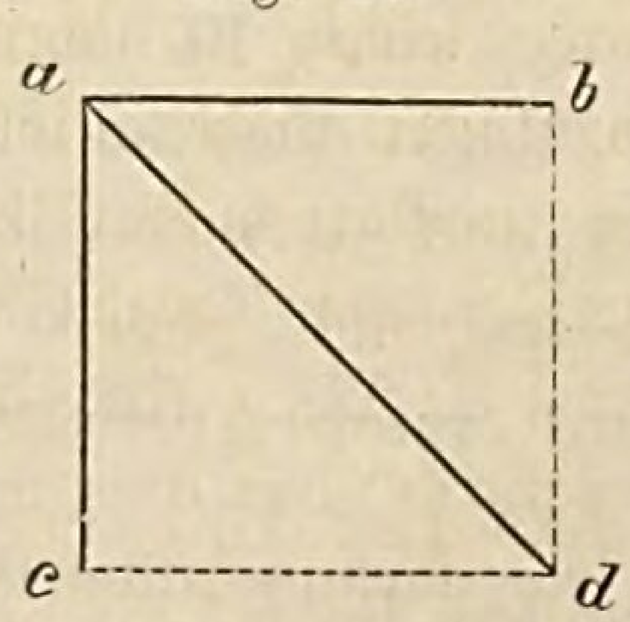
*) Dass nur relative Bewegungen messbar sind, gilt als ein selbstverständlicher Grundsatz in der ganzen modernen Physik und ist schon von Newton in seinen mathematischen Principien der Naturlehre klar ausgesprochen worden (deutsche Ausgabe von Wolfers S. 27). Auf die axiomatische Natur dieses Grundsatzes habe ich in meiner Schrift über die physikalischen Axiome (Erlangen 1866, S. 120 f.) hingewiesen, wo daraus unter Hinzunahme des Causalgesetzes der Satz abgeleitet wurde: »jede Bewegungursache liegt ausserhalb des Bewegten«. Auch das hier als Corollarsatz hingestellte Gesetz von der Geradlinigkeit der einfachsten Bewegung ist dort in eine causale Form übertragen. C. Neumann endlich hat in seiner Schrift »über die Principien der Galilei-Newton'schen Theorie« (Leipzig 1870) dem Axiom von der Relativität der Bewegung sogar eine physikalische Form gegeben, indem er den Satz aufstellte, an irgend einer unbekannten Stelle des Weltraumes müsse ein unbekannter, absolut starrer Körper Alpha vorhanden sein (a. a. O. S. 15). In dieser Form ist der Satz, wie ich glaube, bestreitbar, da es für alle kosmologischen Deductionen genügen dürfte sich einen absolut unveränderlichen Punkt zu denken, von dem ein System unveränderlicher Coordinaten ausgeht.

oder Entfernung.« (Gesetz der geradlinigen Richtung der einfachsten Bewegungen.)

b) »Wenn zwei isolirt gegebene Raumpunkte a und b ihre relative Lage ändern, so ist die relative Lageänderung, welche der Punkt a in Bezug auf den Punkt b erfährt, von gleicher Grösse aber entgegengesetzter Richtung mit der relativen Lageänderung, welche der Punkt b in Bezug auf a erfährt.« (Gesetz der gleichen Grösse und entgegengesetzten Richtung der einfachsten Bewegungen.) Um sich von diesem Satze zu überzeugen, erwäge man, dass bei jeder relativen Bewegung zweier Punkte a und b ebensowohl der Punkt a in Bezug auf b wie b in Bezug auf a ruhend gedacht werden kann. In beiden Fällen ist also die Bewegung gleich gross und von entgegengesetzter Richtung. Sind der Anschauung bloss die zwei Punkte gegeben, so lässt sich nicht entscheiden, ob sich a gegen b oder b gegen a bewegt hat.

2) Das Gesetz der Zusammensetzung der Bewegungen: »Jede Bewegung von constanter Richtung lässt sich aus einer Mehrheit beliebiger simultan stattfindender Bewegungen zusammengesetzt denken, wenn diese Bewegungen der Bedingung entsprechen, dass sie in zeitlicher Succession und in denselben oder parallelen Richtungen stattfindend dieselbe schliessliche Lageänderung hervorbringen würden.« Der einfachste Specialfall des Gesetzes ist unter dem Namen des Parallelogramms der Kräfte bekannt; dieser Name ist aber desshalb unpassend, weil es sich hier um einen rein phoronomischen Satz handelt, der von der Natur der Bewegung, nicht von der Beschaffenheit der Naturkräfte abhängt. Die Gesetze der letzteren befinden sich nur, wie die Mechanik lehrt, in durchgängiger Uebereinstimmung mit dem phoronomischen Grundsatz. Dass nun der

Fig. 10.



Punkt a (Fig. 10) ebensowohl durch die Bewegung a d wie durch die beiden simultan stattfindenden Bewegungen a b und a c nach dem Punkte d gelangen kann, ist lediglich ein unmittelbar evidenter Satz der Anschauung, und jeder Versuch ihn zu beweisen scheitert daher oder führt doch nur zu dem Hinweise zurück, dass es sich vermöge der anschaulichen Beschaffenheit der Bewegung nicht anders verhalten könne*). Krummlinige Bewegungen

*) Dies gilt ebensowohl von der gewöhnlichen Zerlegung in unendlich kleine Bewegungen wie von dem zuerst, so viel ich weiss, von d'Alembert

und Drehungen sind dem Princip insofern unterworfen, als bei ihnen in jedem Moment die Bewegung nur eine Richtung hat, so dass hierdurch die Verbindung beliebiger Bewegungen auf eine successive Zusammensetzung aus geradlinigen Bewegungen zurückgeführt wird.

Zweites Capitel.

Das Causalgesetz.

1. Die Entwicklung des Causalbegriffs.

Die Wörter Ursache und Wirkung, causa und effectus, weisen schon darauf hin, dass ursprünglich in der Causalität zwei Begriffe verschiedener Kategorie sich begegnen: ein Gegenstand und eine Handlung, die von dem Gegenstand ausgeht. Die Dinge der sinnlichen Wahrnehmung gelten als Ursachen des Geschehens, dieses aber besteht in der Thätigkeit der Dinge. Indem nun die wissenschaftliche Bearbeitung des Causalbegriffs diese mythologische Vorstellung zu beseitigen sucht, wird sie theils zu Zweifeln an der Berechtigung desselben theils aber zu Versuchen geführt ihm eine andere Deutung zu geben, die von dem naiven Anthropomorphismus, der in den Dingen handelnde Wesen sieht, frei ist.

In der That liegt es nahe jener ursprünglichen Auffassung entgegenzuhalten, dass sie nirgends im Stande ist die Gegenstände aufzuzeigen, als deren Wirkungen die Veränderungen betrachtet werden, sondern dass Alles was die sinnliche Erscheinungswelt darbietet in ein unablässiges Geschehen sich auflöst. Aus dem Widerspruch gegen den gemeinen Causalbegriff hat daher die Speculation ihre ersten Antriebe empfangen. In dem Eleatischen Sein sowohl wie in dem Heraklitischen Werden wird der Versuch gemacht, jenen widerspruchsvollen Begriff zu beseitigen. Die antike Skepsis aber hat in allen ihren Einwänden gegen die Causalität immer nur die gegenständliche Ursache im Auge, und es ist daher durchaus begreiflich, dass unter diesen Einwänden gerade diejenigen fehlen, auf welche in neuerer Zeit meistens das grösste Gewicht gelegt wird. Die Ursache, sagt

gebrachten Beweis, welchen dann Kant selbständig reproducirt hat, und bei welchem bei zwei zusammenwirkenden Bewegungen die eine durch eine entgegengesetzt gerichtete Bewegung des absoluten Raumes ersetzt wird. (D'Alembert, Traité de dynamique, ch. II. Paris 1743, p. 22. Kant, metaphys. Anfangsgründe der Naturwissenschaft, Werke von Rosenkranz und Schubert, Bd. 5, S. 333.)

man, ist ein Relationsbegriff, welcher nur eine Bedeutung hat, sofern man an eine Wirkung denkt; aber das Relative hat keine selbständige Existenz, sondern es ist von demjenigen abhängig, worauf es bezogen wird. Wenn ferner die Ursache nur in ihrer Relation zur Wirkung besteht, so muss sie mit dieser coexistiren; würde sie vorausgehen, so würde sie eine Ursache ohne Wirkung sein, was ein Widerspruch ist; wodurch aber soll sich jemals entscheiden lassen, welche von zwei coexistirenden Erscheinungen als Ursache und welche als Wirkung zu denken sei? *)

Solchen Zweifeln ist auf dem Boden des ursprünglichen Causalbegriffs nur zu entgehen, wenn man die Ursachen nicht mehr in den Gegenständen der Erfahrung sondern in unveränderlichen Principien sieht, welche, in ihrem eigentlichen Sein unerfahrbar, in dem empirischen Geschehen zur Wirkung gelangen. Hier mündet nun sofort die Entwicklung des Causalbegriffs in die des Substanzbegriffs ein. Der Dogmatismus sieht daher in allen veränderlichen Erscheinungen Wirkungen jener transcendenten Substanzen, die er voraussetzt, mögen diese nun als Elemente, Atome, Platonische Ideen oder Aristotelische Entelechieen gedacht werden. Demgemäss üben auch alle jene Einflüsse des Denkens, die in den Substanzbegriff eingehen, auf die Causalität ihre Wirkung aus, wie dies vor allem in der Entwicklung des philosophischen Rationalismus zu Tage tritt. Während die Atomistik mit den ihr verwandten Richtungen materialistischer Naturphilosophie die Neigung behält den Begriff des Geschehens in unmittelbarer Anlehnung an die sinnliche Erfahrung zu gestalten und daher auf Stoss und Bewegung die Causalität der materiellen Substanzen zurückführt, drängt der Rationalismus dahin die causale Verbindung der Dinge in Analogie zu bringen mit den Verbindungen der Begriffe im Denken.

Freilich hat die Wirklichkeit diesem Streben von Anfang an nicht geringe Schwierigkeiten in den Weg gelegt, und es hat daher niemals an Compromissen gefehlt, welche neben der strengen Nothwendigkeit des begrifflichen Denkens auch dem Zufälligen einen gewissen Spielraum innerhalb der Erfahrung zu lassen suchten. In diesem Sinne führt schon Aristoteles den Zufall geradezu auf die Materie zurück, welche als das Unbestimmte Entgegengesetztes aus sich entstehen lasse **). Darum betrachtet er auch den Stoff nicht als Ursache des Geschehens, sondern nur als die Grundlage, deren die Form zu ihrer Bethätigung bedürfe: auf dieser aber, die das begriffliche Wesen der Dinge ausmacht, ruht die Causalität in allen ihren Arten, als gestaltende, als bewegende Kraft und als Zweckerfüllung. Wenn unter diesen dreien die letztere wieder die anderen überragt, so weist dies deutlich auf die Beziehung der Causalität zum begründenden Denken hin. Die Zweckverknüpfung ist immanent unserm Denken: eine Weltansicht, welche die Gesetze des Denkens hinüberträgt in die

*) Sextus Empiricus, adv. Mathemat. IX, 207.

**) Metaph. V, 30. VI, 2.

Objecte, wird daher leicht geneigt sein den Begriff der Ursache mit dem des Zwecks zu verschmelzen.

Doch diese Verbindung der Causalität mit dem begründenden Denken trägt zugleich den Keim zu einer weiteren folgenreichen Entwicklung in sich. Wie in der ursprünglichen Anschauung die Gegenstände die festen Beziehungspunkte sind, aus deren Handlungen das veränderliche Geschehen hervorgeht, so hatte sich bis dahin der speculative Causalbegriff angelehnt an den Substanzbegriff. Indem nun das Denken die ihm selbst immanente logische Nothwendigkeit auch in den Objecten seiner Erkenntniss wiederzufinden verlangt, kehrt jenes Verhältniss sich um: der Causalbegriff wird zum Fundament des Substanzbegriffs, und gleichzeitig verschmilzt die Ursache mit dem logischen Grunde. Ursache ist was den Grund des Seins und Geschehens als denknothwendige Bestimmung in sich trägt. Diese Entwicklung findet ihre Vollendung in Spinoza's Substanzbegriff, der nothwendig zugleich die einstige Allianz des rationalistischen Causalbegriffs mit dem Zweckbegriff gründlich beseitigt, da ihm neben der absoluten Causalität kein Raum für ein anderes Princip bleibt, und da die strenge Nothwendigkeit, mit der Alles durch die eine Ursache bestimmt ist, teleologischen Erwägungen widerstrebt. Aber freilich hat hier zugleich der Causalbegriff jede erkenntnisstheoretische Bedeutung verloren. Wie aus der absoluten Substanz, von der nichts weiter bekannt ist, als dass sie schlechthin jede Determination ausschliesse, nur durch einen stillschweigenden Vertrag mit der thatsächlichen Erfahrung der Uebergang gewonnen werden kann zu ihren Attributen des Denkens und der Ausdehnung und den innerhalb der letzteren gegebenen Einzeldingen, so bleibt die causa sui im Gebiet der empirischen Causalbeziehungen schlechthin unfruchtbar. Der in der Erfahrung entstandene Begriff der Ursache ist in die Region des Unerkennbaren hinübergewandert und dadurch der Erfahrung selber abhanden gekommen. So weit er hier angewandt wird, gehört er der Imagination an und muss verschwinden, wenn die Dinge »sub specie aeternitatis« betrachtet werden*).

Hier kommt nun dem vermittelnden Rationalismus, welchen Leibniz vertritt, das Verdienst zu, einer fruchtbaren Anwendung der Causalität auf die Erfahrung wieder näher zu treten, ohne dass darum die logische Bedeutung derselben verschwände. Der Satz des zureichenden Grundes ist das Princip der empirischen Forschung; seine Anwendung wird aber möglich, weil die active Kraft der Monaden in der mechanischen Causalität, die alles natürliche Geschehen beherrscht, ihren Ausdruck findet. Hier ist die alte Vermengung der causa und ratio zum ersten Mal überwunden, ohne dass doch beide völlig von einander getrennt würden, sondern der Grund bleibt die logische Form, in welche die Ursache sich umsetzt. Zugleich hat hierdurch die Verbindung der letzteren mit dem Substanzbegriff sich

*) Spinoza, Ethice, pars II, prop. 40—44.

gelockert. Die Causalität ist zur äussern Erscheinungsform der in der Monade schlummernden Kräfte geworden, und nach ihrer inneren Natur soll die letztere als ein nach Zwecken handelndes geistiges Wesen gedacht werden*). So kehrt hier gegenüber dem Spinozistischen System in gewissem Sinne das Verhältniss der Begriffe sich um: dort war der verunendlichte Causalbegriff selbst zur Substanz, dadurch aber zugleich der empirischen Causalität völlig entfremdet geworden. Hier ist die Causalität der in die Erfahrungswelt hereinreichende Abglanz des an sich selbst völlig anders beschaffenen transcendenten Wesens der Dinge. Wie dieses Wesen dazu kommt, sich für uns gerade in Causalität umzusetzen, dies bleibt freilich dunkel. So ist die letztere zusammen mit dem Satz vom Grunde, der sie nur von ihrer logischen Seite darstellt, ein empirisches Princip, welches nur äusserlich mit dem Substanzbegriff verbunden wird. Das practische Resultat dieser Wandlung der Begriffe besteht darin, dass nun die Gegenstände der Erfahrung zu Trägern der Causalität werden. Damit tritt die empirische Anwendung der letzteren bei Leibniz in Uebereinstimmung mit derjenigen Gestaltung, welche der Causalbegriff seit Galilei's Zeit in der Naturwissenschaft allmälig fand. Sie ist gebunden an die, allerdings langsam und nicht ohne mannigfache Schwankungen, sich vollziehende Unterscheidung der Begriffe von Kraft und Ursache. Der objectivirte Begriff der Ursache oder die Ursache als Sache gedacht wandelt sich hier in den Begriff der Kraft um, wogegen die Ursache zur allgemeinen Bezeichnung der Bedingungen übrig bleibt, unter denen eine Erscheinung eintritt. Die Kraft erscheint so als eine den Körpern innewohnende bleibende Eigenschaft; die Kraft wird aber zur Ursache in dem Moment, wo sie Bewegungen hervorbringt. So gewinnt die Ursache vorherrschend die Bedeutung eines Wechselbegriffs für die Kraft, der für diese dann angewandt wird, wenn man irgend welche Wirkungen derselben im Auge hat**). Da nun aber Wirkungen nur dann eintreten können, wenn in der Anordnung der Körper, welche die Träger der Kräfte sind, irgend welche Veränderungen geschehen, so entzieht diese Umgestaltung des Causalbegriffs allmälig der Ursache ihren sachlichen Charakter und löst sie in ein Geschehen auf, welches der Wirkung vorangeht.

Diese Umwandlung hat sich jedoch sehr langsam vollzogen, und die

*) Leibniz, op. phil. ed. Erdmann, p. 714.

**) Vergl. z. B. Newton, mathem. Principien der Naturlehre. Einleitung. Deutsche Ausgabe von Wolfers S. 28. Charakteristisch in dieser Beziehung ist die von Leibniz gelegentlich gegebene Formulirung seines Kräftemaasses: »die Kräfte zweier Körper verhalten sich nicht wie die Geschwindigkeiten sondern wie die Ursachen oder Effecte der Geschwindigkeit, nämlich wie die hervorzubringenden oder wie die hervorgebrachten Höhen.« (Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii, Beilage. Leibniz' math. Werke, herausgeg. von Gerhard, II, 2, p. 122.)

Philosophie ist hinter der practischen Unterscheidung der Begriffe innerhalb der Naturwissenschaft längere Zeit noch zurückgeblieben: so werden von Locke Ursache und Kraft zwar getrennt, aber die Definitionen beider Begriffe fliessen im wesentlichen zusammen *). Der dogmatische Rationalismus aber, und mit ihm der Dogmatismus in den Erfahrungswissenschaften, ist geneigt je nach Bedürfniss den neuen und alten Causalbegriff zu verbinden. So unterscheidet Wolff von dem principium fiendi, bei welchem er Ursache und Wirkung als Formen des Geschehens auffasst, ein principium essendi, durch welches das Vermögen jedes Gegenstandes zu seinen causalen Wechselwirkungen bestimmt sein soll. Die Wärmestrahlung der Sonne ist die Ursache der Erwärmung des Steins, aber in diesem muss eine bleibende Ursache als principium essendi vorhanden sein, durch welche seine Erwärmung möglich wird **). Ganz in demselben Sinne sieht die Mechanik des vorigen und zum Theil noch des gegenwärtigen Jahrhunderts einerseits in den Bewegungen der Körper die Ursachen bestimmter Wirkungen, die sie ausüben, anderseits werden aber auch die Trägheit, Undurchdringlichkeit, Festigkeit als permanente Ursachen der Erscheinungen bezeichnet ***). Dieser Vermengung gegenüber hat schon Berkeley darauf gedrungen, es solle zwischen der äusseren regelmässigen Aufeinanderfolge der Erscheinungen und dem inneren Bedingtsein derselben unterschieden werden. Auf die erstere will er aber überhaupt nicht den Namen der Ursache angewandt wissen: die eine Erscheinung sei hier immer nur ein Zeichen, dass wir eine gewisse andere erwarten dürfen; wirkliche Ursache könne immer nur der Wille eines Geistes sein, weil nur bei diesem der Zusammenhang zwischen dem hervorbringenden Impuls und der eintretenden Wirkung uns deutlich gegeben sei †). Diese Theorie ist in ihrer Auffassung des physischen Causalbegriffs den Ansichten Hume's bereits nahe verwandt; durch die Behauptung, dass der Wille die einzige erkennbare Ursache sei, anticipirt sie aber vollständig Schopenhauer's Metaphysik der Causalität, von der sie in der That nur durch ihre theologische Färbung verschieden ist ††).

Man hat sich gewöhnt, in Hume's Auffassung der Causalität auf seine Ableitung aus der Erfahrung und aus der Gewohnheit so vorwiegenden Werth zu legen, dass derjenige Punkt, in welchem vor allem die historische Bedeutung seiner Kritik liegt, allzu sehr in den Hintergrund trat. Das

*) Locke, essays, II, chap. 21, 26.

**) Wolff, Ontologia §. 721, 881 f. Cosmologia §. 94.

***) Vergl. z. B. Euler, theoria motus, p. 35. Deutsche Uebersetzung von Wolfers (Mechanik Bd. III), Cap. II und III.

†) Berkeley, principles of human knowledge, sect. 65, 105.

††) Schopenhauer selbst hat diese Verwandtschaft mit Berkeley nicht beachtet. In dem geschichtlichen Capitel der Schrift über den Satz vom zureichenden Grund ist Berkeley gar nicht, in den sonstigen Werken Schopenhauer's nur beiläufig genannt.

Verdienst, welches sich Hume um die philosophische Untersuchung der Causalität erworben, besteht vor allem darin, dass er die Auffassung der Ursache als einer Sache vollständig beseitigte und dadurch eigentlich zum ersten Mal mit Bewusstsein und consequent den Begriff der Ursache in dem Sinn derjenigen Entwicklung vollendete, welche derselbe in den Erfahrungswissenschaften bereits genommen hatte. Deutlicher als in seiner späteren tritt dies in seiner früheren Darstellung hervor, wo seine Polemik gegen die älteren Causalitätsbeweise durchaus wider diesen falschen Begriff der Ursache sich richtet*). Diese Polemik ist sicherlich ebenso berechtigt wie sein Nachweis, dass kein nothwendiger begrifflicher Zusammenhang von der Ursache zur Wirkung hinüberführe, und dass daher nur die Erfahrung darüber entscheiden könne, welche Erscheinung Ursache und welche Wirkung zu nennen sei. Auch hätte sich Hume schwerlich den ihm so oft gemachten Einwand gefallen lassen, seine Ansicht zwinge dazu, jedes Folgen als ein Erfolgen, jede regelmässige Succession als eine causale Verbindung zu betrachten. Wenn er die Causalität auf die Association auf einander folgender Ereignisse zurückführte, so wollte er damit die von wissenschaftlichen Erwägungen bestimmte Auswahl unter den neben einander bestehenden Successionen nicht ausgeschlossen wissen. Von der Nacht hätte er erklären können, dass sie ebenso oft dem Tage vorangeht als sie ihm nachfolgt, und dass also hier die verlangte regelmässige Succession gar nicht zutreffe. Ebenso stellt er aber das Verhältniss der Contiguität d. h. des räumlichen Zusammenhangs der Dinge als ein zu beachtendes Kriterium hin, und bemerkt überdies ausdrücklich, dass nur dann ein vorangehendes Object als Ursache eines nachfolgenden betrachtet werde, wenn alle dem ersten ähnlichen Gegenstände ähnliche Folgen erkennen lassen**). Freilich hat jedoch Hume jene absurden Consequenzen aus seiner Lehre selbst verschuldet, indem er der Thatsache, dass eine logische Prüfung der verschiedenen Erscheinungsfolgen, die sich unserer Erfahrung darbieten, vorangehen muss, ehe auf irgend eine derselben der Causalbegriff im wissenschaftlichen Sinne angewandt werden kann, eine zu geringe Beachtung schenkt und sie insbesondere auch bei seiner Voraussetzung über den Ursprung der Causalität ganz ausser Rücksicht lässt. Denn indem er diesen auf die Gewohnheit zurückführt, hat er allerdings die Frage nahe gelegt, warum nicht jede gewohnheitsmässige Association von uns für eine causale Verbindung gehalten werde. Dem bisherigen Rationalismus gegenüber wollte Hume durch diesen Hinweis auf die Gewohnheit nur möglichst scharf betonen, dass die Regelmässigkeit der objectiven Erscheinungen uns veranlasse sie causal zu verbinden, und dass nicht wir diese Regelmässigkeit a priori vorhersehen. Gleichwohl bleibt

*) Treatise on human nature, I, 3, 3. Deutsche Uebersetzung von Jacob S. 163 f.

**) Treatise, III, 3, 2, a. a. O. S. 157. Enquiry, VII, 2.

die Gewohnheit ein ebenso ungeeigneter Ausdruck für dieses Verhältniss wie der »Glaube«, welchen Hume dem Wissen substituirt. Denn beide Begriffe haben eine Nebenbedeutung, durch welche sie die Causalität überhaupt in Frage stellen. Wo nur die Gewohnheit entscheidet, da hat die Ueberlegung nicht mitzusprechen, und der Autorität des Glaubens gegenüber verstummt das Erkennen. Die Einseitigkeit des Rationalismus, welcher Denknothwendigkeit wo möglich für jede Thatsache verlangt, treibt Hume zur entgegengesesetzten Einseitigkeit: er gesteht dem Denken nicht nur über die Thatsachen sondern auch über die Art wie sie zu verbinden sind gar kein Recht zu.

Den grundlegenden Gedanken Hume's, die Auffassung, dass die Causalität ein Erfahrungsgesetz sei, welches die Aufeinanderfolge der Erscheinungen beherrsche, hat sich Kant vollständig zu eigen gemacht. Um so weiter entfernt er sich von ihm in seiner Ansicht über den Ursprung dieses Princips. Die Causalität gehört ihm zu den Stammbegriffen des Verstandes, welche Erfahrung erst möglich machen und darum nothwendig der Erfahrung vorangehen. Charakteristisch für diese aprioristische Wendung, welche Kant dem Gesetz der regelmässigen Aufeinanderfolge giebt, ist schon der Ausdruck »Analogieen der Erfahrung«, unter welchem er dasselbe mit dem wesentlich zu ihm gehörigen Grundsatz der Wechselwirkung sowie mit dem der Beharrlichkeit der Substanz zusammenfasst. Auf den alten Gedanken des Rationalismus, dass die causale Verbindung der Dinge analog sei den Verbindungen der Begriffe im Denken, zielt dieser Ausdruck hin. Abgesehen von der allgemeinen Herleitung des Causalbegriffs aus der Function des hypothetischen Urtheils und der etwas gezwungenen Zurückführung der Gemeinschaft auf das disjunctive, giebt Kant für die nothwendige Apriorität beider Begriffe specielle Beweise, die von einem übereinstimmenden Gedanken getragen sind. Weder die Auffassung der zeitlichen Succession noch die der zeitlichen Coexistenz würde nach ihm möglich sein ohne ein festes Gesetz, durch welches ebensowohl die Aufeinanderfolge wie das Zugleichsein der Erscheinungen beherrscht wird*). Schopenhauer hat in dieser Beweisführung einen »offenbaren Cirkel« gefunden: aus der Nothwendigkeit der Folge von Ursache und Wirkung solle nach Kant erst die Succession der Erscheinungen erkannt werden, und doch könne erst aus der empirischen Succession entschieden werden, was Ursache und was Wirkung sei**). Dieser Vorwurf ist jedoch ungerechtfertigt. Die allgemeine Bedingung, unter der uns nur eine Succession von Erscheinungen gegeben sein kann, schliesst die einzelne Aufeinanderfolge, die uns nothwendig durch die Erfahrung gegeben werden muss, noch keineswegs ein. Mit demselben Recht würde man Schopenhauer selbst, der auf andere Gründe hin eine Apriorität des Causalbegriffs annimmt,

*) Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl. S. 232 f.

**) Schopenhauer, Werke, Bd. 1 S. 91.

einen Cirkel vorwerfen, da er doch die einzelnen Causalgesetze auf die Erfahrung zurückführt. Ebenso wenig ist der Vorwurf zulässig, die Kantische Anschauung setze mit Hume das blosse Folgen an die Stelle des Erfolgens *). Wenn dieser Einwurf schon Hume gegenüber nicht ganz berechtigt war, so ist er es hier noch weniger, da Kant's Gedankengang durchaus getragen ist von der Idee eines nothwendigen Zusammenhangs aller Causalbeziehungen und Wechselwirkungen. Die durchgängige Causalität der Natur muss den zwingenden Grund dafür enthalten, dass eine Erscheinung A einer andern B vorangeht oder mit ihr zugleich ist, auch wenn beide keineswegs in dem Verhältniss unmittelbarer Causalität oder Wechselwirkung zu einander stehen. Nur darum können wir urtheilen, dass Erscheinungen objectiv sich folgen oder zugleich seien, weil alle Erfahrungen in Bezug auf ihre Zeitbestimmung einer strengen Gesetzmässigkeit unterworfen sind.

Enthält aber auch der Kantische Beweis die Widersprüche nicht, die man ihm vorgeworfen, so ist doch nicht zu verkennen, dass die Behauptungen, auf die er sich stützt, selbst nicht erwiesen, ja dass sie angesichts der Thatsachen unserer inneren und äusseren Wahrnehmung im höchsten Grade unwahrscheinlich sind. Die associative Verbindung unserer Vorstellungen und selbst die zufällige Folge der äusseren Sinneseindrücke fassen wir als eine Succession auf, in der jeder einzelnen Vorstellung ihre Stelle in der Zeit auf das bestimmteste angewiesen ist, ohne dass doch das Bewusstsein einer Gesetzmässigkeit dieser Reihenfolge dabei vorhanden wäre. Ebenso ist daran zu erinnern, dass jene Anschauung einer unabänderlichen Regelmässigkeit des Geschehens, auf welcher Kant's Deduction fusst, ein spätes Product der intellectuellen Entwicklung ist, an das wir eine so primitive Vorstellung wie die der zeitlichen Aufeinanderfolge nicht binden können. In der That ist das Verhältniss das umgekehrte: wir bedürfen zur Erklärung der Zeitanschauung nirgends des Causalbegriffs, wohl aber können wir uns von diesem keine Rechenschaft geben ohne die Zeitanschauung. Der Kantische Beweis ist darum noch kein Cirkel: denn wenn der Causalbegriff, wie er voraussetzt, in uns vor jeder Zeitanschauung wirksam wäre, so würde die Regelmässigkeit der zeitlichen Succession nothwendig aus diesem Begriffe folgen. Aber jener Beweis widerspricht der thatsächlichen Entwicklung unserer Vorstellungen. Diese zeigt, dass die Zeitanschauung die allgemeinere Form ist, welche das unregelmässige ebenso wie das regelmässige Geschehen umfasst, und dass sie daher, wie Kant in seiner Lehre vom Schematismus des reinen Verstandes mit Recht annimmt, die Bedingung unserer Erkenntniss der Causalität, dass aber nicht, wie er in der Erörterung der Analogieen voraussetzt, ausserdem auch umgekehrt der Begriff der Causalität die Bedingung der Zeitanschauung ist.

*) Laas, Kant's Analogieen der Erfahrung, S. 194.

In etwas anderer Form hat den Versuch Kant's, darzuthun dass die Causalität nicht aus der Erfahrung stammen könne, weil die letztere selbst Causalität voraussetzt, Schopenhauer wiederholt. Nicht in der Natur der Zeitanschauung, sondern in der Thatsache, dass wir unsere Vorstellungen als Objecte ausser uns auffassen, glaubt er den zwingenden Grund für die Apriorität der Causalität zu erkennen. Indem wir in dieser Weise die subjectiven Empfindungen nach aussen setzen, sollen wir die Objecte als die Ursachen unserer Empfindungen auffassen; die Welt ausser uns existire also nur vermöge der Wirkung des uns a priori innewohnenden Causalprincips*). Auf den Fehler dieser Beweisführung, die in die einfachen Vorgänge der sinnlichen Wahrnehmung die Resultate einer späten, grossentheils erst der Wissenschaft angehörenden Reflexion überträgt, wurde schon hingewiesen (Abschn. V, Cap. III, S. 454). Die Unterscheidungen unserer Vorstellungsobjecte von uns selber und die damit zusammenhängenden Anschauungen der Entfernung und Grösse der Gegenstände sind allerdings durch eine psychologische Entwicklung entstanden, aber nirgends setzen die Processe der psychischen Synthese und Association das Causalgesetz voraus. Selbst wenn man mit denselben die früher (S. 79) erwähnte Umdeutung in logische Vorgänge vornimmt, so werden daraus immer noch nicht Causalprocesse sondern Schlussfolgerungen, und die einzelnen Elemente der Wahrnehmung erscheinen als deren Erkenntnissgründe. Sogar unter Zulassung von Schopenhauer's eigener Hypothese über die Intellectualität der Anschauung liegt also in dieser Beweisführung nichts anderes als ein neuer Fall jener Verwechslungen der Causalität mit dem Erkenntnissgrund, vor welchen Schopenhauer selbst eindringlich gewarnt hat. Abgesehen von diesem abweichenden Versuch die Apriorität der Causalität zu beweisen, fällt jedoch der Grundgedanke hier mit demjenigen Kant's zusammen. Abweichend von dem älteren Rationalismus, der sich in Versuchen erschöpfte die Begriffe der Substanz und der Ursache zu vereinigen, ist hier zum ersten Mal der ernstliche Versuch gemacht den rationalistischen Begriff der Causalität als einer nothwendigen Denkform beizubehalten und dabei dennoch die Form ihrer Gesetzmässigkeit mit den durch den Empirismus Hume's zum Bewusstsein gebrachten Forderungen der Erfahrungswissenschaften in Einklang zu bringen. Daher einerseits die Anlehnung an das Bedingungsurtheil, deren logische Bedeutung bei Schopenhauer noch deutlicher betont ist, indem er die Causalität als eine Specialform des Satzes vom Grunde bezeichnet, und anderseits die Entfernung des sachlichen Elementes aus dem Begriff der Ursache. Aber durch jene misslungenen Beweisversuche, welche das Causalgesetz zur Bedingung jeder zeitlichen oder räumlichen Erfahrung machen möchten, wird die Beziehung der Causalität auf den logischen Grund in den Hintergrund gedrängt,

*) Welt als Wille und Vorstellung, I. (Werke Bd. II.) S. 22 f. Vierfache Wurzel (Werke Bd. I.) S. 51 f.

und es wird keine Rechenschaft darüber gegeben, worin die Anwendung des Satzes vom Grund auf die Verbindung der Erfahrungen ihre Rechtfertigung findet, und welche Beziehung zwischen beiden »Gestaltungen des Grundes« existiren. Dass Grund und Folge nothwendig, und dass Ursache und Wirkung regelmässig zusammenhängen, dies ist denn doch eine zu äusserliche Analogie, so lange nicht gezeigt wird, dass die Ursache ebenfalls mit logischer Nothwendigkeit zur Wirkung hinüberführe. Nun gesteht man aber zu, nur die Erfahrung lasse uns die einzelnen causalen Beziehungen entdecken. Ein zwingendes Motiv, welches uns veranlassen könnte die Causalität als eine Form der Begründung zu denken, ist also nicht dargethan.

In dem Bestreben dieses nothwendige Band zu finden knüpfen andere Versuche, die auf Kant gefolgt sind, den Causalbegriff wieder enger an den Begriff der Substanz an. Darum geht bei Schelling die Ursache völlig in der »Kraft« auf, die in der mystischen Doppeldeutigkeit, welche seine Naturphilosophie diesem Begriff giebt, als der substantielle Grund alles Geschehens erscheint; Hegel aber geht geradezu auf die causa sui Spinoza's zurück, welche nur in der endlichen Erscheinung in Ursache und Wirkung sich spalte, die gleichwohl auch hier identisch gesetzt werden, da die Ursache als Wirkung einer andern Ursache und die Wirkung wiederum als Ursache einer andern Wirkung erscheine, wodurch diese Begriffe auf eine unendliche Reihe hinweisen, in welcher ihre relative zu einer absoluten Identität werde*). Bei Herbart vollends bildet der Satz »keine Substantialität ohne Causalität« das Grundthema der Metaphysik; die Ausdrücke Substanz und Ursache bezeichnen bloss »verschiedene Rücksichten auf den Lauf des Denkens«. Wenn in dem nachkantischen Idealismus der ontologische Zug, der die Speculation dieses ganzen Zeitalters beseelt, zurücktritt hinter der dialektischen Gedankenbewegung, welche alle Begriffe zu vorübergehenden Momenten einer logischen Entwicklung verflüssigt, so nehmen in Herbart's realistischer Anschauung die Begriffsverkörperungen eine um so greifbarere Gestalt an. Jene durch Hume und Kant aus der Entwicklung der Erfahrungswissenschaften aufgenommene und in die Philosophie übertragene Anschauung, dass Ursache und Wirkung beide als Ereignisse gedacht werden sollen, wird von Herbart wieder völlig verlassen. »Der Causalbegriff enthält gar keine Zeitbestimmung.« In dem Herüberwirken eines Dinges auf ein anderes, das von ihm verschieden ist, und in dem Uebergang eines Dinges aus einem Zustand A in einen andern B, in welchem es ein verschiedenes geworden und doch das nämliche geblieben sein soll, bestehen ihm die Widersprüche in dem gemeinen Causalbegriff, welche er zu beseitigen meint, indem er der Vielheit veränderlicher Zustände ein Zusammensein unveränderlicher realer Wesen substituirt, deren Selbsterhaltung gegen die Störung die Erscheinungen der Veränderung

*) Hegel, Encyklopädie, Thl. I. §. 153.

hervorbringt, ein Ausdruck, welcher die Annahme der Wechselwirkung, die den Widerspruch enthalten soll, nur unter einem andern Namen wiederum einführt *). Hat diese Lösung des Problems auch nicht Alle befriedigt, die Herbart's Spuren gefolgt sind, so ist doch der alte ontologische Gedanke, dass die causa transiens ein widersprechender Begriff sei, so lange man nicht irgend ein metaphysisches Band hinzudenke, welches die räumlich getrennten Dinge innerlich verbinde, immer wieder aufgetaucht **). Und dieses Bedenken ist in der That kaum vermeidlich, so lange man, wenn es auch nur einer etymologischen Liebhaberei zu Liebe geschehen sollte, daran festhält die Ursache als ein Ding anzusehen, welchem es gelegentlich einfällt sein passives und fremdes Verhalten gegen andere Dinge aufzugeben, um nun diese plötzlich in ihrem eigenen Zustand in einer vorher nicht dagewesenen Art zu bestimmen.

Gewiss thut man Recht darauf hinzuweisen, dass jene vielverbreitete Vorstellung, welche die Wirkung, die in der unmittelbaren Berührung der Körper geschieht, für begreiflicher hält als irgend welche andere Formen der Wechselwirkung, lediglich auf einer Gewohnheit der Anschauung beruht, die für die Denkbarkeit der Dinge nichts entscheidet. Aber daraus dass keine Form causaler Beziehung Gegenstand apriorischer Voraussicht ist, folgt doch eben nur, dass über eine jede schlechterdings nur die Erfahrung entscheidet; es folgt aber nicht, dass sie alle gleich *unbegreiflich* sind. Unbegreiflich ist was einen Widerspruch in sich enthält. Indem man die Ursache zu einer Sache macht, welche abgeschlossen für sich existire und allen Dingen ausser ihr fremd gegenüberstehe, dann aber doch auf diese Dinge einen Einfluss gewinne, findet man in dem Causalgesetz diesen Widerspruch, der dann durch irgend welche metaphysische Kunststücke aufgehoben werden soll. Aber die Wissenschaft hat längst diesen ontologischen Causalbegriff beseitigt, indem sie die bleibenden Bedingungen, die in den Gegenständen für ihr wechselseitiges Wirken angenommen werden müssen, dem *Kraftbegriff* zuwies. Dadurch ist vor allen Dingen eine Scheidung der empirischen und der metaphysischen Elemente gewonnen, die sich ursprünglich in dem Begriff der Ursache durchkreuzen: das *Causalgesetz*, welches sich bloss auf den Zusammenhang des Geschehens bezieht, erstreckt sich an und für sich nur auf die erfahrungsmässige Verbindung der Erscheinungen; der *Kraftbegriff* dagegen, welcher als eine Vervollständigung des Substanzbegriffs auftritt, theilt den hypothetischen und metaphysischen Charakter des letzteren. Es ist aber dadurch auch weiterhin die Quelle jener so genannten Widersprüche beseitigt, welche in den Causalbegriff hauptsächlich durch seine Vermengung mit dem Kraftbegriff kommen. Von diesem Gesichtspunkte aus wird es darum geboten sein 1) die empirische *Erscheinungsform* der Causalität und 2) den

*) *Herbart*, Metaphysik, 2. Thl. Ontologie, Cap. 4 und 5.

**) *Lotze*, Metaphysik, S. 105, 111.

Ursprung des dem Causalgesetze beigelegten Charakters der Nothwendigkeit zu prüfen, worauf wir dann erst 3) die Beziehung des Causalbegriffs zum Substanzbegriff und den aus der Verbindung beider entspringenden Kraftbegriff untersuchen wollen.

2. Die Erscheinungsform des Causalgesetzes.

Niemals werden wir veranlasst den Begriff der Causalität auf die Gegenstände unserer äusseren Erfahrung anzuwenden, so lange dieselben in ihren räumlichen und zeitlichen Verhältnissen unverändert verharren. Ebenso bringen wir die subjectiven Zustände, die uns in der inneren Erfahrung gegeben sind, immer nur unter der Bedingung eines zeitlichen Wechsels derselben in eine causale Beziehung. Die Veränderung ist also die Bedingung der Causalität: diese bezieht sich nicht auf Dinge, sondern auf Ereignisse. Indem durch die allmälige Entwicklung des Causalbegriffs Ursache und Wirkung zu Beziehungsbegriffen geworden sind, von denen der erste ebenso gut wie der zweite auf Ereignisse geht, ist diese Entwicklung den realen Bedingungen gerecht geworden, welche für die Voraussetzung der Causalität gültig sind.

Mit dieser allgemeinen Feststellung, dass sowohl die Ursachen wie die Wirkungen als Ereignisse aufzufassen seien, ist jedoch über die Zusammengehörigkeit der einzelnen Ursachen und Wirkungen sowie über deren Verhältniss in der Anschauung noch nichts bestimmt. Zunächst müssen hier aus den wissenschaftlichen Begriffen die Ungenauigkeiten des populären Sprachgebrauches entfernt werden. Die gemeine Bedeutung des Wortes Ursache ist theils noch mit der ursprünglichen Verdinglichung dieses Begriffes behaftet, theils greift sie mit einer gewissen Willkür aus einem verwickelten Causalzusammenhang einzelne, oft nebensächliche Momente heraus. Vor jener Verdinglichung hütet sich auch der wissenschaftliche Sprachgebrauch nicht immer. Sie ist streng genommen selbst da vorhanden, wo man z. B. die Erde für die Ursache des Falls der Körper oder den Mond für die Ursache der Ebbe und Fluth erklärt. Die Erde oder die hypothetisch in ihr angenommene Anziehungskraft ist nur die permanente Bedingung, unter welcher die Körper fallen können, die Ursache der einzelnen Fallerscheinung ist aber die Erhebung in eine bestimmte Höhe. Nur im letzteren Fall ist die Forderung erfüllt, dass die Ursache ebenso gut wie die Wirkung als ein Ereigniss gedacht werden müsse. Bedenklicher noch schwankt der gemeine Sprachgebrauch, in welchem alle möglichen Bedeutungen, die jemals das Wort Ursache besessen hat, in einander fliessen. Hier erscheint es zur Klärung der Begriffe vor allem gefordert, dass man von dem allgemeineren Begriff der Bedingungen, unter denen ein Ereigniss eintritt, die Ursache als dasjenige Geschehen unterscheidet, welches in unabänderlicher Weise mit der Wirkung verknüpft ist. Damit ein

Körper 10 Fuss hoch herabfalle, muss er nothwendig zuvor in 10 Fuss Höhe gebracht sein; wie aber dies bewerkstelligt, und wie etwa die Unterstützung, die den Fall hinderte, beseitigt wird, dies sind Bedingungen, die mannigfach wechseln können, ohne dass die Wirkung desshalb sich änderte. Die Ursache ist somit der engere, die Bedingung der weitere Begriff: Ursache ist stets diejenige Bedingung, welche über Beschaffenheit und Grösse der Wirkung Rechenschaft giebt. Wollte man, wie es zuweilen geschehen ist, die Ursache als die Summe der Bedingungen definiren*), aus denen eine Wirkung hervorgeht, so würde ein derartig erweiterter Begriff für die Anwendung völlig unbrauchbar werden. Denn die Summe der Bedingungen ist für jedes Ereigniss gleich dem unendlichen Causalzusammenhang der Dinge, da nicht bloss alle Nebenumstände, unter denen eine Ursache wirksam wurde, sondern auch die weiter zurückliegenden Ursachen, aus denen sie entsprang, hierzu gehören. Daraus ergiebt sich schon die Nothwendigkeit den Begriff der Ursache auf diejenige Bedingung zu beschränken, aus welcher qualitativ und quantitativ die Wirkung vollständig hervorgehen kann. Denn nur diese Bedingung ist eindeutig bestimmbar; wie weit wir in der Aufzählung der Nebenbedingungen gehen wollen, unter denen eine Erscheinung auftritt, bleibt stets in gewissem Grade unserer Willkür überlassen.

Wenden wir nun den Begriff der Ursache in diesem Sinne an, so begegnen uns zahlreiche Causalzusammenhänge, bei welchen dasjenige Ereigniss, welches wir Ursache nennen, demjenigen, welches wir als Wirkung bezeichnen, vorangeht. Unser Willensentschluss geht der ausgeführten Handlung, die Erhebung einer Last ihrer Fallbewegung, die Lichtausstrahlung der Sonne der Erwärmung der Erde voran. Doch begegnen uns andere Fälle, in denen anscheinend ebenso nothwendig Ursache und Wirkung zugleich sind. Wenn zwei ungleichartige Magnetpole durch die zwischen ihnen stattfindende Anziehung sich nähern, so nimmt die Wirkung, die jeder ausübt und empfängt, gleichzeitig mit der Annäherung zu. Wenn zwei Körper im Stoss auf einander treffen, so erfolgen Wirkung und Gegenwirkung vollkommen gleichzeitig. Insbesondere in allen Fällen von Wechselwirkung scheint sich so die zeitliche Coexistenz der Ursache und der Wirkung zu bestätigen.

Diese Unterschiede machen es begreiflich, dass über die Erscheinungsform des Causalgesetzes ein Streit entstehen konnte, in welchem man sich von beiden Seiten auf die Erfahrung berief, wenn auch die eigentliche Quelle des Streites in Resten des ontologischen Causalbegriffs gelegen war, die meistens unvermerkt in neuere Anschauungen hineinreichen. Auf der einen Seite stellte man das Axiom auf: die Ursache geht ihrer Wirkung nothwendig voran; auf der andern vertheidigte man den Satz: Ursache und Wirkung sind nothwendig gleichzeitig. Der Anspruch auf Noth-

*) Mill, Logik, übers. von Schiel, 2. Aufl. S. 388.

wendigkeit, welchen jede dieser Behauptungen erhob, weist schon auf den ontologischen Hintergedanken hin, der hier neben der Erfahrung sich geltend machte.

Der Erste, der das Axiom der Aufeinanderfolge als ein allgemeingültiges hinstellte, ist trotz seines Empirismus Hume gewesen; bei ihm war die Associationstheorie die Quelle dieses Satzes, die scheinbar widerstreitenden Fälle der Erfahrung scheint er aber nicht beachtet zu haben. Erst Kant, der in Bezug auf die Erscheinungsform des Causalgesetzes ganz an Hume sich anschliesst, nimmt hierauf einige Rücksicht, indem er jedoch Beispiele wählt, in denen sich die anscheinende Gleichzeitigkeit sehr leicht in eine Succession auflösen lässt*). Doch, nicht zufrieden mit dieser Berufung auf die Erfahrung, suchte man ausserdem die Succession als eine nothwendig und a priori der Causalität zukommende Erscheinungsform darzuthun. Da nach Kant die Vorstellung des Zeitverlaufs erst durch den Causalbegriff möglich wird, so kann dieser selbstverständlich nur auf Succession sich beziehen. »Dass die vorige Zeit die folgende nothwendig bestimme, ist ein unentbehrliches Gesetz der empirischen Vorstellung der Zeitreihe« **). Auf mehr psychologischem Wege hat eine Schule englischer Metaphysiker, an Berkeley's Zurückführung der Causalität auf den Willen sich anlehnend, die Nothwendigkeit der Succession damit zu begründen gesucht, dass sie die Aufeinanderfolge von Willensentschluss und Handlung als das Urbild ansah, welches nothwendig jede Auffassung einer äusseren Causalität bestimme***). In einer mehr metaphysischen und theilweise mystischen Form vertritt Schopenhauer die nämliche Anschauung.

Aber vielleicht noch häufiger ist der Satz vertheidigt worden, dass Ursache und Wirkung thatsächlich immer gleichzeitig seien, oder dass sie sogar nothwendig coexistiren müssten. So bemerkt John Herschel, nur solche Bedingungen, die nicht selbst die Ursache einer Erscheinung constituirten, giengen der Wirkung voran, mit ihrer eigentlichen Ursache sei aber die letztere nothwendig gleichzeitig. Der Stoss sei gleichzeitig mit dem Effect, den er ausübe, die Anziehungskraft der Sonne gleichzeitig mit ihrer Wirkung. Die Regel der Succession ist, wie er meint, aus einer Täuschung entsprungen, bei welcher man nicht die unmittelbaren sondern

*) Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl. S. 288. Der geheizte Ofen ist zugleich mit der Stubenwärme, aber die Heizung muss als eigentliche Ursache vorangehen; das Grübchen, welches eine Kugel in ein Kissen drückt, ist zugleich mit der Kugel, aber die Handlung, durch welche sie aufgelegt wurde, ist vorangegangen. Hier handelt es sich nirgends, wie oben, um Fälle von Wechselwirkung, daher auch Kant darauf hinweisen kann, dass man Ursache und Wirkung hier nicht vertauscht denken darf, was bei der eigentlichen Wechselwirkung, wie z. B. der Bewegung zweier Magnete durch gegenseitige Anziehung, nicht zutrifft.

**) Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl. S. 244.

***) W. Hamilton, lectures on metaphysics, II, p. 391 f.

die indirecten oder cumulativen Effecte der Ursachen im Auge habe. Wenn z. B. ein Stoss durch eine Reihe von Kugeln sich fortpflanze, so vergehe freilich eine gewisse Zeit, bis die letzte Kugel in Bewegung gerathe, aber jede einzelne Kugel empfange den Stoss im nämlichen Augenblick, in welchem die andere ihn ihr ertheile*). Obgleich sich diese Beweisführung anscheinend nur auf die Erfahrung beruft, so ist doch schon bei ihr ein logischer Gesichtspunkt entscheidend. Ursache soll eine Erscheinung nur in dem Momente genannt werden, wo sie auch wirklich die Wirkung hervorbringt: dann ist sie aber auch nothwendig gleichzeitig mit ihrer Wirkung. Unverhüllter tritt uns die nämliche Auffassung entgegen in der älteren Gestaltung des Causalbegriffs, wo es als ein geradezu selbstverständliches Axiom gilt, dass Ursache und Wirkung, weil sie dem Begriff nach zusammengehören, auch der Zeit nach zusammenfallen müssen**).

Dieser Streit über die Succession oder Coexistenz von Ursache und Wirkung steht in naher Verbindung mit ähnlichen Gegensätzen der Anschauung, die in Bezug auf die Frage, ob die Wirkung nach dem Verschwinden der Ursache noch andaure, oder ob sie mit ihr gleichzeitig aufhöre, entstanden sind. Nimmt man an, dass die Wirkung der Ursache folgt, so liegt kein Grund vor, ihrer Dauer irgend welche Grenze zu setzen. In der That hat der durch Galilei festgestellte Satz, dass die Wirkungen der durch den Stoss und die Schwere erzeugten Bewegungen andauern, das so genannte Gesetz der Trägheit, erst die modernere Auffassung, dass Ursache und Wirkung auf einander folgen, möglich gemacht. Galilei ist also der erste Urheber dieser ganzen Umwälzung des Causalbegriffs. Auch hat er von der wahren Bedeutung des Gesetzes der Trägheit eine richtigere Anschauung, als sie bei den meisten Physikern bis auf unsere Tage zu finden ist***). Dieses Gesetz war im Widerspruch mit der bis dahin in unbestrittener Geltung stehenden scholastischen Formel: »cessante causa cessat effectus«. Die letztere sah man aber als eine selbstverständliche Folgerung aus der begrifflichen Zusammengehörigkeit von Ursache und Wirkung an, und diese Erwägung verhinderte noch auf lange eine richtige Auffassung des Trägheitsgesetzes. Statt in dem Verharren der Wirkung die allgemeingültige Erscheinungsform der Causalität zu sehen, führte man jene auf eine besondere permanent in den Körpern anwesende Ursache zurück, als welche man die »vis inertiae« betrachtete. Sie wird definirt als »die der Materie innewohnende Kraft, durch die ein Körper in seinem Zustand der Ruhe oder der geradlinigen Bewegung verharrt«†); ja

*) Vergl. Mill, Logik, I. S. 404 f. Hazard, zwei Briefe über Freiheit des Wollens, S. 34 f. Leipzig 1875.

**) Vergl. meine Schrift über die physikalischen Axiome, S. 42 f.

***) Galilei, opera, vol. II, p. 577.

†) Newton, mathem. Principien der Naturphilosophie, 3. Defin. Ausg. von Wolfers, S. 21.

man weist geradezu darauf hin, dass die äusseren Ursachen zur Erklärung der Bewegungserscheinungen nicht genügen, sondern dass man für das Verharren der Körper im selben Bewegungszustand noch eine innere Ursache in ihnen selber voraussetzen müsse*). Augenscheinlich führt diese Betrachtungsweise darauf hinaus, dass sich die Erscheinungen dem alten scholastischen Axiom von neuem anbequemen, denn die vis inertiae gestattet es, keine Wirkung vorauszusetzen, die nicht gleichzeitig mit ihrer Ursache wäre.

Wir sehen uns auf diese Weise in eine vollständige Antinomie verwickelt, deren Thesen und Antithesen lauten:

Ursache und Wirkung sind gleichzeitig.	Die Ursache geht der Wirkung voran.
Mit dem Aufhören der Ursache erlischt die Wirkung.	Nach dem Aufhören der Ursache verharrt die Wirkung.

Obgleich man auf jeder Seite die Erfahrung gelegentlich ins Feld führt, so ist doch der treibende Grund dieser Antinomie eine Begriffsdialektik. Auf der einen Seite erklärt man: Ursache und Wirkung sind ihrem Begriff nach nicht zu trennen, folglich müssen sie gleichzeitig sein; und auf der andern entgegnet man: die Ursache ist die Bedingung, die Wirkung die Folge, die Bedingung muss aber der Folge nothwendig vorausgehen, und da keine Veränderung ohne Ursache geschieht, so bedarf die Aufhebung einer gegebenen Wirkung jedesmal einer neuen Ursache. In beiden Fällen schliesst man aus dem Verhältniss der Begriffe auf das Zeitverhältniss der Erscheinungen, im ersten aus der Zusammengehörigkeit der Begriffe auf die Gleichzeitigkeit, im zweiten aus der Abhängigkeit der Begriffe auf die Zeitfolge des Geschehens.

Diese Begriffsdialektik erledigt sich nun zunächst durch die einfache Bemerkung, dass aus dem logischen Verhältniss der Begriffe auf das Zeitverhältniss der Erscheinungen, auf welche sich die Begriffe beziehen, überhaupt nicht geschlossen werden darf. Die Begriffe können in Wechselbeziehung stehen, ohne dass darum die Erscheinungen zugleich sind, und die Begriffe können sich in einem Verhältniss der Abhängigkeit befinden, ohne dass die Erscheinungen nothwendig auf einander folgen müssen. Es bleibt also übrig zu prüfen, was die Erfahrungen lehren, auf die sich jene ontologischen Beweisführungen nebenbei zu berufen pflegen. Hier ist man nun zuweilen geneigt jeder Seite zur Hälfte Recht zu geben, anzuerkennen, dass es Fälle giebt, in denen Ursache und Wirkung gleichzeitig sind, und andere, in denen sie einander folgen**). Es lässt sich jedoch

*) Euler, Theorie der Bewegung, übers. von Wolfers, S. 42.

**) Vergl. z. B. Mill, Logik, II. S. 404. Grove, die Wechselwirkung der physischen Kräfte, übers. von Russdorf, S. 11 f.

leicht zeigen, dass man dabei die Begriffe Ursache und Wirkung nicht immer im nämlichen Sinne anwendet. Wenn Mill z. B. sagt, eine Pflugschaar bleibe eine Pflugschaar, auch wenn das Erhitzen und Hämmern längst vorüber sei, die Beleuchtung dagegen, welche die Sonne verbreite, verschwinde, wenn diese untergegangen, so sind diese Fälle weniger an sich verschieden als vermöge einer gewissen Laxheit des Sprachgebrauchs, der uns beidemal denselben Begriff in verschiedenem Sinne anwenden lässt. Eine Pflugschaar ist sicherlich nicht im selben Sinne eine Wirkung der auf sie verwandten Arbeit zu nennen wie die Beleuchtung eine Wirkung der Sonne. Wenn wir dort den Begriff in ähnlicher Bedeutung gebrauchen wollten wie hier, so wäre die unmittelbar unter den Händen des Arbeiters geschehende Formänderung allein als die Wirkung zu bezeichnen; oder wenn wir ihn hier ebenso anwenden wollten wie dort, so hätten wir alle Nachwirkungen der Beleuchtung, Erwärmung, Luftbewegung und ihre weiteren Folgen, herbeizuziehen. Es kommt also vor allen Dingen darauf an, dass der Causalbegriff in präciser und eindeutiger Weise festgehalten werde, ehe über die Erscheinungsform des Causalgesetzes zu entscheiden ist.

Nun sind wir davon ausgegangen, dass weder die Ursache noch die Wirkung als Dinge, sondern dass beide als Vorgänge aufgefasst werden müssen, da wir ohne dies niemals zur Bildung des Causalbegriffs oder zu seiner Anwendung irgend einen Anlass hätten. In der That wirkt bei jenen ontologischen Versuchen, die Erscheinungsform der Causalität aus dem Causalbegriff zu deduciren, immer noch die falsche Verdinglichung des letzteren nach: bald soll die Ursache als beharrendes Object neben ihren Wirkungen fortdauern, bald soll sie als handelnde Substanz eben diesen Wirkungen vorangehen. Sind nun aber Ursache und Wirkung beide zeitliche Ereignisse, so kann das Causalgesetz die ihm etwa zukommende Zeitbestimmung nicht etwa aus dem Verhältniss der Begriffe Ursache und Wirkung, sondern einzig und allein aus denjenigen Bedingungen empfangen, welche der zeitliche Zusammenhang der Ereignisse mit sich führt.

Ein Geschehen ist nur möglich in der Form eines Zeitverlaufs. Wenn ein Körper auf einen andern einen Stoss ausübt, so können wir uns dieses Geschehen nicht als eine momentane Berührung der beiden Körper vorstellen, denn eine solche Vorstellung würde immer nur ein ruhendes Nebeneinander und kein Geschehen enthalten. Vielmehr müssen wir uns mindestens das Ende der Bewegung des stossenden und den Anfang der Bewegung des gestossenen Körpers vorstellen, wenn überhaupt die Anschauung eines Ereignisses und dann weiterhin eine Trennung derselben in zwei Theile entstehen soll, von denen wir den einen als die Ursache und den andern als die Wirkung betrachten. Bei jenen Wirkungen, die man auf unveränderliche Naturkräfte zurückbezieht, ist das Verhältniss kein anderes, sobald man davon ausgeht, dass Ursache und Wirkung beide ein Geschehen enthalten müssen. Wenn ich einen Stein zur Erde fallen lasse,

so kann ich demgemäss die Erde oder die Schwerkraft derselben nicht die Ursache des Falls nennen. Die Erde ist stets vorhanden gewesen, und doch ist der Stein nicht gefallen. Sie ist nur eine permanente Bedingung, unter der Körper überhaupt fallen können. Die Ursache des einzelnen Falls ist aber die Erhebung des Steins in eine gewisse Höhe; auch giebt nur sie ein Maass ab für die Wirkung, welche nachher bei dem Fall des Steines hervorgebracht wird.

Nicht minder ist diese Betrachtungsweise auf jene Fälle der Wechselwirkung auszudehnen, bei denen es uns frei steht von zwei causal verbundenen Erscheinungen eine jede ebensowohl Ursache wie Wirkung zu nennen. Die Erde zieht den Mond, und der Mond zieht die Erde an. Aber die Anziehungswirkung, welche in jedem Moment zwischen beiden Gestirnen besteht, ist veranlasst durch ihre unmittelbar vorangegangenen Bewegungen, durch welche sie in die momentan stattfindende Lage gekommen sind, und die Wirkung selbst lässt sich wieder nur vorstellen in der Form einer Bewegung, welche einen gewissen Zeitverlauf beansprucht. Hier so wenig wie bei dem Stoss zweier Körper ist ein anschauliches Bild des causalen Zusammenhangs zu gewinnen, ohne dass wir Ursache und Wirkung als auf einander folgende Ereignisse auffassen.

Immerhin bedienen wir uns aber des Causalbegriffs auch in solchen Fällen, wo durch dauernde Wirkungen und Gegenwirkungen ein gewisser Gleichgewichtszustand herbeigeführt wird. Den Molecularzusammenhang der Theilchen eines Körpers führt die Physik, auch wenn sie annimmt, dass die einzelnen Theilchen in relativer Ruhe verharren, auf Anziehungswirkungen zurück, wobei jedes Theilchen für die in seiner Nachbarschaft befindlichen Ursache ist, dass sie ihren Ort nicht verlassen. Doch müssen wir uns auch hier daran erinnern, dass, wenn alle Theile des Universums in unaufhörlichem Gleichgewicht sich befänden, wir niemals zur Bildung des Causalbegriffs veranlasst würden. Auf solche Fälle des Gleichgewichts wenden wir daher einen Gesichtspunkt an, welcher der Beobachtung des Geschehens entnommen ist. Reden wir von den Anziehungen zwischen den Molecülen eines Körpers, so stellen wir uns den Erfolg vor, welcher eintreten würde, wenn entweder der Körper erst zusammengesetzt werden sollte aus seinen Theilen, oder wenn irgend eine äussere Gewalt diese aus ihren Lagen zu entfernen strebte: in beiden Fällen würden sich uns die vorausgesetzten Anziehungen in der Form eines zeitlichen Geschehens darstellen, bei welchem die Wirkung jedesmal abhängig wäre von der unmittelbar vorausgegangenen Veränderung als ihrer Ursache.

Alle diese Fälle, in denen der Begriff der causalen Wechselwirkung übertragen wird auf einen ruhenden Zustand der Dinge, dessen Entstehung oder mögliche Veränderung wir uns vorstellen, gehören ausschliesslich dem Gebiet der äusseren Erfahrung an. Wo wir in der innern den Causalbegriff anwenden, da bewahrt stets auch, vermöge des unablässigen zeitlichen Verlaufs unserer inneren Wahrnehmungen, der causale Zusammenhang

die Erscheinungsform der Zeitfolge. Der Willensentschluss geht voran der willkürlichen Bewegung, die Vorstellung eines äusseren Objectes dem Erinnerungsbild, das sie in unser Bewusstsein ruft. Dennoch kann auch hier das wirkliche Geschehen scheinbare Ausnahmen darbieten, indem gewisse psychische Ereignisse simultan in unser Bewusstsein eintreten, die wir gleichwohl in eine causale Beziehung bringen. So fällt unter Umständen der Act der Apperception, welcher den äusseren Willensimpuls hervorbringt, mit diesem der Zeit nach zusammen *); bei dem Vorgang der Assimilation steht die assimilirende mit der assimilirten Vorstellung gleichzeitig in unserem Bewusstsein (S. 15). Hier ist aber zu bedenken, dass die Anwendung des Causalbegriffs, wie sie überhaupt in der Regel erst einer nachträglichen Reflexion über die Verkettung der Erscheinungen angehört, so insbesondere bei simultanen Vorstellungen niemals diese selber begleiten kann. Die mit einem äusseren Willensimpuls verbundene Apperception wird erst durch unsere Abstraction in zwei von einander verschiedene Acte getrennt; bei dem Vorgang der Assimilation der Vorstellungen macht uns erst die psychologische Analyse des Phänomens darauf aufmerksam, dass die im Bewusstsein vorhandene Vorstellung sich aus zwei Bestandtheilen zusammensetzt. Aber sobald wir nun den Causalbegriff auf derartige Erscheinungen anwenden, so werden wir auch genöthigt die gleichzeitigen Ereignisse in eine Succession aufzulösen, in welcher wir demjenigen Geschehen, das wir als Ursache betrachten, die erste, und demjenigen, das uns als Wirkung erscheint, die zweite Stelle anweisen.

Wenn demnach alle diese scheinbaren Ausnahmen schliesslich doch immer nur den Satz bestätigen, dass die Erscheinungsform der Causalität die Aufeinanderfolge von Ursache und Wirkung ist, so weisen sie aber allerdings darauf hin, dass diese Regel der Aufeinanderfolge nur in bedingtem Sinne empirischen Ursprungs ist. Empirisch ist dieselbe gewiss insofern, als uns irgendwie in äusserer oder innerer Erfahrung eine Succession von Vorstellungen gegeben sein muss, auf welche wir den Causalbegriff anwenden. Aber nicht in dem Sinne ist sie empirisch, als wenn alle Causalverbindungen wirklich in der Form der Succession uns gegeben wären. Demnach kann auch die Regel der Aufeinanderfolge nicht eine Generalisation aus der Erfahrung sein. Wäre sie dies, so müssten wir ja in der That zugeben, dass es neben den successiven Causalverbindungen andere gebe, welche gleichzeitig sind. Vielmehr hat jene Regel einzig und allein die Bedeutung, dass wir uns keine causale Beziehung vorstellen können ausser in der Form einer Aufeinanderfolge, daher, wo uns in der Erfahrung simultane Vorgänge gegeben sind, die wir in eine causale Verbindung bringen, wir dieselben regelmässig in eine Succession auflösen. Man könnte denken, diese phänomenologische Natur der causalen Succession gestatte es uns anzunehmen,

*) Vergl. meine physiologische Psychologie, Cap. XIX. S. 736.

dass dieselbe für die wirkliche Causalität nicht gelte, mindestens in denjenigen Fällen, in denen wir keine Succession nachzuweisen vermögen. Gleichwohl ist dies nicht richtig. Vielmehr ist gerade an den Beispielen der innern Erfahrung zu bemerken, dass wir die unmittelbare Wahrnehmung nach jener Regel corrigiren. Wir nehmen also nicht an, dass die wirkliche Causalität verschieden sei von der Erscheinungsform, unter der wir sie uns allein vorstellen können, sondern wir nehmen an, dass unsere unmittelbare Wahrnehmung ungenau sei und uns daher eine in Wirklichkeit vorhandene Succession verberge. Wir lassen uns z. B. durch die scheinbare Gleichzeitigkeit von Apperception und willkürlicher Bewegung in gewissen Fällen, auch wenn sie durch genaue Zeitmessungen ermittelt sein sollte, nicht abhalten die Apperception für den vorangehenden Vorgang zu erklären, indem wir darauf hinweisen, dass die äussere Sinneserregung und ihre Leitung zum Gehirn jedenfalls Vorgänge sind, die der Willensreaction vorangehen müssen. Wenn daher selbst die Apperception und der centrale Willensimpuls zeitlich zusammenfallen sollten, so bildet doch jene das letzte Glied einer Erscheinungsreihe und diese das erste Glied einer andern, und auch hier können wir, ähnlich wie beim Zusammenstoss zweier Körper, keinen der betheiligten Vorgänge als bloss momentane Acte uns vorstellen, sondern nur als zeitliche Ereignisse, also im Zusammenhang mit dem was ihnen vorausgeht. Die Regel der Succession liegt also einerseits begründet in der allgemeinen Natur unseres anschaulichen Denkens, anderseits fügt sich derselben jede einzelne Erfahrung.

3. Das Causalgesetz und der Satz vom Grunde.

Unter den Motiven, welche die Annahme einer Apriorität des Causalprincips nahe legten, ist der Begriff der Nothwendigkeit, welchen man mit dem der Causalität verband, vorzugsweise entscheidend gewesen, wie dies besonders noch Kant betonte. Den Satz, dass alles was geschieht eine Ursache habe, sollen wir sofort als eine nothwendige Wahrheit anerkennen, nicht bloss als eine Thatsache, die in vielen Fällen bestätigt wurde, aber möglicher Weise durch andere Fälle widerlegt werden kann. Nun hat es allerdings nicht an philosophischen Schriftstellern gefehlt, von welchen diese Nothwendigkeit des Causalgesetzes geleugnet wurde. Entschiedener noch als Hume hat John Stuart Mill behauptet, dass ein anderer Erkenntnissgrund für die Causalität als die thatsächliche Verbindung der Erscheinungen nicht aufzufinden, und dass es daher für uns durchaus nicht undenkbar sei, in irgend einem unserer Beobachtung unzugänglichen Theile der Welt gelte das Causalgesetz nicht. Doch wird man anerkennen müssen, dass diese subjective Versicherung nicht von besonderem Belang ist, weil der Beweis, dass es wirklich möglich sei aus irgend einem Zusammenhang von Erscheinungen die Causalität hinwegzudenken, durch eine

solche Versicherung noch nicht erbracht wird. Wohl aber ist es bemerkenswerth, dass die nämlichen Philosophen, welche die Apriorität des Causalbegriffs bekämpfen, gleichwohl einen subjectiven Factor, entweder die Gewohnheit, wie Hume, oder einen in uns liegenden »Trieb zur Verallgemeinerung«, wie Mill, zu Hülfe nehmen, um dadurch zu erklären, dass wir geneigt sind jeden Causalzusammenhang für einen nothwendigen anzusehen*). Die Thatsache also, dass wir die Causalität nicht bloss als ein aus seitherigen Erfahrungen abstrahirtes Gesetz sondern zugleich als ein Postulat betrachten, mit welchem wir neuen Erfahrungen entgegentreten, wird allseitig anerkannt, nur die Erklärung, welche man für diese Thatsache giebt, ist eine verschiedene: Kant erklärt sie aus der Apriorität des Causalbegriffs, der Empirismus aus der Association der Vorstellungen. Wenn nun Kant gemeint hat, dass die Association zu wenig erkläre, weil sie nicht im Stande sei einem Zusammenhang den Charakter der Nothwendigkeit zu verleihen, so könnte man vielleicht mit grösserem Rechte sagen, dass sie zu viel erkläre, weil sie über die Regeln, nach welchen wir aus einer grösseren Zahl associativ verbundener Erscheinungen diejenigen auswählen, denen wir eine Causalverbindung zuschreiben, keine Rechenschaft giebt. Sowohl Hume wie Mill haben es wohl gewusst, dass ausser der Association noch weitere Bedingungen erforderlich sind, und in dem »Trieb der Verallgemeinerung« des letzteren findet dies sogar einigermassen seinen Ausdruck, da doch nicht jede beliebige Association einer Verallgemeinerung fähig ist sondern nur eine solche, die überhaupt einer Regel sich fügen kann. Indem man hier die besonderen Bedingungen verschweigt, die zur Association hinzutreten müssen, um auf sie die Annahme einer objectiven Gesetzmässigkeit zu gründen, giebt man zwar über eine allgemeine psychologische Bedingung des Causalbegriffes Rechenschaft, — denn dies wird allerdings zugestanden werden müssen, dass wir ohne die Fähigkeit Vorstellungen zu associiren auch nicht im Stande wären die Ereignisse auf Gesetze zurückzuführen, — die eigentlichen Motive zur Bildung jenes Begriffs bleiben aber dabei vollkommen im Dunkeln. Auf der andern Seite ist freilich anzuerkennen, dass die blosse Apriorität des Causalgesetzes über diese Schwierigkeit ebenso wenig hinweghilft. Nach den besonderen Kriterien zu fragen, welche ein gegebener Zusammenhang darbieten muss, damit wir ihn als einen causalen anerkennen, dies wird uns auch hier nicht erspart. Nun können uns aber doch solche Kriterien nur durch die Erfahrung geboten werden, denn wäre die Verbindung der Erscheinungen in Zeit und Raum etwa genügend, um sofort die Begriffe der Ursache und Wirkung auf sie anzuwenden, so würde wiederum die blosse Association über die causale Verbindung entscheiden: Apriorismus und Empirismus würden dann in Bezug auf die empirischen Kennzeichen der Causalität zusammentreffen,

*) Mill, Logik, I. S. 367 f.

denn beide würden sich auf das rein formale Kennzeichen der Verbindung der Erscheinungen in der Anschauung beschränken.

Da nun dieses formale Kennzeichen durchaus nicht zureicht, sondern es stets auf die Prüfung des Inhaltes der empirischen Zusammenhänge ankommt, um festzustellen, ob deren Verbindung als eine causale anzuerkennen sei oder nicht, so ist der Rationalismus, wenn er nicht in Widerspruch kommen will mit den Forderungen der Wissenschaft, genöthigt zuzugestehen, dass sich im einzelnen Fall die Annahme einer Causalität stets auf Erfahrung gründet; ebenso muss aber der Empirismus bekennen, dass die Erfahrung erst dann die Zulassung einer causalen Verbindung gestattet, wenn durch eine logische Prüfung der Erfahrung die hierfür zureichenden Kriterien festgestellt worden sind. Hierdurch ist ebenso die Zurückführung der Nothwendigkeit der Causalität auf Association und Gewohnheit wie ihre Ableitung aus der Apriorität des Causalbegriffs als unzureichend dargethan: beide geben über die Bedingungen, unter denen wir Causalität voraussetzen, nicht im mindesten Rechenschaft und bleiben darum auf die Frage nach dem eigentlichen Grund jenes Charakters der Nothwendigkeit die Antwort schuldig. So lange aber dies der Fall ist, wird auch die angenommene Nothwendigkeit nicht als zwingender Beweis für die Apriorität des Causalgesetzes dienen können. Die Bemerkung, dass empirische Gesetze jederzeit zufällig seien, weil sie möglicher Weise durch andere empirische Gesetze widerlegt werden könnten, genügt hier keineswegs, denn sie vermag dem Einwurf, dass uns ein empirisches Gesetz dann nicht als zufällig, sondern als nothwendig erscheinen werde, wenn es durch andere empirische Gesetze **nicht** widerlegt sei, offenbar nichts entgegenzuhalten. Und sollte darauf hingewiesen werden, dass die Erfahrung anscheinend zahlreiche Ausnahmen von einer unabänderlichen Causalität zeige, so lässt sich abermals erwiedern, dass demzufolge auch die gemeine Erfahrung keine ausnahmslose Causalität kennt, und dass die Forderung derselben sogar in der Wissenschaft sehr langsam sich Bahn gebrochen hat. Dieser Streit bleibt ebenso endlos wie resultatlos, weil man sich dabei von beiden Seiten nur auf Behauptungen stützt. Zwischen den Sätzen »was nothwendig ist, ist a priori« und »was nothwendig ist, braucht keineswegs a priori zu sein« wird die Entscheidung nur zu treffen sein, wenn die Quelle jener Nothwendigkeit, welche dem Causalbegriff innewohnt, aufgezeigt wird.

Hier ist nun zu jeder Zeit auf den Satz vom Grunde als dasjenige reine Denkgesetz hingewiesen worden, welches die Anwendung des Causalgesetzes auf die Erfahrung bestimme, mochte man, wie der ältere Rationalismus, geradezu die ratio und causa identificiren oder mit **Kant** die letztere als eine Wirkung der hypothetischen Urtheilsfunction oder endlich mit **Schopenhauer** als eine besondere »Gestaltung des Satzes vom Grunde« ansehen. Dieser Hinweis auf das begründende Denken ist aber so lange nicht ausreichend, als die Berechtigung einer solchen Anwendung desselben

nicht in bestimmterer Weise dargethan wird. Wie wir es in so manchen ontologischen Demonstrationen als einen Schlussfehler erkennen, wenn beliebig dem Erkenntnissgrund die Causalität und dann wieder der letzteren jener untergeschoben wird, so könnte ja überhaupt diese Uebertragung der Begriffe zu den unberechtigten Erschleichungen des Denkens gehören. So lange man die einzelnen Causalverbindungen für sich isolirt betrachtet, wird sich in der That dieser Einwurf nicht abwehren lassen. Nirgends ist der zwingende Grund zu finden, der etwa die Erhebung eines schweren Körpers mit seiner nachherigen Fallbewegung verbindet, als in der Erfahrung, welche uns diese Aufeinanderfolge der Erscheinungen regelmässig darbietet. Nirgends liegt hier in den Erscheinungen an sich jene zwingende Nothwendigkeit der Verknüpfung wie zwischen den Prämissen und der Conclusion des Schlusses, wo die letztere auch dann von uns gefolgert wird, wenn sie selbst niemals irgendwo in der Erfahrung gegeben sein sollte.

Einen nächsten Grund für diese Uebertragung könnte man nun vielleicht darin finden, dass unter jenen Causalverbindungen, welche uns die innere Erfahrung darbietet, auch die logischen Gedankenverbindungen eine wichtige Rolle spielen. Sofern wir die letzteren als psychologische Ereignisse betrachten, welche den allgemeinen Bedingungen des Geschehens unterworfen sind, werden wir nicht anstehen dürfen das Gesetz der Causalität auf sie anzuwenden. Aber gerade dieser Umstand könnte den Verdacht nahe legen, es habe hier das wirkliche Verhältniss eine Umkehrung erfahren: es werde der Zusammenhang von Grund und Folge als der allgemeinere betrachtet, während er selbst nur eine specielle Form von Causalität der inneren Erfahrung sei. Eine derartige Betrachtungsweise würde jedoch über die Bedeutung, welche die logischen Gedankenverbindungen im Vergleich mit den übrigen Formen des inneren Geschehens besitzen, gar keine Rechenschaft ablegen. Sie würde die wichtige Thatsache unberücksichtigt lassen, dass jene allein unter allen inneren Erfahrungen es sind, welche der gesammten Erfahrung gegenüber eine dominirende Rolle beanspruchen, indem sie dem Inhalt der Erfahrung erst seine Form geben, dadurch dass sie den thatsächlichen Zusammenhang, welchen die letztere darbietet, überall in einen logischen umzuwandeln suchen. Dies ist nun der Gesichtspunkt, von welchem wir auch bei der Beurtheilung der Beziehung der Causalität zum Erkenntnissgrund werden ausgehen müssen.

Der Satz vom Grunde geht auf den Zusammenhang von Denkacten, das Causalprincip auf den Zusammenhang von Ereignissen. Wenn jener gestattet ein bestimmtes Urtheil zu folgern vermöge anderer Urtheile, die gegeben sind, so gestattet dieses unter Umständen Ereignisse vorauszusagen aus andern Ereignissen, die uns als deren Ursachen bekannt sind. An sich ist diese Beziehung völlig ungenügend, um eine Unterordnung des Causalgesetzes unter den Satz vom Grunde zu rechtfertigen, denn die Wirkung kann im allgemeinen nur dann aus den gegebenen Ursachen erschlossen werden, wenn die betreffende Causalbeziehung bereits aus der

Erfahrung bekannt ist. Ist nun letzteres der Fall, so gründet sich der Schluss zunächst bloss auf eine Association von Vorstellungen, und die ganze Analogie reducirt sich auf das übereinstimmende Moment der Voraussage. Dies würde erst dann anders sein, wenn die Wirkung selbst da vorausgesagt werden könnte, wo sie unmittelbar gar nicht beobachtet wurde, oder wo doch, falls etwa eine solche Beobachtung stattfand, diese als irrelevant erkannt wäre für das Stattfinden des Schlusses. *Die Zurückführung der Causalität auf den Erkenntnissgrund würde also dann, aber auch nur dann berechtigt sein, wenn die Ursachen als Prämissen benützt werden könnten, aus denen ohne Rücksicht auf bestätigende Beobachtungen die Wirkungen zu erschliessen wären.* Nun würde ja der Schluss nichts anderes sein als eine denkende Nacherzeugung des causalen Vorgangs; was in der Erfahrung als Ursache sich darstellte würde zum Grund, was als Wirkung würde zur Folge des Schlusses. Allerdings müsste aber dabei *eine* Bedingung erfüllt sein: gewisse Prämissen müssten uns nothwendig als die Anfangspunkte unserer Folgerungen gegeben sein, und diese Prämissen selbst könnten nur bestimmte Aussagen enthalten über Thatsachen, die uns in der Erfahrung gegeben sind. Jeder einzelne Causalzusammenhang würde dann als eine Folge aus diesen nothwendig vorauszusetzenden Thatsachen erscheinen.

Von einer derartigen Ableitung der einzelnen Causalgesetze aus einer begrenzten Anzahl ursprünglicher Thatsachen der Erfahrung sind wir nun offenbar weit entfernt. Dennoch lässt sich nicht verkennen, dass einzelne Gebiete der Wissenschaft bereits mehr oder weniger vollständig in eine Behandlung der Causalprobleme eingetreten sind, wie sie hier vorausgesetzt wird. Vor allem gehören hierher die Mechanik und die an sie angrenzenden Zweige der theoretischen Physik. Die meisten Gesetze, welche für die Bewegung schwerer Körper gelten, sind ursprünglich experimentell ermittelt und dann aus allgemeineren Voraussetzungen abgeleitet worden; andere wurden zuerst aus solchen Voraussetzungen oder aus andern Causalgesetzen deducirt und dann nachträglich durch die Beobachtung verificirt. So hat man das Pendelgesetz durch Beobachtung gefunden, hierauf aber als nothwendige Folge aus den allgemeinen Gesetzen der Schwere abgeleitet, während dagegen Galilei das Parabelgesetz für die Wurfbewegungen zuerst aus dem Princip der Trägheit und dem Gesetz des freien Falls ableitete und dann durch die Beobachtung annähernd bestätigte. Auf diese Weise ist es das unverkennbare, aber freilich in seinem letzten Ziel unvollendbare Streben der neueren Physik alle Naturereignisse einem einzigen Zusammenhang von Gründen und Folgen unterzuordnen.

In einem viel unvollkommeneren Zustande befinden sich in dieser Beziehung schon jene einzelnen Zweige der Naturlehre, bei denen die Kenntniss der Ursachen durch die grosse Mannigfaltigkeit und wechselnde Beschaffenheit derselben erschwert ist, wie die Chemie, die Geologie oder

Meteorologie; und diese Schwierigkeiten häufen sich dergestalt in den biologischen Wissenschaften und in der Psychologie, dass hier zwar eine gewisse Ordnung nach Gründen und Folgen nicht ausgeschlossen ist, aber fast niemals mehr aus der Kenntniss bestimmter Voraussetzungen ein Erfolg mit Gewissheit vorausgesagt werden kann, weil unbekannte Bedingungen demselben möglicher Weise störend entgegentreten.

In allen diesen Anwendungen und selbst mitten in den Störungen, welche seine Durchführung durch die Schranken unserer Erfahrung erleidet, bewährt sich das Causalgesetz als ein Erkenntnissprincip, welches unmittelbar aus dem Satz vom Grunde hervorgeht, indem es lediglich die Anwendung des letzteren auf den gesammten Inhalt der Erfahrung darstellt. Das Causalgesetz ist nicht in dem Sinne ein Erfahrungsgesetz, als wenn es durch die Erfahrung erst gefunden wäre und demnach auch nicht weiter reichte als der Kreis der Erfahrungen, aus denen es abstrahirt ist, sondern nur in dem Sinne, dass es für alle Erfahrung a priori gilt, weil unser Denken nur Erfahrungen sammeln und ordnen kann, indem es dieselben nach dem Satz des Grundes verbindet. Darum trägt auch das Causalprincip den doppelten Charakter eines Gesetzes und eines Postulates an sich. Thatsächlich fügt sich überall die Erfahrung demselben, sobald wir zu einer Erkenntniss der empirischen Zusammenhänge durchgedrungen sind, und diese Thatsache ist zugleich die wesentlichste Bürgschaft dafür, dass zwischen unserem Denken und den Objecten der Erfahrung eine Beziehung besteht, vermöge deren die letzteren ebensowohl den Normen unseres Denkens adäquat sind, wie unser Denken sich von seinen Objecten bestimmen lässt, eine Wechselwirkung, ohne welche überhaupt Erkenntniss unmöglich wäre. Weil desshalb das Causalgesetz von uns nothwendig als ein Gesetz angesehen wird, das für alle Erfahrung gelten m u s s, ist es aber zugleich eine Forderung, die wir jeder einzelnen Erfahrung entgegenbringen, und gegen welche uns ein Widerspruch als äquivalent mit der Bestreitung der Axiome des logischen Denkens selbst gilt. Denn was sollte in der That die Gültigkeit der letzteren noch bedeuten, wenn die Objecte mangelten, auf welche sie anwendbar wären?

Doch darf man die Allgemeingültigkeit des Causalgesetzes auch nicht damit für erschöpft halten, dass nach demselben nur überhaupt für jede Wirkung eine Ursache gefordert würde. Nur insofern sind wir ja berechtigt das Causalprincip auf den Satz vom Grunde zurückzuführen, als aus der Ursache nicht bloss vermöge einer associativen Gewöhnung sondern nach feststehenden und überall sich bewährenden Regeln auf die Wirkung geschlossen werden kann. Diesem Princip gemäss haben wir zu bestimmen, welche unter den sämmtlichen Bedingungen, die bei dem Eintritt einer Erscheinung wirksam sind, wir im engeren Sinne als die Ursachen bezeichnen. Wo die Erscheinungen einer Maassbeziehung unterworfen werden können, wie im Gebiet der äusseren Erfahrung, da bietet die Aequivalenz der Ursachen und Wirkungen das wesentliche Mittel dieser Unterscheidung. Ist

auch das Princip der Aequivalenz in der allgemeinen Formulirung des Causalgesetzes noch keineswegs enthalten, da dasselbe, wie wir unten sehen werden, erst aus den besonderen Bedingungen der räumlichen Anschauung und ihrer Rückwirkung auf den materiellen Substanzbegriff hervorgeht, so findet in demselben doch für die äussere Erfahrung der Charakter unverbrüchlicher Gesetzmässigkeit, welcher den wissenschaftlichen Begriff der Causalität ausmacht, ihren sprechendsten Ausdruck *). Die unverbrüchliche Gesetzmässigkeit, die das wissenschaftliche Causalgesetz einschliesst, ist eine nothwendige Folge jener Beziehung zum Satz des Grundes, die ihm innewohnt. Eine neu aufgefundene Causalbeziehung kann immer erst dann auf Gültigkeit Anspruch erwarten, wenn sie sich in die feststehenden Causalbeziehungen ohne Widerspruch einreiht. Denn als Anwendung des Satzes vom Grunde fordert das Causalgesetz, dass alle Erscheinungen schliesslich aus einer Anzahl ursprünglicher Erfahrungsaxiome abgeleitet werden, deren keines mit den andern in Widerspruch stehen darf. Diese Voraussetzung ist auf der einen Seite ein logisches Postulat, da nach dem Satz des Widerspruchs nur widerspruchslose Sätze neben einander gültig sind, und nur aus solchen nach dem Satz des Grundes gültige Schlüsse gezogen werden können; auf der andern Seite aber hat sie sich, ohne dass man sich ihrer logischen Nothwendigkeit immer deutlich bewusst gewesen wäre, die Geltung eines thatsächlichen Postulates erworben, nach welchem in allen einzelnen Wissenschaften die Kriterien der Wahrheit und die Methoden der Forschung sich richten müssen. Wenn daher der moderne

*) In einem übertragenen Sinne kann man allerdings auch auf geistigem Gebiete von einer Aequivalenz der Ursachen und Wirkungen reden, in demjenigen Sinne nämlich, in welchem man verlangt, dass der Grund zureichend sei oder, wie wir es präciser ausdrücken können, dass aus den Gründen die Folgen mit zwingender Nothwendigkeit hervorgehen. In diesem Sinne würden natürlich auch die Prämissen eines Schlusses äquivalent der Conclusion sein. Ich nehme hier das Wort in der hergebrachten physikalischen Bedeutung, in der es eine feste Maassbeziehung zwischen den Erscheinungen einschliesst. Wenn wir übrigens oben schon die Zurückführung des Satzes vom Grunde auf das Identitätsgesetz für unzulässig erklären mussten, so gilt dies noch in höherem Grade von dem Causalgesetz, bei welchem durch das Princip der Aequivalenz dieser Gedanke nahe gelegt worden ist (Riehl, der philosophische Kriticismus, II. S. 253). Allerdings schliesst das Aequivalenzprincip, wie jede Maassvergleichung, eine Anwendung des Identitätsgesetzes ein. Aber gerade das charakteristische Merkmal der Causalität liegt in dieser Anwendung nicht. Der Umstand, dass die verwickelteren Denkgesetze die einfacheren voraussetzen, berechtigt uns noch nicht sie in die letzteren aufzulösen. Wenn dies statthaft sein sollte, so müsste dargethan werden, dass der ganze Inhalt der ersteren in diesen schon enthalten sei. Dies trifft aber im gegenwärtigen Fall keineswegs zu, sondern es lässt sich, wie wir sogleich sehen werden, das Causalgesetz nicht einmal in dem Satz vom Grunde ohne Rest auflösen.

Spiritismus das Causalbedürfniss des menschlichen Geistes für zureichend befriedigt erklärt, wenn nur jede Erscheinung auf irgend eine Ursache zurückgeführt sei, auch wenn diese Ursache etwa ein dämonisches Wesen sein sollte, dessen Handlungen den Zusammenhang der übrigen Causalgesetze beliebig durchkreuzen, so ist dies augenscheinlich ein Rückfall in diejenige Idee der Causalität, welche sich im Geiste des fetischverehrenden Wilden regt; mit dem wissenschaftlichen Causalgesetz aber haben atavistische Vorstellungen dieser Art nichts mehr zu thun.

Wenn wir nach dem Obigen das Causalgesetz als die Anwendung des Satzes vom Grunde auf den Inhalt der Erfahrung bezeichnen können, so ist damit jedoch keineswegs behauptet, dass das Causalprincip in jenem logischen Grundsatz bereits vollständig enthalten sei. Indem die Erfahrung thatsächlich die Anwendung desselben zulässt, bestimmt sie zugleich die Form seiner Anwendung. Diese Form muss sich richten einerseits nach den allgemeinen Anschauungsformen der Zeit und des Raumes, mit denen, da sie in alle Erfahrung eingehen, auch keine einzige empirische Causalbeziehung im Widerspruch stehen darf, anderseits nach denjenigen allgemeinen Voraussetzungen, die wir über den Inhalt der Erfahrung nothwendig machen müssen. Vermöge der in den Anschauungsformen gegebenen Bedingungen kommt in das Causalgesetz die Bestimmung der Aufeinanderfolge der causal verbundenen Erscheinungen. Die Raumanschauung fügt hierzu für die äussere Erfahrung noch die weitere Bestimmung hinzu, dass irgend eine anschauliche räumliche Beziehung zwischen Ursache und Wirkung immer besteht. Hiernach müssen die letzteren jedenfalls irgendwie räumlich getrennt unserer Auffassung dargeboten werden, da sonst zu ihrer Unterscheidung kein Anlass gegeben wäre. Im übrigen ist aber diese Bedingung zweideutig: ein Object kann ein anderes möglicher Weise ebensowohl in seiner qualitativen Beschaffenheit verändern, wie auf seinen Ort im Raum irgendwie einwirken. Die letztere Form der Wirkung zeichnet sich nur dadurch aus, dass bei ihr die Objecte für unsere Anschauung unverändert bleiben. Die Causalität der Bewegung gewinnt daher ihren Vorzug für die grundlegenden Vorstellungen der Naturwissenschaft durch die Rückwirkung, welche der Substanzbegriff auf das Causalgesetz ausübt. In dem Substanzbegriff sind aber ausserdem, wie wir schon in Cap. IV des vorigen Abschnitts gesehen haben, die Voraussetzungen vereinigt, auf welche wir den in den Anschauungsformen gegebenen Inhalt der Erfahrung zurückführen. Dort wurde bereits auf die nahe Beziehung beider Begriffe hingewiesen und bemerkt, dass wir uns für die nähere Bestimmung des Substanzbegriffs durchaus auf die causalen Beziehungen angewiesen sehen, die uns zur Voraussetzung eines Substrates der Erscheinungen nöthigen. Darum bilden nun auch umgekehrt diese Voraussetzungen über die Substanz neben den allgemeinen Anschauungsgesetzen die axiomatischen Prämissen, aus denen wir alle einzelnen Causalbeziehungen der Natur abzuleiten suchen. Für die vollständige Ueberführung des Causal-

zusammenhangs der Erfahrung in einen nach dem Satz des Grundes geordneten logischen Zusammenhang würden die Grundlagen gegeben sein, wenn es gelungen wäre den Substanzbegriff so weit auszubilden, dass er alle zur Erklärung der Erfahrung erforderlichen Voraussetzungen enthielte. Dies ist natürlich ein Ziel, welchem die Wissenschaft nur in einem unendlichen Progresse sich nähern kann, welches ihr aber bei allen ihren Untersuchungen als Forderung vorschwebt. Zugleich erfährt übrigens durch diese Rückbeziehung auf die Substanz der Causalbegriff selbst eine Ergänzung, deren Bedeutung und Tragweite wir im Folgenden noch untersuchen müssen.

4. Causalität und Substanz.

a. Der physikalische Kraftbegriff.

Indem wir alle Erscheinungen zurückführen auf ein Substrat, als dessen Wirkungen wir sie auffassen, entsteht die Aufgabe, die wissenschaftlichen Voraussetzungen über dieses Substrat so zu gestalten, dass sie dem causalen Zusammenhang der Erscheinungen genügen. Der Substanzbegriff entwickelt sich daher aus den empirischen Anwendungen des Causalprincips, und nachdem er gebildet ist, wird er hinwiederum benützt, um die einzelnen Causalzusammenhänge aus ihm abzuleiten. Die an die Substanz gebundene Causalität wird nun als Kraft oder Energie bezeichnet, und die Substanz selbst, insofern man auf sie alle Kräftewirkungen zurückführt, wird als die Trägerin der Kraft betrachtet.

In älterer und neuerer Zeit hat man in dem Kraftbegriff ein metaphysisches Dunkel zu finden geglaubt, wegen dessen es besser sei ihn in der Mechanik und Physik ganz zu vermeiden*). Hierin liegt die richtige Erkenntniss, dass der Kraftbegriff dem physikalischen Causalprincip, welches sich durchaus nur auf den Zusammenhang der Erscheinungen bezieht und daher keinerlei metaphysische Elemente enthält, einen metaphysischen Bestandtheil hinzufügt, nämlich den Substanzbegriff. Aber daraus geht schon

*) d'Alembert, traité de dynamique, préface. Kirchhoff, Vorlesungen über mathematische Physik, I, S. 1, 5 u. f. Weder d'Alembert noch Kirchhoff ist es übrigens gelungen den Begriff der Kraft zu eliminiren; beide haben nicht einmal die Worte Kraft und Wirkung vermieden. Indem Kirchhoff die Mechanik als eine »beschreibende« Wissenschaft behandelt, geschieht dies lediglich mittelst einer Erweiterung des Begriffs der Beschreibung, durch welche derselbe eben auch das in sich fasst was bis dahin »Erklärung« genannt wurde. Hinter der letzteren vermuthet man sofort allerlei ontologische Nebengedanken. Abgesehen von solchen missbräuchlichen Anwendungen hat aber die Erklärung ihre berechtigte von der Beschreibung verschiedene logische Function (vergl. Abschn. III, S. 169), in deren Gebiet gerade die Mechanik mit allen Zweigen der Naturlehre, die auf ihr ruhen, gehört.

hervor, dass diese Anwendung des Causalbegriffs nur dann sich vermeiden liesse, wenn wirklich der Substanzbegriff aus den Voraussetzungen der Erfahrungswissenschaften zu eliminiren wäre. Dies ist, wie wir gesehen haben, nicht der Fall; vielmehr sind die Erfahrungswissenschaften, je mehr sie sich entwickelten, um so mehr zu einer präcisen Entwicklung der Substanzbegriffe genöthigt worden, wobei sich freilich zugleich herausstellte, dass diese Begriffe jene vornehme Bedeutung eines absoluten Seins, welche ihnen zuweilen die Philosophie beilegte, nicht beanspruchen dürfen, sondern dass sie nur als hypothetische Voraussetzungen über das Reale gelten dürfen, die wir dem Zusammenhang der Erscheinungen zu Grunde legen müssen, wenn wir eine causale Erklärung desselben zu Stande bringen wollen. Gerade die Durchführung des Causalprincips nöthigt also zur Entwicklung des Substanzbegriffs, und sie nöthigt damit auch zu jener Verbindung beider Begriffe, aus welcher der Kraftbegriff hervorgeht.

Gleich allen erkenntnisstheoretischen und metaphysischen Begriffen hat nun freilich auch der Kraftbegriff Entwicklungsstufen zurückgelegt, auf denen er sich von seiner berechtigten Bedeutung mehr oder weniger entfernte. Vermöge seiner Beziehungen zu dem Causal- und Substanzbegriff hat er an den Verirrungen beider theilgenommen. Theils wurde er mit dem ersteren in ein Ding verwandelt, theils von den subjectiven Umgestaltungen des letzteren beeinflusst. Die ursprüngliche Auffassung sieht überall in der Kraft ein handelndes Wesen, indem jene Beziehung auf das eigene willkürliche Handeln, das schon auf den Causalbegriff von so grossem Einflusse ist, natürlich hier wegen der Gebundenheit der Kraft an die Substanz noch in verstärktem Maasse wirksam wird. In allen hylozoistischen Anschauungen bis herab auf Schopenhauer's Lehre vom unbewussten Willen in der Natur bewahrt diese mythologische Vorstellung ihre Geltung. Ihr gegenüber steht die von den Tagen der alten Atomistik an oft wiedergekehrte Anschauung, dass alle Kraftwirkungen in der Natur auf Stoss und Berührung zurückzuführen und daher Fortpflanzungen einer ursprünglich mitgetheilten oder von Ewigkeit her bestehenden Bewegung seien, während die materielle Substanz selbst nur die passive, unmittelbar der Anschauung gegebene Eigenschaft besitze einen Raum zu erfüllen. Zwischen beiden Ansichten hat Leibniz einen Mittelweg eingeschlagen, indem er eine primitive Kraft, welche das innere Wesen der Dinge ausmache und uns allein in unserm eigenen Bewusstsein in der Form des Vorstellens und Strebens gegeben sei, und eine abgeleitete Kraft unterschied, welche in den Wechselwirkungen der Körperwelt zur Erscheinung komme; von dieser abgeleiteten Kraft setzte er dann voraus, dass sie nur durch Stoss und Berührung actuelle Bewegungen hervorbringen könne, daher er Newton gegenüber eine Wirkung in die Ferne leugnete*).

*) Specimen dynamicum, pars I. Leibniz' mathem. Werke, herausgeg. von Gerhard, Bd. VI. p. 236.

Nichts zeigt deutlicher die Umwälzung der Anschauungen, welche die Gravitationstheorie allmälig hervorbrachte, als die Thatsache, dass man jene Wirkung in die Ferne, welche die meisten Zeitgenossen Newton's unbegreiflich fanden, und welche dieser selbst nicht als eine Erklärung der Dinge, sondern nur als einen Ausdruck der Thatsachen betrachtet wissen wollte, bald nicht nur für begreiflich sondern sogar für selbstverständlich und a priori nothwendig erklärte. Von diesem Gedanken ist vor allem Kant's Naturphilosophie durchdrungen, die in diesem Punkte übrigens nur einer verbreiteten Anschauung ihrer Zeit Ausdruck giebt. Abstossungs- und Anziehungskraft sind nach Kant beide zur Möglichkeit der Materie erforderlich, denn ohne die erstere würde die Materie keinen Raum erfüllen können, ohne die letztere würde sie sich ins unendliche zerstreuen. Aus der Anziehung in der Berührung kann aber gar keine Bewegung entspringen: also wirken alle Anziehungskräfte in die Ferne, die Repulsivkräfte dagegen nur in unmittelbarer Berührung, da sie diejenigen Kräfte sind, vermöge deren die Materie ursprünglich den Raum erfüllt*). Dieser Beweis fordert manche Einwände heraus. Vor allem ist die Behauptung, zur Möglichkeit der Materie seien Anziehungs- und Abstossungskräfte erforderlich, nicht richtig. Anziehungskräfte würden allerdings nicht genügen, da neben ihnen mindestens in der Undurchdringlichkeit der Materie eine abstossende Kraft zu postuliren wäre. Dagegen würde man mit Repulsivkräften, wenn man sie in verschiedener Intensität über verschiedene coexistirende Materien vertheilt dächte, möglicher Weise ausreichen können, und die Befürchtung einer unendlichen Zerstreuung der Materie würde dabei nicht in Betracht kommen, da man nicht nöthig hat eine Grenze der Materie anzunehmen. Ebenso ist die Annahme Kant's, dass die Repulsivkraft eine nur in der Berührung wirkende Flächenkraft sei, vollkommen willkürlich. Nichts steht im Wege abstossende Kräfte vorauszusetzen, die in die Ferne wirken, ja dies wird nothwendig, sobald man Kant's Annahme einer stetigen Ausdehnung der Materie aufgiebt. Die letztere ist aber ebenfalls willkürlich. Sie beruht darauf, dass Kant von Anfang an in den Begriff der Materie etwas aufnimmt, was demselben nicht nothwendig zukommt. Er definirt sie in der Dynamik als »das Bewegliche, sofern es einen Raum erfüllt«. Diese Definition verlangt mehr, als der materielle Substanzbegriff erfordert. Die Voraussetzungen über die Materie sollen so beschaffen sein, dass sie die Erscheinungen, welche uns die Körper im Raume darbieten, insbesondere also auch ihre Raumerfüllung, erklären. Aber es brauchen darum der Materie selbst diejenigen Eigenschaften, die wir an den Körpern wahrnehmen, doch nur insoweit zuzukommen, als dies eben zur Erklärung der Erscheinungen nöthig ist. Ebenso wenig wie wir annehmen, dass die Materie des Goldes an sich selbst gelb, glänzend, dehnbar sei, ebenso wenig

*) Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft, Werke, Ausg. von Rosenkranz, Bd. 5, S. 358 f.

sind wir gezwungen von der Materie im allgemeinen vorauszusetzen, dass sie continuirlich ausgedehnt sei, sondern wenn durch eine andere Hypothese die scheinbar stetige Ausdehnung der Körper sich gleich gut erklären sollte, durch eine solche aber ausserdem über andere Erscheinungen besser Rechenschaft zu geben wäre, so würde eine solche den Vorzug verdienen. Es ist also augenscheinlich, dass hier auch Kant gewisse Thatsachen der sinnlichen Erfahrung ohne zureichende Nöthigung auf den metaphysischen Substanzbegriff übertrug und daher bei diesem Punkte in dem nämlichen Vorurtheil befangen blieb, aus welchem die Abneigung vor den fernewirkenden Kräften entsprungen war. Dass übrigens diese Abneigung noch heute nicht überwunden ist, lehrt das Auftreten von Hypothesen in der heutigen Physik, welche die Cartesianischen Vorstellungen in modificirter Gestalt erneuern und dabei nicht verschweigen, dass für sie die unmittelbare Anschaulichkeit der Contactwirkungen das entscheidende Motiv ist*). Hier stehen nun aber doch diese mechanischen Anschauungen in einem leisen Zusammenhang mit jenem Hylozoismus, der in der Kraft überall die Aeusserung eines Willens sieht. Die Contactwirkungen erscheinen nur darum begreiflicher, weil wir sie bei unsern eigenen Handlungen fortwährend wahrnehmen. Für die objective Beobachtung der Natur nähern und entfernen sich die durch Zwischenräume getrennten Körper ebenso häufig, wie sie sich bei unmittelbarer Berührung von ihrem Ort verdrängen, und die Bewegung eines fallenden ist eine nicht minder constante Erscheinung wie die eines geworfenen Körpers.

b. Die physikalischen Axiome.

Wie der Begriff der Substanz nach der Erfahrung sich richten muss, da die gesammte Erfahrung wieder durch ihn begreiflich gemacht werden soll, so auch der die Causalität der Substanz bezeichnende Kraftbegriff: er bildet die Grundlage für die Erklärung der Veränderungen, er ist darum aber keineswegs mit irgend einem einzelnen Geschehen, und wenn es auch das geläufigste wäre, identisch. Gleichwohl liegt allen jenen Bestrebungen ein richtiger Gedanke zu Grunde, der nur in verkehrten Richtungen sich äussert. Dies ist der Gedanke, *dass die Gesetze unserer Anschauung und die Normen unseres Denkens, wie sie für alle Erfahrung gültig sind, so auch bestimmend sein müssen für die Voraussetzungen, aus denen wir uns den Zusammenhang der Erfahrungen erklären.* In der That haben wir nun bereits zweierlei Sätze kennen gelernt, welche den Charakter von Postulaten besitzen, mit denen wir an alle Erfahrung herantreten. Es sind dies die im vorigen Capitel besprochenen Axiome der reinen Anschauung und die in Cap. IV (S. 492)

*) P. G. *Tait*, Vorlesungen über einige neuere Fortschritte der Physik, deutsche Ausg. S. 235 f.

des vorigen Abschnittes angeführten Axiome des Substanzbegriffs, welche beide freilich wieder von etwas ungleichem Werthe sind. Die Axiome der Grösse, der Zahl, des Raumes und der Bewegung besitzen einen unbedingt gesetzgebenden Charakter. Was ihnen widerstreitet ist uns nicht vorstellbar. Jede Erfahrung ist aber a priori dem Gesetze unterworfen, dass sie muss vorgestellt werden können. Die Axiome der materiellen Substanz dagegen bezeichnen nur Regeln, welche für den Substanzbegriff unter der Bedingung gelten, dass sich in ihm die Grundeigenschaften der abstracten Anschauungsform für die äussere Erfahrung, des Raumes, wiederfinden. Das Gegentheil dieser Regeln ist nicht unvorstellbar, denn wir können uns den abstracten Raum beliebig mit zufälligen Eigenschaften unserer Wahrnehmung ausgestattet denken; wohl aber wird durch die thatsächliche Uebereinstimmung der unter jener Voraussetzung aufgestellten Substanzaxiome mit der wirklichen Erfahrung die durchgängige Beziehung unseres Denkens zu dem realen empirisch gegebenen Inhalte desselben bestätigt, und es empfängt zugleich die der Erfahrung vorauseilende Neigung jene Sätze als gewiss anzunehmen ihre Erklärung und Rechtfertigung.

Unter den Gesetzen der reinen Anschauung sind es vorzugsweise die phoronomischen Axiome, welche für den Kraftbegriff bestimmend werden, da alle bewegenden Wirkungen der Kräfte selbstverständlich den Gesetzen unterworfen sind, welche für die Bewegungsvorstellung überhaupt gelten. Unter ihnen steht das Princip der Relativität der Bewegung in seiner allgemeinen Fassung zu dem zweiten Axiom des Substanzbegriffs, dem Princip der Wirksamkeit, in naher Beziehung. Die beiden Corollarsätze jenes ersteren Princips, der Satz von der geradlinigen Richtung und der Satz von der gleichen Grösse und entgegengesetzten Richtung der einfachsten Bewegungen, geben ferner, ebenso wie das Princip von der Zusammensetzung der Bewegungen, Anlass zu besonderen Axiomen des Kraftbegriffs, welche zwar mit den für den letzteren aus den Gesetzen der Substanz hervorgehenden Sätzen in Uebereinstimmung stehen, dennoch aber an und für sich in diesen letzteren noch nicht enthalten sind. Bezeichnen wir die Axiome des Kraftbegriffs als physikalische Axiome, so können wir demgemäss deren sechs unterscheiden. Die drei ersten derselben entspringen aus der Anwendung des Kraftbegriffs auf die Axiome der Substanz, die drei letzten aus seiner Anwendung auf die Axiome der Bewegung. Die durchgängige Beziehung der einzelnen Axiome zu einander macht sich namentlich auch darin geltend, dass unter den drei ersten der folgenden Axiome jedes sich gleichzeitig auf mehrere Axiome des Substanzbegriffs gründet, und dass die drei letzten zwar zunächst auf einzelne phoronomische Axiome zurückführen, dabei aber doch mit bestimmten unter den drei ersten Axiomen in naher Verbindung stehen. Das Axiom von dem Verharren der Wirkung oder das so genannte Trägheitsgesetz führen wir nicht speciell unter den physikalischen Axiomen an, weil dasselbe, wie oben bemerkt, ein Corollarsatz des allgemeinen Causalgesetzes ist, dessen Anwendungsweise

auf die Naturerscheinungen vollständig durch die übrigen Axiome bestimmt wird *).

Erstes Axiom: Alle Kräfte in der Natur sind bewegende Kräfte und wirken zwischen räumlich getrennten Theilen der Materie. Nach dem Axiom der Wirksamkeit können uns materielle Substanzen nur anschaulich gegeben sein, insofern sie auf einander und auf uns selbst Wirkungen ausüben. Die Eigenschaft, vermöge deren sie diese Wirkungen ausüben, bezeichnen wir als ihre Kraft. Materielle Substanzen sind uns also nur gegeben durch ihre Kräftewirkungen. Nach dem Axiom von dem Beharren der Substanz sind aber alle Veränderungen der Materie Bewegungen, und Bewegungen sind nach dem Princip der Relativität nur zwischen räumlich getrennten Objecten möglich.

Zweites Axiom: Alle Kräfte in der Natur sind Centralkräfte, d. h. sie gehen von bestimmten Punkten des Raumes aus, an denen sich substantielle Träger der Kräfte (Kraftpunkte oder Kraftatome) befinden. Nach dem ersten Substanzaxiom werden räumlich einfache Gebilde als Elemente der Materie gefordert. Diese Einheiten der Substanz müssen daher auch die Träger der Kräfte sein, welche letzteren demnach Centralkräfte genannt werden. Nach dem Axiom von der Wirksamkeit der Substanz sind aber die Kräfte überhaupt nur gegeben durch die Wirkungen, die sie auf andere Substanztheile ausüben: durch die Centralkräfte stehen also die verschiedenen Kraftatome der Materie in Wechselwirkung.

Drittes Axiom: Die Summe aller potentiellen und actuellen Kräftewirkungen bleibt constant. Nach dem Satz

*) Die sechs folgenden Axiome entsprechen weder in der Anordnung noch in dem Inhalte vollständig den in meiner Schrift über die physikalischen Axiome (Erlangen 1866) aufgezählten sechs Sätzen. Was die Anordnung betrifft, so ist hier die dort noch unbeachtet gebliebene Rücksicht auf die Axiome der Substanz und auf die phoronomischen Axiome bestimmend geworden. Die Veränderung des Inhalts besteht darin, dass jetzt im ersten Axiom das frühere erste und zweite zusammengefasst sind, und dass als letztes Axiom der Satz von der Zusammensetzung der Kräfte hinzugekommen ist. Ich habe dasselbe früher als eine Anwendung des Axioms vom Verharren der Wirkung auf solche Fälle betrachtet, in welchen die Kräfte nach verschiedenen Richtungen des Raumes wirken (a. a. O. S. 45). Dies dürfte aber doch nur insofern richtig sein, als das Princip der Zusammensetzung oder der s. g. Satz vom Kräfteparallelogramm mit dem Gesetz des Beharrens der Wirkung in Uebereinstimmung steht. Dagegen enthält das letztere nichts über die anschauliche Form, in welcher für den Fall des Zusammenwirkens mehrerer Kräfte von verschiedener Richtung die Wirkung jeder einzelnen erhalten bleibt, sondern dies kann nur aus dem hinzutretenden zweiten phoronomischen Axiom entnommen werden. Rücksichtlich der Geschichte der physikalischen Axiome und ihres wechselseitigen Zusammenhangs verweise ich übrigens auf die angegebene Schrift.

von dem Beharren der Substanz können niemals Theile der Materie entstehen oder verschwinden; nach dem Axiom der Wirksamkeit aber ist uns die Materie nur gegeben, insofern sie Wirkungen ausübt. Demnach ist es zwar nicht gefordert, dass die in die Erscheinung tretenden Wirkungen der Materie zu aller Zeit constant bleiben, da dieselben von den veränderlichen Lagebeziehungen derselben abhängen werden; wohl aber ist es nothwendig, die Wirkungsfähigkeit der Substanz als constant vorauszusetzen. Denn würde diese jemals vermehrt oder vermindert gedacht, so müsste man, da die Substanz nur in ihren Wirkungen gegeben ist, auch die Substanz vermehrt oder vermindert denken. Die gesammte Wirkungsfähigkeit, welche irgend einem Theil materieller Substanz zukommt, bezeichnet man als deren Energie, denjenigen Theil derselben, welcher unmittelbar in Bewegungserscheinungen sich äussert, als die actuelle Energie, die Wirkungsfähigkeit dagegen, welche im latenten Zustande bleibt, als die potentielle Energie. Der Umstand, dass nur die gesammte Wirkungsfähigkeit der Materie, also die Summe der actuellen und potentiellen Energie, als constant anzunehmen ist, würde schon, wie zuerst Leibniz gegenüber dem Cartesianischen Kräftemaass bemerkt hat, zu der Voraussetzung nöthigen, dass die bewegende Kraft nicht von aussen der Materie mitgetheilt wird, sondern in ihr selbst ihren Sitz hat*). Da uns aber die Substanz überhaupt nur durch ihre Wirkungen gegeben ist, so lässt sich auch umgekehrt sagen: weil die Wirkungsfähigkeit der Substanz nicht aufhören kann, ohne dass die letztere selbst ganz oder theilweise verschwände, so müssen wir voraussetzen, dass überall wo actuelle Energie verschwindet, sie nicht vernichtet sondern in potentielle Energie übergegangen ist. Indem der Satz von der Erhaltung der Energie durch diese Formulirung uns anleitet die Erfahrungen, in denen sich fortwährend ein Entstehen und Verschwinden von Kräftewirkungen darbietet, in seinem Sinne umzudeuten, trägt er deutlich den Charakter eines zunächst a priori angenommenen Princips an sich. Seine Geltung für die Erfahrung hat aber dieses Princip nur bewahren können, weil sich alle Beobachtungen mit demselben in Uebereinstimmung bringen lassen. Gleichwohl wäre man, wie die Geschichte seiner Entdeckung zeigt, schwerlich jemals durch die Erfahrung allein zu seiner Aufstellung gekommen. Zugleich tritt in dem Satz von der Erhaltung der Energie der Unterschied des Kraftbegriffs von dem Causalbegriff in der Anwendung auf die äussere Erfahrung deutlich hervor. Die Causalität geht niemals über das wirkliche Geschehen hinaus; die Kraft dagegen bezeichnet ebensowohl die wirkliche wie die mögliche Causalität der Substanz. Denn der Begriff der Kraft ist durchaus mit jenem Begriff der Wirkungsfähigkeit identisch, auf welchen sich das vorliegende Axiom bezieht.

*) Specimen dynamicum, pars II. a. a. O. p. 246.

Viertes Axiom: Alle Kräfte wirken in der Richtung der geraden Verbindungslinie ihres Ausgangs- und Angriffspunktes. Nach dem Gesetz der Relativität der Bewegung ist zwischen zwei isolirt gegebenen Raumpunkten die einzige denkbare Bewegung die geradlinige Annäherung oder Entfernung. Da nun nach dem obigen zweiten Axiom alle Kräfte in der Natur Centralkräfte sind, so kann auch die Wirkung zwischen zwei Kräftecentren nur in einer geradlinigen Bewegung beider bestehen. Demnach müssen alle zusammengesetzteren Kräftewirkungen in geradlinige sich zerlegen lassen. Zugleich geht aus dem Axiom hervor, dass einfache Kräftewirkungen nur entweder in einer Anziehung oder in einer Abstossung der Kraftatome bestehen können, dass also Anziehungs- und Abstossungskräfte die einzigen Kräfteformen sind, welche postulirt werden dürfen, während z. B. die Voraussetzung rotirender Kräfte den Gesetzen der reinen Anschauung widerstreiten würde.

Fünftes Axiom: Jeder Wirkung einer Kraft entspricht eine ihr gleiche Gegenwirkung. Nach dem Princip der Relativität der Bewegung und dem Gesetz der Centralkräfte kann die Wirkung eines Kraftatoms auf ein anderes immer nur in der Form einer Wechselwirkung erscheinen, bei der die relativen Lageänderungen der Kraftatome an Grösse gleich aber an Richtung entgegengesetzt sind. Da nun alle zusammengesetzten Kräftewirkungen in solche einfache sich zerlegen lassen, so muss demnach der Satz von der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung überhaupt für alle Kräftewirkungen Geltung besitzen.

Sechstes Axiom: Wenn verschiedene Kräfte gleichzeitig auf einen und denselben Theil der Materie einwirken, so ist die Wirkung, welche durch die gleichzeitige Einwirkung der Kräfte entsteht, die nämliche, wie sie entstehen würde, wenn die Kräfte successiv in beliebiger Reihenfolge eingewirkt hätten. Nach dem Satz der Erhaltung der Energie bleibt die Wirkungsfähigkeit jeder Kraft unverändert, und nach dem Gesetz der Zusammensetzung der Bewegungen lässt sich jede Bewegung von constanter Richtung aus einer Mehrheit beliebiger simultan stattfindender Bewegungen zusammengesetzt denken, wenn diese der Bedingung entsprechen, dass sie in zeitlicher Succession die nämliche schliessliche Lageänderung hervorbringen würden. Hieraus folgt, dass bei dem Zusammentreffen mehrerer bewegender Kräfte von verschiedener Richtung die Erhaltung der Wirkung in derjenigen Form geschehen muss, welche durch das phoronomische Axiom von der Zusammensetzung der Bewegungen angegeben wird. Zunächst bezieht sich der so gewonnene Satz von der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte auf diejenigen Kräfte, welche auf ein einzelnes Kraftatom (einen materiellen Punkt) einwirken. Er findet dann aber ebenso seine Anwendung auf ein beliebiges System solcher

Atome, wenn eine feste Verbindung zwischen den Theilen desselben besteht.

Jede derartige Voraussetzung führt uns nun von den abstracten Axiomen zu concreten Anwendungen derselben, bei denen schon unsere Beobachtungen über die specielle Beschaffenheit der Naturkörper von mitbestimmendem Einflusse werden. Der wichtigste auf diesem Wege entstandene Begriff ist derjenige der Masse. In der Form, in welcher ihn die abstracte Mechanik behandelt, bezieht er sich allerdings nicht unmittelbar auf die realen Körper der Natur. Indem man zunächst unveränderliche Verbindungen von materiellen Punkten oder absolut feste Körper voraussetzt, leitet man für das Verhalten der letzteren Folgerungen ab, die für die wirklichen Naturkörper niemals in voller Strenge gelten können, und die dann erst die concrete Mechanik und die Physik auf alle einzelnen Fälle anwendbar macht, indem sie nach dem wirklichen Verhalten der Naturkörper den abstracten Begriff der Masse verbessern. Gleichwohl ist für die Bildung jenes hypothetischen Begriffs die Beobachtung der Eigenschaften wirklicher fester Körper bestimmend gewesen, und die für denselben abgeleiteten Sätze besitzen auch für die wirklichen Körper oder materiellen Systeme der Natur so lange Gültigkeit, als die zwischen den einzelnen Theilen des Systems stattfindenden Wirkungen keinen merklichen Einfluss besitzen auf die äusseren Kräftewirkungen, denen dasselbe unterworfen ist, und umgekehrt. Offenbar hat also der Begriff eines absolut starren Systems die Bedeutung einer Fiction, welche für eine solche wechselseitige Unabhängigkeit der äusseren und inneren Kräfte die einfachste Annahme macht, welche denkbar ist. Für unsere Bewegungsanschauung wird jedoch durch die Voraussetzung ausgedehnter Massen eine neue Bedingung eingeführt. Während nämlich ein einzelner materieller Punkt in Bezug auf einen andern stets nur in fortschreitender (geradliniger) Bewegung gedacht werden kann, ist bei einer materiellen Masse unter der gleichen Bedingung sowohl fortschreitende als drehende Bewegung möglich. Die Sätze über den Massenmittelpunkt und Drehpunkt, das Hebelgesetz, der Satz von den statischen Momenten und das alle diese Gesetze umfassende Princip der virtuellen Geschwindigkeiten beruhen nun auf der Anwendung einerseits des Axioms von der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte, anderseits des Axioms von der Erhaltung der Energie auf ein mit den angegebenen Eigenschaften gedachtes absolut festes System. Jene Sätze sind daher keine selbständigen Axiome mehr sondern Anwendungen der Axiome auf hypothetisch angenommene Verbindungen von Kraftpunkten. Der Fiction absolut fester Körper stehen in dieser Beziehung als gleichwerthige Voraussetzungen zur Seite die in der Mechanik der Flüssigkeiten und Gase benutzten Annahmen über die Constitution einer vollkommenen Flüssigkeit und eines vollkommenen Gases. Indem in diesen Annahmen bestimmte, wenn auch noch so abstracte, physikalische Voraussetzungen über die Zusammensetzung der Materie eingeschlossen sind, führen sie

zugleich in das Gebiet der concreten Physik hinüber *). Es ist jedoch bemerkenswerth, dass, wie die Geschichte der Mechanik lehrt, die allgemeinsten physikalischen Axiome ursprünglich nicht in ihrer abstracten und allgemeinen Form sondern zunächst in diesen concreten Anwendungen entdeckt worden sind. Dies zeigt zugleich deutlich, dass man sich niemals der Hoffnung hingeben darf, axiomatische Sätze, auch wenn dieselben in den allgemeinen Bedingungen der Erfahrung ihren Grund haben und insofern also a priori gelten, anders als durch die Erfahrung zu finden, wie denn auch alle Begründungen a priori einen Werth erst dann besitzen, wenn die Sätze, auf die sie sich beziehen, empirisch nachgewiesen sind. Die erkenntnisstheoretische Begründung hat nicht die Erfahrung zu ersetzen, sondern sie soll Rechenschaft geben über den wahren Grund jener Evidenz, die wir gewissen Erfahrungsgesetzen beilegen **).

c. Der psychologische Kraftbegriff.

Da wir genöthigt sind die innere Erfahrung, gleich der äusseren, auf eine Grundlage zurückzuführen und als solche das denkende Subject betrachten, so ist auch hier Anlass gegeben aus dem Causalbegriff den Kraftbegriff zu entwickeln, indem man jenes denkende Subject zum Träger der inneren Causalität macht. Wie das Ich von Einfluss gewesen ist auf die Entwicklung des Begriffs objectiver Substanzen, so hat jenes Bewusst-

*) Zuweilen ist der Versuch gemacht worden, solche Voraussetzungen der Mechanik, in welche bestimmte Annahmen über den Zusammenhang der Materie und über die Kräftefunctionen eingehen, ebenfalls aus a priori gegebenen Anschauungen abzuleiten. So von Ad. Fick in einer älteren anonymen Schrift (Ursache und Wirkung, Göttingen und Cassel 1867) und, mit specieller Rücksicht auf das Weber'sche Gesetz, in einer neueren Mittheilung (Verhandl. der phys.-med. Gesellsch. zu Würzburg. N. F. Bd. XIV). Doch lässt sich, wie ich glaube, für die hierbei gemachten Annahmen nicht in ähnlicher Weise wie für die oben aufgestellten sechs allgemeinen Axiome eine anschauliche Evidenz geltend machen. Der Satz z. B., dass die Geschwindigkeiten der Atome abhängig sind von ihren Abständen sowie von den Winkeln zwischen den Verbindungslinien der Atome und ihrer Bewegungsrichtung, scheint mir nur aus der Erfahrung zu begründen, da eine von der Distanz und vollends von den angegebenen Winkeln unabhängige Geschwindigkeitänderung sehr wohl vorstellbar ist, auch wenn man die Anschauung auf diejenigen Atome beschränkt, zwischen welchen die Wirkung stattfinden soll. Wenn ferner Fick für die Annahme, dass die Geschwindigkeit eines Atoms P nur derjenigen Aenderung der Beziehung proportional sei, die durch P selbst hervorgebracht ist, sich auf den Satz beruft, die Ursache müsse da sein, wo die Wirkung ist, so ist dies nicht sowohl eine erkenntnisstheoretische als eine ontologische Argumentation, gegen welche die nämlichen Gründe gelten, die oben in Bezug auf den Satz »cessante causa cessat effectus« angeführt worden sind.

**) Vergl. Abschn. V. Cap. IV. S. 493.

sein eigener Wirkungsfähigkeit den Ausgangspunkt gebildet für die Vorstellung äusserer Naturkräfte, die nur allmälig die hierdurch bedingten anthropomorphischen Elemente überwand, um sich auf die durch die äussere Erfahrung selbst geforderten Voraussetzungen zu beschränken. Von da an wird aber der Begriff der Kraft auf beiden Gebieten in abweichender Richtung ausgebildet: für die äussere Erfahrung bedeutet er die Wirkungsfähigkeit in Bezug auf räumliche Lageänderung, für die innere Erfahrung die Wirkungsfähigkeit in Bezug auf die active Apperception der Vorstellungen. Indem jedoch beide Formen der Kraft in fortwährende Wechselbeziehungen treten, entstehen Schwierigkeiten des Causalproblems, die um so grösser werden, je weiter jene Kraftbegriffe in Folge ihrer Entwicklung divergiren. Unsere Denkkraft wird in ihren Handlungen beeinflusst von den äusseren Sinneseindrücken und ihren durch die Association dem Bewusstsein zu Gebote stehenden Erinnerungsbildern. Dieses ganze Gebiet der unmittelbaren und nach den Associationsgesetzen reproducirten Vorstellungen gehört aber seiner Entstehungsweise nach der äusseren Causalität an. Umgekehrt gehen unsere willkürlichen Handlungen aus der inneren Causalität unseres Denkens hervor, um sodann überzutreten in den äusseren Causalzusammenhang der Natur.

Das Problem, das hieraus entsteht, ist weder aus der Erfahrung zu lösen, noch reichen hierzu erkenntnisstheoretische Erwägungen hin, sondern der einzige Weg über dasselbe zu einer Entscheidung zu kommen besteht in der Aufstellung metaphysischer Voraussetzungen, die aber ihre Regulative durch die Forderung empfangen, dass sie den Thatsachen und den Grundsätzen unseres Erkennens nicht widersprechen dürfen. Nun wurde schon bei dem Substanzbegriff auf die metaphysischen Annahmen hingewiesen, zu denen das Problem der Wechselwirkung Anlass bot. Vor zwei Hypothesen haben wir uns zu hüten, weil sie der eben hervorgehobenen Forderung nicht genügen: vor dem absoluten Idealismus, der zu Gunsten des denkenden Subjects oder einer absoluten denkenden Vernunft die objective Welt in einen blossen Schein verwandelt, und vor dem absoluten Realismus, der die metaphysischen Voraussetzungen über die objectiven Substanzen auf das denkende Subject überträgt, um entweder im Materialismus sich völlig mit der Erfahrung und mit den Grundsätzen des Erkennens zu entzweien oder im monadologischen Realismus mindestens mit den letzteren in Widerspruch zu treten. Zwischen beiden schlägt der Dualismus eine ungangbare Mittelstrasse ein, da er, wie sich deutlich an den metaphysischen Systemen eines Descartes und Wolff zeigt, nur eine rohere, dem Materialismus näher liegende Form des monadologischen Realismus darstellt.

Der entscheidende Gesichtspunkt für die Lösung dieses Problems liegt nun darin, dass wir auf unsere eigene Willens- und Denkthätigkeit zwar den Kraftbegriff nöthigenfalls anwenden können, dass wir aber, wie die Untersuchung des Substanzbegriffes gezeigt hat, in der innern Erfahrung

keine Veranlassung vorfinden, diesen Kraftbegriff in ähnlicher Weise wie in der äussern an eine Substanz zu binden, die von der Denkkraft selber zu unterscheiden wäre. Auch die objective materielle Substanz verräth sich uns nämlich zwar zunächst nur durch ihre Wirkungsfähigkeit; aber indem diese letztere in Bezug auf die räumlichen Bedingungen ihrer Aeusserungen bei jedem Theil der Materie abhängig ist von andern materiellen Elementen, werden wir genöthigt von der Wirkungsfähigkeit selbst einen Träger derselben zu unterscheiden. Bei unserer Denkkraft fehlt dagegen diese Nöthigung ganz und gar. Denn nirgends bietet uns die innere Erfahrung gleich der äussern das Schauspiel einer Wechselwirkung getrennter Objecte. Vielmehr sind die Objecte der innern Erfahrung, die Vorstellungen, durchaus nur Objecte für unser Denken, niemals aber wird das Denken zum Object für jene inneren Zustände. Wenn wir von einer Beeinflussung desselben durch die letzteren reden, so meinen wir damit immer nur, dass die Thätigkeit des Denkens sich richte nach dem Material, das ihm durch die Erfahrung geboten wird, niemals aber, dass die Erfahrungsobjecte in ähnlicher Weise dem Denken gegenüber activ werden, wie dieses seinerseits ihnen gegenüber thätig ist. Denn wir bezeichnen mit dem Namen des Wollens und Denkens eben bloss jene unmittelbar in uns wahrgenommene Thätigkeit gegenüber den Objecten der inneren Wahrnehmung. Das denkende Subject ist durchaus nur diese Thätigkeit selbst, insofern wir sie als eine zusammenhängende auffassen, und der Begriff der Substanz findet darum gerade auf das Subject, diese Quelle aller Substanzbegriffe, keine Anwendung.

Aus diesen Gründen ist nun auch das Causalgesetz in der Form, in welcher es die objective Erfahrung beherrscht, für die innere nur auf das Gebiet des psycho-physischen Geschehens anwendbar. Wir können unsere Vorstellungen einerseits in Bezug auf die objective Bedeutung, die wir ihnen beilegen, untersuchen: dann bringen wir sie in den Zusammenhang der Naturcausalität; wir können aber auch die subjectiven Bedingungen ihrer simultanen und successiven Verbindungen erforschen: dann betreten wir den Boden der psychologischen Causalität, welcher letzteren immer zugleich eine Naturcausalität parallel geht, indem die Vorstellungen an bestimmte physiologische Gehirnvorgänge gebunden sind. Zur Erklärung dieser psycho-physischen Vorgänge ist daher auch der objective Substanzbegriff unerlässlich, mit der Erweiterung, welche die Anwendung auf die innere Erfahrung verlangt. (Vergl. S. 489.) Begeben wir uns dagegen auf das Gebiet des willkürlichen Denkens, der Apperception und der apperceptiven Gedankenverbindungen, so sehen wir hier alle Vorgänge von einer Kraft beherrscht, welche nirgends mit ihr gleichwerthigen Kräften in Wechselwirkung geräth, wohl aber an den durch die Erfahrung gegebenen Bedingungen ihre Schranken findet. Für die Wirkungen dieser Denkkraft gilt weder das Princip der Naturcausalität noch das der rein psychologischen Causalität, welche nur eine geistige Umformung der Naturcausalität darstellt, sondern hier greift die logische Causalität in ihrer ursprünglichen

Gestalt Platz, der Satz vom Grunde selbst, nach welchem unser Denken aus gegebenen Vorstellungsverbindungen andere entwickelt. Das unterscheidende Kennzeichen dieser logischen Causalität liegt aber darin, dass bei ihr aus gegebenen Bedingungen eine Folge nicht nothwendig gezogen werden muss, sondern dass es unserm Denken frei steht, ob es thätig sein will oder nicht. Daraus entspringt der Irrthum, der überall aus einer unvollständigen Anwendung unserer Denkkraft hervorgeht. Der Mangel zureichender Erfahrungen für sich allein könnte immer nur die Erkenntniss unvollständig machen, er könnte niemals den Irrthum herbeiführen. Die Wahrheit wie die Täuschung sind Ereignisse des willkürlichen Denkens: in der Causalität der Natur haben diese Wechselbegriffe keine Stelle.

In dem fortwährenden Ineinandergreifen von Vorgängen, die diesen verschiedenen Gebieten der Causalität angehören, liegt die grösste Schwierigkeit der psychologischen Untersuchung und zugleich der Grund, aus welchem dieselbe so leicht zu einer einseitigen Betrachtung des inneren Geschehens verführt wird, sei es dass sie die willkürlichen Denkacte aus psychophysischen Vorstellungsverbindungen, sei es dass sie umgekehrt letztere aus ersteren abzuleiten versucht. Solche Versuche entspringen dem verfehlten Streben ein metaphysisches Problem auf empirisch-psychologischem Boden zu lösen. Die Psychologie hat, wo ihr thatsächlich verschiedene Bedingungen des Geschehens neben einander gegeben sind, dies einfach anzuerkennen, und wenn sich daraus in Bezug auf die allgemeinen Begriffe von Substanz und Causalität Schwierigkeiten ergeben, so hat letztere die Erkenntnisstheorie und Metaphysik zu beseitigen, nicht die Psychologie, in deren Untersuchungsgebiet jene Begriffe gar nicht gehören. Dasjenige Gebiet, auf welches die Zwiespaltigkeit der psychologischen Causalerklärung hauptsächlich seine Schatten wirft, ist übrigens nicht dasjenige der Vorstellungen und ihrer Verbindungen, wo objective und subjective oder logische Causalität durchaus der Scheidung der associativen und der apperceptiven Processe parallel gehen, sondern das der Gemüthsbewegungen. Wenn wir diese als die subjectiven Reactionen des Bewusstseins gegen seine Vorstellungen auffassen, so liegt darin schon, da die Continuität des Bewusstseins auf der Existenz eines wollenden Subjects beruht, eine unmittelbare Beziehung zur Willensfunction: sie sind diejenigen Bestandtheile des innern Geschehens, in denen die Richtung der Willensfunction in Bezug auf den Inhalt des Bewusstseins ihren Ausdruck findet, und die daher insbesondere auch sowohl die passive wie die active Apperception begleiten (S. 24 f.). Hiernach sind die Gemüthsbewegungen überhaupt nicht aus dem psycho-physischen Mechanismus allein abzuleiten, sondern sie beruhen gerade darauf, dass das wollende und denkende Subject diesem Mechanismus bald unterworfen wird bald sich seiner bemächtigt. Sie bezeichnen also recht eigentlich den Coincidenzpunct der objectiven Naturcausalität und der subjectiven Causalität des Willens. Da bei ihnen durchgängig das willkürliche Denken hinter der

Macht des äusseren Geschehens zurücktritt, so sind wir so oft geneigt die Gefühle dunkel und die Triebe blind zu nennen, Ausdrücke, in denen angedeutet ist, dass bei diesen Zuständen die Energie des Denkens gegen Hemmungen reagirt, die es von dem psycho-physischen Mechanismus empfindet, die aber als solche nicht empfunden werden könnten, wenn sich dabei das Denken seiner eigenen Spontaneität nicht bewusst wäre.

d. Die Antinomieen des Causalbegriffs.

Vermöge der Spontaneität des Denkens tritt nun aber die subjective logische Causalität anscheinend in Widerspruch mit dem objectiven Causalgesetz. Nach dem letzteren ist jede Folge mit ihrer Bedingung nothwendig gegeben; der Vollzug der logischen Causalität ist dagegen ein spontaner Act unseres Denkens, und er kann daher unterbleiben. Diese Antinomie löst sich durch die Bemerkung, dass die logische und die objective Causalität zwar auf ein einziges Denkgesetz zurückführen, dass aber beide verschiedene Anwendungsformen desselben darstellen. Die logische Causalität ist nichts anderes als dieses Denkgesetz selbst, wie es unmittelbar in uns gelegen ist als ein Postulat, welches wir allen Denkobjecten gegenüber erfüllen sollen. Die objective Causalität dagegen ist die bereits vollzogene Anwendung dieses Denkgesetzes auf bestimmte Naturvorgänge. Da unser Erkennen die Gegenstände und Ereignisse der Natur als gegebene, d. h. von unserm eigenen Denken unabhängige Objecte auffasst, so muss es jeden objectiven Zusammenhang, auf den es das Denkgesetz des Grundes anwendet, als ebenso unabhängig gegeben betrachten. Dies schliesst aber nicht aus, dass die Anwendung dieses Denkgesetzes neben andern Bedingungen auch von unserm Willen abhängig ist. Die Antinomie beruht also, wie gewöhnlich, auf einer Begriffszweideutigkeit. Das eine Mal, wo das Causalgesetz im logischen Sinne genommen wird, versteht man unter demselben ein Postulat unseres Denkens, dessen Erfüllung zwar gefordert wird, aber niemals erzwungen werden kann. Das andere Mal, wo vom objectiven Causalgesetz die Rede ist, versteht man darunter den objectiven Zusammenhang selbst, den unser Denken zwar erkennen, doch weder hervorbringen noch aufheben kann.

Aber noch eine zweite Antinomie liegt hinter jenem Conflicte des causalen Denkgesetzes und der objectiven Causalität verborgen. Auf der einen Seite erscheint die letztere als ein Erzeugniss unseres Denkens, speciell der demselben innewohnenden logischen Causalität. Auf der andern Seite dagegen wird an uns durch die postulirte Allgemeingültigkeit der objectiven Causalität die Forderung gestellt, unser eigenes Denken als ein durch objective Causalität nothwendig begründetes anzusehen. Was den hier sich einmengenden Streit zwischen Determinismus und Indeterminismus betrifft, so ist an die früher (S. 500) angedeutete Lösung desselben zu erinnern, wonach das empirische Freiheitsbewusstsein unseres Denkens

und Wollens von jener rein metaphysischen Forderung einer allgemeinen Causalität vollkommen unberührt bleibt. Ausserdem entspringt aber auch diese Antinomie aus zwei Betrachtungsweisen, die nicht mit einander vermengt werden dürfen. Zuerst stellen wir uns auf den Standpunkt des denkenden Subjectes, welches die Welt als die Summe der von ihm verarbeiteten objectiven Vorstellungen ansieht; dann betrachten wir uns selbst als ein in dem allgemeinen Zusammenhang der Welt gegebenes Object, welches den nämlichen Gesetzen wie alle andern Objecte unterworfen sei. So lange wir diese beiden an sich verschiedenen Betrachtungsweisen getrennt lassen, besteht zwischen ihnen nicht der geringste Widerspruch. Allerdings kann aber gefragt werden, ob nicht etwa eine dieser Betrachtungsweisen Vorzüge vor der andern besitze, vermöge deren ihr wenigstens für den metaphysischen Gebrauch ein gewisser Primat zuzuerkennen wäre. In der That ist dies nun offenbar mit jener Anschauung der Fall, welche auf die denkende Erzeugung der Objecte das Hauptgewicht legt. Denn sie hat den ungeheuren Vorrang vor der andern, welche das denkende Subject selbst als ein Object im Weltlauf ansieht, dass nur das Subject sich selbst als ein Gegenstand unmittelbarer Realität gegeben ist. Wenn nun auch allerdings dasselbe allen Grund hat anzunehmen, dass es nicht allein Realität besitze, da es sich seiner eigenen Existenz nur in der fortwährenden Verbindung mit jener mittelbaren Realität bewusst wird, die ihm die Gegenstände seines Vorstellens und Denkens liefert, so steht doch der metaphysischen Idee, dass die objective Welt in ihrem unmittelbaren Sein nach der Analogie des denkenden Subjectes zu denken sei, nichts im Wege, während die entgegengesetzte, dass unser Subject auch an sich selbst nur die Eigenschaften unserer Vorstellungsobjecte besitze, unmittelbar durch die innere Erfahrung widerlegt wird. Nach Anleitung jener Idee würde dann die objective Weltordnung bildlich gesprochen als die Aussenseite einer denkenden Selbstentwicklung betrachtet werden können. Je mehr wir aber in dieser Idee einer logischen Weltordnung, welche bruchstückweise nach ihrer einen Seite in dem Causalzusammenhang der Natur, nach ihrer andern in der Selbsterfahrung des denkenden Subjectes ihren Ausdruck findet, die Vorstellung dieses denkenden Subjectes ins schrankenlose erweitern, um so mehr werden wir genöthigt sein, auch aus der Idee des denkenden Willens, welcher diesem transcendenten Sein der Welt entspricht, die Schranken zu entfernen, aus denen die Unvollkommenheit und der Irrthum in unserer subjectiven Erkenntniss hervorgehen. Aus jenem transcendenten Willen würde Alles mit strengster Nothwendigkeit folgen, weil für die vollkommene Einsicht die Folgen aus ihren Bedingungen hervorgehen m ü s s e n. Wie schon bei der Erörterung des Substanzbegriffs betont wurde, kann eine metaphysische Idee dieser Art nie weiter als dazu verwendet werden, unsern Gedanken einer allgemeinen Weltordnung nach Anleitung unserer unmittelbaren Selbsterkenntniss zu vollenden. Die Philosophie wird aber ihrem Berufe, das Geschäft der Erfahrungswissen-

schaften weiterzuführen und abzuschliessen, sofort ungetreu, wenn sie es unternimmt nun umgekehrt von jener metaphysischen Idee aus die Erfahrungserkenntniss berichtigen oder gar construiren zu wollen, statt zu bedenken, dass das wesentlichste Geschäft der Metaphysik bei der Bearbeitung des Substanz- und des Causalbegriffs vielmehr darin besteht, aus den Voraussetzungen der Erfahrungswissenschaften dasjenige zu entfernen was bei denselben nicht in der Erfahrung begründet ist, sondern aus Vorurtheilen, Gewohnheiten und willkürlichen Hypothesen herstammt. Wer über die Fragen, auf die allein die Erfahrung Antwort geben kann, die letzten metaphysischen Ideen zu Rathe zieht, vermag höchstens die empirischen Thatsachen in Verwirrung zu bringen. Ebenso wenig können jedoch die allgemeinen metaphysischen Probleme allein aus der Erfahrung entschieden werden: diese deutet uns nur den Weg an, den wir zu gehen haben. Wo sollte auch Erfahrung die Hülfsmittel hernehmen, um solche Fragen wie die nach der Allgemeinheit der Causalität, nach der Freiheit des Willens, nach dem Verhältniss der unmittelbaren zur mittelbaren Realität zu entscheiden? Der einzige Rath, den der Empirismus diesen Problemen gegenüber geben kann, besteht daher darin, dass man sich nicht mit ihnen beschäftigen solle, — ein Rath, der leicht zu geben, aber niemals zu befolgen ist, wo das höchste theoretische und practische Interesse des Menschen gebieterisch eine Antwort verlangt. Hier ist darum wenigstens die eine Forderung berechtigt, dass nach derjenigen Antwort gesucht werde, welche die denkende Bearbeitung der Erfahrung in der Form einer Idee zulässt, die nicht sowohl Gegenstand eines Wissens als eines Glaubens sein kann, der unser Wissen in der Richtung ergänzt, welche die denkende Betrachtung der Erfahrung ihm anweist.

Drittes Capitel.

Das Zweckprincip.

1. Die Formen der Teleologie.

a. Der mythologische und anthropopathische Zweckbegriff.

In dem ursprünglichen Bewusstsein ist der Zweck der herrschende Begriff, unter welchem alles Geschehen beurtheilt wird: er wird mit der Ursache verschmolzen und verdrängt in dieser Verbindung alle andern Formen der Causalität. Dabei aber wird jedes Geschehen nach der

Analogie des zweckmässigen menschlichen Handelns beurtheilt: es geht aus bewussten Zweckvorstellungen hervor und setzt daher menschenähnliche Wesen als seine Urheber voraus. Zugleich ist der natürliche Egoismus geneigt die Naturereignisse nach dem Nutzen oder Schaden zu schätzen, den sie dem Menschen bringen. Die Mächte, welche die Welt bewegen, scheiden sich daher in gute Geister und in böse Dämonen.

Eine ethisch reinere Form dieses mythologischen Zweckbegriffs besteht darin, dass die Weltordnung als eine Einrichtung angesehen wird, für welche die menschlichen Zwecke und Bedürfnisse bestimmend sind. Die Güte Gottes soll sich darin zu erkennen geben, dass sie es dem Menschen bequem auf Erden macht und alle Dinge zu seinem Vortheil gestaltet. Dies ist eine Abart des mythologischen Zweckbegriffs, welche noch heute als die vulgäre Weltanschauung angesehen werden kann, von der sich der Mensch in seinem practischen Handeln mit Vorliebe leiten lässt. In der Wissenschaft hat sie noch im vorigen Jahrhundert in den verschiedenen physiko-theologischen Systemen und besonders in dem oberflächlichen Optimismus Christian Wolff's und seiner Schule ihren Ausdruck gefunden *). Uebrigens ist diese anthropopathische Teleologie auch noch in einer zweiten, pessimistischen Form möglich. Da nun einmal das Leben Schlimmes und Gutes bringt, so kann man mit demselben Rechte, wie der anthropopathische Optimismus vor Allem das Gute würdigt und das Uebel nur als eine unbeabsichtigte Störung mit in den Kauf nimmt, umgekehrt in dem Uebel den eigentlichen Zweck des Daseins erblicken und das Glück für eine zwecklose Täuschung erklären. Dann ist natürlich die Welt das Werk eines bösen oder leidenden Gottes, der sich seiner eigenen Leiden entäussert, indem er die Menschen quält **).

b. Der immanente Naturzweck.

Wie das natürliche Bewusstsein Zweck und Ursache als zusammengehörige Begriffe auffasst, so fliessen dieselben auch der älteren Speculation noch zusammen. Der Zweck ist eine Form der Verursachung. Die mechanische Weltanschauung, die zum ersten Mal von der antiken Ato-

*) Vergl. besonders Christian Wolff's deutsches Werk: vernünftige Gedanken von den Absichten der natürlichen Dinge, 3. Aufl. Frankf. u. Leipzig 1737. Eine übersichtliche Schilderung der physiko-theologischen Anschauungen giebt Zöckler, Geschichte der Beziehungen zwischen Theologie und Naturwissenschaft, II, S. 74 f.

**) Zwar finden sich schon bei früheren Mystikern, wie Jacob Böhme und Franz Baader, derartige Anschauungen, doch werden sie hier stets von optimistischen Ideen überwältigt. Das Verdienst einer consequenten Durchführung des Standpunktes anthropopathischer Dämonologie hat Ed. von Hartmann in seiner Phänomenologie des sittlichen Bewusstseins. Berlin 1879.

mistik durchgeführt wurde, kennt zwar den Zweck nicht; aber die Beseitigung dieses Begriffs ist bei ihr keineswegs das Resultat einer bewussten Gegenüberstellung des causalen und teleologischen Princips, sondern sie ergiebt sich von selbst, weil die strenge Nothwendigkeit, mit der Alles aus mechanischen Bewegungsursachen hervorgeht, für den Zweck keinen Raum übrig lässt. Eine um so grössere Bedeutung hat von frühe an der Doppelbegriff der »Zweckursache« in denjenigen Systemen gewonnen, welche vorwiegend auf der Grundlage der inneren Beobachtung entstanden waren und daher auf das äussere Geschehen logische Denkbestimmungen und ethische Motive zu übertragen suchten. In diesem Sinne hat namentlich Aristoteles das Princip des Zwecks in einer Form ausgebildet, in welcher dasselbe auf lange hinaus die Philosophie und die Einzelwissenschaften beherrschte. Der Zweck ist bei ihm zwar nicht die einzige, aber doch die vornehmste Ursache, welche selbst der innere Grund der Bewegung ist, und welche wir überall da erkennen, wo wir nicht auf das Einzelne und den Stoff, die Quelle des Zufalls und der Unregelmässigkeiten des Naturlaufs, sondern auf das Ganze und die Form unser Augenmerk richten. Wie der Mensch mit Bewusstsein, so handelt die Natur unbewusst nach den in ihr liegenden Zwecken *). Eine tiefe Kluft trennt diese Teleologie von den mythologischen und anthropopathischen Zweckvorstellungen. Bei Aristoteles ist der Zweck immanentes Prinzip der Entwicklung, er liegt weder in einem ausserhalb stehenden Wesen, das die Dinge nach seinen Zweckvorstellungen bewegt, noch richtet er sich nach den subjectiven Lust- und Unlustgefühlen, die in dem menschlichen Bewusstsein durch die äussern Naturereignisse hervorgerufen werden.

Der so gewonnene Begriff der Zweckimmanenz ist es nun, der, wo man in der Wissenschaft überhaupt dem Zweck eine reale Bedeutung zugestand, meistens seine Geltung bewahrte. Dabei hat freilich die teleologische Anschauung selbst mannigfache Wandlungen erfahren, die theils aus Umgestaltungen der Aristotelischen Zwecklehre und aus einer Verbindung derselben mit älteren naturphilosophischen Richtungen hervorgiengen, theils auch durch Rückfälle in die mythologischen und anthropopathischen Zweckvorstellungen bedingt waren. Besonders die Aristotelische Definition der Seele erhielt eine materialistische Deutung, welche auf alte animistischen Anschauungen zurückgieng. Der stoische Hylozoismus übertrug diese Anschauungen auf die Weltentwicklung und führte so zu einem teleologischen Materialismus, der von dauerndem Einfluss gewesen ist. Spätere Nachklänge dieser Teleologie sind der Animismus eines Paracelsus, Helmont und Stahl und der ursprünglich auf Galen zurückführende, aber in der Physiologie bis in dieses Jahrhundert hinein herrschende Vitalismus**). Während

*) Aristoteles, Phys. II, 7—9.

**) Ueber Stahl's psychisches System vergl. Kurt Sprengel, Geschichte der Arzneykunde, 3. Aufl. V, 1, S. 298 f. Ueber Galen ebend. II, S. 132 f.

der Animismus in der hier ihm zukommenden engeren Bedeutung die Lebenserscheinungen desshalb zweckmässig findet, weil er hinter ihnen allen die Wirksamkeit der Seele annimmt, statuirt der Vitalismus zweckthätige Lebenskräfte besonderer Art, und er kommt auf diese Weise zu einem eigenthümlichen Dualismus der Naturerklärung, da er die Kräfte der leblosen Natur meistens als rein mechanische anerkennt. Bei der in der neueren Biologie herrschenden gänzlichen Verwerfung aller Teleologie hat man stets diesen vitalistischen Zweckbegriff im Auge, der allerdings durch seine Zwitterstellung gegenüber dem Causalprincip eine besonders unglückliche Form desselben darstellt. Die einseitige Geltendmachung des Causalprincips in der gegenwärtigen Physiologie ist daher zunächst nur bezeichnend für die Thatsache, dass in dem innerhalb der biologischen Wissenschaften lange schwebenden Kampf zwischen vitalistischen und mechanistischen Anschauungen die letzteren den Sieg errungen haben.

Dieser Kampf zwischen Causalität und Zweck ist aber eine nothwendige Folge davon, dass in allen jenen Gestaltungen des Zweckprincips das letztere die Causalität zu verdrängen sucht. Die Verneinung des Zwecks innerhalb der einzelnen Anwendungsgebiete desselben ist daher das Echo einer noch tiefer greifenden philosophischen Polemik gegen den Zweckbegriff. Während das Causalprincip nur von dem radicalsten Skepticismus bestritten wurde, fand die teleologische Naturanschauung gerade in dem Causalgesetz selbst ihren gefährlichsten Gegner. Eine je unbedingtere Geltung man dem letzteren zuschrieb, um so weniger konnte daher für eine Zweckerklärung Raum bleiben, nachdem einmal die strenge begriffliche Scheidung von Causalität und Zweck sich vollzogen hatte. Diese Scheidung geschah aber vor allem vom Gebiet der mechanischen Causalität her. Wenn die äussern Naturkörper durch ihren Zusammenstoss Bewegungen erzeugen, abändern oder zum Stillstande bringen, so liegt darin unmittelbar nicht der geringste Anlass zur Bildung von Zweckvorstellungen; wohl aber scheint in den sinnlichen Eigenschaften der Undurchdringlichkeit und Schwere für eine Reflexion, die sich von den Schwierigkeiten dieser Begriffe noch keine Rechenschaft giebt, der zureichende Grund der beobachteten Bewegungen enthalten zu sein. Von solch' einfachen Beobachtungen aus entwickelte sich schon im Geiste der alten Atomistiker die Idee eines überall zusammenhängenden Naturmechanismus, welchem auch der Mensch unterworfen sei; und in ähnlicher Weise verdrängte in der neueren Zeit das Causalprincip überall da die teleologische Anschauung, wo man das erstere nach dem Vorbild der mechanischen Wechselwirkungen gestaltete. So gründet Descartes nicht nur seine Naturphilosophie sondern auch seine psychologische Untersuchung über die Leidenschaften ausschliesslich auf das Causalprincip; dem Zweck bleibt nur das Gebiet der religiösen Vorstellungen: Gott hat Alles nach vollkommenen Zwecken eingerichtet, der Weltlauf aber folgt allein dem Gebot mechanischer Nothwendigkeit. Von hier aus war es vollkommen folgerichtig, wenn Spinoza die Teleologie mittelst der strengen

Determination, die er in seinen Begriff der absoluten Substanz aufnahm, auch aus dieser letzten Zuflucht verscheuchte. »Gott ist,« wie er sagt, »weder um eines Zweckes willen da, noch handelt er um eines Zweckes willen; was man Zweck nennt, ist nur das menschliche Begehren« *). Hier wird also der Zweck zu einem täuschenden Scheine, den allein gewisse Gemüthsbewegungen in uns erwecken.

Abgesehen von den sonstigen Motiven, welche die Speculation zu dieser antiteleologischen Richtung geführt haben, wird man einen wesentlichen Grund derselben schon in der eingetretenen logischen Sonderung der Begriffe erkennen dürfen, welche jenem gemischten Begriff der Zweckursache, mit welchem die Aristoteliker operirten, nothwendig den Tod bereiten musste. Sollte daher überhaupt noch der Zweck einen berechtigten Platz finden, so musste dieser auf andern als den bisherigen Wegen gesucht werden. Auch hier kommt nun Leibniz wieder jene Vermittlerrolle zu, durch die seine Stellung in der Geschichte der Erkenntnisstheorie überhaupt so bedeutsam wird. Die Errungenschaft der bisherigen Entwicklung des Causalbegriffs, die strenge Unterscheidung der mechanischen Causalität und des Zwecks, hält er fest; aber er sucht nachzuweisen, dass beide Begriffe nicht unvereinbar seien, sondern dass sie sich nothwendig ergänzen. In der Durchführung dieses Satzes durchkreuzen sich bei Leibniz noch verschiedene Gedanken, die seine eigenen Ausführungen nicht immer übereinstimmend erscheinen lassen, in denen jedoch die drei hauptsächlichsten Formen schon angedeutet sind, in denen in der neueren Zeit eine Vereinigung des Zweck- und Causalprincips versucht worden ist. Nach der ersten dieser Anschauungen sind Causalität und Zweck einander coordinirte Erkenntnissprincipien, nach der zweiten ist der Zweck das innere Wesen der Causalität selbst, nach der dritten ist er ein Grenzbegriff, der die unerlässliche theologische Ergänzung bildet zu dem innerhalb der philosophischen Welterklärung allein gültigen Causalbegriff.

c. Zweck und Causalität als coordinirte Grundsätze.

Als den Hauptvertreter dieser Anschauung können wir Kant betrachten, obgleich er derselben nicht vollkommen treu geblieben ist, da er einerseits, durch die Methoden der kosmologischen Naturwissenschaften bestimmt, dem Causalprincip offenbar die Superiorität einräumte, und da er anderseits, durch den unvollkommenen Zustand der biologischen Wissenschaften veranlasst, in diesen nur eine Zweckerklärung für möglich hielt. Dadurch erscheinen bei ihm Zweck und Causalität nicht eigentlich einander coordinirt, sondern der Zweck erhält die Rolle eines Hülfsprincips, welches überall da einzutreten hat, wo die Causalität nicht ausreicht.

*) Ethice, pars IV, praefatio.

Dieses eigenthümliche Verhältniss beider Begriffe sucht Kant zu begründen, indem er den Zweck als ein Product der reflectirenden Urtheilskraft betrachtet. Nun ist nach ihm die Urtheilskraft dasjenige Vermögen unseres Geistes, durch welches wir das Besondere dem Allgemeinen subsumiren. Wie wir durch den Verstand die Natur unter allgemeinen Begriffen a priori denken, so denken wir vermittelst der Urtheilskraft das Einzelne in der Natur untergeordnet dem Allgemeinen, als dessen Bestandtheil es uns in der Erfahrung gegeben ist. Das Allgemeine erscheint aber mit Rücksicht auf das Einzelne als der Zweck, zu welchem letzteres vorhanden ist. Durch die Urtheilskraft denken wir also die Natur zweckmässig *). Insofern nun die Subsumtion unter Verstandsbegriffe und die Function der Urtheilskraft neben einander hergehen, sind beide coordinirte Principien; auch sind beide transscendental im Kantischen Sinne: sie sind Bedingungen, welche unser Erkennen von sich aus oder a priori den Objecten entgegenbringt. Auch noch in einer weiteren Beziehung stehen beide im Zusammenhang: da die allgemeinen Naturgesetze ihren Grund in unserem Verstande haben, indem sie aus dem Denken des Einzelnen nach den allgemeinen Verstandsbegriffen hervorgehen, so muss unsere reflectirende Urtheilskraft die Natur insofern zweckmässig auffassen, als sie der Function unseres Verstandes sich unterordnen lässt. Aus dieser Uebereinstimmung der Objecte des Erkennens mit der Erkenntnissfunction geht zunächst eine subjective oder formale Zweckmässigkeit hervor, welche in der Voraussetzung, dass die Natur überhaupt erkennbar sei, dass in ihr eine Ordnung stattfinde, die von unserem Denken begriffen werden könne, ihren Ausdruck findet. Das Gefühl dieser Uebereinstimmung der Objecte mit der Erkenntnissfunction ist nach Kant das ästhetische Gefühl, und die Urtheilskraft ist darum zugleich dasjenige Vermögen, welches unsere ästhetischen Geschmacksurtheile bestimmt: in dieser Richtung bezeichnet er sie als ästhetische Urtheilskraft. Das ästhetische Geschmacksurtheil ist aber dasjenige Urtheil, dessen Bestimmungsgrund nur subjectiv ist, wobei wir also ein Object bloss nach unserer subjectiven Fähigkeit es aufzufassen beurtheilen. Ausserdem können wir nun unser eigenes Erkenntnissvermögen gleichsam in die Natur hinausversetzen. Wir können uns fragen, ob das Einzelne, gleichwie es mit dem allgemeinen Begriff, dem wir es subjectiv unterordnen, übereinstimmen muss, so auch mit dem Ganzen, zu dem es gehört, als dem Allgemeinen, unter dem es objectiv enthalten ist, übereinstimme. Hier ist es ein Princip der objectiven Zweckmässigkeit, das wir anwenden, das wir aber niemals anzuwenden vermöchten, wenn wir uns nicht zuvor jenes Princips der subjectiven Zweckmässigkeit bei allem unserem Erkennen inne würden. Insofern wir nun durch die Urtheilskraft veranlasst werden, solche objective Zwecke in der Natur anzunehmen, bezeichnet Kant sie als teleologische Urtheilskraft.

*) Kritik der Urtheilskraft, Einleitung.

Dass diese Theorie in höchst gekünstelter Weise den erkenntnisstheoretischen mit dem ästhetischen Zweckbegriff und beide wieder mit dem Schematismus der Seelenvermögen in Verbindung bringt, ist ersichtlich. Dadurch wird aber auch die wissenschaftliche Stellung des Zweckbegriffs eine unsichere und schwankende. Zum Theil entspringt dies schon aus der eigenthümlichen Mittelstellung, welche die Urtheilskraft zwischen Verstand und Vernunft einnimmt. Diesen beiden entsprechen nach Kant zweierlei Gesetze, dem Verstand die Naturgesetze, welche die Objecte unseres theoretischen Erkennens ausmachen, der Vernunft die practischen Gesetze, die aus dem Freiheitsbegriff entspringen. Zwischen beiden besteht eine Kluft, in welche nur das allgemeine Postulat eintritt, dass die Zwecke, die aus dem Freiheitsbegriff hervorgehen, in der Sinnenwelt sich verwirklichen sollen. Unsere Verstandeserkenntniss vermag diese Forderung niemals zu erfüllen, sonst würde ja der Gegensatz zwischen Freiheit und Naturnothwendigkeit überhaupt nicht entstehen können. So bleibt es denn der zwischen Verstand und Vernunft schwebenden Urtheilskraft überlassen, einen Begriff, der ursprünglich dem Gebiet des freien Handelns entnommen ist, den Zweckbegriff, auf die Natur zu übertragen, womit aber, da durch diesen Begriff nie gezeigt wird, wie das Einzelne entstehen muss, sondern immer nur, wie es in Uebereinstimmung mit dem Ganzen, zu dem es gehört, gedacht werden kann, bloss eine Methode subjectiver Reflexion zu Stande kommt, welche in Wirklichkeit jene Kluft zwischen Freiheit und Naturnothwendigkeit gar nicht ausfüllt, sondern höchstens unserem Denken die allgemeine Möglichkeit nahe bringt, dass sie an sich — obgleich niemals in unserer wirklichen Erkenntniss — ausfüllbar sei. Hierdurch wird aber das Zweckprincip in Wahrheit nicht zu einem der Causalität coordinirten Grundgesetze, sondern zu einem blossen Hülfsprincip, wie sich auch schon darin verräth, dass in Kant's Hauptwerk über die Theorie der Erkenntniss der Zweckbegriff nicht einmal Erwähnung findet.

Eine noch grössere Schwierigkeit erwächst der Kantischen Teleologie auf ihrem eigenen Boden in Folge des künstlichen Uebergangs von der subjectiven zur objectiven Zweckmässigkeit, den sie zu gewinnen sucht. Die Unterordnung der Erfahrung unter allgemeine Begriffe und die Verbindung der einzelnen Theile eines Objectes zu einem Ganzen sind zwei Vorgänge, die höchstens in dem allgemeinen Begriff der Subsumtion übereinstimmen. Aber selbst dieser Begriff wird in beiden Fällen in sehr verschiedenem Sinne gebraucht. Nur bei der subjectiven Zweckmässigkeit handelt es sich um eine wirkliche Subsumtion unter allgemeine Begriffe, und zwar um eine nothwendige, weil ohne jene allgemeinen Begriffe nach Kant überhaupt keine Erfahrung möglich ist. Im zweiten Fall handelt es sich dagegen vielmehr um eine wechselseitige Beziehung der Theile und des Ganzen, welche auszuführen oder nicht vollkommen in unserer Macht steht. So hebt denn auch Kant ausdrücklich hervor, dass die Uebertragung des Princips der subjectiven Zweckmässigkeit auf die Objecte der Natur

keineswegs überall sich vollziehe, sondern dass wir sie vorzugsweise auf einzelne Naturproducte anwenden, nämlich auf die organischen. Auch in dieser Beziehung ist daher das Zweckprincip in seiner erkenntnisstheoretischen Anwendung ein blosses Hülfsprincip, welches herbeigezogen werden soll, sobald man mit der Erklärung durch mechanische Causalität nicht ausreicht. Denn wenn auch Kant die allgemeine Denkbarkeit einer Erklärung der lebenden Natur nach mechanischen Gesetzen zugestand, so leugnete er doch die practische Möglichkeit einer solchen Erklärung ganz und gar: dass auch nur die Erzeugung eines Strohhalms nach mechanischen Gesetzen dargethan werde, sei für allezeit unmöglich *). Man kann zugeben, dass der Zustand der biologischen Wissenschaften zu Kant's und beinahe noch zu unsern Zeiten diesen Verzicht begreiflich erscheinen lässt. Gleichwohl hätte er nicht ausgesprochen werden können, wenn nicht von vornherein die erkenntnisstheoretische Bestimmung des Zweckprincips eine unsichere gewesen wäre.

d. Der Zweck als das innere Wesen der Causalität.

»Gott hat die Körper wie ein Mechaniker eine Maschine nach mathematischen Gesetzen geschaffen,« sagt Leibniz, »die Geister aber regiert er wie ein Fürst seine Bürger nach den Gesetzen der Moral« **). Hinter diesen und andern ähnlichen Aussprüchen des nämlichen Philosophen liegt eine Ansicht von der Bedeutung des Zweckprincips verborgen, welche auch sonst noch zuweilen in der Geschichte der Philosophie aufgetaucht ist, in neuerer Zeit aber ihren Hauptvertreter in Schopenhauer hat. Sie ist eigentlich nur eine specielle Form der vorigen Anschauung. Denn, sobald man voraussetzt, dass äusseres und inneres Geschehen in einer durchgängigen Wechselbeziehung stehen, so müssen auch die Gesetze, welche für beide Gebiete gelten, einander coordinirt sein. In diesem Sinne führt auch Schopenhauer das Causalgesetz und das Princip der Motivation als einander coordinirte Gestaltungen des Satzes vom Grunde auf. In die Durchführung dieser Ansicht mengt sich dann aber die metaphysische Willenstheorie des Philosophen in einer Weise ein, welche den Zweckbegriff aus dem Gesetz der Motivation verschwinden lässt und das letztere zu einer rein metaphysischen Formel macht, die jede erkenntnisstheoretische Bedeutung verloren hat. Denn nicht etwa die Motive, die wir in uns als Bedingungen der willkürlichen Handlungen wahrnehmen, stellen nach Schopenhauer die innere Anschauung der Causalität dar, sondern, indem bei ihm die Unterscheidung des Aeusseren und Inneren derjenigen von Vor-

*) Kritik der Urtheilskraft (Ausg. von Rosenkranz) S. 260 f. Vergl. jedoch hierzu die nicht ganz übereinstimmenden Bemerkungen ebend. S. 311 f.

**) Specimen dynamicum, pars I. Leibniz' mathematische Werke, Ausgabe von Gerhard, Bd. VI. p. 243.

stellung und Wille entspricht, betrachtet er die Motive, die ja stets Vorstellungen sind, unter dem Gesichtspunkte der äusseren Causalität. Für die innere bleibt ihm dann nur jenes unmittelbare Gefühl der Willensentschliessung übrig, welches sich keinerlei Rechenschaft über seine Motive giebt, dadurch aber auch die über alle Erfahrung hinausgehende metaphysische Behauptung möglich macht, bei jeder causalen Beziehung sei zugleich die innere Wirksamkeit eines Willens vorauszusetzen. Dieser intelligenz- und bewusstlose Wille kann nur einen ebenso bewusstlosen, d. h. jeder intellectuellen Erwägung sich entziehenden Zweck erstreben *). Der Begriff des Zwecks hat hier wo möglich noch mehr seine eigentliche Bedeutung verloren als der des Willens. Bei unsern willkürlichen Handlungen ist der Zweck gerade in jenen Motiven enthalten, welche in der Form der Vorstellung anticipiren, was wir erreichen wollen. In dem von jeder Vorstellung losgelösten Willensgefühl ist aber von einem Zweck überhaupt nichts mehr enthalten, da sich dieser, ebenso wie die Causalität, stets auf Objecte, also auf Vorstellungen beziehen muss. Jene unvollziehbare Abstraction eines leeren, intelligenzlosen Willens führt daher zu einem ebenso inhaltsleeren und zudem völlig transscendenten Zweckbegriff, während in der Erscheinungswelt unserer Vorstellungen neben der Causalität der Zweck keine Stelle hat. Nun ist allerdings in den Anschauungen Schopenhauer's vieles willkürlich, und man könnte zweifeln, ob nicht der Gedanke, dass Ursache und Zweck sich wie Aeusseres und Inneres zu einander verhalten, vielleicht in einer widerspruchsloseren Weise durchzuführen wäre, bei welcher zugleich der Zweck die Bedeutung eines Erkenntnissprincips behielte. Da aber die Uebertragung von Zweckvorstellungen in jedes Object, dem wir eine causale Wirksamkeit zuschreiben, offenbar eine phantastische Anschauung wäre, die unmittelbar zur mythologischen Form des Zweckbegriffs zurückführen würde, so ist es ersichtlich, dass jene willkürlichen Voraussetzungen schon durch die Grundanschauung veranlasst worden sind. In der That hat Schopenhauer's Theorie die fast unausbleibliche Gestalt, welche die mythologische Weltanschauung dann annehmen muss, wenn man die mythologischen Vorstellungen aus ihr beseitigt. Hierdurch bildet zugleich diese Ansicht den Uebergang zu der letzten Form der Teleologie, die uns noch zu betrachten übrig bleibt.

e. Der Zweck als theologischer Grenzbegriff.

Hier wird offen zugestanden, dass in der Erklärung der Veränderungen in der Welt der Zweck keine Stelle finde; aber man behauptet, er sei unerlässlich, um die ursprüngliche, unserer wissenschaftlichen Erklärung sich entziehende Weltordnung zu begreifen. Alles was aus den Natur-

*) Schopenhauer, vierfache Wurzel, Werke, Bd. I. S. 144. Welt als Wille und Vorstellung, Werke, Bd. II. S. 131 f.

gesetzen folgt, sagt in diesem Sinne schon Leibniz, geschieht mit mechanischer Nothwendigkeit, aber die Naturgesetze selbst können nur teleologisch erklärt werden*). Aehnlich führt Herbart aus, die Annahme, dass die zweckmässige Anordnung der Weltkörper, die zweckmässige Einrichtung der lebenden Wesen, ebenso der ganze Weltverlauf das Werk eines Zufalls sei, widerstreite aller Wahrscheinlichkeit. Die gegebene Weltordnung müsse daher als das Werk einer nach Zwecken handelnden Intelligenz angesehen werden. So wird hier der Zweck zu einem Grenzbegriff, welcher überall da einzutreten hat, wo die wissenschaftliche Erklärung der Dinge ihre Schranken findet**).

Gegen diese letztere Auffassung lässt sich nun aber zunächst einwenden, dass die unbedingte Nöthigung zur Annahme eines Weltanfangs bestritten werden kann. Wenn man, wie es schon von Aristoteles geschehen ist, die Welt für ewig ansieht, also überhaupt leugnet, dass der Begriff der Schöpfung auf sie anwendbar sei***), so erscheint auch die Vorstellung einer zwecksetzenden Intelligenz, welche die Weltordnung erst hervorgebracht habe, unhaltbar. Bleibt man dann trotzdem dabei stehen, dass über die Zweckmässigkeit der Welt der causale Zusammenhang der Erscheinungen keine Rechenschaft gebe, so muss unvermeidlich der Zweck wieder in die Weltordnung verlegt werden: er ist derselben immanent, nicht transcendent. So geräth denn auch jene Lehre von der Transcendenz der Naturzwecke mit sich selbst in Widerspruch, indem sie das Zweckmässige durchaus nicht als ein Unerkennbares hinstellt, sondern im Gegentheil auf bestimmte Einrichtungen hinweist, welche wir als zweckmässig anerkennen sollen. Zugleich ist dieses Zweckmässige durchaus nicht ewig und ungeworden, sondern theils entsteht es vor unsern Augen, wie die organischen Naturformen, theils können wir wenigstens mit gutem Grunde eine Entstehung aus Anfangszuständen voraussetzen, bei denen eine zweckmässige Ordnung noch nicht zu erkennen war, wie z. B. bei der Vertheilung der Körper unseres Planetensystems. Wenn man nun das Postulat aufstellt, dass alles Geschehen in der Natur aus mechanischer Causalität abgeleitet werden müsse, gesteht man damit auch zu, über das Hervorgehen zweckmässiger Bildungen aus mechanischer Causalität müsse ebenfalls Rechenschaft gegeben werden. Selbst wenn man aber der Ansicht sein sollte, dass dies unmöglich sei, so würde doch zweifellos jene Entstehung des Zweckmässigen in die unserer Erkenntniss gegebene Weltordnung gehören, und es würde also wiederum der Zweck aufhören ein transcendentes Princip zu sein. In keiner Weise will es daher gelingen, sich auf diese Weise des Zwecks zu entledigen, sondern durch die Verfolgung der Consequenzen dieser Anschauung sehen wir uns nur um so

*) Specimen dynamicum, pars I, a. a. O. p. 242.

**) Herbart, Metaphysik, Bd. II. (Ausg. von Hartenstein) S. 518, 618.

***) Aristoteles, de gen. et corr. II, 11.

unerbittlicher vor die Alternative gestellt, entweder den Zweck als ein wirkliches Erkenntnissprincip gelten zu lassen oder ihm die Berechtigung ganz und gar zu versagen. Die Prüfung dieser Frage wird angemessen in zwei Theile zerlegt werden: zunächst ist zu untersuchen, welche Bedeutung der Zweck als subjectives Princip der Beurtheilung der Erscheinungen besitzt, und dann wollen wir erwägen, ob und mit welchem Rechte von objectiven Zwecken des Geschehens geredet werden könne.

2. Der Zweck als subjectives Erkenntnissprincip.

Die psychologische Entwicklung des Zweckbegriffs steht mit derjenigen des Causalbegriffs in nahem Zusammenhang. Wie wir unsere willkürliche Bewegung als die Ursache äusserer Veränderungen unmittelbar kennen lernen, ebenso fassen wir dieselbe auch als einen Vorgang auf, der eine bestimmte äussere Wirkung zum Zweck hat. Dies geschieht, indem wir die Veränderung, die unser willkürliches Handeln ausser uns hervorbringt, in unserm Bewusstsein anticipiren. Die anticipirte Vorstellung der Wirkung ist das Motiv unseres Handelns. Dieser psychologische Zweckbegriff ist somit das vollständige Gegenbild des psychologischen Causalbegriffs. Lassen wir in der Apperception der Vorstellungen unsere Bewegung der äusseren Veränderung, die sie hervorbringt, vorangehen, so erscheint uns die Bewegung als die Ursache dieser Veränderung. Lassen wir dagegen die Vorstellung der äussern Veränderung der Bewegung vorangehen, durch welche dieselbe hervorgebracht werden soll, so erscheint die Veränderung als Zweck, die Bewegung aber als das Mittel, durch welches der Zweck erreicht wird.

In diesen Anfängen der psychologischen Begriffsentwicklung entspringen demnach Zweck und Causalität aus verschiedenen Betrachtungsweisen eines und desselben Vorgangs. Im einen Fall erscheint unsere Bewegung als Ursache, die äussere Veränderung als Wirkung, im andern ist die Bewegung das Mittel, die hervorgebrachte Veränderung der Zweck. Wie Ursache und Wirkung, so gehören Mittel und Zweck nothwendig zusammen. Objectiv muss das Mittel dem Zweck ebenso wie die Ursache der Wirkung vorangehen. Dagegen besteht zwischen beiden der wesentliche Unterschied, dass beim Causalverhältniss auch subjectiv, in unserer Vorstellung die Ursache der Wirkung vorangeht, während beim Zweckverhältniss die Vorstellung des Zwecks, der hervorzubringenden Veränderung, früher ist als diejenige des Mittels, der hervorbringenden Thätigkeit.

Dieser gemeinsame Ursprung des Zweck- und Causalbegriffs ist sichtlich zugleich die Quelle der fortwährenden Vermengungen, die beide erfahren haben. Indem wir das Causalverhältniss unserer Bewegungen auf andere Vorgänge übertragen, denen wir eine nothwendige Succession zuschreiben, bietet sich unter andern auch die Succession unserer Vorstellungen

dieser Betrachtungsweise dar: die Vorstellung der äusseren Veränderung erscheint nun als die psychologische Ursache oder als das Motiv der sie hervorbringenden Handlung. Zugleich aber ist die Handlung die physikalische Ursache der äussern Veränderung. Unsere Handlung ist auf diese Weise gleichzeitig Wirkung und Ursache, Wirkung freilich im psychologischen, Ursache im physikalischen Sinne. Ausserdem gleicht die Ursache, aus der die Handlung hervorgeht, der Wirkung, zu welcher sie führt, wobei freilich wiederum diese Gleichheit nur in dem Sinne stattfindet, dass die Ursache der Handlung das psychologische Bild ihrer physikalischen Wirkung ist. Aehnlich nun wie diese Causalreihe einen scheinbaren Kreisprocess umfasst, ist solches auch mit der Zweckreihe der Fall, in welche wir die nämlichen Vorgänge verknüpfen können: der anticipirten Vorstellung der äussern Veränderung als Zweckvorstellung folgt die Handlung als Mittel und dieser die wirkliche Veränderung als Zweckerfüllung. Indem man nun die Causal- und die Zweckreihe, die so als verschiedene Gesichtspunkte sich darstellen, unter denen wir das nämliche Geschehen betrachten können, in eine zusammenfasst, wird das erste Glied als die Zweckursache, das letzte als der Endzweck aufgefasst und zwischen beide die Mittelursache eingeschaltet. In der Zweckursache liegt schon der Endzweck: sie ist ja das psychologische Bild des letztern, darum heisst sie causa finalis, und darum meint man in ihr ein weit festeres Band zwischen Ursache und Wirkung zu besitzen als bei andern Causalzusammenhängen. Dennoch beruht diese ganze Anschauung auf einer täuschenden Vermengung der Causal- und Zweckbeziehung. Vom causalen Gesichtspunkte aus betrachtet sind der physikalische Erfolg einer Handlung und seine psychologische Anticipation durchaus verschiedene Vorgänge; höchstens ist die causale Verbindung hier noch schwieriger zu durchschauen als gewöhnlich, weil anscheinend das psychologische in ein physikalisches Geschehen übergeht. Für die causale Betrachtung ist es ausserdem unwesentlich, ob die anticipirte Vorstellung der Wirkung gleicht oder nicht, oder ob selbst gar keine solche Vorstellung vorangeht. Anders verhält sich dies für den Standpunkt der Zweckbetrachtung: er misst die eingetretene Veränderung an jener Vorstellung und nennt den Zweck nur dann erreicht, wenn beide zusammentreffen. Das Wesen der teleologischen Betrachtung besteht also gerade darin, dass eine eingetretene Wirkung in der Vorstellung anticipirt wird.

Hiervon ausgehend gewinnt nun der Begriff des Zwecks bei der Beurtheilung objectiver Vorgänge seine eigenthümliche, von derjenigen der Ursache wesentlich abweichende Bedeutung. Auch hier können wir den nämlichen Zusammenhang, den wir als einen ursächlichen auffassen, zugleich unter dem Gesichtspunkt des Zwecks betrachten. Sobald wir die Wirkung in der Vorstellung vorausnehmen, erscheint sie als Zweck, und die Ursache, welche die Wirkung herbeiführt, erscheint als das Mittel zu diesem Zweck. Wenn wir von den Pumpwirkungen des Herzens zu der Bewegung des

Blutes in den Gefässen übergehen, so sind jene die Ursachen der letzteren; wenn wir umgekehrt von der Blutbewegung in den Gefässen auf die Herzaction zurückgehen, so ist die erstere der Zweck, der durch die letztere erreicht wird. Wenn die nämlichen Physiologen, welche nicht anstanden den Organismus für eine natürliche Maschine zu erklären, gleichzeitig jede Art teleologischer Betrachtung in der Physiologie perhorrescirten, so standen diese beiden Anschauungen nicht in Uebereinstimmung; denn keinem Mechaniker fällt es ein, die Zweckbetrachtung bei der Zergliederung der Wirkungen einer Maschine auszuschliessen: stets können aber auch hier die causale und die teleologische Erklärung auf jede Reihe von Erscheinungen neben einander angewandt werden.

Doch ist die teleologische Betrachtung der Naturerscheinungen in diesem Sinne keineswegs beschränkt auf die organischen Naturproducte. Jede zusammengesetzte Causalreihe lässt sich derselben unterwerfen oder fordert unter Umständen sogar dazu heraus. Warum sollten wir die Anordnung der Körper unseres Sonnensystems nicht ebenso zweckmässig finden wie den menschlichen Körper? Auch haben die Astronomen in ihren exactesten Betrachtungen sich solcher teleologischen Erwägungen nicht enthalten. Das von Laplace aufgestellte Princip der Stabilität z. B., wonach alle Störungen so sich ausgleichen sollen, dass in bestimmten Perioden immer wieder die nämlichen Zustände des Systems wiederkehren, ist ein durchaus teleologischer Grundsatz*). Nun ist zwar dieses Princip in der absoluten Form, die ihm Laplace gegeben, wahrscheinlich nicht haltbar. Aber schon die approximative Erfüllung desselben, welche nicht bezweifelt werden kann, müssen wir als einen teleologischen Grundsatz anerkennen; freilich nicht als einen solchen, der die causale Erklärung ausschliesst oder ersetzt, sondern, wie jede Zweckbetrachtung, als einen Satz, der das Ergebniss eines causalen Zusammenhangs in rückläufiger Form darstellt. In ähnlichem Sinne haben selbst in die abstracte Grundlage der Naturwissenschaften, in die Mechanik, teleologische Principien Eingang gefunden. Wenn wir absehen von dem Princip der kleinsten Action, aus dessen neueren und richtigeren Formulirungen der früher in ihm gelegene Zweckbegriff entfernt wurde**), so ist doch in dem von Gauss aufgestellten Princip des kleinsten Zwanges die teleologische Betrachtungsweise unverkennbar. Dieselbe liegt ebenso wie schon in dem Namen des Princips, so auch in der gewöhnlichen Formulirung, nach der überall, wo die freie Bewegung eines Systems unmöglich ist, die Abweichung von derselben im Ganzen genommen so klein als möglich sei. Selbst der Satz von der Erhaltung der Kraft enthält in seinem Ausdruck eine teleologische Neben-

*) Laplace, exposition du système du monde, l. V, ch. 6. Deutsche Ausgabe von Hauff, Bd. II. S. 331.

**) Vergl. A. Mayer, Geschichte des Princips der kleinsten Action. Leipzig 1877.

beziehung, die in vielen physikalischen Anwendungen desselben noch deutlicher wird.

So zeigt es sich denn, dass es kein Erscheinungsgebiet giebt, auf welches nicht neben dem Causalgesetz das Zweckprinzip anwendbar wäre, wenn auch besondere Umstände uns veranlassen, bald das eine bald das andere zu bevorzugen. Niemals aber schliessen beide Principien sich aus, und insbesondere ist die Anwendung des Zweckprincips nur unter der Voraussetzung der gleichzeitigen Gültigkeit des Causalgesetzes möglich. Denn stets ist diejenige Ordnung der Erscheinungen, bei welcher wir von dem Bedingenden zu dem Bedingten fortschreiten, eine Ordnung nach Causalität, diejenige dagegen, bei welcher wir von dem Bedingten zur Bedingung zurückgehen, eine Ordnung nach dem Zweckprincip. Auf diese Weise entspringen Causalität und Zweck aus den zwei einzig möglichen logischen Gesichtspunkten, unter denen wir das allgemeine Erkenntnissgesetz des Grundes auf einen Zusammenhang des Geschehens anwenden können. Auch das Zweckprincip ist daher unterzuordnen dem Satz des Grundes. Es entspringt gleich dem Causalprincip aus der Anwendung dieses Satzes auf die Erfahrung. Beim Causalprincip wird der Grund zur Ursache, die Folge zur Wirkung; beim Zweckprincip wird die Folge zum Zweck, der Grund zum Mittel. Das Causalprincip ist die näher liegende Anwendung, weil es die unserm logischen Denken unmittelbar innewohnende Richtung einhält vom Grund zur Folge. Aber wie wir schon in unserm Denken diese Richtung umkehren können, indem wir uns fragen, welches der Grund zu einem gegebenen Urtheil sei, d. h. welche andern Urtheile wir als Prämissen voraussetzen müssen, damit daraus ein gegebenes als Schluss hervorgehe, so können wir auch in der Verbindung der Erfahrungen durch unser Denken die Frage stellen: was muss vorausgehen, wenn ein gegebener Erfolg eintreten soll? Sobald dies geschieht, handeln wir nach dem Zweckprincip.

3. Der objective Zweck.

Indem wir bei dem Zweckprincip aussprechen, wie der Grund beschaffen sein müsse, um eine bestimmte Folge hervorzubringen, hat dasselbe zugleich die Bedeutung eines Postulates. So lange dies Postulat auf die Bedingungen sich bezieht, welche zu einem in der Erfahrung gegebenen Erfolg vorauszusetzen sind, besitzt dasselbe eine ausschliesslich theoretische Geltung: es geht, gleich dem Causalprincip, auf den Erkenntnisszusammenhang der Erscheinungen. Sobald dagegen ein herbeizuführender Erfolg bloss in der Vorstellung existirt und die Frage erhoben wird, welche Bedingungen eine Verwirklichung dieser Vorstellung herbeiführen können, oder inwiefern eine in der Wirklichkeit gegebene Thatsache der unabhängig in uns entstandenen Vorstellung entspricht, so wird das Postulat ein practisches: wir fordern nun theils bestimmte Mittel, um einen in

der Vorstellung vorhandenen Zweck zu realisiren, theils beurtheilen wir die Wirklichkeit nach den in uns gelegenen Zweckvorstellungen. Die letzteren können aber wieder intellectueller, ästhetischer oder ethischer Art sein. So beurtheilen wir die Leistungen einer Maschine oder eines Organismus oder den wirthschaftlichen Zustand eines Landes nach intellectuellen, die Schöpfungen der Kunst oder die unter dem Gesichtspunkt des Kunstwerkes betrachteten Naturerscheinungen nach ästhetischen, die willkürlichen Handlungen des Menschen und die Rechtsordnungen der Gesellschaft nach sittlichen Zweckvorstellungen.

So lange man Causal- und Zweckprincip mit einander vermengt, pflegen regelmässig auch die practischen Zweckvorstellungen übertragen zu werden auf das Gebiet der theoretischen Naturerklärung: man verlangt nun, dass in der Welt ethische oder ästhetische Ideen realisirt seien. Da die Natur der Hineintragung solcher Ideen nicht immer willfährig entgegenkommt, so müssen sich dann unter Umständen bestimmte geometrische oder mechanische Vorstellungen eine Umdeutung in diesem Sinne gefallen lassen. Derartige Anschauungen sind von der Pythagoräischen Zahlensymbolik an bis in die Anfänge der neueren Physik von tiefgehendem Einflusse gewesen. Es mag genügen hier an den philosophischen Schöpfungsmythus des Platonischen Timäos und an die Aristotelische Lehre von der Vollkommenheit der Kreisbewegung zu erinnern, eine Lehre, die über das Ptolemäische Weltsystem hinaus noch auf Copernikus und Kepler eingewirkt hat*). Die letzte Spur dieses Einflusses begegnet uns in dem von Galilei mehrfach hervorgehobenen Satze, der zuweilen noch in der heutigen Naturforschung eine gewisse Rolle spielt, dass die Natur Alles mit den einfachsten Mitteln vollbringe**). Die Einfachheit ist ein ästhetischer Begriff, ähnlich wie Vollkommenheit oder Schönheit. A priori besteht nicht der geringste Grund zu der Annahme, dass die Welt so einfach wie möglich sei, und noch weniger wird diese Annahme durch die Erfahrung bestätigt, nach welcher vielmehr die Naturerscheinungen durchweg eine sehr verwickelte Beschaffenheit besitzen. Wenn das Princip der Einfachheit trotzdem die störenden Wirkungen auf die Naturerkenntniss nicht ausgeübt hat, welche den übrigen ethischen und ästhetischen Postulaten gefolgt sind, so liegt dies nur an dem Nebenumstand, dass sich dasselbe mit der experimentellen Regel verband, alle Erscheinungen müssten unter möglichst einfachen Bedingungen untersucht werden. Dieser Regel, nicht aber dem falschen Princip, aus dem sie ursprünglich hervorgieng, verdankt die neuere Physik ihre grössten Erfolge.

Wenn sich in allen diesen Fällen der objective Zweck als ein solcher erweist, den wir den Naturereignissen unterschieben, so verhält es sich

*) Aristoteles, Physik, VIII, 8, 9. Copernicus, de revolutionibus orbium coelestium, Cap. IV. Vergl. hierzu meine physikalischen Axiome, S. 34 f.

**) Galilei, Dialog. IV. Opere II. p. 577.

dagegen anders auf demjenigen Gebiete, wo die Zweckvorstellung wirklich die Bedeutung eines *practischen* Postulates besitzt. Alle Erscheinungen, welche in dieses Gebiet gehören, stimmen nun darin überein, dass bei ihnen *willkürliche Handlungen* die herrschende Rolle spielen, sei es dass die Erscheinungen ausschliesslich aus solchen hervorgehen, wie die Schöpfungen der Kunst, die sittliche Lebensführung des Menschen, die Rechtsordnungen der Gesellschaft, sei es dass Willenshandlungen zu ihren wesentlichen Factoren gehören, wie bei dem wirthschaftlichen Zustand, den Sitten und Gewohnheiten eines Volkes, sei es endlich, dass wir Naturereignisse, die an sich von unserm Willen völlig unabhängig sind, nach Analogie willkürlicher Schöpfungen beurtheilen, wie bei dem ästhetischen Genusse der Natur.

In allen den Fällen nun, in welchen die Zweckvorstellung zu einem practischen Postulate wird, welches auf die Willenshandlungen denkender Wesen von Einfluss ist, gewinnt zugleich der Zweck eine *objective* Bedeutung. Denn jene Willenshandlungen sind dahin gerichtet, die ihnen vorangegangenen subjectiven Zweckvorstellungen *objectiv zu realisiren*. In denjenigen Wissenschaften, welche sich mit den Willenshandlungen des Menschen und deren Erzeugnissen beschäftigen, ist daher der Zweck das herrschende Forschungsprincip. Dies gilt für das ganze Gebiet der so genannten *Geisteswissenschaften*, deren methodischer Unterschied von den Naturwissenschaften gerade hierauf beruht. In den letzteren ist die Causalität das zunächst massgebende Forschungsprincip, weil wir bei den von unserm Willen unabhängigen Naturerscheinungen immer erst von den thatsächlich gegebenen Wirkungen aus eine Causalreihe rückwärts durchlaufen können, wie solches das Zweckprincip verlangt. Bei den Willenshandlungen und ihren Erzeugnissen dagegen liegt der Schwerpunkt in der Vergleichung der objectiven Resultate mit den in uns gelegenen Zweckvorstellungen. Hier gehen wir daher von den letzteren aus, entwickeln aus ihnen die Folgerungen, die sich für das objective Geschehen ergeben, um sodann erst die thatsächliche Beschaffenheit des letzteren an den an dasselbe herangebrachten Forderungen zu messen. Dabei schliessen nun causale Erwägungen ihrerseits erst in einer secundären, aber darum nicht minder nothwendigen Weise sich an, insofern das reale Geschehen niemals allein aus Zweckmotiven erklärt werden kann, sondern stets Bedingungen auf dasselbe Einfluss gewinnen, die der Beherrschung durch einen Willen entzogen sind. Insbesondere sind es derartige Bedingungen, welche die mannigfachen Abweichungen des geistigen Geschehens von unsern Zweckvorstellungen begründen. Wegen dieser thatsächlichen Verbindung lässt sich vom methodologischen Gesichtspunkte aus eine scharfe Grenze zwischen Natur- und Geisteswissenschaften nicht ziehen. Die Grundlage der letzteren, die Psychologie, steht in dieser Beziehung den Naturwissenschaften am nächsten: sie betrachtet das geistige Leben durchgängig unter dem causalen Gesichtspunkte, und erst bei der Entwicklung der willkürlichen Geistes-

thätigkeiten wird sie auf die Bedeutung der Zweckvorstellungen geführt, die sie aber ebenfalls so viel als möglich causal zu begreifen sucht. Als die drei Geisteswissenschaften im eminenten Sinne des Wortes können dagegen die Logik, Aesthetik und Ethik gelten, in denen der Gedanke des Zwecks durchaus der herrschende ist, obgleich auch hier das causale Moment nicht ausgeschlossen bleibt. In jedem dieser Gebiete können die thatsächlichen Naturbedingungen, unter denen die intellectuellen, ästhetischen und ethischen Zwecke verwirklicht werden, nicht unberücksichtigt bleiben. Wenn es aber in der concreten Durchführung so erscheinen könnte, als wenn die Causalität hier bloss als Hülfsprincip herbeigezogen werde, dessen man nur insoweit bedürfe, als das Zweckprincip nicht zureicht, so gilt doch in Wahrheit die Coordination von Zweck und Ursache im Gebiet der Willenserscheinungen nicht weniger als im Gebiet der Natur. Auch hier kann jede Zweckreihe zum Gegenstand einer causalen Betrachtung genommen werden. Nur pflegt man die letztere in solchen Fällen, wo nicht besondere Gründe zu derselben herausfordern, ähnlich zu vernachlässigen wie auf dem Naturgebiet meistens die Zweckbetrachtung.

Sobald wir nun aber diese vereinigte Betrachtung anwenden, so zeigt es sich, dass bei den Willenserscheinungen der Zweck desshalb eine objective Bedeutung gewinnt, weil hier wirklich — was die anthropomorphische Teleologie unberechtigt verallgemeinert — die Zweckvorstellung selbst zur Ursache wird. So weit Willenshandlungen auf das äussere Geschehen Einfluss erlangen, ist daher auch der Zweck nicht bloss eine rückwärts gekehrte Causalbetrachtung, sondern zugleich die vorwärts gerichtete Bedingung des Geschehens. In dieser Beziehung ist besonders darauf hinzuweisen, dass noch über das menschliche Handeln hinaus in den willkürlichen Handlungen der Thiere Ereignisse gegeben sind, in denen Zweckvorstellungen in den objectiven Verlauf der Naturerscheinungen eingreifen. Zwar ist nicht Alles was Darwin als »Kampf um das Dasein« bezeichnet hat hierher zu rechnen; in manchen Fällen, bei der Verdrängung z. B. von Pflanzenvarietäten durch andere, deren locale Ernährungsbedingungen günstiger sind, wird der Ausdruck mehr in einem bildlichen Sinne gebraucht. Ueberall aber wo die Triebe und Vorstellungen willkürlich handelnder Wesen in Frage kommen, besonders also bei dem Wettkampf der Thiere der nämlichen und verschiedener Species um die Nahrung und um die Fortpflanzung, kann die causale und objective Bedeutung der Zweckvorstellung nicht verkannt werden. Wenn viele Anhänger der Darwin'schen Theorie behaupten, durch dieselbe sei auch für das Gebiet der Entwicklungserscheinungen die teleologische Betrachtung widerlegt, so ist dies irrig. Gerade der wesentlichste Bestandtheil dieser Theorie, die Hypothese des Kampfes ums Dasein, ist durchaus teleologischer Art, ja es ist ein grosses Verdienst Darwin's gezeigt zu haben, inwiefern Zweckvorstellungen als causale Momente in den Verlauf der thierischen Entwicklung einzugreifen vermögen. So möchte es denn überhaupt wahrscheinlich sein, dass die in

so eminentem Maass zweckmässige Organisation namentlich der höheren Thiere unter dem Miteinfluss von Zweckvorstellungen als Ursachen entstanden ist, — freilich nicht von Zweckvorstellungen, die ausserhalb der Wesen oder unbewusst als mystische Vitalkräfte in ihnen liegen, sondern von Zweckvorstellungen, die ihre willkürlichen und bewussten Handlungen bestimmt haben. Dass in diesem Sinne die Gestaltungen innerhalb der menschlichen Gesellschaft vorwiegend von causal wirkenden Zwecken hervorgebracht werden, wird ja Niemand leugnen wollen. Warum sollte es also unwahrscheinlich sein, dass auch die weiter zurückreichende physische und geistige Entwicklung lebender Wesen auf derselben Grundlage ruht?

Dagegen bleibt es eine völlig willkürliche und darum erkenntnisstheoretisch ungerechtfertigte Annahme, eine causale Wirksamkeit von Zwecken dort anzunehmen, wo uns Willenshandlungen nicht in der Erfahrung gegeben sind. Was aber für die Erkenntnisstheorie verboten ist, das ist für die Metaphysik nicht erlaubt. Auch der Metaphysik steht es nicht frei die Dinge phantastisch mit Eigenschaften auszustatten, auf welche die Erfahrung keine Hindeutung giebt. Darum ist, wie Kant mit Recht gesagt hat, »der Hylozoismus der Tod der Naturphilosophie«. Dagegen ist es ein anderer Gesichtspunkt, der die Metaphysik antreibt, die nämliche Coordination von Ursache und Zweck, die diesen als subjectiven Erkenntnissprincipien zukommt, schliesslich auch für die Totalität des objectiven Seins und Geschehens vorauszusetzen. Causalität und Zweck sind die beiden Begriffe, in welche sich uns der allgemeinere Begriff der Weltordnung zerlegt, wenn wir denselben von verschiedenen Gesichtspunkten aus auffassen. Die Annahme, dass die Causalität alles Geschehen beherrsche, und dass sie in der unverbrüchlichen Regelmässigkeit des Geschehens bestehe, ist schliesslich ein metaphysischer Grundsatz. Zwar wird derselbe durch die Erfahrung uns nahe gelegt, da dieselbe zeigt, dass, wo wir nur ein Erfahrungsgebiet eindringender zu zergliedern vermögen, jene Regelmässigkeit sich bestätigt findet; noch mehr fordert die Erkenntnisstheorie seine allgemeine Geltung, da sie findet, dass das Causalgesetz nichts anderes als die Anwendung eines unserem Denken innewohnenden Postulates auf die Erfahrung ist. Aber da uns die Wirklichkeit in ihrem unendlichen Zusammenhang niemals vollständig gegeben sein kann, so bleibt das Causalgesetz in seiner Deutung auf eine allgemeine und ausnahmslose Weltordnung immerhin ein metaphysischer Satz. Es ist nebenbei bemerkt das beste Beispiel, wie metaphysische Sätze fundirt sein sollen. Wenn aber die Weltordnung eine unverbrüchliche ist, so ist jede Endwirkung einer Causalreihe ein nothwendiger Erfolg, in Bezug auf welchen das Vorangegangene ebenso fest bestimmt ist, wie jener Erfolg selbst in Bezug auf dieses Vorangegangene bestimmt ist. Ursache und Zweck werden dann zu correlaten Begriffen in objectivem Sinne. Der folgerichtig gedachte Causalbegriff fordert so den Zweckbegriff als seine Ergänzung, wie der letztere den ersteren. Gerade aber weil dieses Zusammentreffen von Zweck und Causalität eine letzte

metaphysische Forderung bleibt, welche erst in dem für unser discursives Denken unvollendbaren Begriff der allgemeinen Weltordnung ihre Erfüllung findet, ist uns bei der Untersuchung der einzelnen unserer Erkenntniss gegebenen Zusammenhänge die gleichwerthige Anwendung jener beiden Erkenntnissgrundsätze versagt. Nur ein Geist, welcher den Weltlauf vorauszuschauen vermöchte, würde Alles gleichzeitig unter dem Gesichtspunkt des Zweckes und der Causalität erblicken. Unser beschränktes Erkennen vermag nur unvollkommen und nur auf kurze Strecken die Zukunft vorauszubestimmen: unser Denken verfolgt daher den Weltlauf vorzugsweise in der Richtung von den Bedingungen zu den Folgen, in der Form des causalen Geschehens, und nur, wenn entweder besondere Bedingungen uns veranlassen nach den Einflüssen zu fragen, unter denen gegebene Wirkungen zu Stande kamen, oder wenn, wie es im Gebiete der willkürlichen Handlungen geschieht, Zweckvorstellungen eine causale Bedeutung gewinnen, vertauschen wir die causale mit der teleologischen Betrachtung. Die letztere aber hat überall ihre Berechtigung, wo sie nicht die ihr zugewiesenen Grenzen überschreitet, indem entweder Zweck und Causalität in unberechtigter Weise vermengt oder in die Dinge und Ereignisse Zweckvorstellungen willkürlich verlegt werden.

Druckfehler.

Seite	27	Zeile	12	von oben	statt	dabei	lies	daher.
»	108	»	6	von unten	»	Umwendung	»	Umwandlung.
»	134	»	12	» »	»	dorther	»	woher.
»	141	»	1	» »	»	Object	»	Subject.
»	172	»	14	» »	»	Hypothenuse	»	Hypotenuse.
»	250	»	8	» »	»	Identität	»	Quantification.
»	255	»	12	» »	»	a und b	»	x und y.
»	444	»	12	von oben	»	eine	»	einer.

Fr. Leß

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Wundt, Wilhelm,

Logik eine Untersuchung der Principien der Erkenntniss und der Methoden wissenschaftlicher Forschung

Bd.: 1

Stuttgart 1880

Bamberg, Staatsbibliothek -- Ph.o.310(1

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11760366-6